Máquina de Turing para reconocer lenguajes

CURSO: TEORIA DE LENGUAJES Y AUTOMATAS

Tipo	Lenguaje	Autómata	Normas de producción de gramáticas	Ejemplos
0	recursivamente enumerable (LRE)	Máquina de Turing	$\alpha A\beta \rightarrow \delta$	$L = \{w \mid w$ describe una máquina de Turing$\}$
1	dependiente del contexto (LSC)	Autómata linealmente acotado	$\alpha A\beta \rightarrow \alpha\gamma\beta$	$L = \{a^n b^n c^n \mid n > 0\}$
2	independiente del contexto (LLC)	Autómata con pila	$A \rightarrow \gamma$	$L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$
3	regular (LR)	Autómata finito	$A \rightarrow \mathrm{a}$ y $A \rightarrow \mathrm{a}B$	$L = \{a^n \mid n \geq 0\}$

Significado de los símbolos:

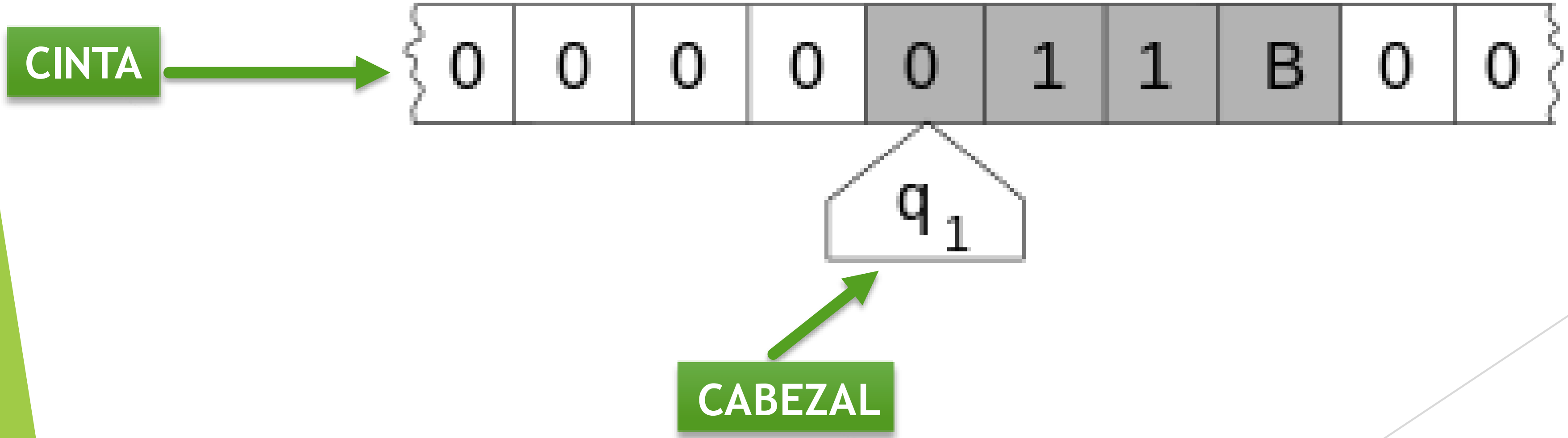
- a = terminal
- A, B = no terminal
- α, β, γ = cadena de terminales y/o no terminales
  - α, β, δ = cadena posiblemente vacía
  - γ = cadena no vacía

