Actividades complementarias: geometría plana

Tema 1. Conceptos y definiciones básicas

1. Encontrar la medida del suplemento de cada uno de los siguientes ángulos:

100°, 80°, n°, 140°, (180–n)°.

2. Si un ángulo mide el doble de su suplemento, encuentre su medida.

3. Cuatro veces la medida de un ángulo es 60°, mayor que dos veces la medida de su suplemento. ¿Cuánto mide el ángulo?

4. Uno de los ángulos de un par vertical (ángulos opuestos por el vértice) mide 128°. Encontrar la medida de los otros tres ángulos que se forman.

5. Sean OA, OB, OC y OD semirrectas coplanares (del mismo plano), tales que $\angle AOB = \angle COD$ y $\angle BOC = \angle DOA$. Demostrar que tanto OA y OC como OB y OD, son semirrectas opuestas.

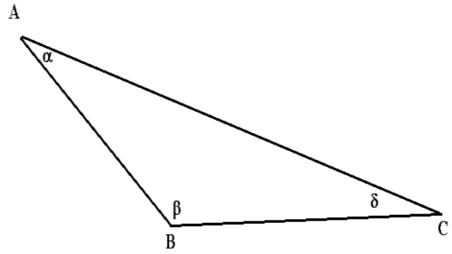
(A – O – C colineales, B – O – D colineales)

6. Sean OX y OY las bisectrices de dos ángulos agudos adyacentes $\angle AOB = \boldsymbol{\alpha}$ y $\angle BOC = \boldsymbol{\beta}$, tales que $\angle AOB - \angle BOC = 36°$. Sea OZ la bisectriz del $\angle XOY$. Calcular la medida del ángulo que forman OZ y OB.

7. Las semirrectas consecutivas OA, OB, OC y OD forman cuatro ángulos adyacentes consecutivos que son entre sí como 1, 2, 3, 4. Calcular dichos ángulos y los ángulos adyacentes consecutivos formados por sus bisectrices.

8. En un triángulo isósceles el ángulo entre las bisectrices de los ángulos de la base es igual al ángulo opuesto a la base, ¿cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo?

9. Explique paso a paso por qué los ángulos $\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}$ y $\boldsymbol{\delta}$ suman 180°.
Sugerencia: Trace por uno de los vértices la paralela al lado opuesto; use paralelismo.



10. Las semirrectas OA y OB forman con la semirrecta OX los ángulos no adyacentes α y β. Probar que la bisectriz OC del ∠AOB forma con OX un ángulo (α+β) / 2

Tema 2. Triángulos y cuadriláteros

1. En un $\Delta\, ABC$ se traza la bisectriz $\overline{AD}$ del $\angle A$, con D sobre $\overline{BC}$. Por cualquier punto E sobre el lado $\overline{AB}$ se traza la paralela a$\overline{AD}$, que corta a la prolongación de $\overline{CA}$ en F. justifique que el ΔAEF es isósceles.

2. Si el ángulo entre las bisectrices de los ángulos de la base de un triángulo isósceles es igual al ángulo opuesto a la base, ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo?

3. En un ΔABC, $\angle B = 80°$ y $\angle C = 40°$. Hallar los ángulos que forman:

   a. Las alturas de dos en dos. (Cada pareja de alturas)

   b. Las bisectrices de dos en dos. (Cada pareja de bisectríces)

4. Un triángulo tiene dos lados que miden 12 y 7 unidades, ¿será posible que el otro lado mida 5 unidades, 20 unidades o 10 unidades? ¿Sí o no, en cada caso, y por qué?

5. Se considera un paralelogramo $ABCD$ tal que $\overline{CD} = 2.\overline{AD} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{CD}$. Se unen A y B con el punto medio M de $\overline{CD}$. Demostrar que el $\angle AMB$ es recto.

6. En un cuadrado $ABCD$ se toman M sobre $\overline{AD}$ y N sobre$\overline{CD}$ con $\overline{AM} = \overline{DN}$.

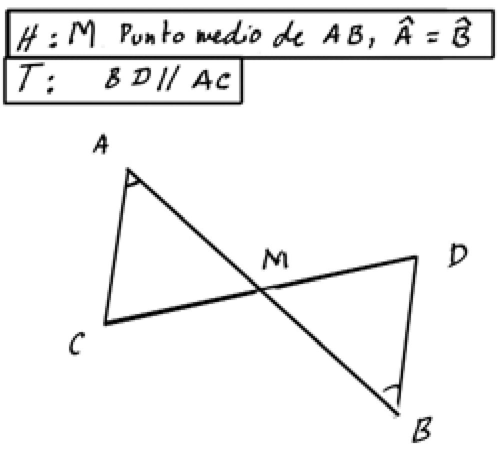
Demostrar que $\overline{AN} \perp \overline{BM}$.

