ΑΝΑΦΟΡΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Αλευράκης Δημήτριος	2017030001
Αμπλιανίτης Κωνσταντίνος	2017030014
Ζαχαριάδης Μάνος	2017030152

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο δεύτερο εργαστήριο του μαθήματος επεξεργαστήκαμε τον μετασχηματισμό Z και τις ιδιότητες του. Αφού μας δόθηκε ένα αιτιατό, γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο σύστημα μας ζητήθηκε να βρούμε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος, να εντοπίσουμε τα μηδενικά και τους πόλους του αλλά και να εξετάσουμε την ευστάθεια του συστήματος αυτού. Αφού πειραματηστήκαμε λίγο με την συνάρτηση freqz και την προσθήκη επιπλέον πόλων στην συνάρτηση μεταφοράς μας περάσαμε στην άσκηση 2. Εκεί, αναλύσαμε σε απλά κλάσματα μία άλλη συνάρτηση μεταφοράς και βρήκαμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Z της.

ΆΣΚΗΣΗ 1

A) Έχουμε ότι:

$$G1(z)=\frac{k(z)}{x(z)}=\frac{0{,}9*z^{-1}*k(z)+0{,}2*x(z)}{x(z)}=\frac{0{,}9*z^{-1}*k(z)}{x(z)}+0{,}2=0.9*z^{-1}*G1(z)+0{,}2$$

$$\Rightarrow G1(z)-0.9*z^{-1}*G1(z)=0{,}2\Leftrightarrow G1(z)=\frac{0{,}2}{1-0{,}9*z^{-1}}=\frac{0{,}2*z}{z-0{,}9}$$

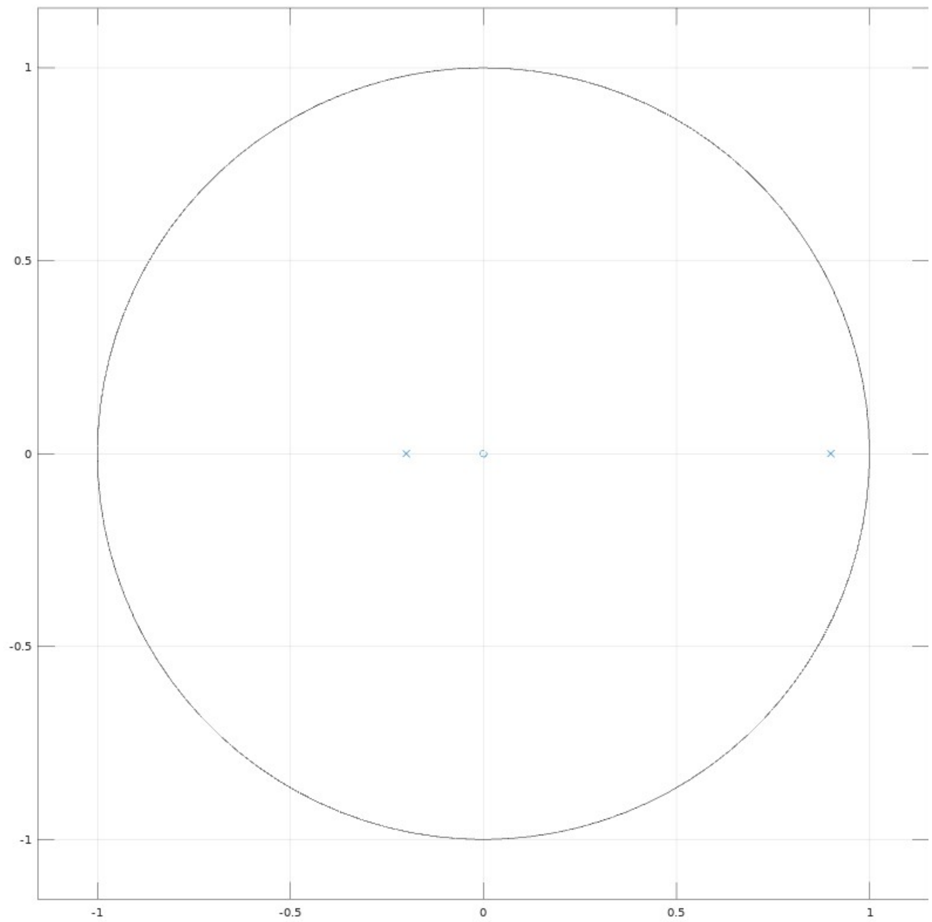
Άρα, έχουμε συνάρτησημεταφοράς:

$$H(z)=G1(z)*G2(z)=\frac{0{,}2*z}{z-0{,}9}*\frac{1}{z+0{,}2}=\frac{0{,}2*z}{(z-0{,}9)(z+0{,}2)}$$

