

## ΑΝΑΦΟΡΑ ΤΕΤΑΡΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

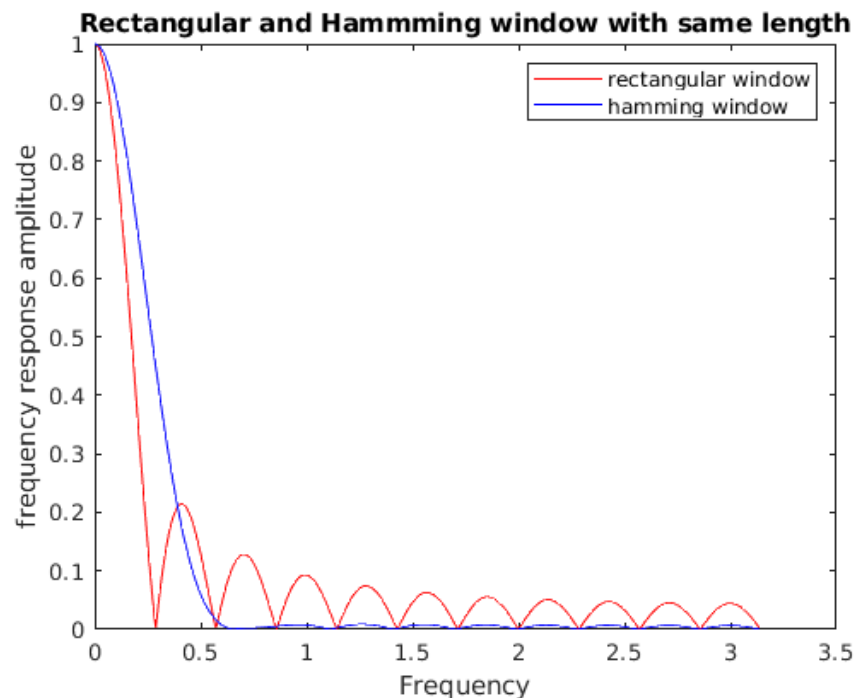
Αλευράκης Δημήτριος	2017030001
Αμπλιανίτης Κωνσταντίνος	2017030014
Ζαχαριάδης Μάνος	2017030152

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

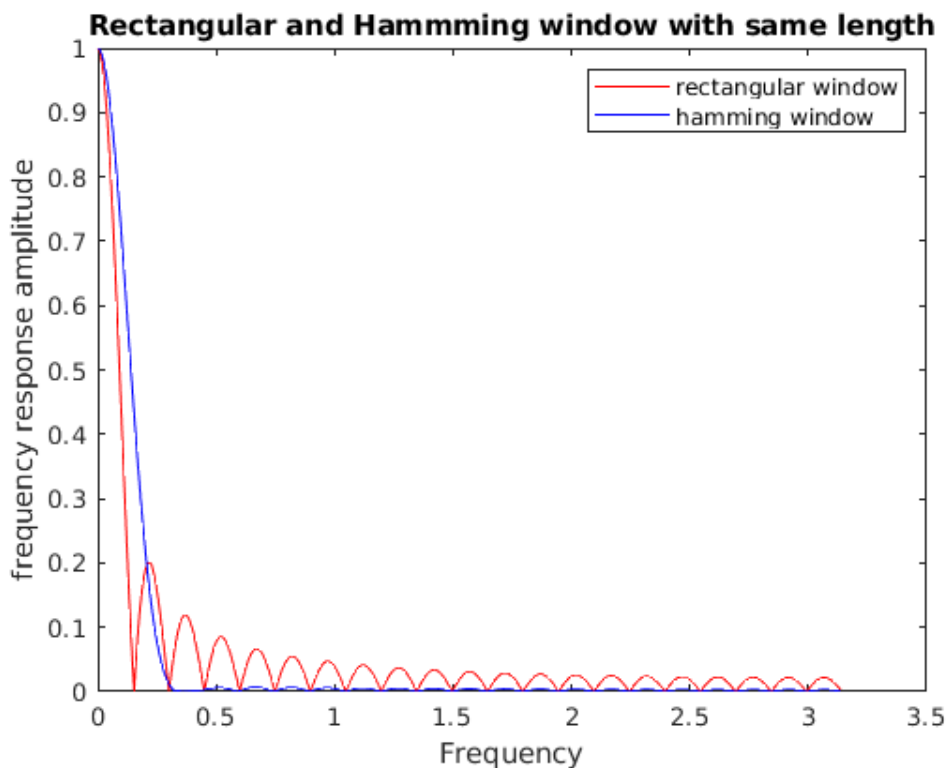
Το τέταρτο εργαστήριο του μαθήματος είχε σκοπό να μας φέρει σε επαφή με την χρήση των παραθύρων στα φίλτρα (windowing), ώστε να μετατρέπουμε IIR φίλτρα σε FIR φίλτρα. Πιο συγκεκριμένα, μέσω των ασκήσεων, αρχικά, δημιουργήσαμε Rectangular και Hamming παράθυρα και παρατηρήσαμε τις διαφορές τους, ενώ στην συνέχεια, αφού κατασκευάσαμε παράθυρα Rectangular, Hamming και Hanning διαφορετικού μήκους, είδαμε πως επηρεάζεται η έξοδος του συστήματος ανάλογα με το παράθυρο που χρησιμοποιούμε για το φιλτράρισμα του σήματος.