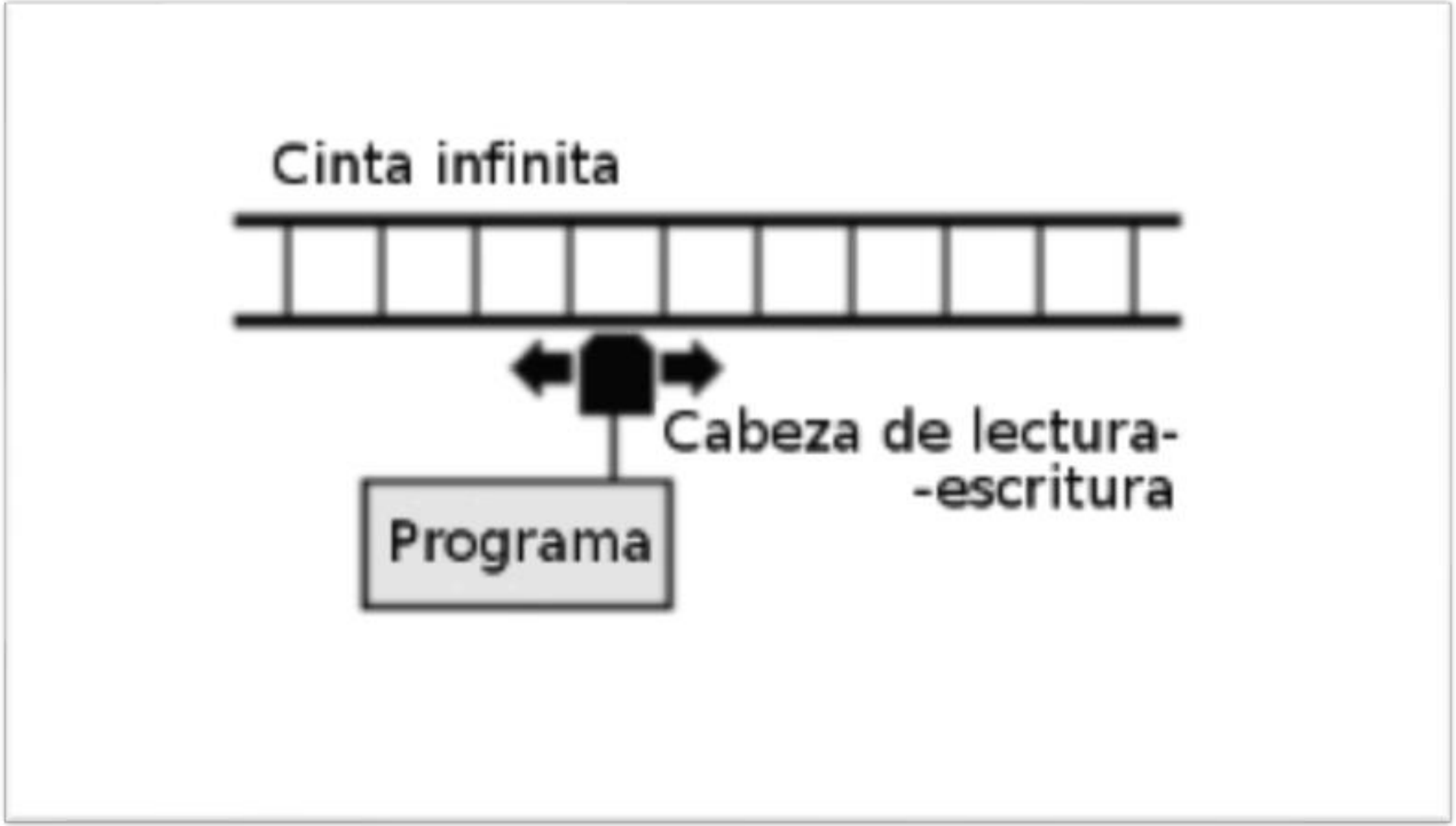
Descripción informal

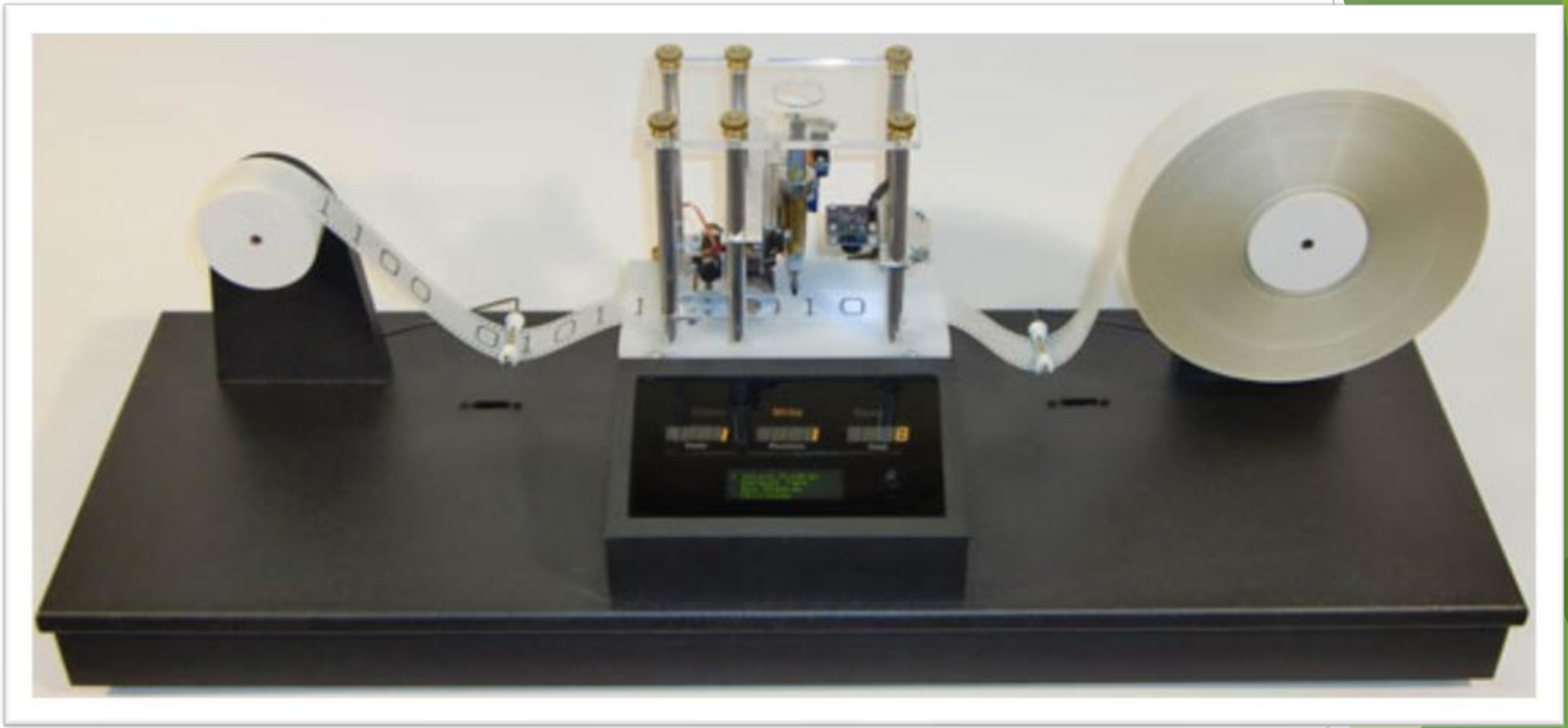
- La máquina de Turing modela matemáticamente a una máquina que opera mecánicamente sobre una cinta. En esta cinta hay símbolos que la máquina puede leer y escribir, uno a la vez, usando un cabezal lector/escritor de cinta.
- Una máquina de Turing consta de:

1. Una **cinta** que se divide en celdas, una al lado de la otra. Cada celda contiene un símbolo de algún alfabeto finito. El alfabeto contiene un símbolo especial llamado “blanco” (‘B’ o Δ) y uno o más símbolos adicionales. Las celdas que no se hayan escrito previamente se asumen que están rellenas con el símbolo blanco.

