集合

1.集合的表达方法

1.列举法

> $A = \{1, 2, 3 \cdots\}$

2.表达式法

> $A = \{x | x \in N, x \leq 2\}$

2.特殊集合

1.空集

> $A = \emptyset$
> 注：空集是任意集合的子集，但研究子集时一般研究非空集合

2.自然数集，正整数集

> 自然数集：N
> 正整数集：N^+

3.实数集

> $A = R$
> 注：实数集可以用区间来表示 $(-\infty, +\infty)$

4.全集

> $A = U$
> 全集代表全体，全部，所有的内容

3.集合的运算

1.属于(不属于)

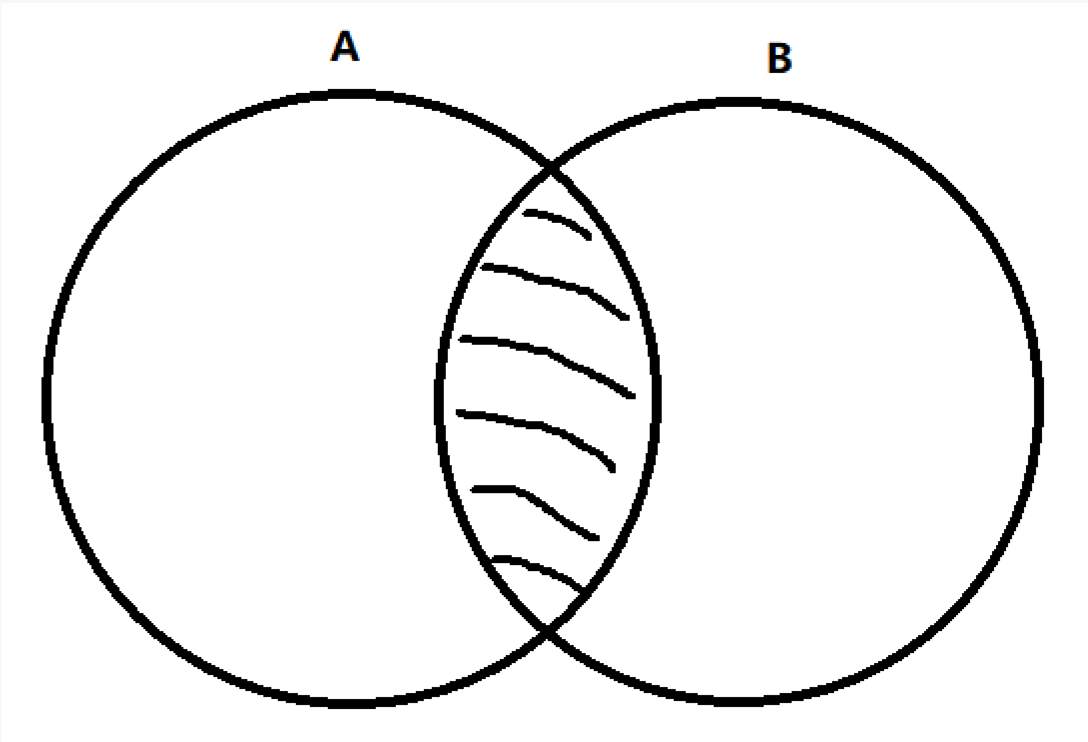
> 若 `x` 为集合 `A` 内的一个元素，则 `x` 属于 `A`，记作 $x \in A$
> 若 `x` 不为集合 `A` 内的一个元素，则 `x` 不属于 `A`，记作 $x \notin A$

2.包含于

> 若 `A` 中的每一个元素都是 `B` 内的一个元素，则 `A` 包含于 `B`，记作 $A \subseteq B$
> 若 `A` 包含于 `B`，且 `B` 包含于 `A`，则 `A` 和 `B` 是同一个集合，记作 $A = B$
> 若 `A` 包含于 `B`，且 `A` 不等于 `B`，则 `A` 是 `B` 的一个真子集，记作 $A \subsetneq B$

