ΑΝΑΦΟΡΑ ΠΡΩΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

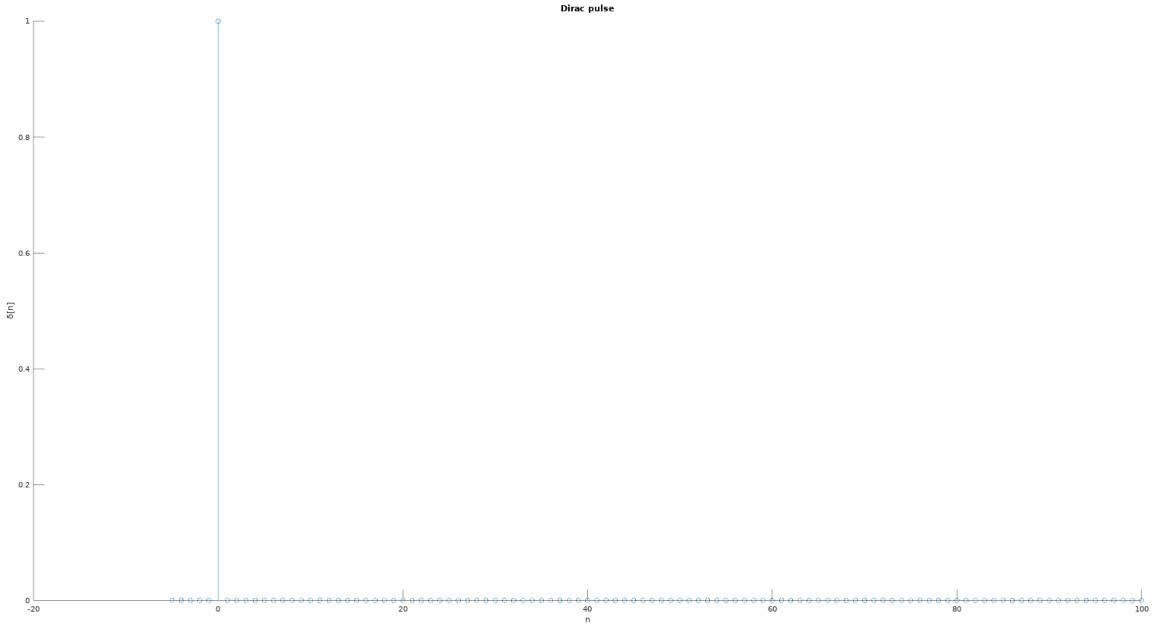
Αλευράκης Δημήτριος	2017030001
Αμπλιανίτης Κωνσταντίνος	2017030014
Ζαχαριάδης Μάνος	2017030152

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

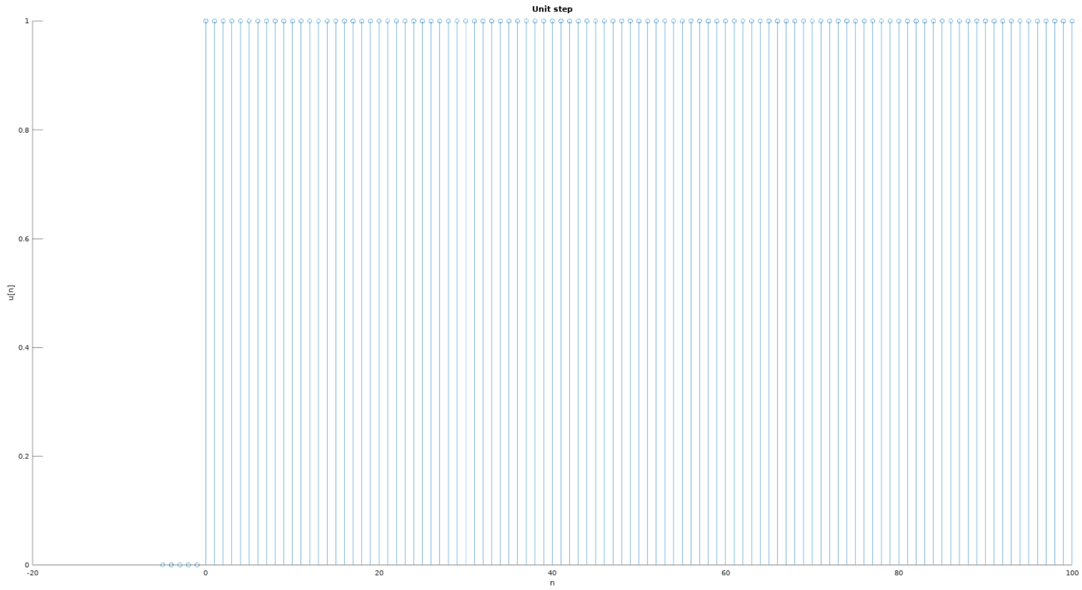
Για την πραγματοποίηση της πρώτης εργαστηριακής άσκησης, απαραίτητη ήταν η γνώση χειρισμού της γλώσσας Matlab καθώς και θεωριτηκές γνώσεις πάνω στις πράξεις συνέλιξης και πολλαπλασιασμού σημάτων. Επίσης, χρειάστηκε να γνωρίζουμε το θεώρημα μετασχηματισμού Fourier αλλά και το θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist. Σκοπός της άσκησης, ήταν η δημιουργία και επεξεργασία σημάτων διακριτού και συνεχούς χρόνου.

ΑΣΚΗΣΗ 1

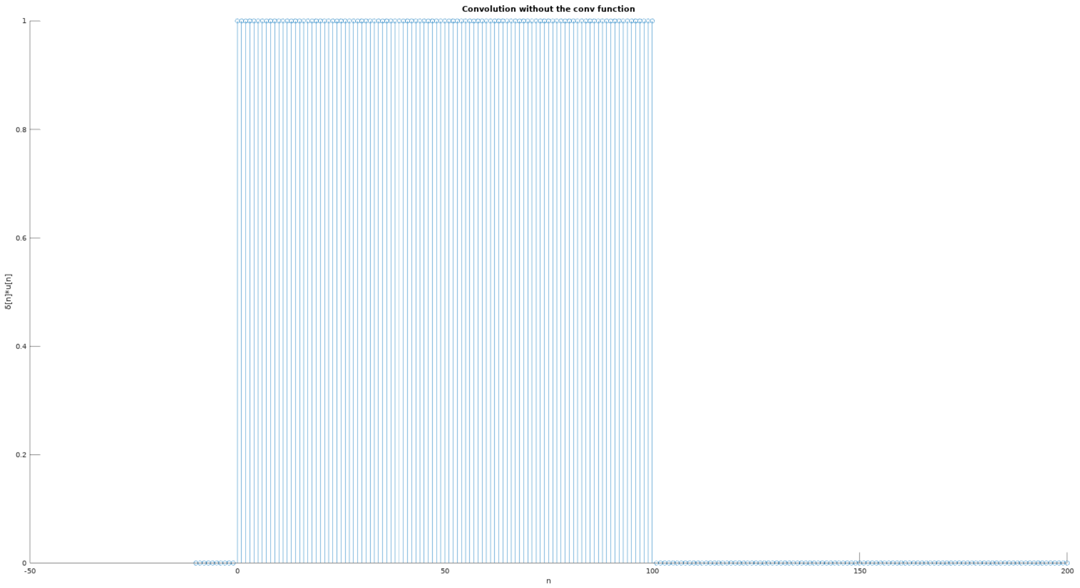
A. Στο πρώτο ερώτημα ζητήθηκε να γίνει επιλογή δύο σημάτων από εμάς τα οποία έπρεπε να συνελίξουμε με δύο τρόπους, χρησιμοποιώντας τον θεωριτικό ορισμό της συνέλιξης και στη συνέχεια να επιβεβαιώσουμε το αποτέλεσμα μεσω της συνάρτησης conv του Matlab. Τα σήματα που επιλέξαμε είναι ο παλμός του Dirac (δ[n]) και η βηματική συνάρτηση (u[n]). Επιλέξαμε αυτά τα σήματα σκεπτόμενοι ότι οποιαδήποτε συνέλιξη με τον παλμό Dirac μας επιστρέφει το ίδιο το σήμα και έτσι ξέραμε τι να περιμένουμε ως αποτέλσμα της συνέλιξης.