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Αρχικά, σχεδιάσαμε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με γωνιακή συχνότητα αποκοπής  $\Omega_c = 0.4\pi \text{ rad/s}$ ,  $F_s = 100 \text{ Hz}$  και μήκος  $N=21$ . Στην συνέχεια, χρησιμοποιήσαμε rectangular και Hamming windowing στο παραπάνω φίλτρο και εκτυπώσαμε τα αποτελέσματα που προέκυψαν στο παρακάτω διάγραμμα:



Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιώντας Hamming παράθυρο στο φίλτρο μας τα ripples που παρουσιάζονται είναι σχεδόν ανύπαρκτα σε σύγκριση με το Rectangular παράθυρο, το οποίο παρουσιάζει αρκετά μεγάλα ripples όταν εφαρμοστεί στο ίδιο φίλτρο. Το συγκεκριμένο γεγονός εξηγείται θεωρητικά, μέσω του φαινομένου Gibbs (χαρακτηριστικό του rectangular παραθύρου) όπου μας αιτιολογεί τις διακυμάνσεις που βλέπουμε λόγω της ύπαρξης των πλευρικών λοβών στην απόκριση της συχνότητας του παραθύρου. Επίσης μας δικαιολογεί το γεγονός ότι μεγαλύτερη διακύμανση έχουμε αμέσως μετά την ζώνη μετάβασης. Όσον αφορά την ζώνη μετάβασης, παρατηρούμε ότι με την επίδραση του rectangular παραθύρου στο φίλτρο, η ζώνη μετάβασης είναι αισθητά μικρότερη από αυτήν που παίρνουμε από την επίδραση του Hamming παραθύρου σε αυτό. Τέλος, ο τρόπος επιρροής του μήκους παραθύρου στο φίλτρο φαίνεται ξεκάθαρα αν εκτυπώσουμε ξανά το φίλτρο με παράθυρα μήκους  $N = 41$ .