3.交集

图示



定义

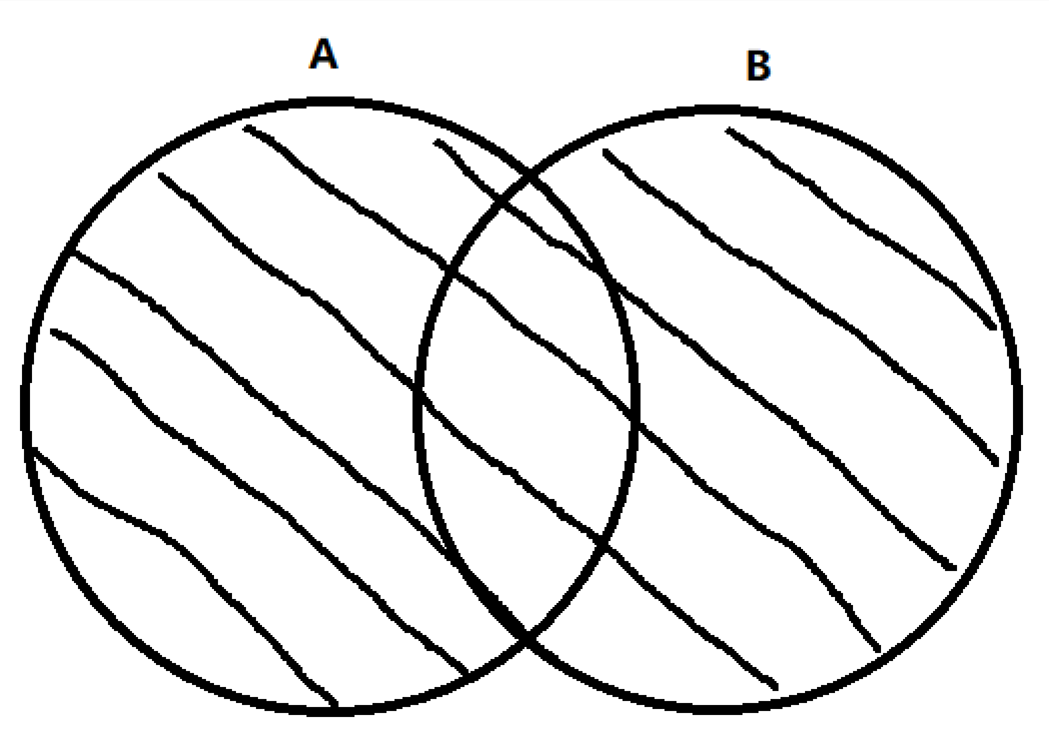
> 若 `A` 和 `B` 是两个非空集合，则 `A` 和 `B` 的交集为 `A` 和 `B` 的重复部分构成的集合

表示方法

> A 交 B：$A \cap B$
> 定义法：$\{x|x \in A \; and \; x \in B\}$

4.并集

图示



定义

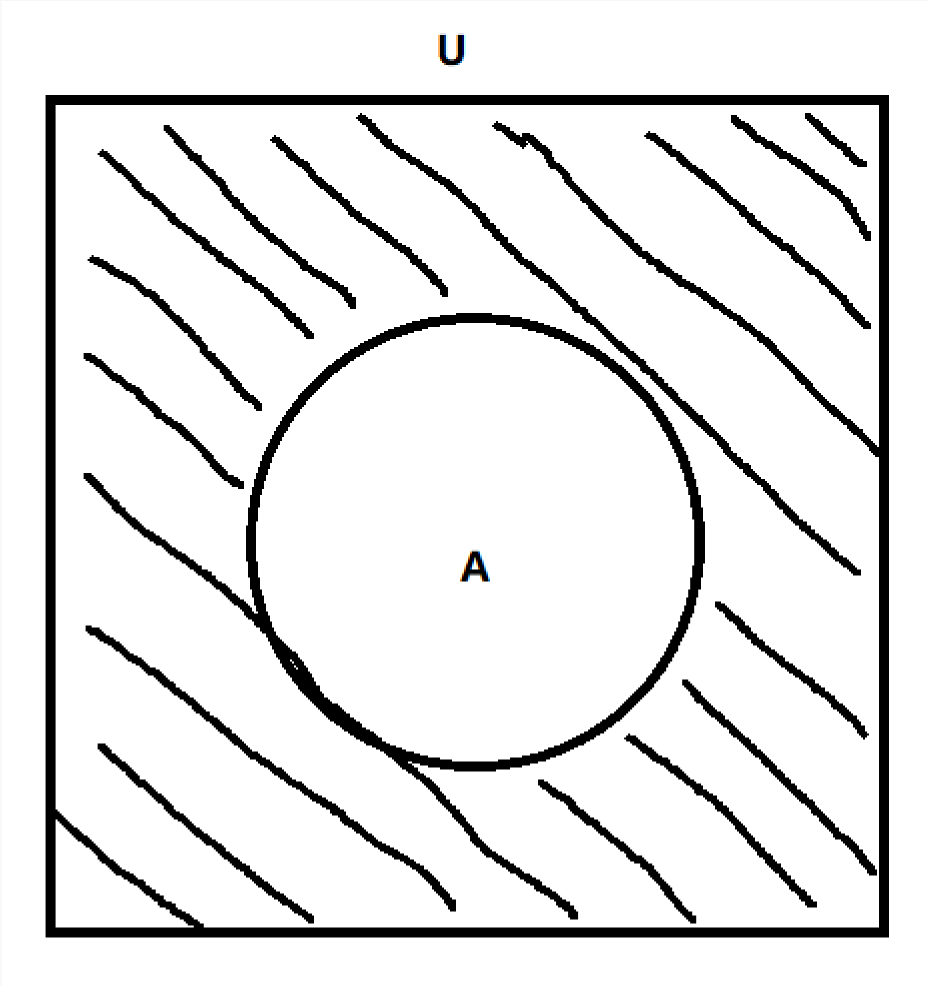
> 若 `A` 和 `B` 是两个非空集合，则 `A` 和 `B` 的交集为 `A` 和 `B` 的所有元素构成的集合