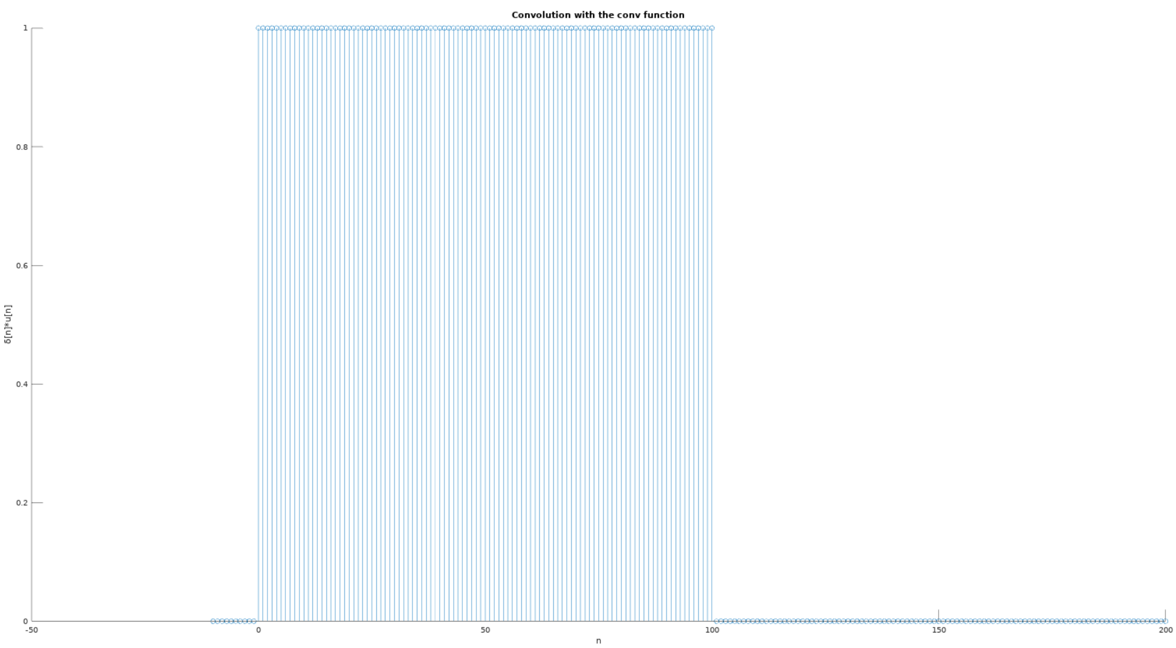
Dirac pulse
δ[n]
n



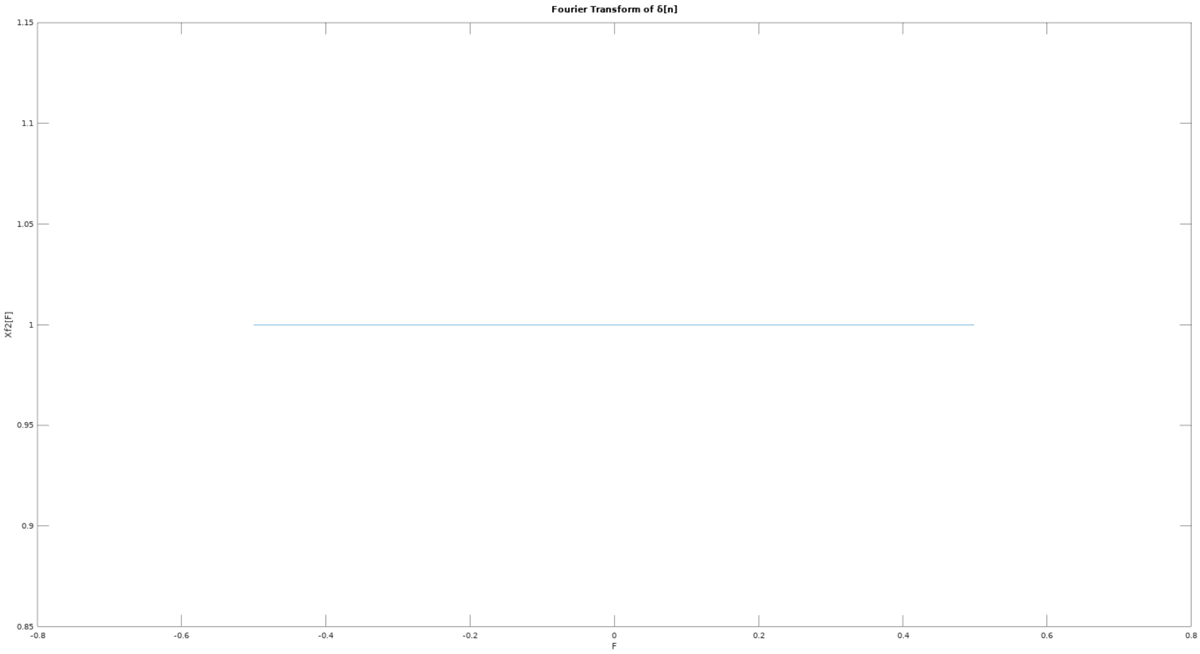
Unit step
u[n]
n

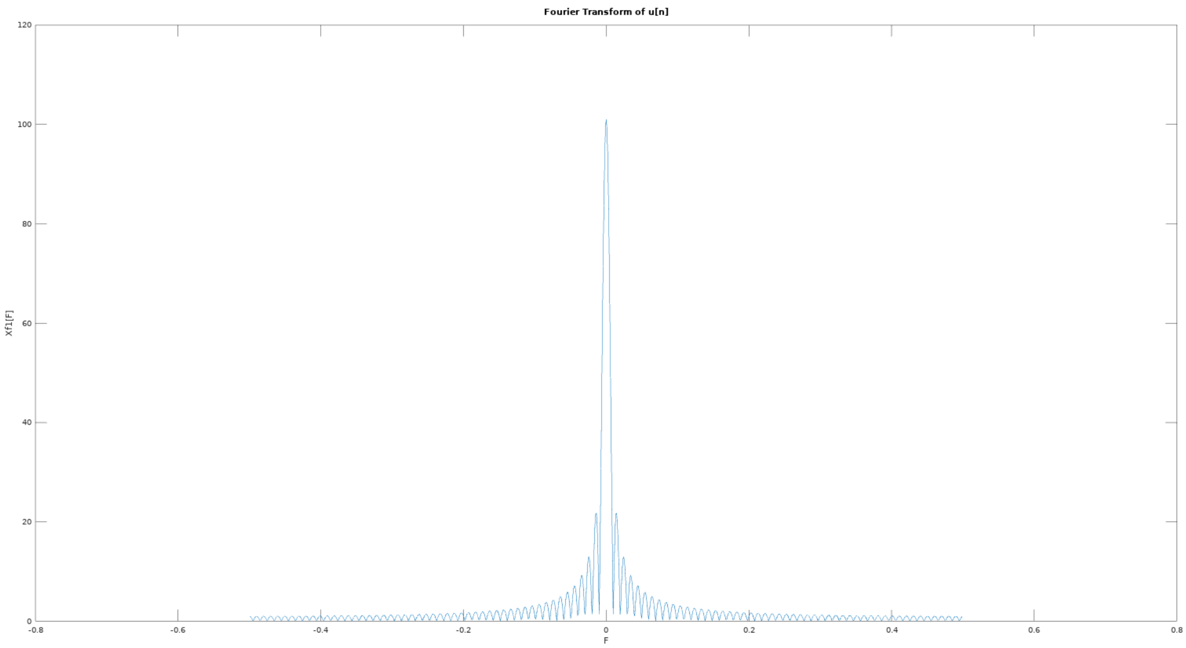


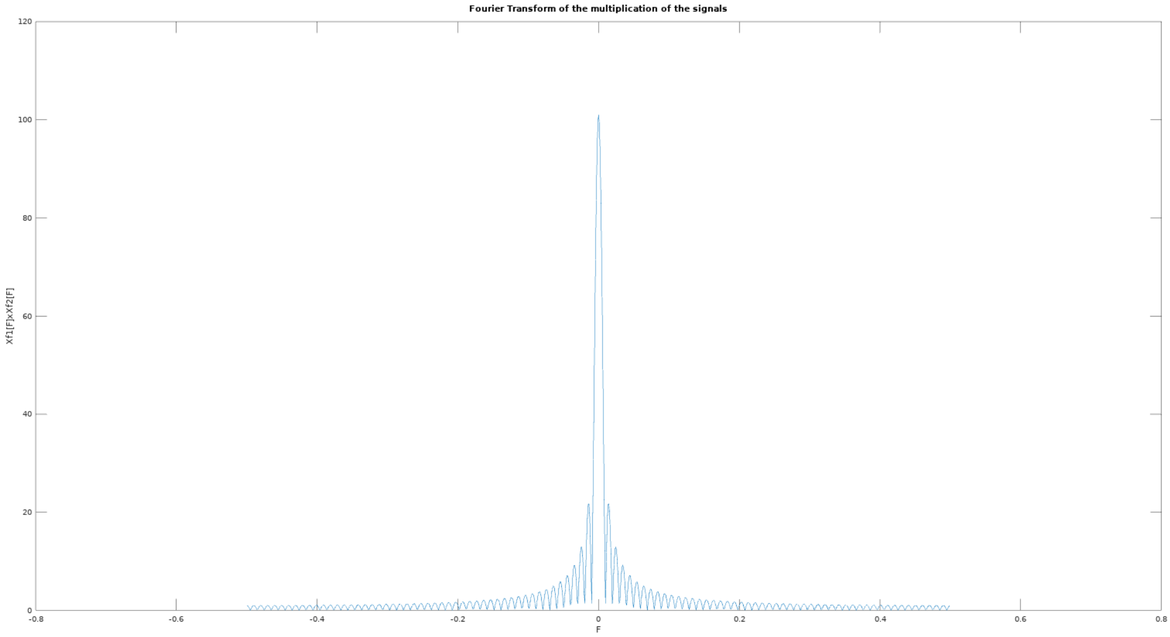
Έτσι, γνωρίζοντας τι περιμένουμε ως έξοδο από την συνέλιξη των σημάτων, παρατηρούμε ότι η συνέλιξη με τον θεωρητικό τύπο παράγει το ίδιο αποτέλεσμα με αυτό που προκύπτει από την συνάρτηση του conv, όπως βλέπουμε και παρακάτω, που είναι και το αναμενόμενο.

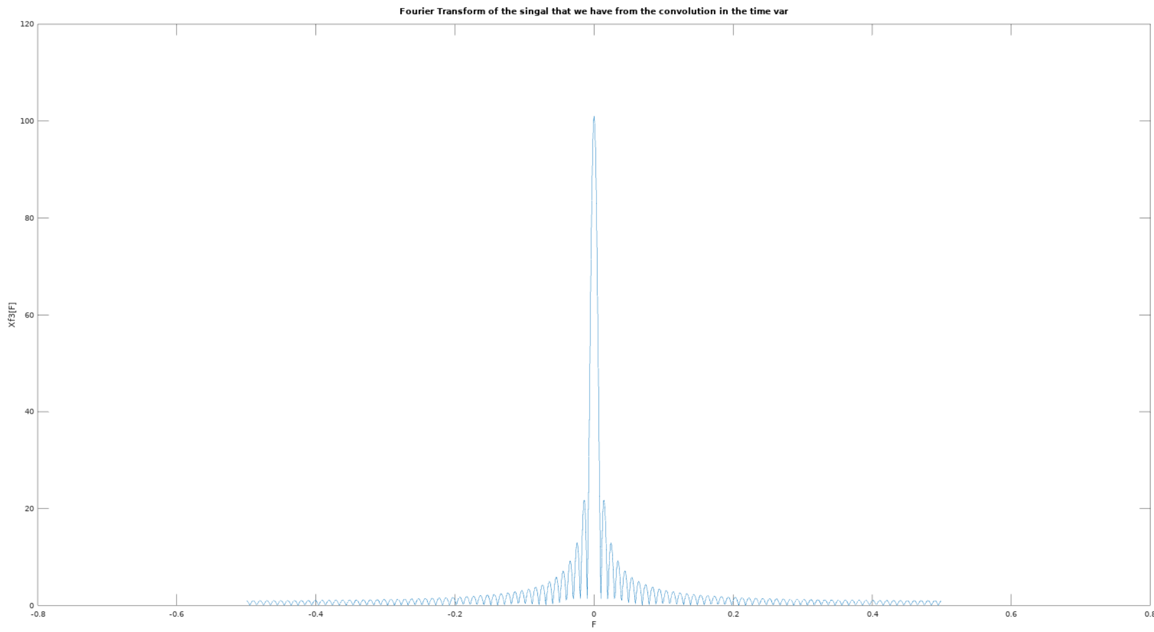


B) Στόχος του δεύτερου ερωτήματος ήταν η απόδειξη της ιδιότητας ότι συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου ισοδυναμεί με πολλαπλασιασμό στο πεδίο της συχνότητας. Για να το καταφέρουμε αυτό μετασχηματίσαμε στο πεδίο της συχνότητας τα δύο σήματα ξεχωριστά. Αυτό έγινε χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις ftt και fftshift του Matlab. Έπειτα, πήραμε την συνέλιξη των δύο στο χρόνο, την μετασχηματίσαμε στο πεδίο των συχνοτήτων και την συγκρίναμε διαγραμματικά με το γινόμενο των ξεχωριστών μετασχηματισμών τους.


