

Cálculo de la eficiencia del algoritmo basado en divide y vencerás usado para el ejercicio 2.

Vamos a considerar que evaluamos un vector de n elementos, siendo n potencia de 2 (2^k).

En el peor caso:

$$T(n) \begin{cases} c_1 & \text{si } n=1 \\ 2T(n/2)+c_2 & \text{si } n>1, n=0 \end{cases}$$

Para saber la eficiencia, vamos a usar expansión:

$$T(n) = 2T(n/2) + c_2$$

$$T(n/2) = 2T(n/4) + c_2$$

$$\text{Es decir: } T(n) = 4T(n/4) + 2c_2 \text{ o } T(n) = 8T(n/8) + 3c_2$$

En general: $T(n) = 2^i T(n/2^i) + ic_2$, siendo i el número de llamadas recursivas.

Cuando $i = k$, quiere decir que no habrá más llamadas recursivas, es decir, en la parte derecha hay $T(1)$.

$$\text{La fórmula quedaría: } T(n) = 2^k T(1) + kc_2$$

$$\text{Como } 2^k = n, k = \log_2(n)$$

$$\text{La fórmula finalmente quedaría: } T(n) = nT(1) + c_2 n \log_2(n)$$

Podemos tomar $T(1) = c_1$ Por lo que la fórmula quedaría $T(n) = c_1 n + c_2 n \log_2(n)$, por lo que la eficiencia sería $O(n \log(n))$.