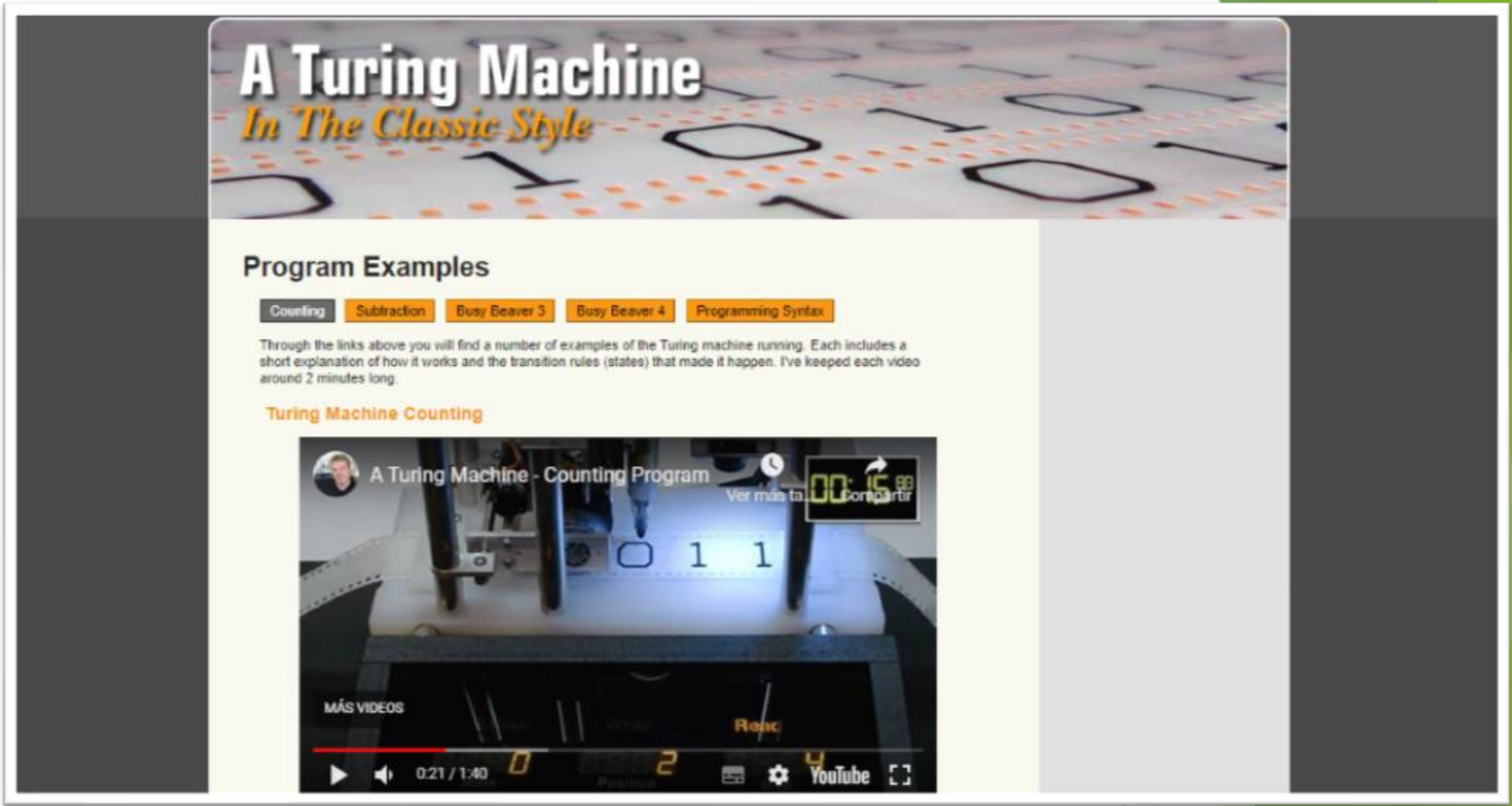
2. Un **cabezal** que puede leer y escribir símbolos en la cinta y mover la cinta a la izquierda y a la derecha una (y sólo una) celda a la vez. En algunos modelos el cabezal se mueve y la cinta es estacionaria.
3. Un **registro de estado** que almacena el estado de la máquina de Turing, uno de los estados finitos. Hay un estado inicial especial con el que el registro de estado se inicia. Turing escribe que estos estados reemplazan el "estado de la mente" en que ordinariamente estaría una persona realizando cálculos.
4. Una **tabla** finita de instrucciones (llamada ocasionalmente como **tabla de acción** o **función de transición**).