Fourier Transform of δ[n]
Xf2[F]
F


Fourier Transform of u[n]
Xf1[F]
F



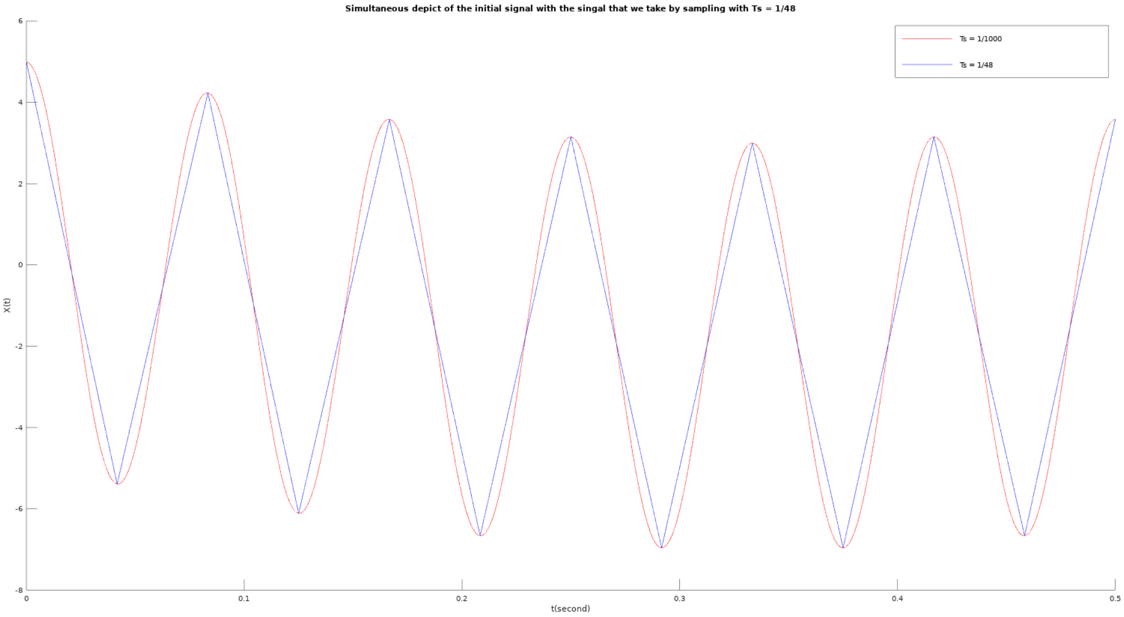


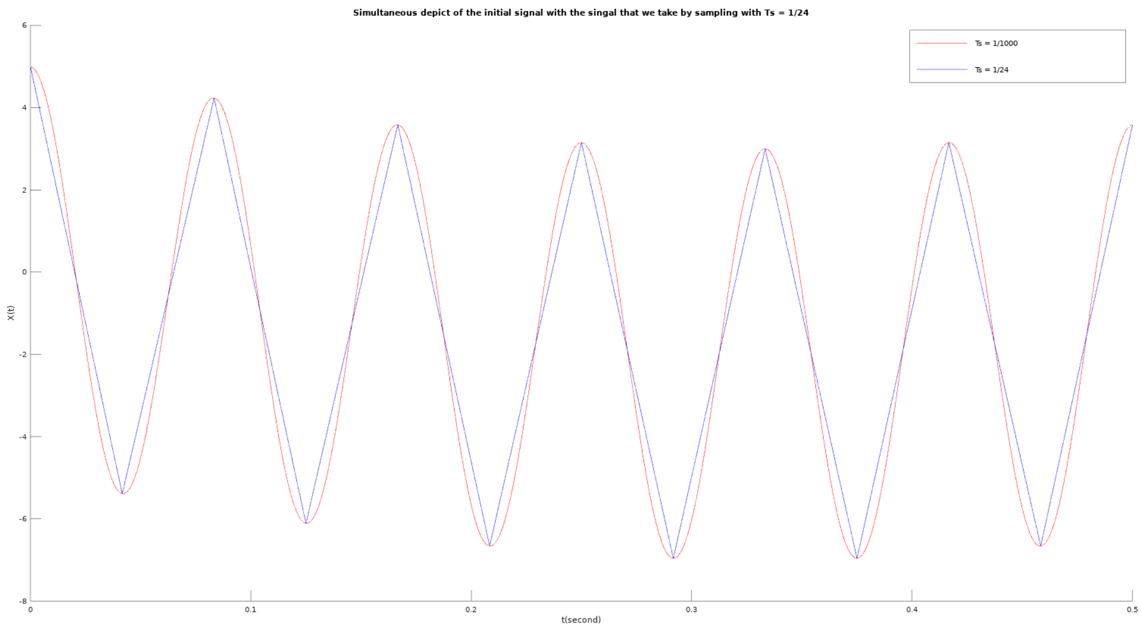
Όπως παρατηρούμε από τα σχήματα που προκύπτουν από το γινόμενο των μετασχηματισμένων σημάτων και από τον μετασχηματισμό της συνέλιξης στο πεδίο των συχνοτήτων, οπότε η ιδιότητα επαληθεύεται.

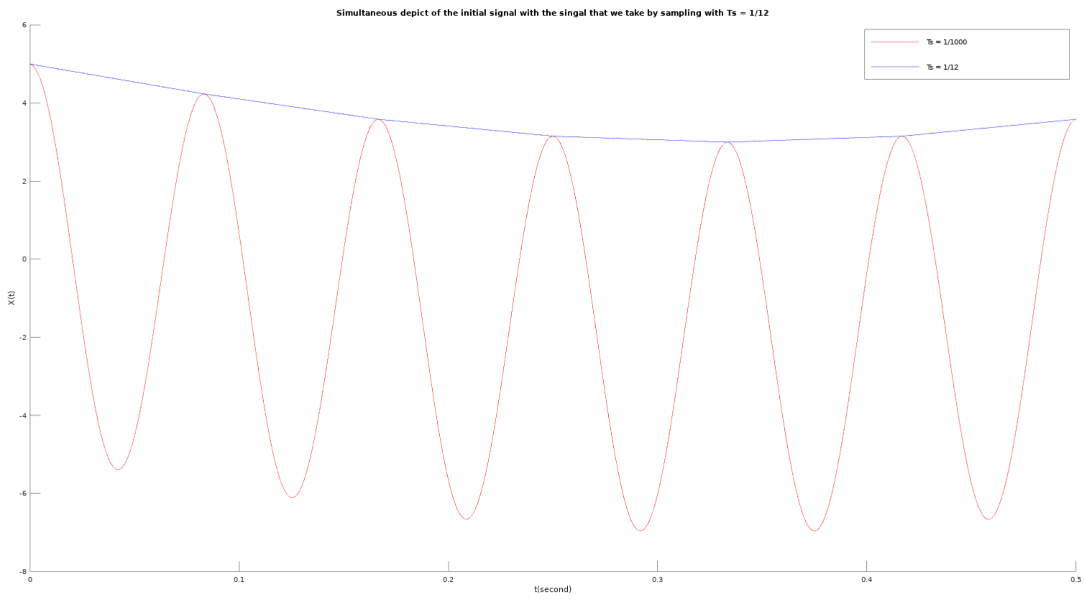
ΑΣΚΗΣΗ 2

Βασικός σκοπός της άσκησης ήταν να πειραματιστούμε με τις περιόδους δειγματοληψίας ώστε να δούμε πότε μπορεί να επιτευχθεί ανακατασκευή σήματος ανάλογα με την τιμή της περιόδου δειγματοληψίας. Η διαδικασία δειγματοληψίας έγινε πάνω στο δοσμένο σήμα x(t)=5cos(24πt)-2sin(1.5πt) κατά την χρονική περίοδο 0<t<0.5 second. Δεδομένου ότι τα σήματα ορίζονται ώς

$A\cos(2\pi ft+\varphi)$, $A\sin(2\pi ft+\varphi)$ έχουμε: f_1= 12Hz και f_2= ¾ Hz. Για να βρούμε την συχνότητα Nyquist πρέπει, $fs \geqslant 2Fmax \Rightarrow fs = 2Fmax \Leftrightarrow fs = 2 * 12 = 24Hz$.H Fmax ισούται με 12 αφού είναι μεγαλύτερο του ¾. Από τις τρείς τιμές του Ts που δόθηκαν από την εκφώνηση, η α) και οριακά η β) είναι εκείνες που πληρούν τη συνθήκη δειγματοληψίας του Nyquist.







Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει η περίοδος δειγματοληψίας του σήματος και δεδομένου ότι

$fs = \frac{1}{Ts}$, συχνότητα δειγματοληψίας μικραίνει με αποτέλεσμα να είναι είναι μικρότερη του 2Fmax και η ανακατασκευή του σήματος να καθίσταται πλέον αδύνατη.

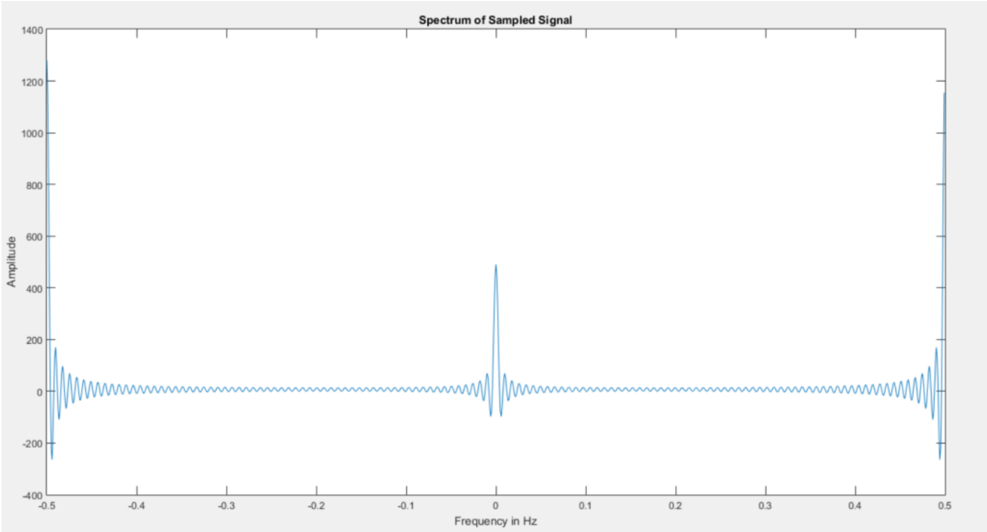
Σημειώνουμε ότι, ο μετασχηματισμός του σήματος στο πεδίο των συχνοτήτων έγινε με τον ίδιο τρόπο όπως το ερώτημα 1.

ΑΣΚΗΣΗ 3

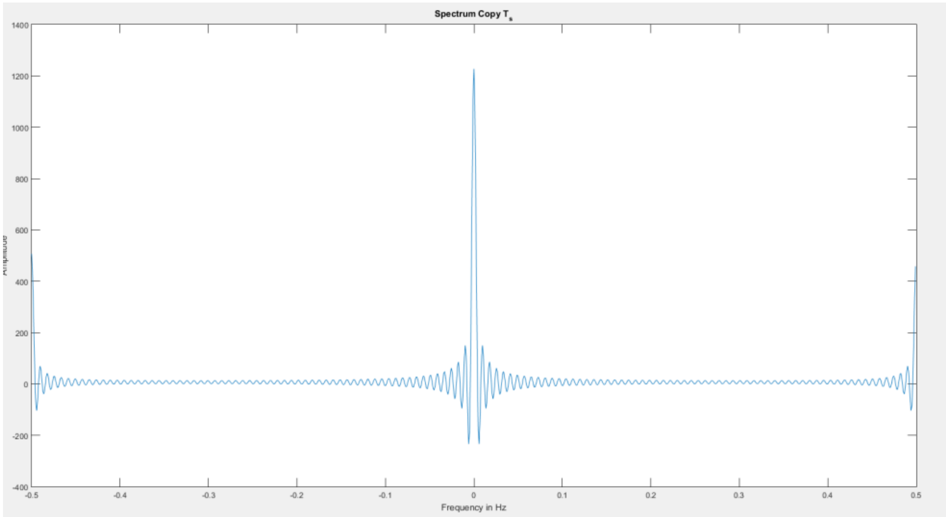
A. Το σήμα το οποίο δειγματολειπτούμε x(t)=10cos(2π*20t)-4sin(2π*40t+5).
Παρατηρούμε οτι η μέγιστη συχνότητα ημιτόνου είναι 40 Hz.
Άρα για να μην έχουμε aliasing αρκεί να δειγματοληπτήσουμε με συχνότητα μεγαλύτερη των 2*40 = 80 Hz.

Για να επιβεβαιωθεί η θεωρεία δειγματολειπτούμε στα 40 Hz και στα 240 Hz και δημιουργουμε δυο αντίγραφα (Ενα στο 0 και ενα στο T_s) και ελεγχουμε για aliasing

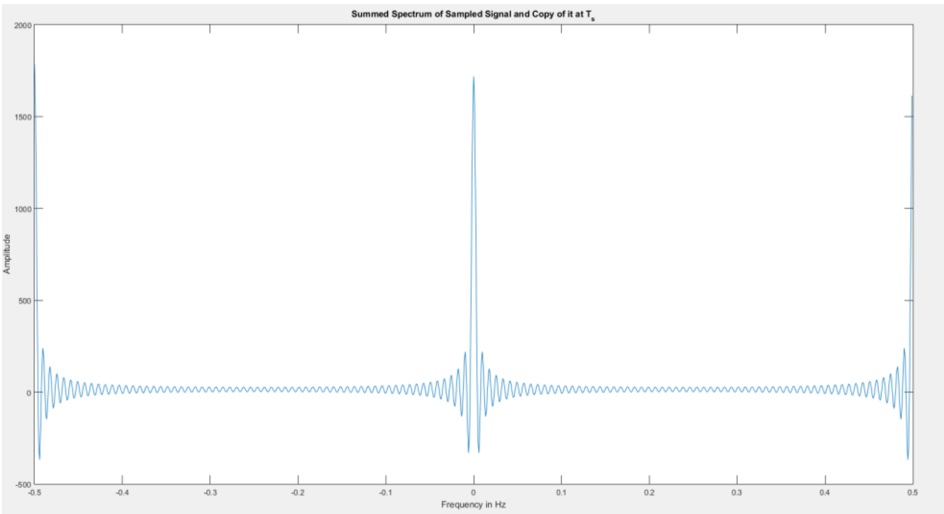
- Στα 40 Hz
  Φασμα αντιγράφου στο 0.