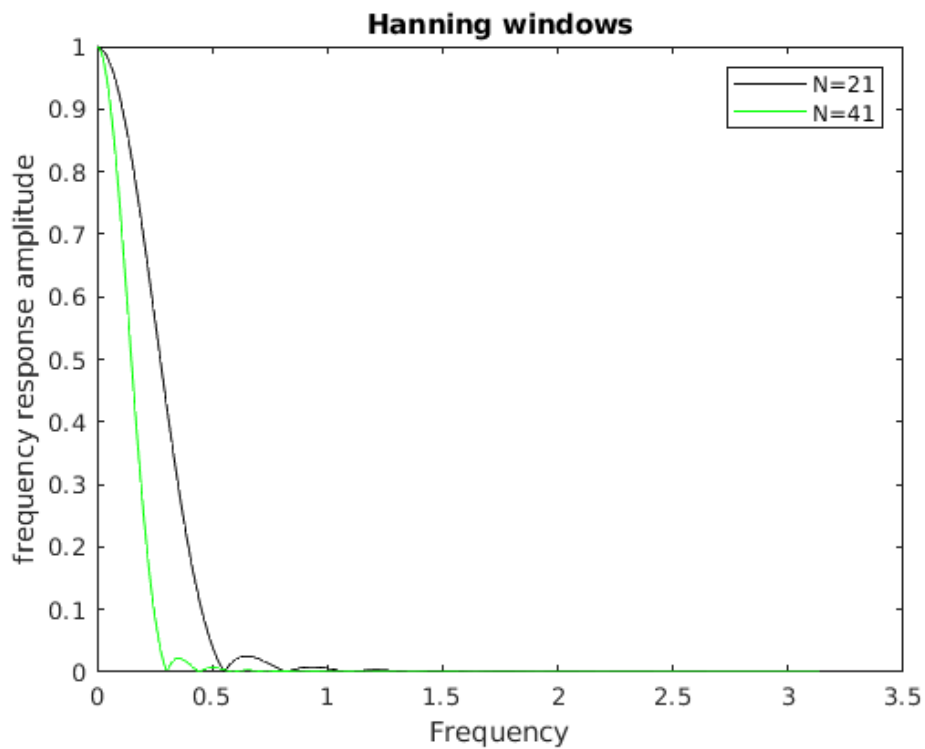
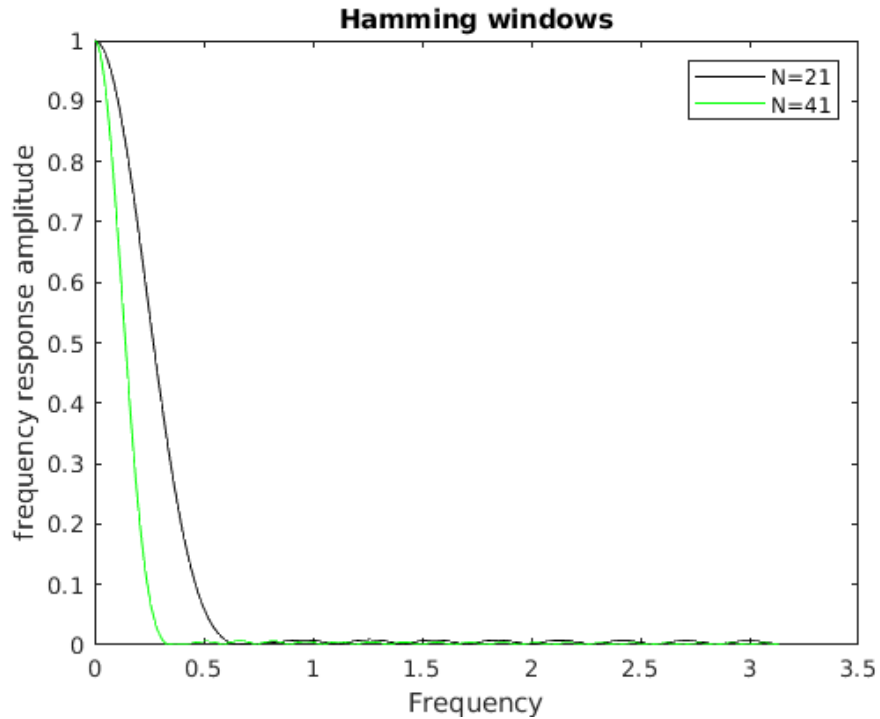


Παρατηρούμε ότι αυξάνοντας το μήκος του παραθύρου, η ζώνη μετάβασης γίνεται μικρότερη. Κάτι τέτοιο είναι κερδοφόρο καθώς με αυτόν τον τρόπο προσεγγίζουμε όλο και καλύτερα το θεωρητικό ορισμό του φίλτρου. Επιπλέον, οι διακυμάνσεις γίνονται περισσότερες και μικρότερου πλάτους.