表示方法

> A 并 B：$A \cup B$
> 定义法：$\{x|x \in A \; or \; x \in B\}$

5.补集

图示



定义

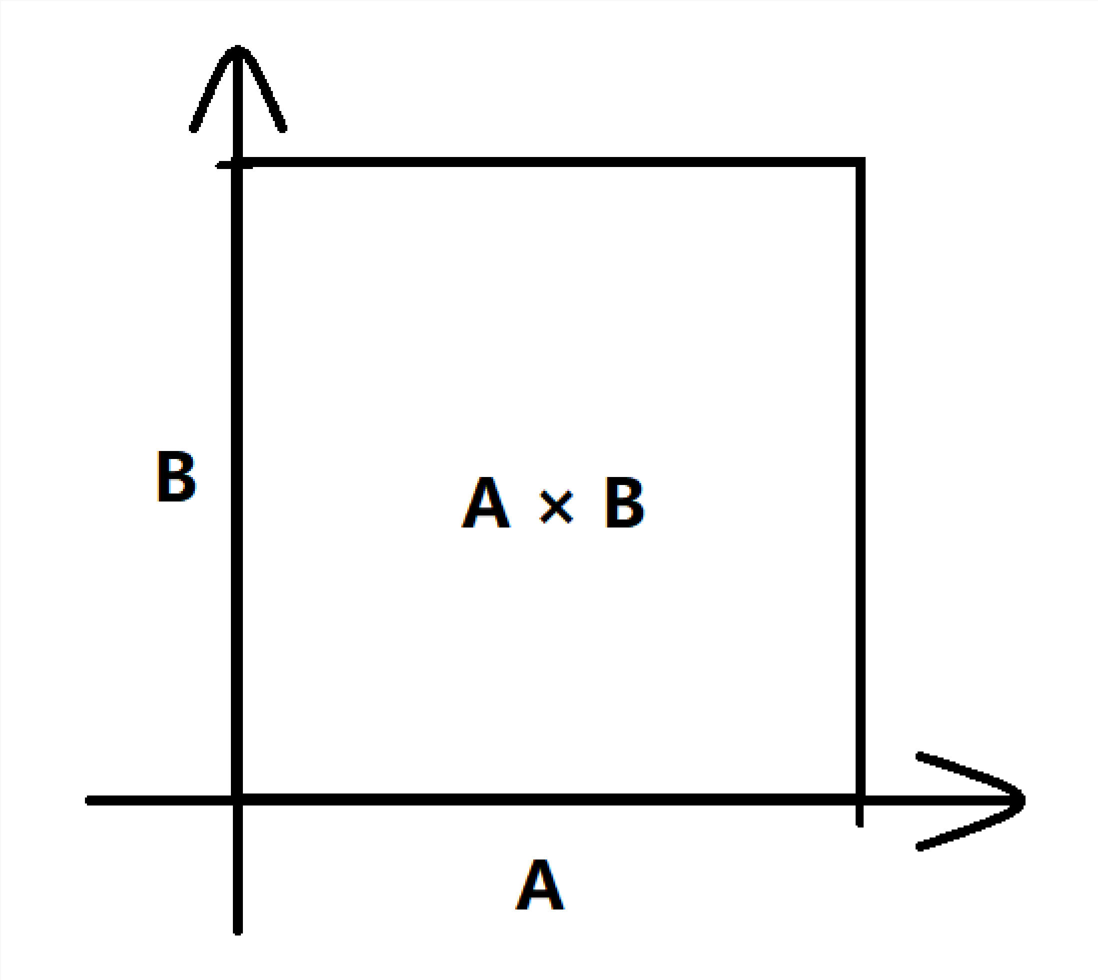
> 若 A 为非空集合，则 A 的补集为全集 U 中 A 没有的元素

表示方法

> A 的补集：$C_U A$
> 定义法：$\{x|x \in U \ and \ x \notin A\}$

6.直积(笛卡尔积)

图示



定义