Φάσμα αντιγράφου στο T_s

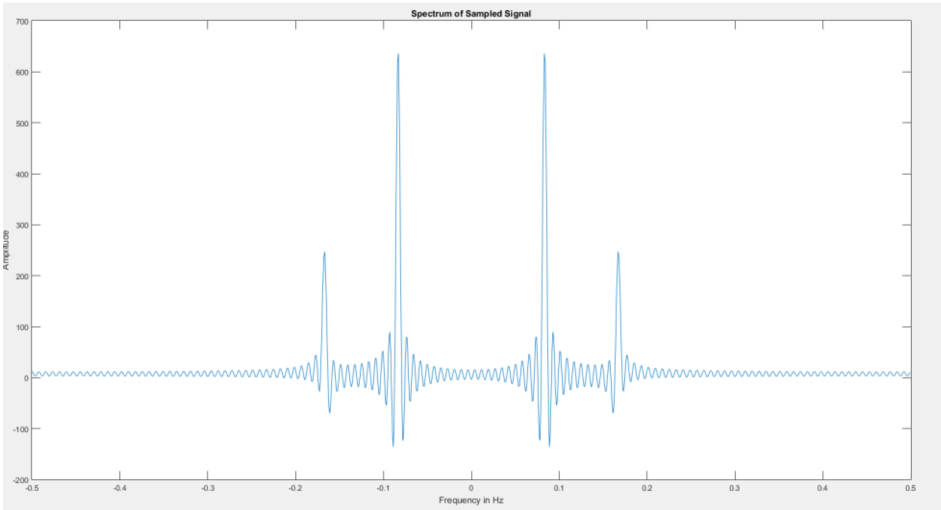


Άθροισμα αντιγράφων

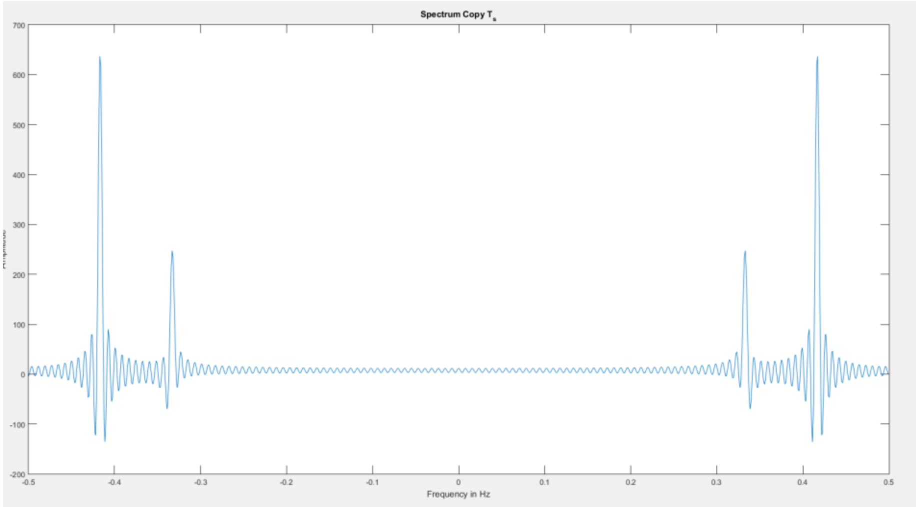


Όπως βλέπουμε τα αντίγραφα επίκαλύπτοναι και το φάσμα παραμορφόνεται επομένως υπάρχει aliasing.

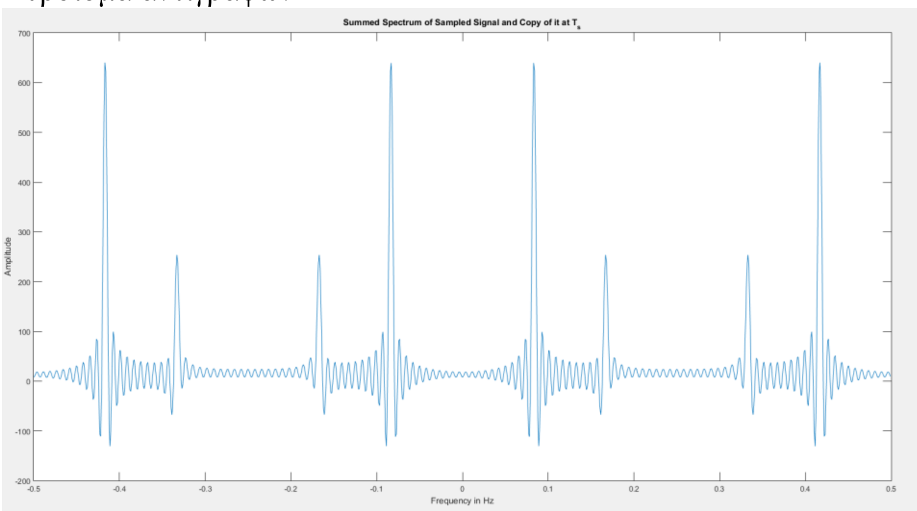
- Στα 240 Hz
  Φασμα αντιγράφου στο 0.



Φάσμα αντιγράφου στο T_s



Άθροισμα αντιγράφων

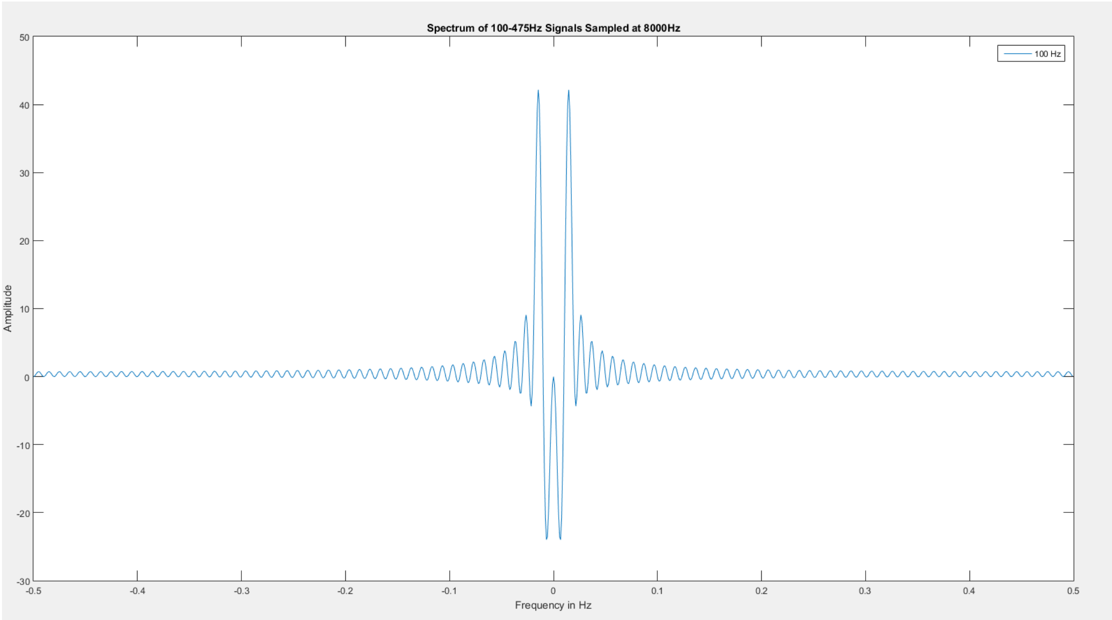


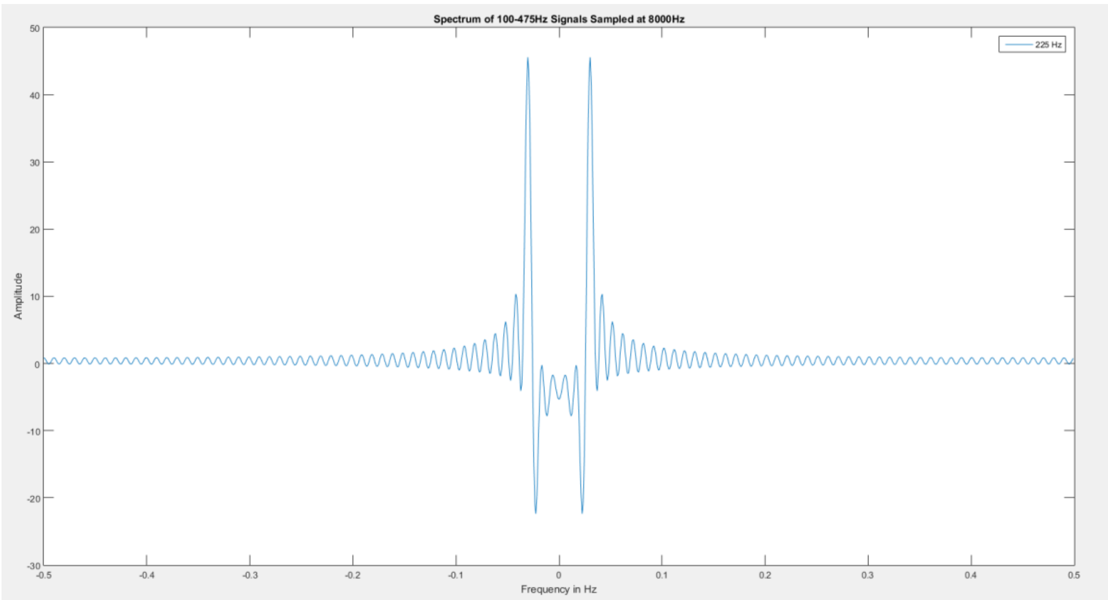
Πάρατηρούμε οτι τα φάσματα δεν επικαλύπτονται και παραμένουν και δεν παραμορφώνονται. Επομένως δεν υπάρχει aliasing.

