

正規分布表を求めるには

Sampo Suzuki, CC 4.0 BY-NC-SA

2021-06-03

Introduction

正規分布表は0から任意のZスコアまでに含まれる正規分布の面積を求める表です。逆引きすることで、面積からZスコアを求めることもできます。例えば95%の面積になるZスコアは正規分布表から片側面積の47.5%に最も近い値を探すと $Z = 1.96$ になります。

Rで求める

RでZスコアから正規分布の面積を求める場合はpnorm()関数、面積からZスコアを求めるにはqnorm()関数がありますが、引数の指定には注意が必要です。例えば両側面積が95%になるZスコアを求めようとして、以下のように指定してしまうと

```
1 qnorm(0.95)
```

```
## [1] 1.644854
```

求められたZスコアは明らかに正規分布表から得られる値とは異なっています。これは、qnorm()関数が下側(-Inf)からの面積が95%になるZスコアを計算しているためです。図のように上側が5%空いているわけですから、正規分布表では両側面積で90%に相当するZスコアを求めているためです。

正規分布の確率密度関数(dnorm())を用いて下側(-Inf)から求められた1.6448536まで積分すると値が一致していることがわかります。

```
1 integrate(dnorm, -Inf, 1.644854)
```

```
## 0.95 with absolute error < 8.6e-08
```

± 1.6448536 の範囲を積分すると正規分布表の値を倍にした値とほぼ一致していることもわかります。

```
1 integrate(dnorm, -1.644854, 1.644854)
```

```
## 0.9000001 with absolute error < 7.4e-14
```

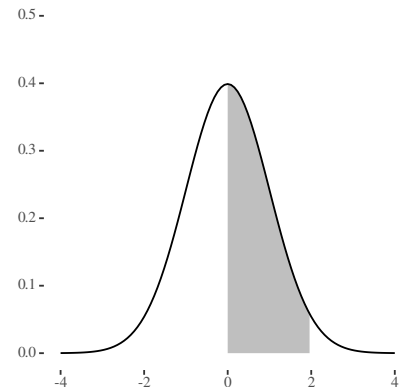


Figure 1: 正規分布表で求められる面積

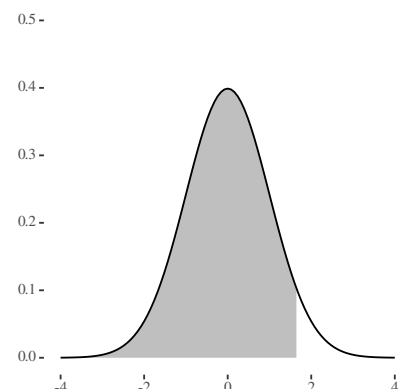


Figure 2: 'qnorm()'関数が求めている面積

qnorm() 関数で正規分布表と同じ計算を行うためには両側で 95%、つまり、片側面積が $\frac{1-0.95}{2} = 0.025$ となる上側 (Inf) から Z スコアを求める必要があります。

```
1 qnorm((1 - 0.95) / 2, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.959964
```

同様に 90% であれば

```
1 qnorm((1 - 0.90) / 2, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.644854
```

68.3% であれば

```
1 qnorm((1 - 0.683) / 2, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 1.000642
```

となります。

一方、pnorm() 関数は Z スコアから正規分布の面積を求める関数で qnorm() と同様の考え方で計算しますので、Z スコアが 1.0, 1.65, 1.96 の場合、その上側の片側面積は

```
1 pnorm(c(1.00, 1.65, 1.96), lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 0.15865525 0.04947147 0.02499790
```

となります。両側面積は片側の 50% から上記を引いたものを倍にすれば良いことがわかります。

```
1 (pnorm(0) - pnorm(c(1.00, 1.65, 1.96), lower.tail = FALSE)) * 2
```

```
## [1] 0.6826895 0.9010571 0.9500042
```

まとめ

qnorm() 関数を用いる場合は正規分布表とは逆に上限 (Inf) 側からの値を指定、pnorm() 関数を用いる場合は求められた値を 0.5 から引いたものを 2 倍することで、正規分布表と同等の値を得ることができます。

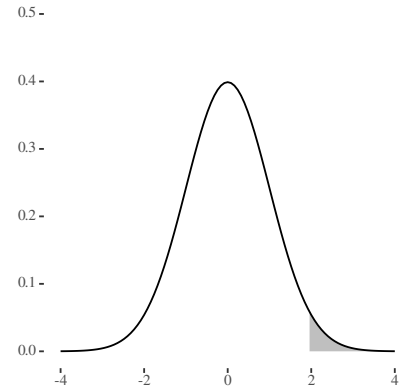


Figure 3: 上側 2.5% の面積を指定した場合

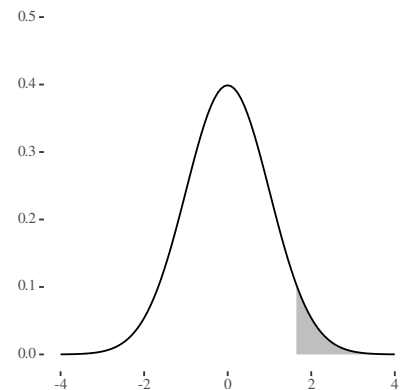


Figure 4: 上側 5% の面積を指定した場合

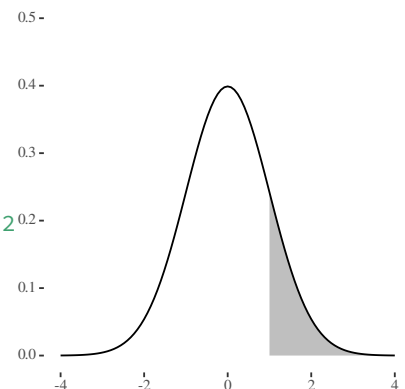


Figure 5: 上側 15.85% の面積を指定した場合

問題

`pnorm()` 関数を用いて正規分布表を作成しなさい。

	X0.00	X0.01	X0.02	X0.03	X0.04	X0.05	X0.06	X0.07	X0.08	X0.09
0.1	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.2	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.3	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.4	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.5	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.6	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.7	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.8	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.9	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
1	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.1	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.2	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.3	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.4	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.5	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.6	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.7	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.8	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.9	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
2	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.1	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.2	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.3	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.4	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.5	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.6	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.7	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.8	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.9	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
3	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.1	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

enjoy!