## ΑΣΚΗΣΗ 2

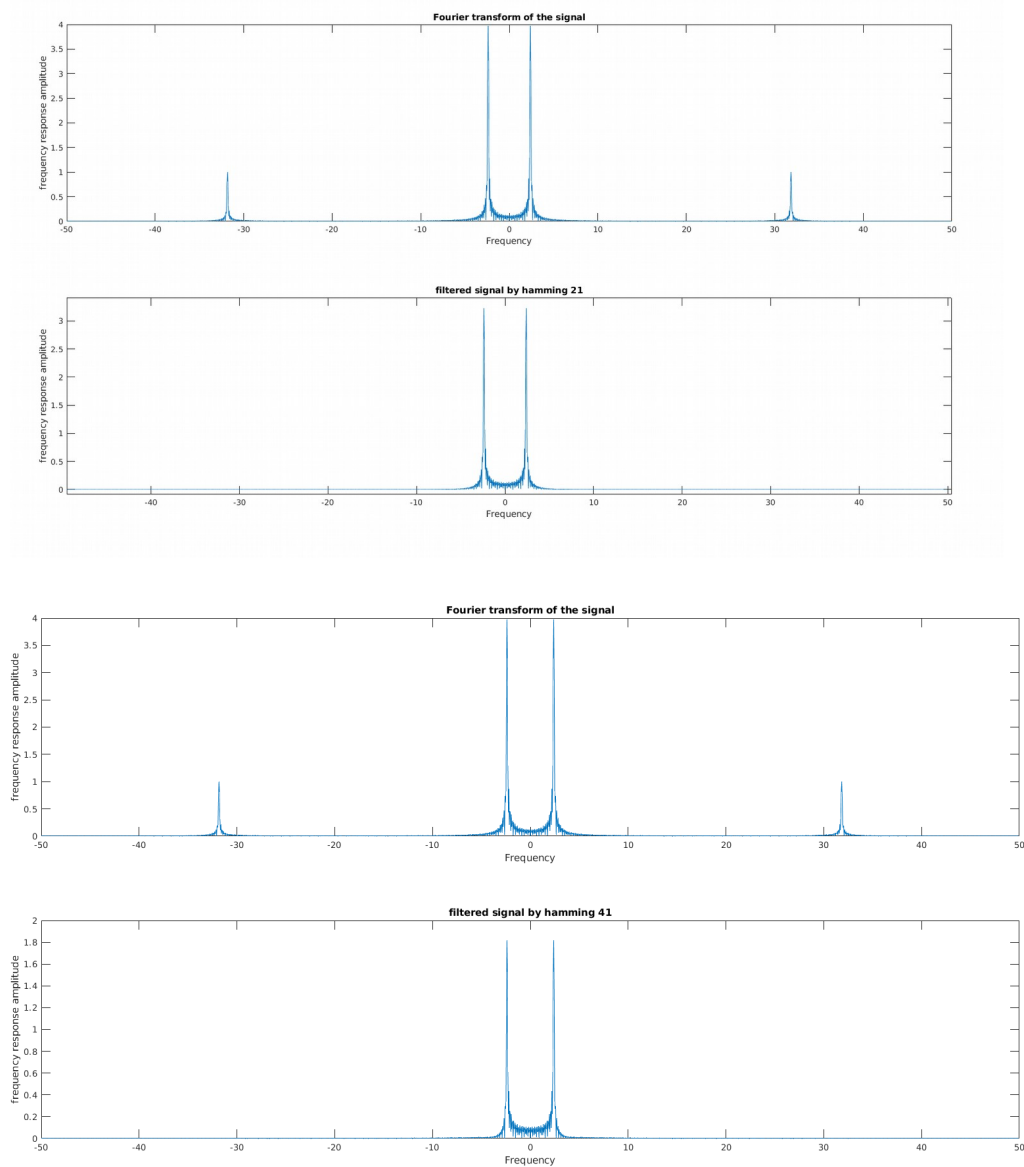
Για την άσκηση 2 μας ζητήθηκε να δημιουργήσουμε δύο διαφορετικά παράθυρα με δύο διαφορετικά μήκη (2 Hamming και 2 Hanning με μήκη 21 και 41) για ένα φίλτρο με  $\Omega_c = 0.5\pi r/s$  και