Cinta infinita
Cabeza de lectura-
-escritura
Programa



https://aturingmachine.com/



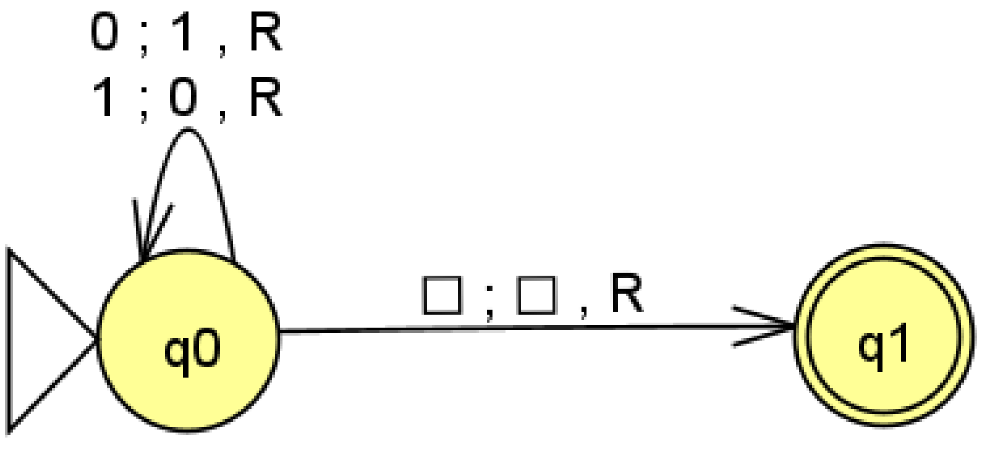
https://aturingmachine.com/examples.php

Descripción formal

- Una máquina de Turing es un modelo computacional que realiza una lectura/escritura de manera automática sobre una entrada llamada cinta, generando una salida en esta misma.
- Una máquina de Turing con una sola cinta puede definirse como una tupla:
- **$M = (Q, \Sigma, \Gamma, s, b, F, \delta)$**
- **Q :** conjunto finito de estados
- **Σ :** conjunto finito de símbolos de entrada (alfabeto de entrada)
- **Γ :** conjunto finito de símbolos de cinta (alfabeto de cinta), incluye a **Σ**, es decir, $\Sigma \subseteq \Gamma$
- **s :** estado inicial
- **b :** símbolo "blanco", $b \in \Gamma$, pero pero $b \notin \Sigma$
- **F :** conjunto de estados final o de aceptación, $F \subseteq Q$
- **δ :** la función de transición. $Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{\leftarrow, \to\}$

