

Actividades complementarias: Inducción matemática y conjuntos (24 horas)**Unidad de aprendizaje 1: inducción matemática****Video principio de la inducción matemática (6 minutos)**

<https://www.youtube.com/watch?v=w1xKj05urb4>

Lectura sobre la inducción matemática y desarrollar los 3 primeros ejercicios que se encuentran en la página 13 del documento: **(3 horas)**

<https://www.cimat.mx/especialidad.seg/anterior/documentos/celaya/inducccion.pdf>

Ejercicio 1: (1 hora)

Analice si es verdadera (V) o falsa (F), cada una de las siguientes afirmaciones. En caso de considerarla falsa, busque un contraejemplo, y en caso de considerarla verdadera trate de demostrarla mediante inducción matemática.

- a. $(\forall n \in \mathbb{N}) \left(P_n: 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \right)$
- b. “La suma de tres enteros consecutivos es siempre divisible por 6”
- c. “El producto de tres enteros consecutivos es siempre divisible por 6”

NOTA: Tres enteros consecutivos: “ $n, (n + 1), (n + 2)$ ”

- d. $(\forall M \in \mathbb{N}, \text{ impar}) (7^M + 1 \text{ es divisible por } 8)$

NOTA: Todo número impar es de la forma $2n - 1$ para $n \in \mathbb{N}$

Ejercicio 2: (2 horas)

- A. Pruebe si n es un entero positivo cualquiera, entonces se cumple la siguiente fórmula para la suma de cubos.

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Ejercicio 3: (8 horas)

A. Empleando la inducción matemática, comprobar que:

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots - 2nx^{2n-1} = \frac{1 - (2n+1)x^{2n} - 2nx^{2n+1}}{(1+x)^2}$$

B. Demostrar cada uno de los siguientes enunciados, empleando el método de la inducción matemática

$$1. \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n+1}$$

$$2. 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$$

$$3. \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \frac{3}{4 \times 5 \times 6} + \dots + \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{n(n+1)}{4(n+2)(n+3)}$$

$$4. 1 + 2R + 3R^2 + \dots + nR^{n-1} = \frac{1 - (n+1)R^n + nR^{n+1}}{(1-R)^2}$$

Unidad de aprendizaje 2: Conjuntos**Video operación entre conjuntos: (25 minutos)**

https://www.youtube.com/watch?v=Zc_-JkdT82A

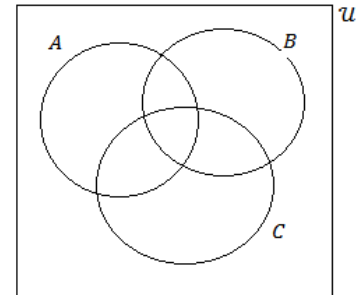
Ejercicio: (20 minutos)

Resuelve el siguiente ejercicio de operación entre los dos conjuntos representados en el diagrama de VENN.

https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1158440-operaciones_entre_conjuntos.html

-
1. En un diagrama de Venn sombree lo correspondiente al conjunto indicado **(10 minutos):**

$$(A \cap C) - (A^c - B^c)$$



-
2. Dados los conjuntos **(2 horas)**

Referencia o Universo: $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{Z} / -5 \leq x < 10\}$

$$A = \{x \in \mathcal{U} / -1 < x \leq 8\} \quad B = \{x \in \mathcal{U} / 4 \leq x \leq 9\} \quad C = \{x \in \mathcal{U} / 1 \leq x \leq 6\}$$

- a) Escribálos por extensión.
- b) Identifique por extensión, igualmente, los nuevos conjuntos:

(los elementos que conforman)

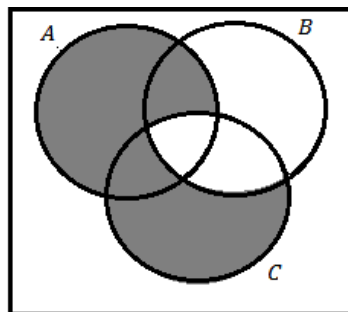
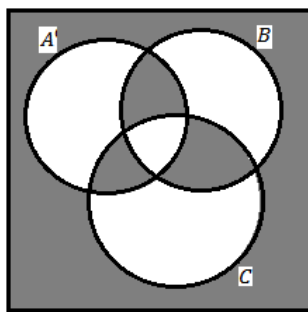
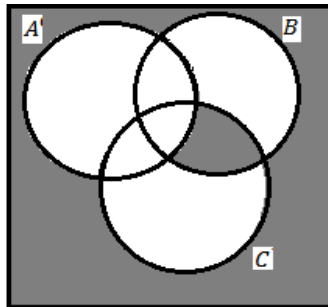
- i) $A \cap B \cap C$ ii) $A \cap B$ iii) $A \cap C$ iv) $B \cap C$
- v) $B - (A \cap C^c)$ vi) $(A \cap C) - (A^c - B^c)$

- c) Distribuya los conjuntos dados, \mathcal{U}, A, B y C , en un Diagrama (de Venn)
- d) Sombree los conjuntos propuestos en el literal b) anterior

- e) Con lo obtenido en c) y d) compare con las respuestas obtenidas en b)

1. Operaciones entre conjuntos (2 horas):

Identifique mediante operaciones entre conjuntos la parte sombreada, igualmente analicen las partes No sombreadas:



- 2.** Complete las siguientes igualdades con el conjunto más simple posible:

a. $\phi^c \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$ b. $(A \cup A^c)^c = \underline{\hspace{2cm}}$ c. $U - (A \Delta A^c)^c = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $(A - A^c) - U^c = \underline{\hspace{2cm}}$ e. $(U^c \cap A^c)^c = \underline{\hspace{2cm}}$

(1 hora)

- 3.** En un concurso de cocina se prepararon tres platos típicos; antioqueño, boyacense y costeño con los siguientes resultados:

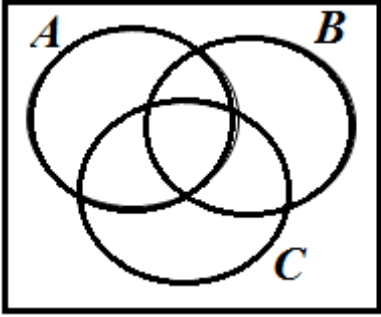
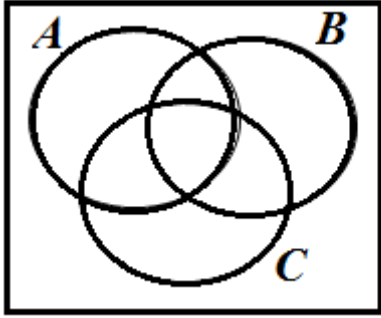
El 5 % tuvo éxito en los tres	El 6 % tuvo éxito en el antioqueño y el boyacense	El 5 % tuvo éxito en el boyacense y el costeño
El 8 % tuvo éxito en el antioqueño y el costeño	El 29 % tuvo éxito en el antioqueño	El 32 % tuvo éxito en el boyacense
El 36 % tuvo éxito en el costeño		

Distribuya los porcentajes tomando los conjuntos A , B y C considerando que son los que tuvieron éxito en cada una de las modalidades; antioqueño, boyacense y costeño, respectivamente

Explicar con palabras a quienes corresponden los siguientes conjuntos y qué porcentaje contiene cada uno:

$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$	$(A \cup B) - C$	$(A \cup C) - B$	$(B \cup C) - A$	$(A \cup B \cup C)^c$
-------------------	-------------------	------------------	------------------	------------------	-----------------------

<p><i>a.</i> Haga la distribución en un diagrama de Venn</p> <p><i>b.</i> Diga qué porcentaje:</p>	
--	--

<ul style="list-style-type: none"> • Tuvo Fracaso en los tres platos _____ • Tuvo fracaso solo en dos _____ • Fracasó al menos en uno _____ • Fracasó solo en el boyacense _____ 	
<p>c. ¿Cómo sería la distribución si los conjuntos se definen como los que fracasaron en cada una de las comidas?</p> <p>d. Haga dicha distribución.</p>	

Ejercicio: (1 hora)

- A. ¿Por qué el conjunto de los números naturales tiene un número infinito de elementos?
- B. Con el conjunto $N = \{\text{Juan, Pedro, Luis, María, Ana, Belén}\}$ forma todos los subconjuntos posibles de dos elementos cada uno, de manera que estén constituidos por pareja de ambos sexos.
- C. Justifica por qué no podemos asignar al conjunto vacío el valor cero. Es decir:

$$\emptyset = \{0\}$$

Ejercicio: (1 hora)

Resuelve el siguiente problema con diagrama de VENN: en un colegio existen 110 personas, de estas se sabe que los que hablan solo inglés son tantos como los que hablan inglés y francés. Los que hablan solo francés es la quinta parte de los que hablan inglés. Si 8 personas no hablan ninguno de estos dos idiomas, ¿cuántos hablan solo francés?

Ejercicio: (1 hora)

Resuelve el siguiente problema con diagrama de VENN: Se realizó una encuesta sobre los medios de transporte más utilizados en la ciudad de Bogotá, entre estos medios se encuentran: bus, moto y metro. Al finalizar la encuesta, se obtuvieron los siguientes resultados: de los 3200 encuestados, 1950 utilizan el metro, 400 se desplazan en moto, 1500 van en bus, 800 se desplazan en bus y metro, además ninguno de los que se transporta en moto utiliza bus o metro.

1. ¿El número de personas que solo utiliza el metro son?
2. Las personas que solo utilizan máximo 2 medios de transporte son.
3. ¿El número de personas que solo utiliza moto son?

Ejercicio: (1 hora)

En una reunión se determina que 40 personas son aficionadas al juego, 39 son aficionadas al vino y 48 a las fiestas, además hay 10 personas que son aficionadas al vino,

juego y fiestas, existen 9 personas aficionadas al juego y vino solamente, hay 11 personas que son aficionadas al juego solamente y por último 9 a las fiestas y al vino solamente.

Determinar:

- a) El número de personas que es aficionada al vino solamente.
- b) El número de personas que es aficionada a las fiestas solamente

Ejercicio: (1 hora)

En una reunión de amigos, se realizó una encuesta a 60 personas donde se recogió la siguiente información sobre la comida que se brindó en el evento:

- 7 personas consumen pollo y cerdo, pero res.
- 6 personas consumen cerdo y res, pero no pollo.
- 3 personas consumen pollo y res, pero no cerdo.
- 50 personas consumen al menos uno de estos alimentos.
- 11 personas consumen pollo y cerdo.

Realiza un diagrama de VENN y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas personas consumen solamente un alimento?
2. ¿Cuántas personas no consumen ningún alimento?