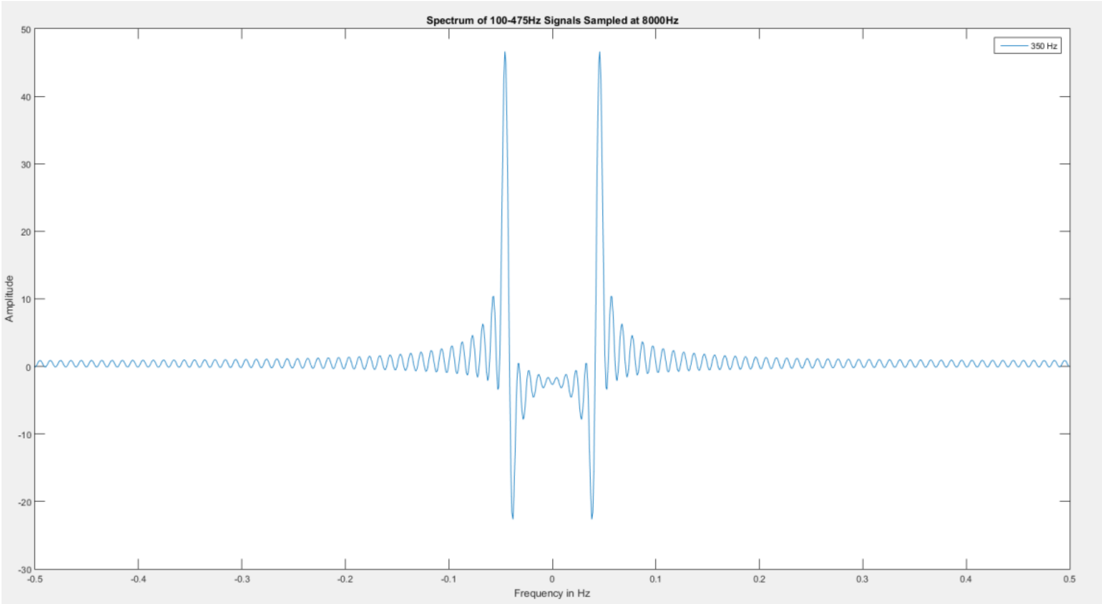
B.

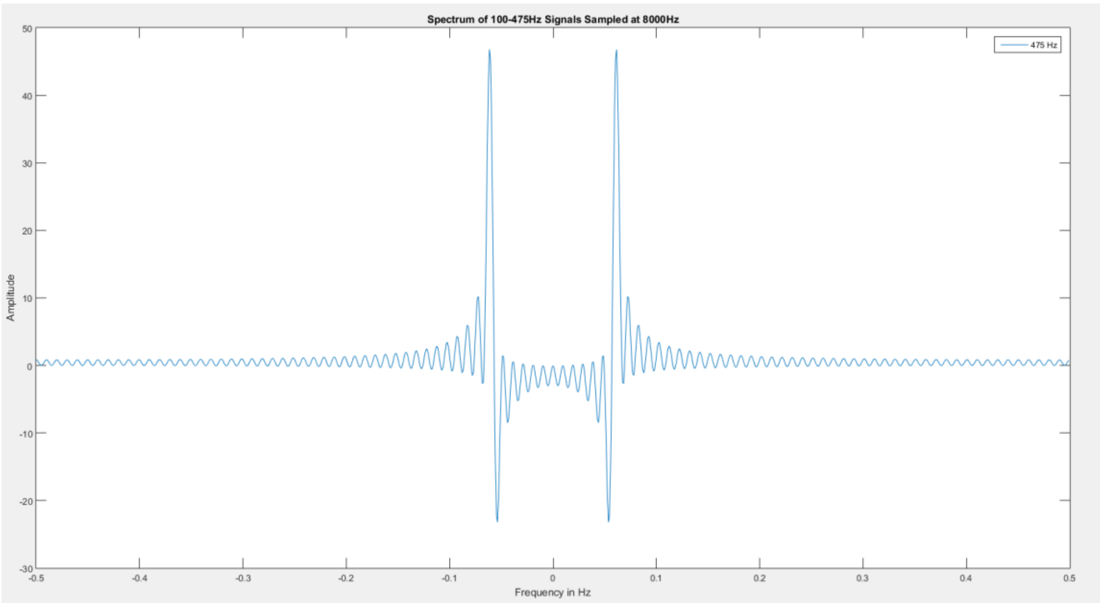
- Αρχικά οταν δειγματολειπτούμε πέρνουμε τιμές του συνέχους σήματος κατα ακέραια πολλαπλάσια μίας περιόδου.

Οπότε έχουμε: $\underline{x[n] = x(nTs) = \sin(2\pi f0nTs + \varphi) = \sin(2\pi \left(\frac{f0}{fs}\right) n + \varphi)}$


Spectrum of 100-475Hz Signals Sampled at 8000Hz
100 Hz
Amplitude
Frequency in Hz
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-0.5
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5

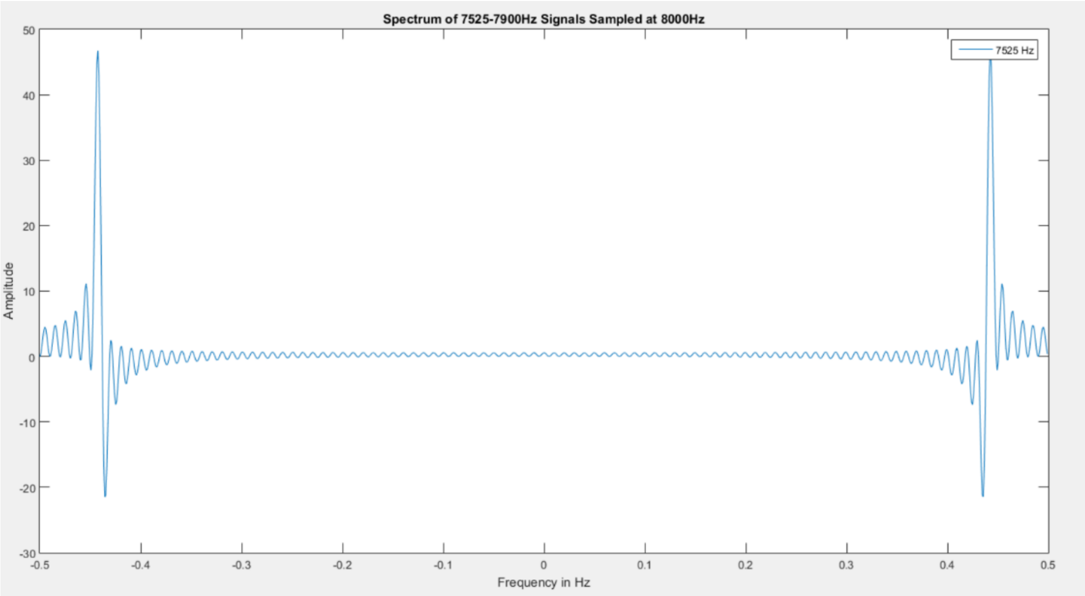

Spectrum of 100-475Hz Signals Sampled at 8000Hz
225 Hz
Amplitude
Frequency in Hz
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-0.5
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5