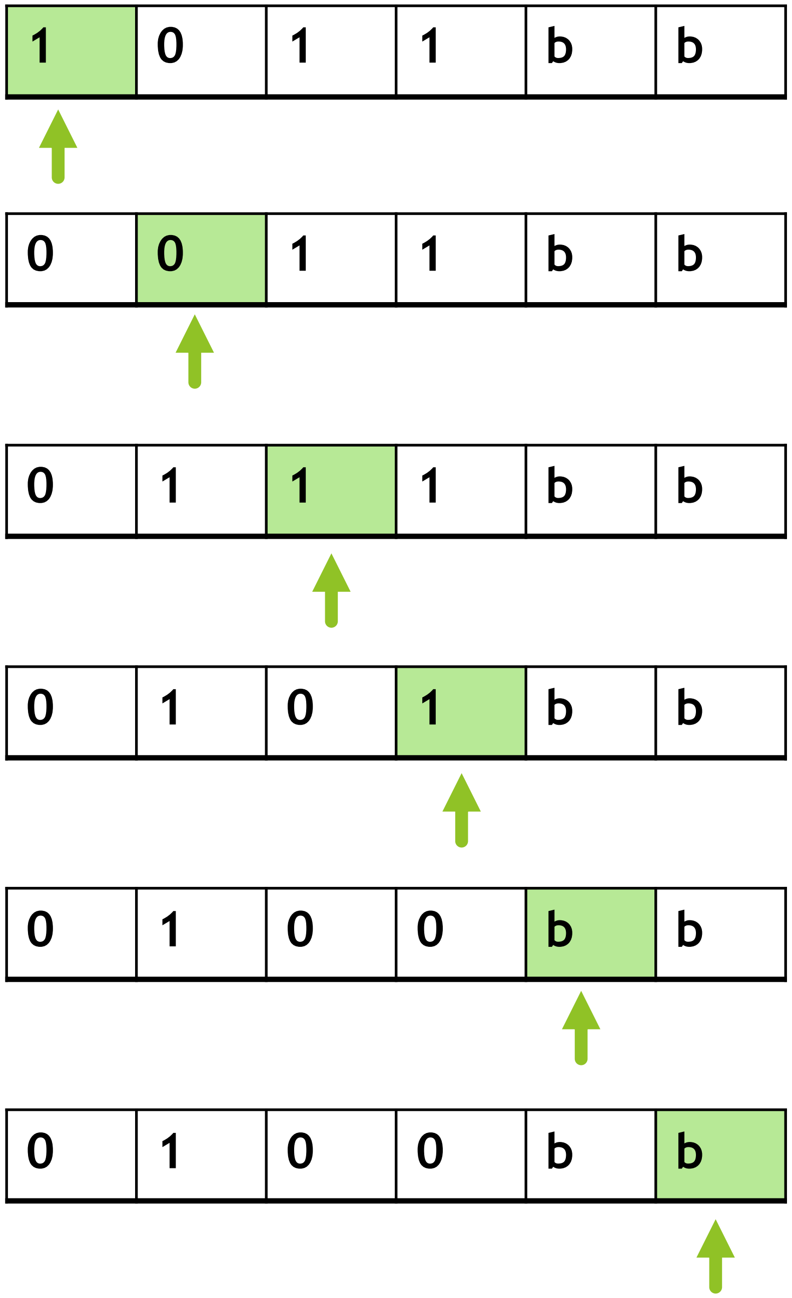
Ejemplo 1:

- Diseñar una máquina que cambie los 0's por 1's y viceversa.
- M = (Q, Σ, Γ, s, b, F, δ)
- M = ({q0, q1}, {0,1},{0,1,b}, q0, b, q1, δ)



δ(q0,0)=(q0,1,R)
δ(q0,1)=(q0,0,R)
δ(q0,B)=(q1,B,R)

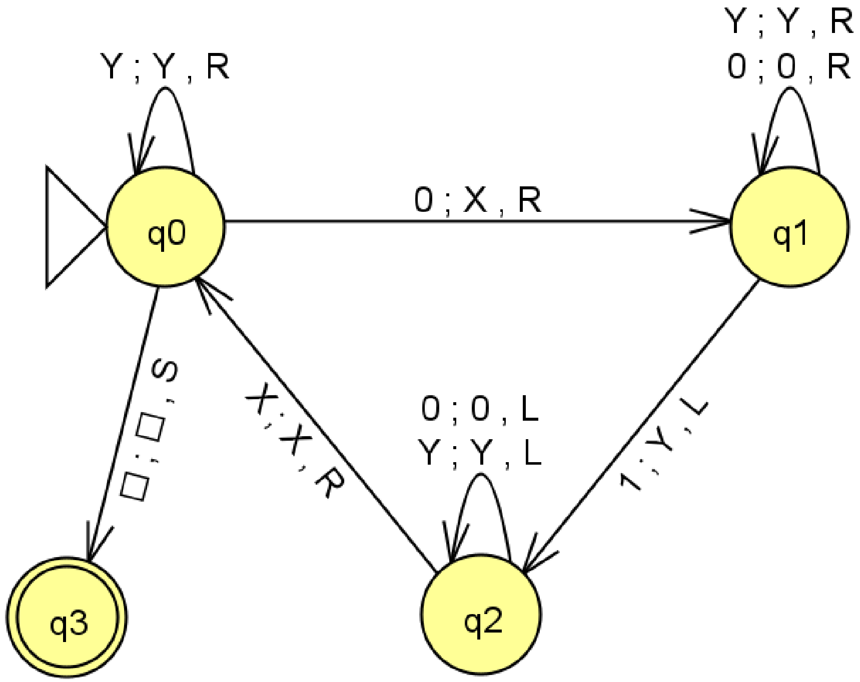
δ	0	1	b
q0	(q0, 1, R)	(q0, 0, R)	(q1, b, R)
q1	---	---	---