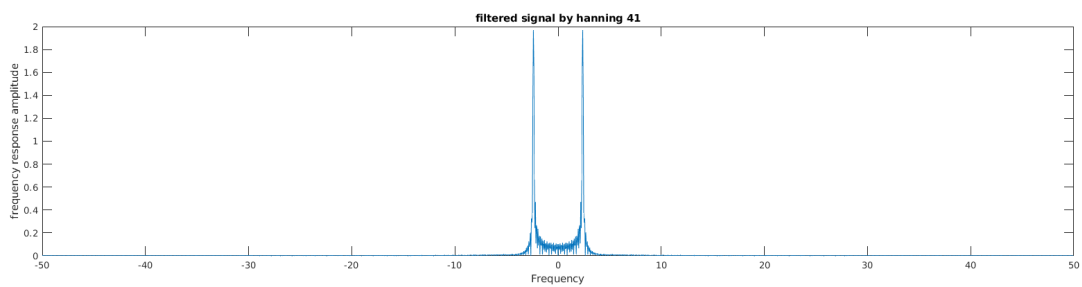
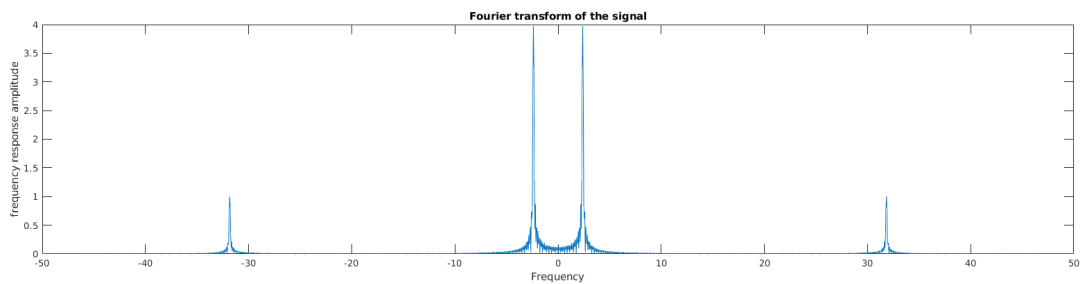
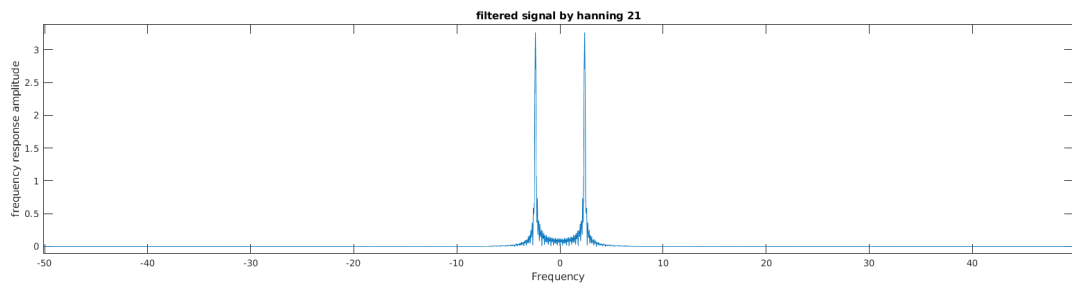
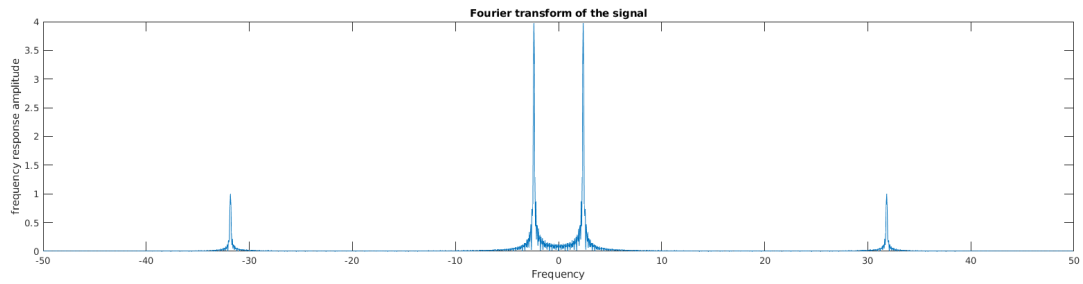
$F_s = 100\text{ Hz}$ . Τα διαγράμματα παρουσιάζονται παρακάτω:



Παρατηρώντας τα διαφορετικά φίλτρα που δημιουργήσαμε, βλέπουμε ότι η ζώνη μετάβασης τόσο στα Hamming όσο και στα Hanning παράθυρα είναι περίπου ίδια (λίγο πιο μικρή στα Hanning παράθυρα, κάτι που αιτιολογείται εύκολα από τους τύπους που προκύπτουν από την θεωρία για τα συγκεκριμένα παράθυρα). Επιπλέον, βλέπουμε περισσότερες και πιο έντονες διακυμάνσεις στα παράθυρα Hanning καθώς τα συγκεκριμένα είναι κατά ένα ποσοστό rectangular παράθυρα. Έτσι έχουμε πιο έντονο το φαινόμενο Gibbs και δικαιολογούνται οι διακυμάνσεις.

Στην συνέχεια, μας ζητήθηκε να βρούμε την έξοδο του συστήματος για το σήμα  $x = \sin(15t) + 0.25\sin(200t)$  εφαρμόζοντας το κάθε φορά σε ένα από τα φίλτρα που δημιουργήσαμε παραπάνω. Αφού γίνει η διαδικασία αυτή, παρουσιάζουμε το φάσμα του σήματος πριν και μετά την εφαρμογή του κάθε φίλτρου.





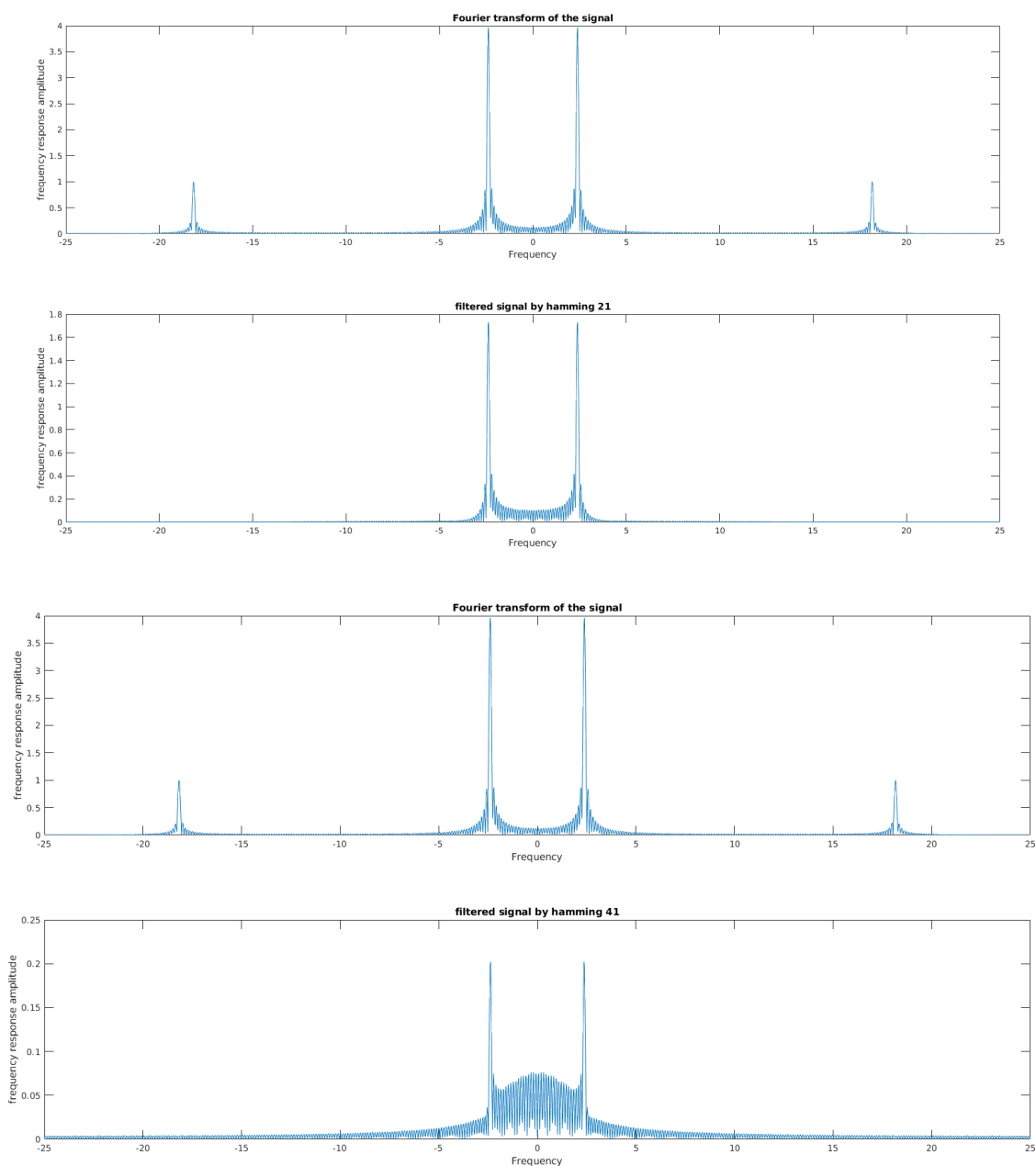
Παρατηρούμε (όπως είναι αναμενόμενο) ότι οι υψηλές συχνότητες σε όλα τα φίλτρα κόβονται, ενώ το πλάτος του σήματος στις χαμηλές συχνότητες ψαλιδίζεται και στα 4 φίλτρα. Η διαφορά μεταξύ των τεσσάρων φίλτρων είναι το ποσοστό ψαλιδισμού στις συχνότητες που περιλαμβάνονται στη ζώνη μετάβασης, γεγονός που οφείλεται στις διαφορετικές ζώνες μετάβασης των φίλτρων.