και ισχύει ότι:

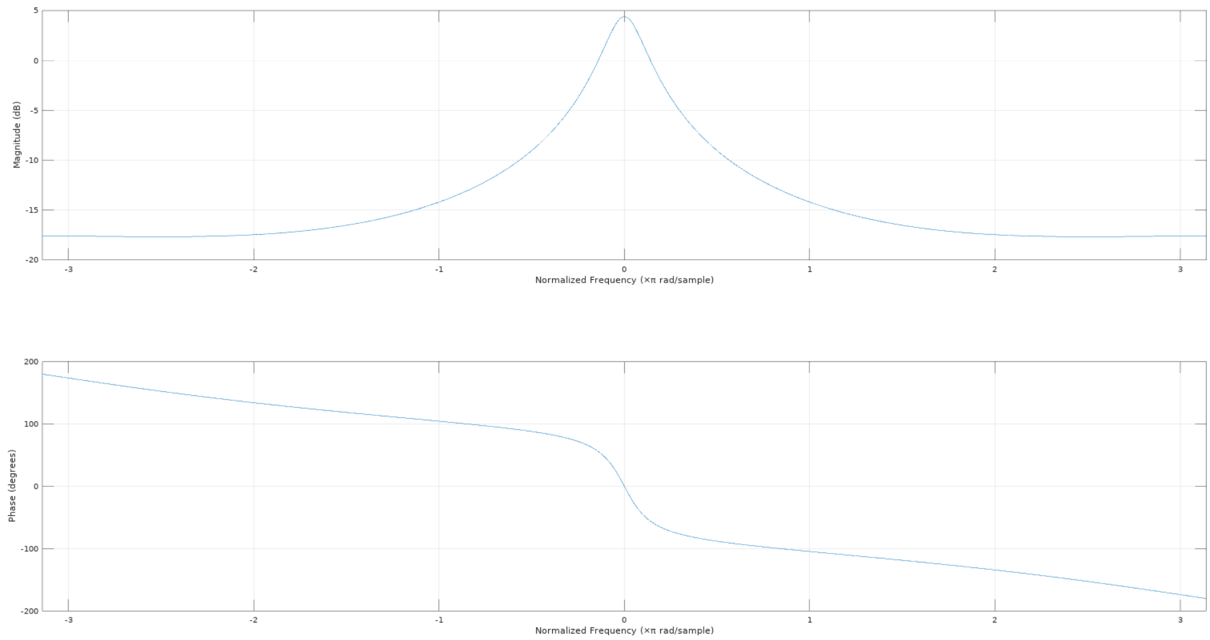
$$H(z)=\frac{0{,}2*z}{z^2-0{,}7*z-0{,}18}$$

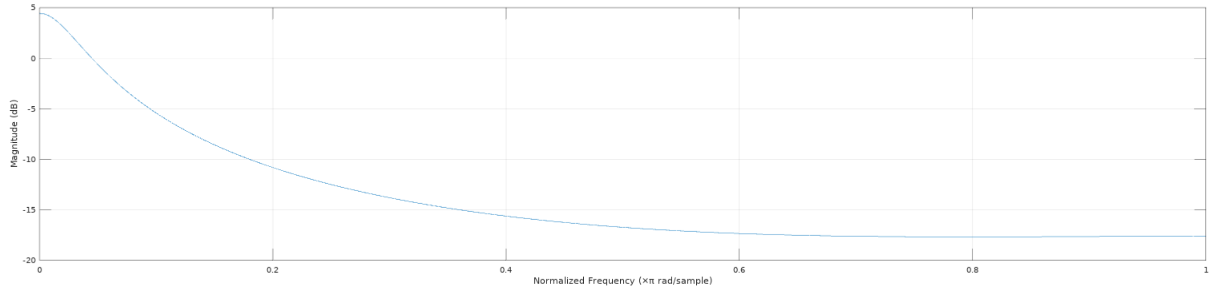
B) Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις tf και zplane του Matlab σχεδιάζουμε το παρακάτω διάγραμμα πόλων-μηδενικών. Σημαντικό είναι στην εξίσωση tf τα διανύσματα του αριθμητή-παρονομαστή να είναι ίδιων διαστάσεων ώστε να προκύψει η επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς.