> 若 A 和 B 都为非空实数集，则由集合 A 和 B 所有实数对对应的点组成的集合叫 A 和 B 的直积

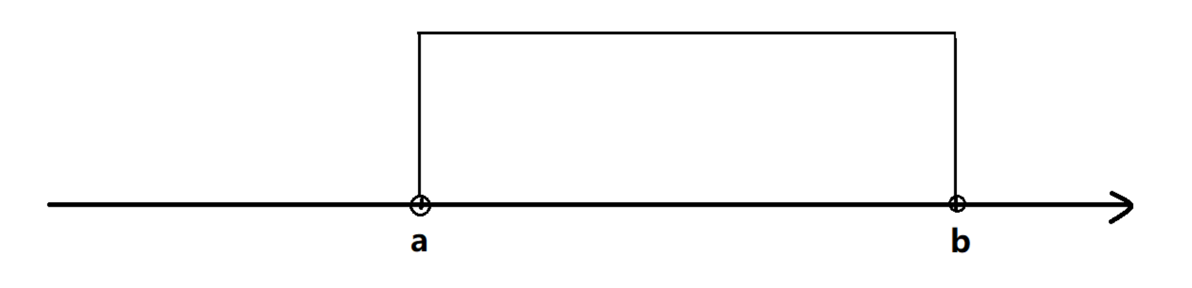
表示方法

> A 和 B 的直积：$A \times B$
> 定义法：$\{(x, y) | x \in A, y \in B\}$

7.区间

1.开区间

图示



定义

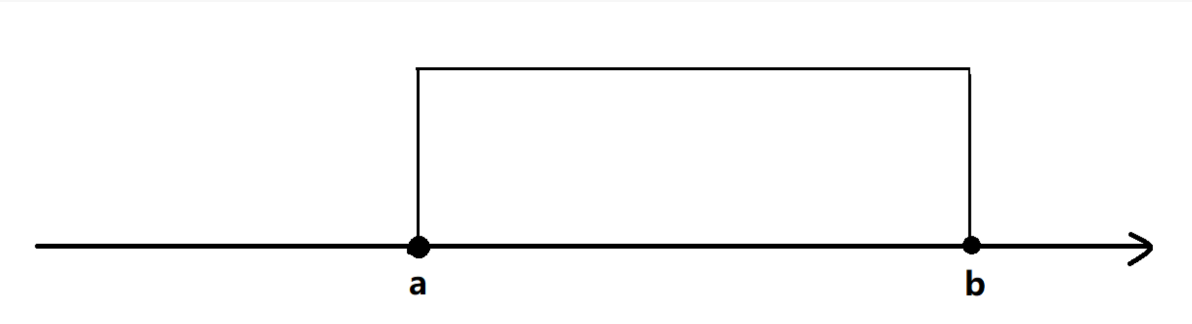
> 在实数轴 `a` 和 `b` 点中间 (不包括 `a` `b` 两点)的所有实数所构成的集合

