

## Actividades complementarias: Inducción matemática y conjuntos (24 horas)

### Unidad de aprendizaje 1: inducción matemática

Video principio de la inducción matemática (6 minutos)

<https://www.youtube.com/watch?v=w1xKj05urb4>

Lectura sobre la inducción matemática y desarrollar los 3 primeros ejercicios que se encuentran en la página 13 del documento: (3 horas)

<https://www.cimat.mx/especialidad.seg/anterior/documentos/celava/inducccion.pdf>

#### Ejercicio 1: (1 hora)

Analice si es verdadera (V) o falsa (F), cada una de las siguientes afirmaciones. En caso de considerarla falsa, busque un contraejemplo, y en caso de considerarla verdadera trate de demostrarla mediante inducción matemática.

- a.  $(\forall n \in \mathbb{N}) \left( P_n: 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \right)$
- b. “La suma de tres enteros consecutivos es siempre divisible por 6”
- c. “El producto de tres enteros consecutivos es siempre divisible por 6”

**NOTA:** Tres enteros consecutivos: “ $n, (n + 1), (n + 2)$ ”

- d.  $(\forall M \in \mathbb{N}, \text{ impar}) (7^M + 1 \text{ es divisible por } 8)$

**NOTA:** Todo número impar es de la forma  $2n - 1$  para  $n \in \mathbb{N}$

#### Ejercicio 2: (2 horas)

- A.** Pruebe si  $n$  es un entero positivo cualquiera, entonces se cumple la siguiente fórmula para la suma de cubos.

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

#### Ejercicio 3: (8 horas)

- A.** Empleando la inducción matemática, comprobar que:

$$\begin{aligned} 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots - 2nx^{2n-1} \\ = \frac{1 - (2n+1)x^{2n} - 2nx^{2n+1}}{(1+x)^2} \end{aligned}$$

**B.** Demostrar cada uno de los siguientes enunciados, empleando el método de la inducción matemática

$$1. \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n+1}$$

$$2. 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 2$$

$$3. \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \frac{3}{4 \times 5 \times 6} + \cdots + \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{n(n+1)}{4(n+2)(n+3)}$$

$$4. 1 + 2R + 3R^2 + \cdots + nR^{n-1} = \frac{1 - (n+1)R^n + nR^{n+1}}{(1-R)^2}$$

## Unidad de aprendizaje 2: Conjuntos

**Video operación entre conjuntos: (25 minutos)**

[https://www.youtube.com/watch?v=Zc\\_-JkdT82A](https://www.youtube.com/watch?v=Zc_-JkdT82A)

**Ejercicio: (20 minutos)**

Resuelve el siguiente ejercicio de operación entre los dos conjuntos

representados en el diagrama de VENN.

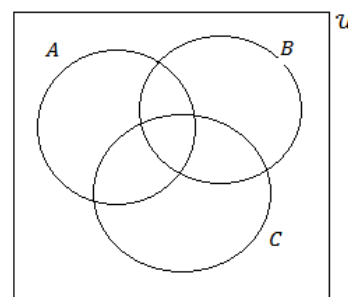
<https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1158440->

[operaciones-entre-conjuntos.html](https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1158440-operaciones-entre-conjuntos.html)

---

**1.** En un diagrama de Venn sombree lo correspondiente al conjunto indicado **(10 minutos)**:

$$(A \cap C) - (A^c - B^c)$$




---

**2.** Dados los conjuntos (2 horas)

Referencia o Universo:  $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{Z} / -5 \leq x < 10\}$

$A = \{x \in \mathcal{U} / -1 < x \leq 8\}$      $B = \{x \in \mathcal{U} / 4 \leq x \leq 9\}$      $C = \{x \in \mathcal{U} / 1 \leq x \leq$

6}

a)      Escribalos por extensión.

b)      Identifique por extensión, igualmente, los nuevos conjuntos:

(los elementos que conforman)

i)  $A \cap B \cap C$

ii)  $A \cap B$

iii)  $A \cap$

iv)  $B \cap C$

$C$

v)  $B - (A \cap C^c)$

vi)  $(A \cap C) - (A^c - B^c)$

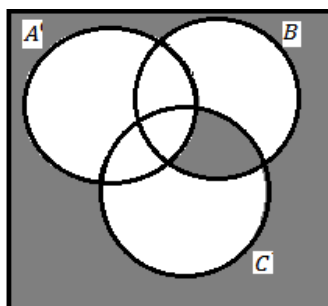
c)      Distribuya los conjuntos dados,  $\mathcal{U}, A, B$  y  $C$ , en un Diagrama (de Venn)

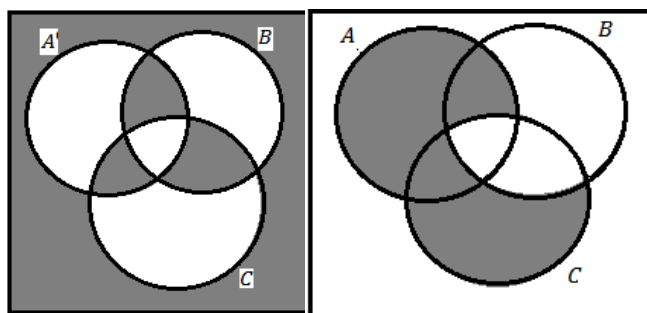
d)      Sombree los conjuntos propuestos en el literal b) anterior

e)      Con lo obtenido en c) y d) compare con las respuestas obtenidas en b)

## 1. Operaciones entre conjuntos (2 horas):

Identifique mediante  
operaciones entre conjuntos  
la parte sombreada,  
igualmente analicen las  
partes No sombreadas:





2. Complete las siguientes igualdades con el conjunto más simple posible:

a.  $\phi^C \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$       b.  $(A \cup A^C)^C = \underline{\hspace{2cm}}$       c.  $U - (A \triangle A^C)^C = \underline{\hspace{2cm}}$

d.  $(A - A^C) - U^C = \underline{\hspace{2cm}}$       e.  $(U^C \cap A^C)^C = \underline{\hspace{2cm}}$

---

**(1 hora)**

3. En un concurso de cocina se prepararon tres platos típicos;

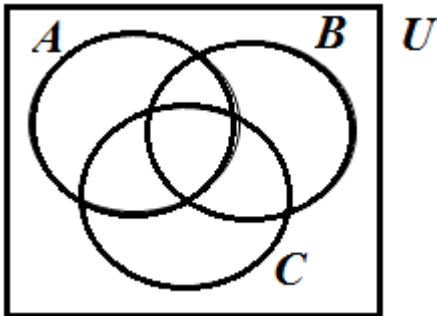
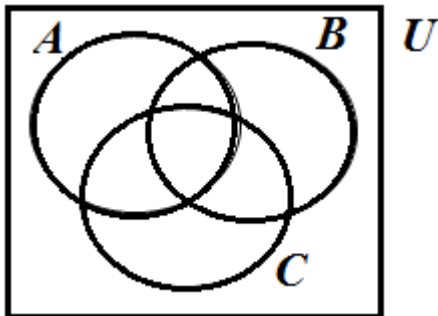
antioqueño, boyacense y costeño con los siguientes resultados:

El 5 % tuvo éxito en los tres	El 6 % tuvo éxito en el antioqueño y el boyacense	El 5 % tuvo éxito en el boyacense y el costeño
El 8 % tuvo éxito en el antioqueño y el costeño	El 29 % tuvo éxito en el antioqueño	El 32 % tuvo éxito en el boyacense
El 36 % tuvo éxito en el costeño		

*Distribuya los porcentajes tomando los conjuntos A, B y C considerando que son los que tuvieron éxito en cada una de las modalidades; antioqueño, boyacense y costeño, respectivamente*

Explicar con palabras a quienes corresponden los siguientes conjuntos y qué porcentaje contiene cada uno:

$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$	$(A \cup B) - C$	$(A \cup C) - B$	$(B \cup C) - A$	$(A \cup B \cup C)^c$
-------------------	-------------------	------------------	------------------	------------------	-----------------------

<p>a. Haga la distribución en un diagrama de Venn</p> <p>b. Diga qué porcentaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tuvo Fracaso en los tres platos _____</li> <li>Tuvo fracaso solo en dos _____</li> <li>Fracasó al menos en uno _____</li> <li>Fracasó solo en el boyacense _____</li> </ul>	
<p>c. ¿Cómo sería la distribución si los conjuntos se definen como los que fracasaron en cada una de las comidas?</p> <p>d. Haga dicha distribución.</p>	

**Ejercicio: (1 hora)**

- A. ¿Por qué el conjunto de los números naturales tiene un número infinito de elementos?
- B. Con el conjunto  $N = \{\text{Juan, Pedro, Luis, María, Ana, Belén}\}$  forma todos los subconjuntos posibles de dos elementos cada uno, de manera que estén constituidos por pareja de ambos sexos.
- C. Justifica por qué no podemos asignar al conjunto vacío el valor cero.

Es decir:

$$\emptyset = \{0\}$$

**Ejercicio: (1 hora)**

Resuelve el siguiente problema con diagrama de VENN: en un colegio existen **110** personas, de estas se sabe que los que hablan solo inglés son tantos como los que hablan inglés y francés. Los que hablan solo francés es la quinta parte de los que hablan inglés. Si **8** personas no hablan ninguno de estos dos idiomas, ¿cuántos hablan solo francés?

**Ejercicio: (1 hora)**

Resuelve el siguiente problema con diagrama de VENN: Se realizó una encuesta sobre los medios de transporte más utilizados en la ciudad de Bogotá, entre estos medios se encuentran: bus, moto y metro. Al finalizar la encuesta, se obtuvieron los siguientes resultados: de los 3200 encuestados, 1950 utilizan el metro, 400 se desplazan en moto, 1500 van en bus, 800 se desplazan en bus y metro, además ninguno de los que se transporta en moto utiliza bus o metro.

1. ¿El número de personas que solo utiliza el metro son?
2. Las personas que solo utilizan máximo 2 medios de transporte son.
3. ¿El número de personas que solo utiliza moto son?

**Ejercicio: (1 hora)**

En una reunión se determina que 40 personas son aficionadas al juego, 39 son aficionadas al vino y 48 a las fiestas, además hay 10 personas que son aficionadas al vino, juego y fiestas, existen 9 personas aficionadas al juego y vino solamente, hay 11 personas que son aficionadas al juego solamente y por último 9 a las fiestas y al vino solamente.

Determinar:

- a) El número de personas que es aficionada al vino solamente.
- b) El número de personas que es aficionada a las fiestas solamente

**Ejercicio: (1 hora)**

En una reunión de amigos, se realizó una encuesta a 60 personas donde se recogió la siguiente información sobre la comida que se brindó en el evento:

- 7 personas consumen pollo y cerdo, pero res.
- 6 personas consumen cerdo y res, pero no pollo.
- 3 personas consumen pollo y res, pero no cerdo.
- 50 personas consumen al menos uno de estos alimentos.
- 11 personas consumen pollo y cerdo.

Realiza un diagrama de VENN y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas personas consumen solamente un alimento?
2. ¿Cuántas personas no consumen ningún alimento?