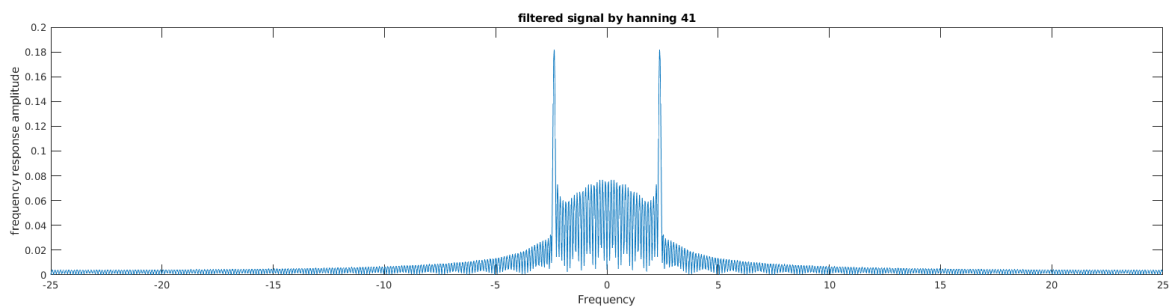
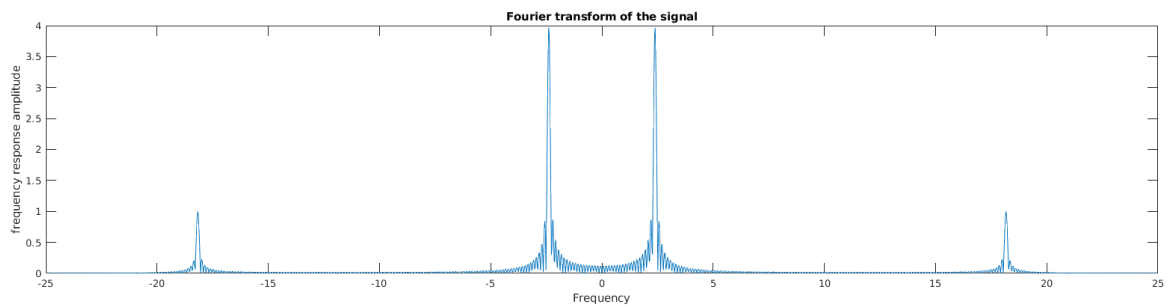
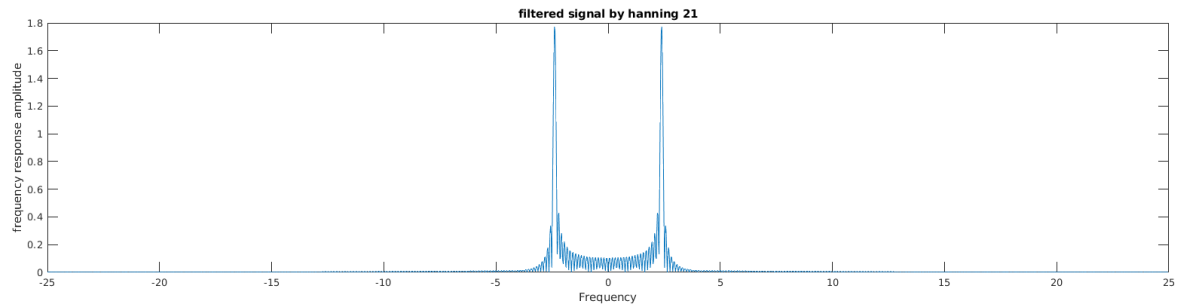
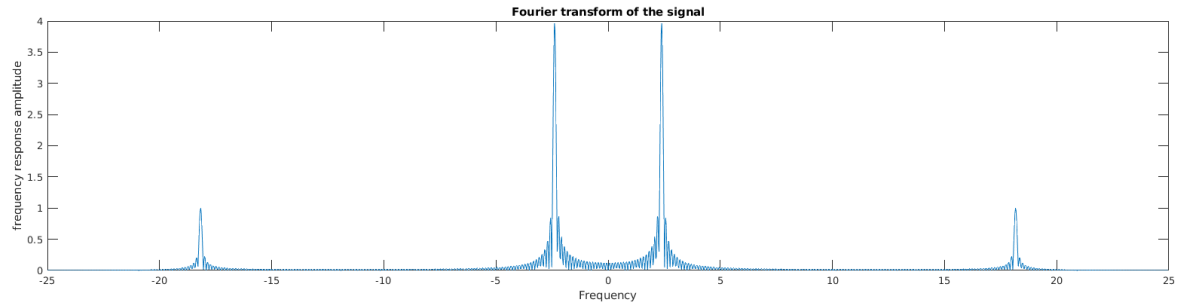
Στο επόμενο μέρος της άσκησης μας ζητήθηκε να επαναλάβουμε το προηγούμενο βήμα αλλάζοντας την συχνότητα δειγματοληψίας στα  $F_s = 50 \text{ Hz} \Leftrightarrow \omega_s = 100\pi \text{ rad/s}$ .