表示方法

> 开区间a，b：(a,b)
> 定义法：$\{x|a<x<b\}$

2.闭区间

图示



定义

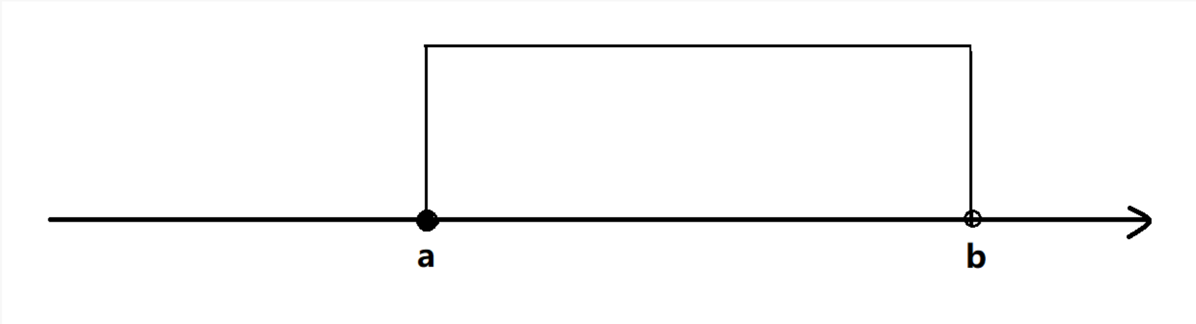
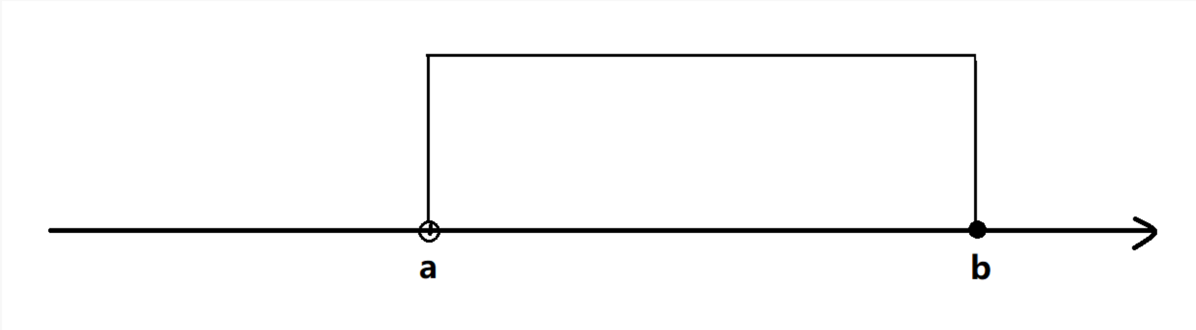
> 在实数轴 `a` 和 `b` 点中间(包括 `a` `b` 两点)的所有实数所构成的集合