δ	0	1	b
q0	(q0, 1, R)	(q0, 0, R)	(q1, b, R)
q1	---	---	---

Ejemplo 2

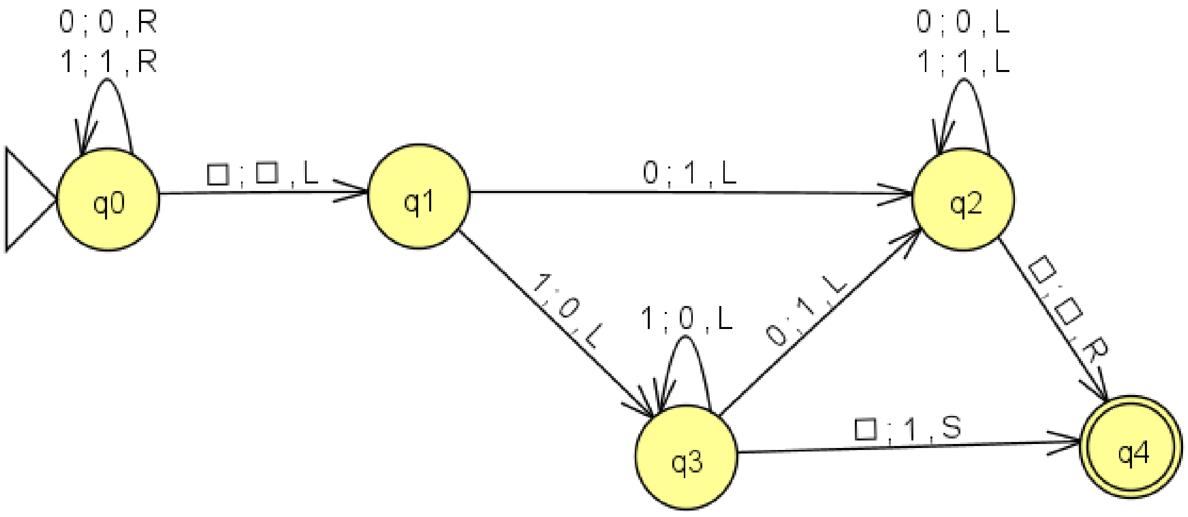
- Diseñar una máquina de Turing que acepta el lenguaje
- **L={$0^n 1^n$: n > 0}**



Ejemplo 3

- Diseñar una máquina de Turing que calcula el número consecutivo de un número dado en binario.

ENTRADA		SALIDA	
Decimal	Binario	Decimal	Binario
0	0	1	1
1	1	2	10
2	10	3	11
3	11	4	100
4	100	5	101
5	101	6	110
6	110	7	111
7	111	8	1000
8	1000	9	1001
9	1001	10	1010



Bibliografía:

- Turing machine simulator: https://morphett.info/turing/turing.html#LoadMenu
- Máquina de Turing – Autómata: https://www.matesfacil.com/automatas-lenguajes/Maquina-Turing.html
- Máquina de Turing: https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_Turing
- Máquina de Turing (video): https://www.youtube.com/watch?v=NS-NQ5mCSs8
- Máquina de Turing – Autómatas (video): https://www.youtube.com/watch?v=Fo1u69saZsg
- Máquina de Turing – Ejemplo (video): https://www.youtube.com/watch?v=SIHY7Zm9kkY
- Lenguajes y autómatas – Máquinas de Turing (video): https://www.youtube.com/watch?v=Uhpa9wQ5iPo