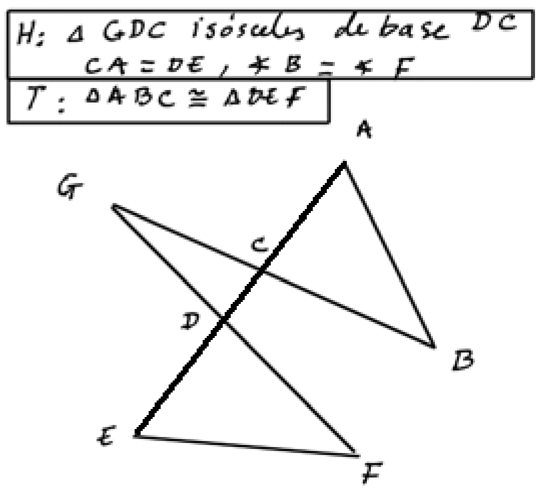
7. Demostrar que las bisectrices de los ángulos de un paralelogramo forman un rectángulo.

8. Escriba en la línea en blanco, según el caso**, siempre, algunas veces o nunca:**

   a. Las bisectrices de un par de ángulos suplementarios adyacentes ___________ son perpendiculares entre sí.
   b. Los suplementos de dos ángulos ___________ son congruentes.
   c. Las bisectrices de ángulos suplementarios ______________ son perpendiculares.
   d. Si los tres ángulos de un triángulo son congruentes con las partes correspondientes de otro triangulo, entonces los triángulos ______________ son congruentes.
   e. Una altura de un triángulo __________________ es una mediana del triángulo.
   f. Dos triángulos rectángulos__________ son congruentes.
   g. Un triángulo equilátero ____________ es isósceles.
   h. Una mediana de un triángulo __________________ lo divide en dos triángulos congruentes.

9. En los ejercicios siguientes, demuestre H y T donde **H** significa Hipótesis y **T** significa Tesis.



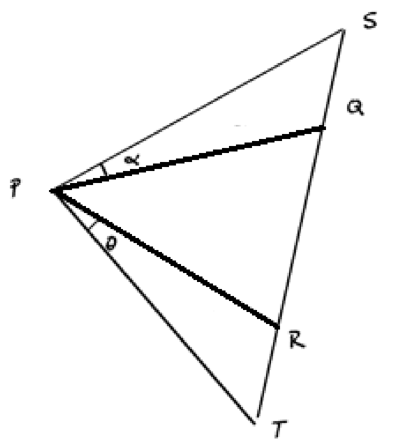


10. Elaborar un ejemplo gráfico mostrando que no sería cierto un criterio de congruencia o igualdad de triángulos que sea L-L-A

11. En los ejercicios siguientes, demuestre H y T donde **H** significa Hipótesis y **T** significa Tesis.

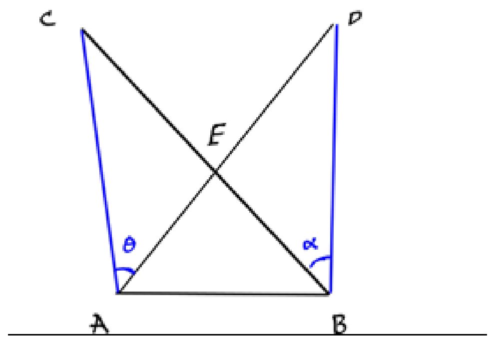
H: $PQ = PR$, $\alpha = \theta$

T: $\triangle PQS \cong \triangle PRT$



H: $AE = BE$, $AC = BD$, $\alpha = \theta$

T: $CE = ED$

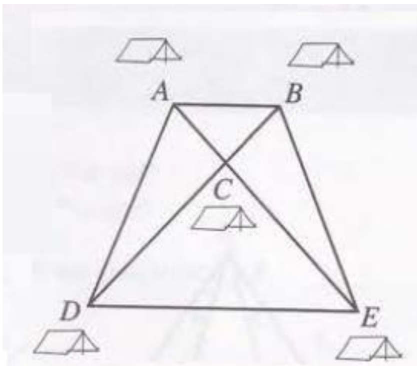


H: $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

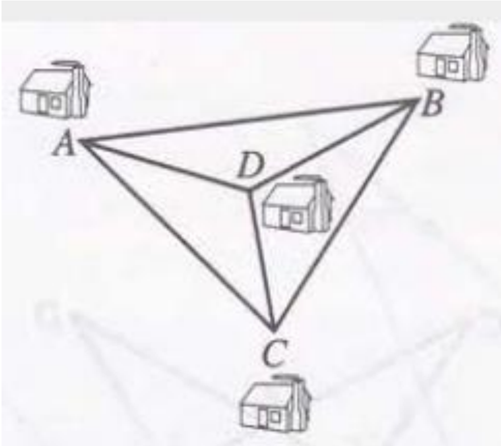
T: $\triangle ABE$ isósceles

Con la misma gráfica anterior

12. Ana Bárbara, Carmen, Dora y Eva acamparon en un terreno plano en las posiciones indicadas por A, B, C, D y E, respectivamente, en el diagrama que se muestra. Si $m\angle BAE = m\angle ABD\ y\ m\angle BDE = m\angle AED,$ encuentra la distancia de Bárbara a Eva si la distancia de Ana a Dora es de 75 pies.