表示方法

> 闭区间a，b：$[a,b]$
> 定义法：$\{x|a\leq x\leq b\}$

3.半开区间

图示

> 
>
>
> 
>

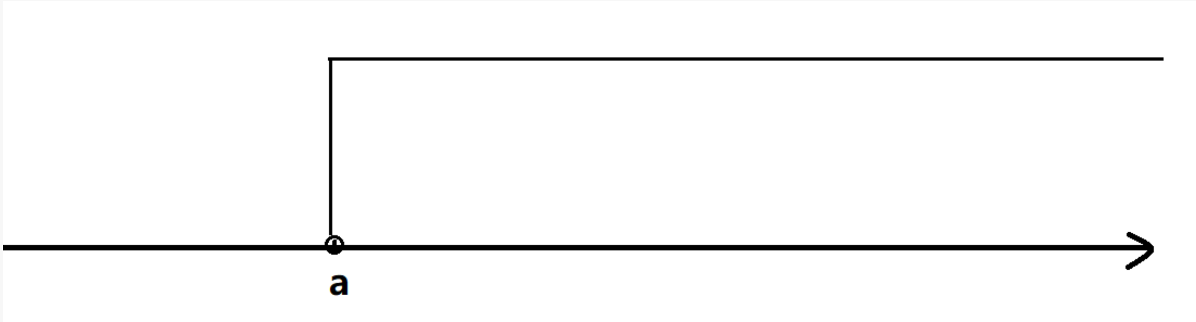
定义

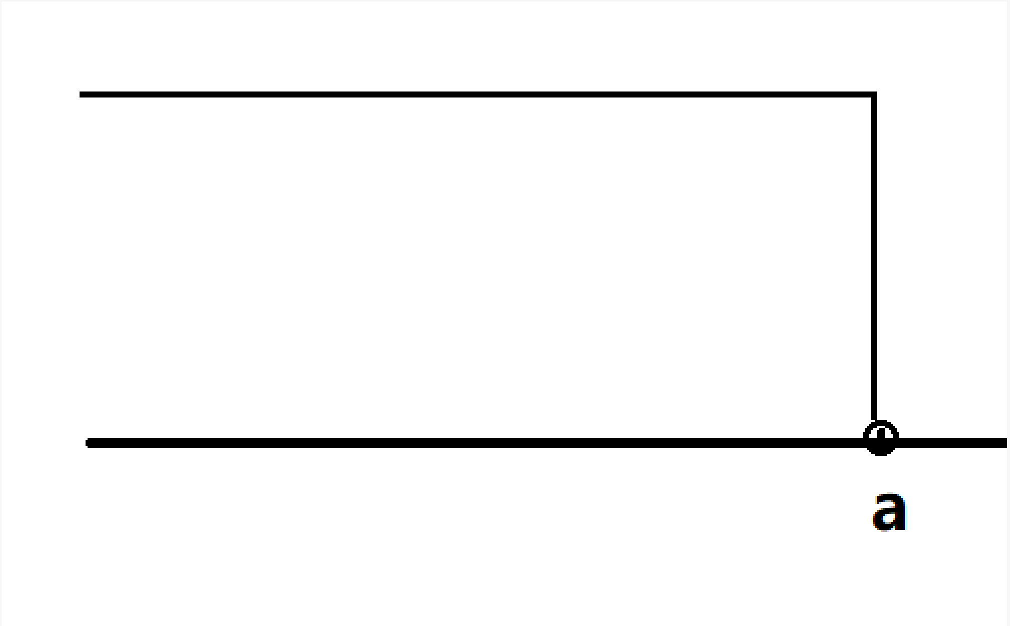
> 在实数轴 `a` 和 `b` 点中间(包括 `a` `b` 其中一点)的所有实数所构成的集合

表示方法

> 半开区间a，b：$[a,b)$ $(a,b]$
> 定义法：$\{x|a \leq x < b\}$ $\{x|a < x \leq b\}$

4.无限区间





定义

> 在实数轴 `a` 点之前(之后)的所有实数所构成的集合

表示方法

> 无限区间a：$[a, +\infty)$ $(-\infty, a]$
> 定义法：$\{x|x < a\}$ $\{x|a < x\}$

注：正无限、负无限、无限都不可参与运算

5.邻域

定义

> 实数 `a` 为圆心，`θ` 半径长的所有实数所构成的集合

表示方法

> a，θ的邻域：$U(a,\theta)$
> 区间表示法：$[a-\theta,a+\theta]$
> 定义法：$\{x \big| |x-\theta|<a\}$

> a，θ的邻域(去中心a)：$\overset{o}{U}(a,\theta)$
> 区间表示法：$[a-\theta,a)\cap(a,a+\theta]$
> 定义法：$\{x \big| 0<|x-\theta|<a\}$

8.运算律

1.交换律

$$A\cap B=B\cap A \qquad A\cup B=B\cup A$$

2.结合律

$$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C \qquad A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$$

3.分配律

$$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C) \qquad (A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$$

4.对偶律(德摩根律)

$$C_U(A\cap B)=C_UA\cup C_UB \qquad C_U(A\cup B)=C_UA\cap C_UB$$

4.映射

1.定义

> 在集合 `X` `Y` 中，有对应法则 `f`，使得 $\forall x\in X$，有唯一的 $y\in Y$，则 `X` 关于 `Y` 映射，且 $f:A\to B$，$y=f(x)$

2.易错点

> `y` 是唯一的，而 `x` 不一定是唯一的
> 三要素：定义域，对应法则，值域 (`X` 为定义域，`f` 为对应法则，`Y`为值域)

3.R_f

定义

> $R_f = f(X) = \{f(x)|x \in X\}$
> R_f 是 B 的一个子集

4.映射方式

1.满射

> $f(X) = Y$，即每一个 y 都有若干个对应的 x

2.单射

> $\forall x_1, x_2 \in X$，$x_1 \neq x_2$，且 $f(x_1) \neq f(x_2)$，即每一个 y 都只有一个对应的 x

3.双射

> 满射和单射的结合体，即一一对应

5.常用符号

1.逻辑运算符

1.推出

$\Rightarrow$

1.定义

> 若 A 和 B 是两个命题，则 A 推出 B 表示知道 A 就可以知道 B，A 是 B 的充分条件，B 是 A 的必要条件

2.例子

> $1 < x < 2$ 是 $x < 2$ 的充分条件，$x < 2$ 是 $1 < x < 2$ 的必要条件

2.互推

$\Leftrightarrow$

定义

> 若 `A` 和 `B` 是两个命题，则 `AB` 互推表是 `AB` 互为充分必要条件，简称充要条件

2.数字运算符

1.任取

$\forall$

定义

> 任意的数(可以有范围)，一般代指任何，所有的

2.存在

$\exists$

> 能够找到