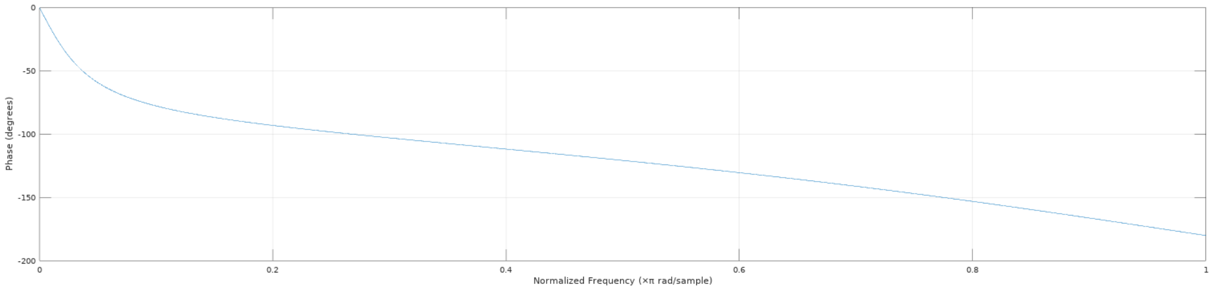


C) Παρατηρώντας το παραπάνω διάγραμμα και με γνώση ότι το σύστημα μας είναι αιτιατό μπορούμε με βεβαιότητα να πούμε ότι το σύστημα είναι και ευσταθές αφού το ROC περιλαμβάνει τον μοναδιαίο κύκλο. Πιο συγκεκριμένα, βλέπουμε ότι και οι δύο πόλοι του, βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου.

D)



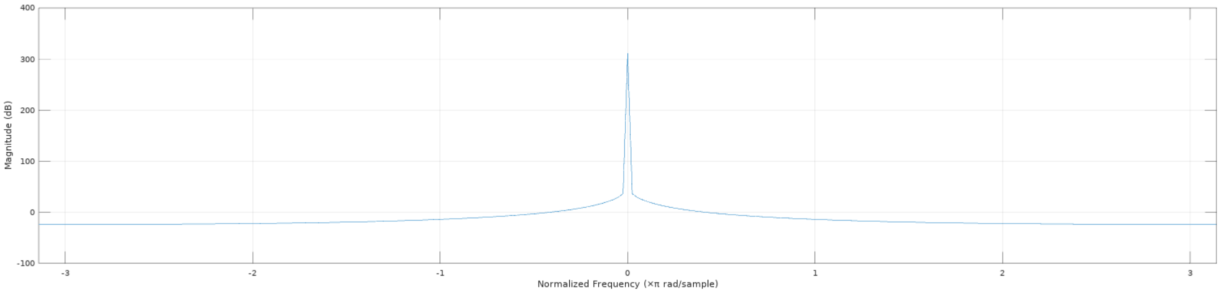


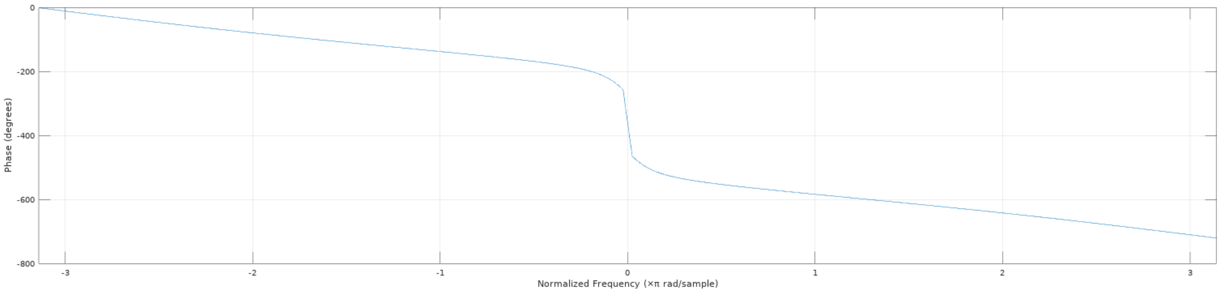


Στις δύο παραπάνω φωτογραφίες απεικονίζεται η απόκριση συχνότητας του συστήματος. Αφενός στην πρώτη φωτογραφία παρουσιάζεται η απόκριση συχνότητας με τη χρήση του διαστήματος απεικόνισης [-π,π] ως τρίτο όρισμα στην συνάρτηση freqz. Αφ' ετέρου, εφόσον παρατηρούμε την συμμετρία της απεικόνισης του πλάτους και την αντίθετη συμμετρία της φάσης ως προς τον άξονα y μπορούμε να μην τοποθετήσουμε τρίτο όρισμα στην συνάρτηση freqz, αφού υπάρχει όλη η απαραίτητη πληροφορία στην ημιπερίοδο του σήματος όπως φαίνεται και στη δεύτερη φωτογραφία.