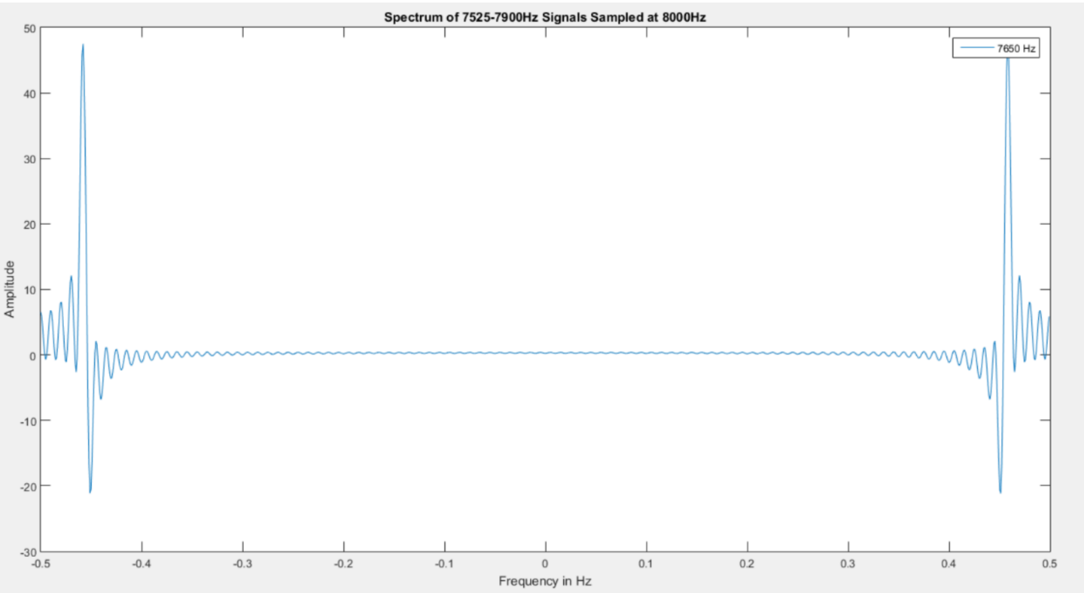


Όσο η συχνότητα του σήματος αυξάνεται και πλησίαζει το $2f_s$, αυξάνεται και το φάσμα και το Ω_N πλησιάζει το $2\Omega_s$. Μετά αρχίζει η επικάλυψη και το aliasing.

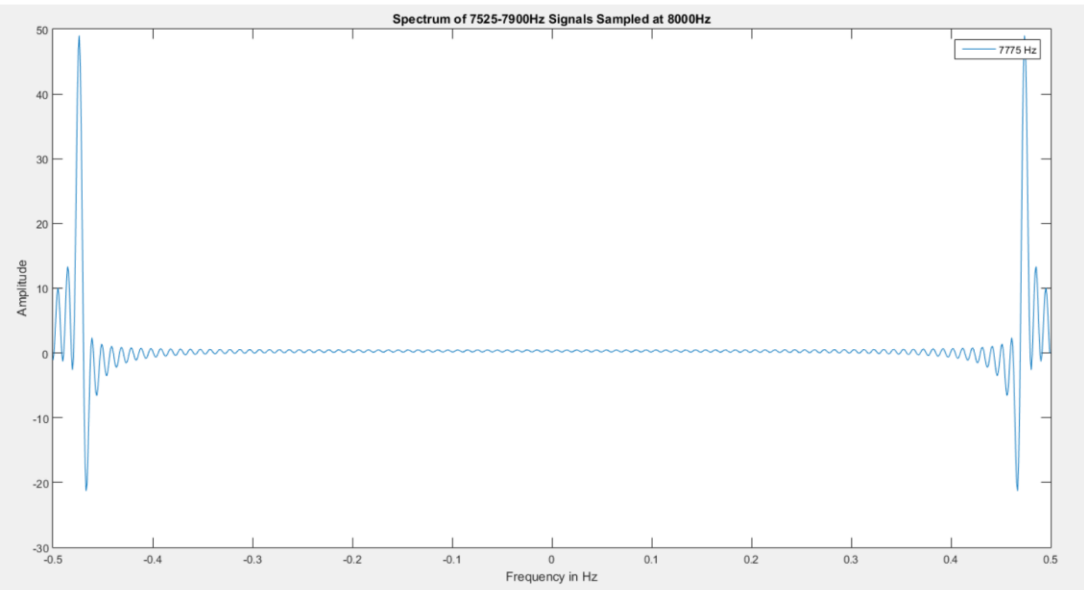
•



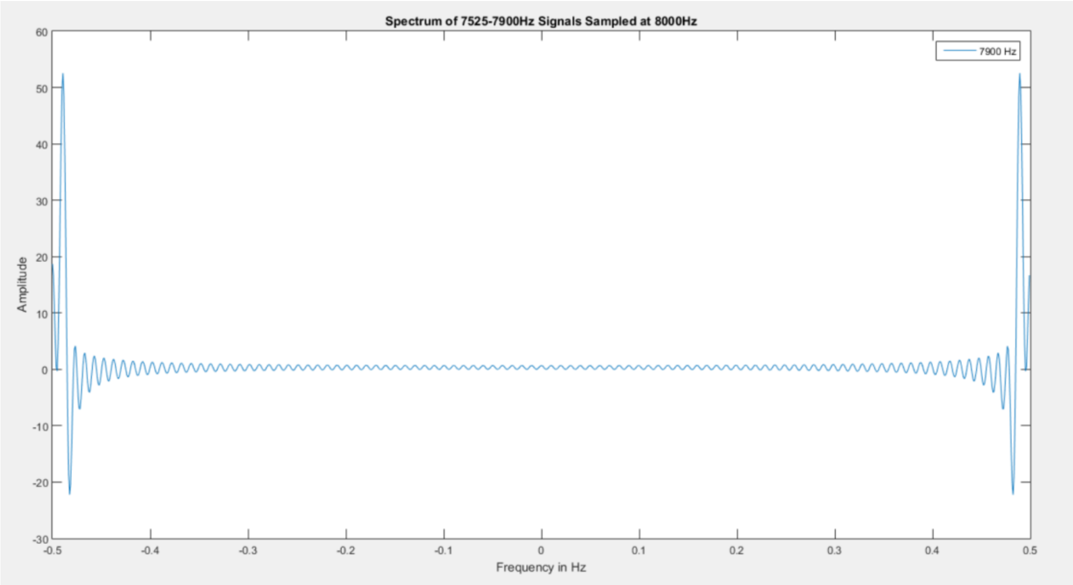
Spectrum of 7525-7900Hz Signals Sampled at 8000Hz
7525 Hz
Amplitude
Frequency in Hz



Spectrum of 7525-7900Hz Signals Sampled at 8000Hz
7650 Hz
Amplitude
Frequency in Hz



Spectrum of 7525-7900Hz Signals Sampled at 8000Hz
7775 Hz
Amplitude
Frequency in Hz



Τώρα η συχνότητα του σήματος είναι μεγαλύτερη του $2f_s$ και εχουμε aliasing και οσο μεγαλώνει η συχνότητα τόσο αυξάνεται και το φάσμα του σήματος.