13. Los guardabosques Alicia, Benjamín, Claudia y Daría están ubicados en las estaciones indicadas por A, B, C y D, respectivamente, en el diagrama que se muestra. Si Alicia y Benjamín están, cada uno, a 3 millas de Claudia y a 2 millas de Darío, encuentra $m\angle DAC\ si\ m\angle DBC = 23°$.



14.

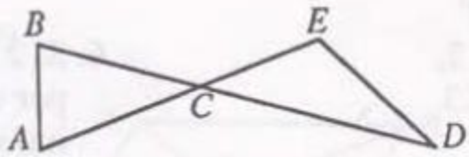
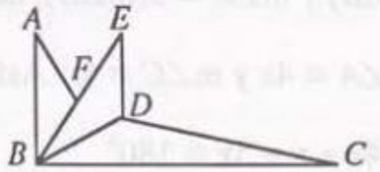


FIGURA PARA LOS EJERCICIOS 3 A 6

En los ejercicios 3-6, dado: $m\angle A = 75°$, $m\angle B = 60°$ y $m\angle D = 35°$.

3. Encuentra $m\angle ACB$ y explica tu respuesta.
4. Encuentra $m\angle E$ y explica tu respuesta.
5. Encuentra $m\angle BCE$ y explica tu respuesta.
6. Encuentra la relación entre $m\angle A$, $m\angle B$ y $m\angle BCE$.

15.



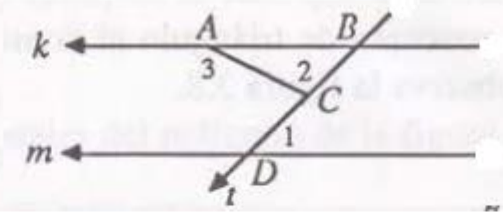
. DADO: $m\angle ACB = 90°$,
$m\angle CBD = 2(m\angle C)$,
$m\angle BFA = 120°$
$m\angle DBE = m\angle A$,
$AF = BF$

ENCUENTRA: $m\angle A$, $m\angle ABF$, $m\angle DBC$ y $m\angle C$

16.

DADO: $k \parallel m$

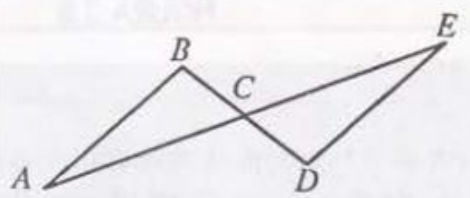
DEMUESTRA: $m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$



17.

DADO: C es el punto medio de $\overline{BD}$, $m\angle A = m\angle E$

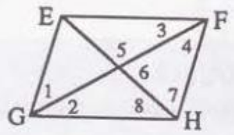
DEMUESTRA: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



18. Paralelogramo

1. Si $m\angle A = 50°$ en $\square ABCD$, encuentra $m\angle B$, $m\angle C$ y $m\angle D$. Proporciona razones.

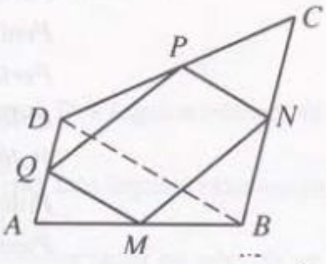
2. Si $m\angle 1 = 30°$ y $m\angle 2 = 20°$, encuentra $m\angle 3$, $m\angle 4$, $m\angle 5$, $m\angle 6$, $m\angle 7$ y $m\angle 8$. Proporciona razones.



3. El conjunto de todos los cuadrados, ¿es un subconjunto del conjunto de todos los rectángulos? ¿Por qué?
4. El conjunto de todos los cuadrados, ¿es un subconjunto del conjunto de todos los paralelogramos? ¿Por qué?
5. ¿Es posible que un rombo sea un rectángulo? ¿Por qué?
6. Si dos triángulos isósceles congruentes distintos tienen una base común, ¿qué tipo especial de paralelogramo forman?

19. Paralelogramo

Demuestra que el cuadrilátero *MNPQ* formado al unir los puntos medios consecutivos de cualquier cuadrilátero *ABCD* es un $\square$. (*Sugerencia:* Traza $\overline{BD}$ y considera $\triangle ABD$, $\triangle BCD$



20. En la línea en blanco escribe la expresión siempre, algunas veces o nunca, según corresponda.

a. La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo _______________ es 180°
b. Las diagonales de un cuadrilátero _________ lo dividen en cuatro triángulos congruentes.
c. Las diagonales de un trapezoide _____________ son perpendiculares.
d. Un trapezoide _______________ es un paralelogramo.
e. Un cuadrado ______________ es un rombo.
f. Un ángulo externo en la base de un triángulo isósceles ______________ es un ángulo obtuso.
g. Una recta que uno los puntos medios de dos lados de un triángulo ____________ es paralela al tercer lado.

h. Si el número de lados de un polígono se duplica, la suma de las medidas de los ángulos externos de este polígono ___________ cambia.

i. Una diagonal de un rombo _____________ es congruente a un lado.

21. Demostrar *[use notación o escritura correcta]*

<u>Hipótesis</u>: E punto medio de AC, $AD = EF$ y $AB \parallel EF$ **<u>Tesis</u>:** $\Delta ADE = \Delta EFC$