Για το δεύτερο σκέλος της ερώτησης, αφού πειραματιστήκαμε, παρατηρήσαμε ότι τα μηδενικά γενικά τείνουν να κατεβάζουν το πλάτος προς το μηδέν ενώ οι πόλοι τείνουν να ανεβάζουν το πλάτος πρός μεγάλες συχνότητες (μεγάλο ρόλο παίζει πόσο κοντά βρίσκεται ο πόλος η το μηδενικό στον φανταστικό άξονα). Σε θέμα φάσης, η φάση αλλάζει είτε προσθέσουμε μηδενικό είτε προσθέσουμε πόλο μιας και η φάση είναι το άθροισμα όλων των φάσεων που οφείλονται στα μηδενικά, μείον το άθροισα όλων των φάσεων που οφείλεται στους πόλους. Συνεπώς η φάση μειώνεται κάθε φορά που προσθέτουμε πόλους, ενώ αυξάνεται κάθε φορά που προσθέτουμε μηδενικά.

Ε) Για να προσθέσουμε έναν επιπλέον πόλο στο σύστημα μας, πολλαπλασιάσαμε τον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς με τον όρο (z-1) μια και θέλαμε ο νέος πόλος να είναι στο z=1. Έτσι προκύπτει: $H(z)=\frac{0,2*z}{(z-0,9)(z+0,2)(z-1)}$. Σχεδιάζοντας ξανά την απόκριση συχνότητας του συστήματος παρατηρούμε ότι το πλάτος αυξάνεται απότομα γύρω από το μηδέν και η φάση μειώνεται αισθητά. Από ότι καταλαβαίνουμε με την προσθήκη του νέου πόλου το σύστημα παύει να είναι ευσταθές και για να το παρατηρήσουμε χρειαζόμαστε ολόκληρη την απεικόνιση του.





ΆΣΚΗΣΗ 2

Μας δίνεται η εξής συνάρτηση μεταφοράς $H(z)=\frac{4-3,5\cdot z^{-1}}{1-2,5\cdot z^{-1}+z^{-2}},|z|>2$

A) Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση residuez γίνεται το partial fraction decomposition (ανάλυση σε απλά κλάσματα) της δοθείσας συνάρτησης μεταφοράς. Η residuez παίρνει ως ορίσματα τους συντελεστές του πολυωνύμου του αριθμητή και του παρονομαστή κατά αύξουσα σειρά του z -1 .Επιστρέφει τα διανύσματα residues και poles τα οποία χρησιμοποιούμε για να συνθέσουμε την παραπάνω συνάρτηση μεταφοράς.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση: residues = [3, 1] και poles = [2, 0.5]
Άρα προκύπτουν οι συναρτήσεις H1(z) και H2(z):

$$H1(z)=\frac{3}{1-2z^{-1}} \, και \, H2(z)=\frac{1}{1-0.5z^{-1}},|z|>2$$

Έτσι, μέσω του αθροίσματος της H1(z) και H2(z) καταλήγουμε στην τελική συνάρτηση H(z) όπως φαίνεται παρακάτω.

```
Discrete-time transfer function.

H(z)=
       7
     --- - 4
     2 z
- -----------
   1    5
  -- - --- + 1
   2   2 z
  z

=
    3        1
- ----- - -------
  2        1
  - - 1   --- - 1
  z       2 z
```

Παρατηρούμε ότι το σύστημα δεν είναι ευσταθές καθώς | z |>2 άρα ROC>2 συνεπώς, ο μοναδιαίος κύκλος δεν βρίσκεται στην περιοχή σύγκλισης.

B)

Υπολογίζουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό z:

$$H(z)=\frac{3}{1-2\cdot z^{-1}}+\frac{1}{1-0.5\cdot z^{-1}} \Leftrightarrow (3\cdot 2^{n}+\frac{1}{2}^{n})\cdot u[n], |z|>2$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνουμε πως η συνάρτηση είναι δεξιόπλευρη.

Το αποτέλεσμα αυτό επιβεβαιώνεται από την συνάρτηση iztrans της matlab όπως φαίνεται και στην φωτογραφία.

```
Inverse of Z-Transform

ans =

3*2^n + (1/2)^n

fx >>
```