Aclaración

Cada una de las demostraciones se pueden hacer tomando solo una pareja de Alturas Homólogas (dos medianas, dos bisectrices o dos mediatrices) entre los triángulos semejantes.

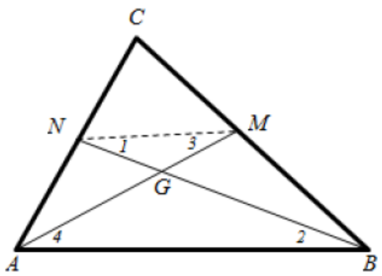
Mediante semejanza de triángulos se puede demostrar también que:

Las medianas en todo triángulo se cortan en un mismo punto, distante de cada vértice los 2/3 de la longitud de la mediana respectiva.

Se considera un triángulo de vértices A, B y C.

Se traza dos medianas AM y BN que se cortan en G para demostrar el teorema. Para otro par de medianas es análoga la demostración.

Demostración:



Usando el teorema de la base media se tendrán las dos primeras premisas:

(1) $NM // AB$ y

(2) $2. NM = AB$

Además,

(3) $\hat{1} = \hat{2}$ . . . Alt. Int. en //s

(4) $\hat{3} = \hat{4}$ . . . Alt. Int. en //s

(5) $\Delta MNG \sim \Delta ABG$ . . . A – A . . . (3) y (4)

(6) $\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GN} = \frac{AB}{NM}$ . . . Ls Hs (lados homólogos) en (4).

(7) $\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GN} = \frac{2\,NM}{NM} = 2$ . . . (2) en (6).

(8) $\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GN} = 2$ . . . simplificar en (7).

(9) $\begin{cases} AG = 2\,GM \quad , \quad AG = 2\,(AM - AG) \\ BG = 2\,GN \quad , \quad BG = 2\,(BN - BG) \end{cases}$, . . . de (6)

(10) $\begin{cases} AG = 2\,AM - 2\,AG \quad \leftrightarrow \quad AG = \frac{2}{3}AM \\ BG = 2\,BN - 2\,BG \quad \leftrightarrow \quad BG = \frac{2}{3}BN \end{cases}$, . . . de (7)

$\therefore AM \ y \ BN$ se cortan en G distante de cada vértice los $\frac{2}{3}$ de la longitud de la mediana respectiva.