Βρίσκουμε το  $F_{max}$  από το συνημίτονο κάνοντας την εξής διαδικασία.

$$x = \sin(15t) + 0.25 \sin(200t) \Leftrightarrow x = \sin\left(2\pi\left(\frac{7.5}{\pi}\right)t\right) + 0.25 \sin\left(2\pi\left(\frac{100}{\pi}\right)t\right)$$

Η μεγαλύτερη συχνότητα του  $x$  είναι η  $F_{max} = \frac{100}{\pi} \text{ Hz}$  και αφού η  $F_s < 2F_{max}$  και βάσει του θεωρήματος Nyquist έχουμε aliasing. Συνεπώς, το σήμα μας θα είναι παραμορφωμένο όπως και η απόκριση συχνότητας του. Ακολουθούν τα διαγράμματα που προκύπτουν από τα ζητούμενα του ερωτήματος:





Γίνεται αντιληπτό ότι οι συχνότητες στις οποίες δεν έχουμε μηδενικό πλάτος έχουν πέσει στο μισό (όπως και περιμένουμε αφού μειώσαμε και την συχνότητα δειγματοληψίας στο μισό). Οι υψηλές συχνότητες απουσιάζουν όπως και πριν λόγω του ότι το φίλτρο μας είναι χαμηλοπερατό. Τέλος, στις συχνότητες όπου το σήμα μας αποκόπτεται εντελώς, βλέπουμε εκτός από τον ψαλιδισμό που του επιβάλλεται, που είναι σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό, έχουμε και το φαινόμενο του aliasing που μας παραμορφώνει την πληροφορία του σήματος και καθιστά την ανάκτησή του αδύνατη. Αυτό φαίνεται πιο έντονα στα παράθυρα μήκους 41 όπου η ζώνη μετάβασης είναι στενότερη και περισσότερες συχνότητες αποκόπονται.