INFO4 EP: Examen 10/04/2025. Durée: 1h30 (TT+30')

Jonatha ANSELMI

Ex. 1.
(a) Expliquer ce que dit la loi de Little.
(b) Écrire l'équation de Lindley en précisant l'interprétation physique de chaque terme.
(c) Pour une file d'attente M/M/1 avec un taux d'arrivée λ et un taux de service μ, fournir une formule pour $\pi(i)$, c'est-à-dire la probabilité stationnaire que le nombre total de tâches soit égal à i.
(d) Considérer la chaîne de Markov en temps continu associée à la file M/M/4 avec un taux d'arrivée λ et un taux de service μ. Écrire l'équation de bilan global associée à l'état 4.
(e) Quelle propriété rend une chaîne de Markov irréductible ?
(f) Pour une chaîne de Markov, qu'est-ce qu'un état absorbant ?

Ex. 2. Considérer deux files d'attente en parallèle. Lorsqu'une tâche arrive, elle passe par un répartiteur qui l'envoie instantanément vers l'une des deux files. Le répartiteur adopte la politique suivante : avec une probabilité p, la tâche est envoyée à la file 1, sinon à la file 2. On suppose que les arrivées suivent un processus de Poisson. On suppose que les tailles des tâches (en bits) suivent une loi exponentielle de paramètre μ. On suppose que la vitesse du processeur (en bits/seconde) à la file i est s_i, pour $i = 1, 2$, avec $s_1 = 1$.
(a) Quel est le taux de départ des tâches dans la file 1 ?
(b) Quel est le processus de sortie de la file 1 ? Justifier votre réponse.
(c) Écrire la condition de stabilité associée à chaque file (en fonction des paramètres d'entrée).
(d) Écrire une formule pour le temps de réponse moyen R.
(e) Déterminer la valeur de p qui minimise R en fonction.

Ex. 3.
(a) Écrire un pseudo-code pour l'évolution du nombre de tâches dans une file M/M/1 en temps continu. Le code doit simuler l'évolution jusqu'au temps T et, à la fin, afficher le nombre moyen de tâches dans le système.
(b) Écrire un pseudo-code comme au point (a), sauf que la file considérée est une file M/$H_2(\mu_1, \mu_2, p)$/1. Ici, H_2 désigne la loi hyper-exponentielle. La génération d'un temps de service S suivant la loi $H_2(\mu_1, \mu_2, p)$ se fait comme suit : Avec une probabilité p, S est une variable aléatoire exponentielle de paramètre μ_1, et avec une probabilité $1 - p$, S est une variable aléatoire exponentielle de paramètre μ_2.