

Mécanique des fluides et agitation

Dominique ALONSO

16 juin 2004

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction - Notions de Base | 5 |
| 1.1 | Questions préliminaires | 5 |
| 1.1.1 | Qu'est ce qu'un fluide ? | 5 |
| 1.1.2 | Quelles sont les différences entre un fluide et un solide ? | 5 |
| 1.1.3 | Quelles sont les différences entre un gaz et un liquide ? | 6 |
| 1.1.4 | Qu'est-ce que la mécanique des fluides ? | 6 |
| 1.1.5 | A quoi sert la mécanique des fluides ? | 6 |
| 1.2 | Quelques propriétés des fluides | 7 |
| 1.2.1 | Masse volumique | 7 |
| 1.2.1.1 | Définition — Unités | 7 |
| 1.2.1.2 | Densité | 9 |
| 1.2.1.3 | Notion de fluide compressible/incompressible | 10 |
| 1.2.2 | Notion de Débit | 11 |
| 1.2.2.1 | Définitions — Unités | 11 |
| 1.2.2.2 | Relation entre débit massique et débit volumique | 13 |
| 1.2.2.3 | Relation entre débit et vitesse | 14 |
| 1.2.3 | mesure des propriétés | 16 |
| 1.3 | Bilans de matière | 16 |
| 1.3.1 | Qu'est-ce qu'un bilan de matière ? | 16 |
| 1.3.2 | Comment écrire un bilan de matière ? | 17 |
| 1.3.2.1 | Bilan de matière sur une conduite | 17 |
| 1.3.2.2 | Bilan de matière sur un embranchement | 20 |
| 1.3.2.3 | Cas général | 22 |
| 1.4 | Exercices complémentaires | 22 |
| 2 | Le fluide au repos — Statique des fluides | 25 |
| 2.1 | Qu'est-ce que la pression ? | 25 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.1.1 | Pression et Force | 25 |
| 2.1.2 | Pression et Énergie | 26 |
| 2.1.3 | Unités de pression | 26 |
| 2.1.4 | Notions de pressions absolue et relative | 27 |
| 2.2 | Comment évolue la pression au sein d'un fluide au repos ? | 28 |
| 2.2.1 | Quelques observations expérimentales | 28 |
| 2.2.1.1 | Expérience du crève-tonneau de PASCAL | 28 |
| 2.2.1.2 | Variation sur l'expérience de TORRICELLI | 29 |
| 2.2.2 | L'équation de l'hydrostatique | 29 |
| 2.2.2.1 | Formulations mathématiques | 29 |
| 2.2.2.2 | Approximation dans le cas des gaz | 31 |
| 2.2.2.3 | Interface entre deux fluides | 32 |
| 2.2.3 | Applications pratiques de la loi de l'hydrostatique | 34 |
| 2.3 | Comportement des flotteurs — Poussée d'Archimède | 37 |
| 2.3.1 | Poussée d'Archimède | 37 |
| 2.3.2 | Un cas particulier de flottaison : les liquides non-miscibles | 38 |
| 2.3.3 | Exemple d'application pratique des flotteurs | 38 |
| 2.4 | Exercices complémentaires | 39 |
| 3 | Le fluide en mouvement — Dynamique des fluides | 42 |
| 3.1 | Énergie d'un fluide | 42 |
| 3.1.1 | Qu'est-ce que l'énergie ? | 42 |
| 3.1.2 | Notion d'énergie volumique | 42 |
| 3.1.3 | Les différentes formes d'énergies d'un fluide | 43 |
| 3.1.3.1 | L'énergie de pression | 43 |
| 3.1.3.2 | L'énergie cinétique | 43 |
| 3.1.3.3 | l'énergie potentielle de pesanteur | 44 |
| 3.1.4 | L'énergie totale et l'énergie volumique totale | 46 |
| 3.1.5 | Débit d'énergie | 47 |
| 3.1.5.1 | Définition et unité | 47 |
| 3.1.5.2 | Relation entre débit d'énergie et débit volumique | 48 |
| 3.1.6 | La charge totale | 49 |
| 3.2 | Comment évolue l'énergie totale dans un fluide qui s'écoule ? | 49 |
| 3.2.1 | La conservation de l'énergie - Bilan d'énergie | 49 |
| 3.2.2 | Cas d'un écoulement sans apport ni perte d'énergie | 51 |
| 3.2.3 | Cas d'un écoulement avec apport d'énergie | 54 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.2.4 | Cas d'un écoulement avec perte d'énergie | 55 |
| 3.2.4.1 | Cas où l'énergie est cédée à une machine | 55 |
| 3.2.4.2 | Cas où l'énergie est dissipée par frottement | 56 |
| 3.3 | Exercices complémentaires | 59 |
| 4 | Calcul des pertes de charge | 63 |
| 4.1 | Rappels | 63 |
| 4.2 | Origine des frottements — Viscosité | 64 |
| 4.2.1 | Remarques générales | 64 |
| 4.2.2 | Viscosité | 64 |
| 4.2.2.1 | Définition et unité | 64 |
| 4.2.2.2 | Influence de la température et de la pression | 65 |
| 4.2.2.3 | Viscosité cinématique | 65 |
| 4.3 | Régime d'écoulement — Turbulence | 66 |
| 4.3.1 | Expérience de REYNOLDS | 66 |
| 4.3.2 | Régime d'écoulement et perte de charge | 67 |
| 4.3.3 | Nombre de Reynolds | 67 |
| 4.3.4 | Conduites non-cylindriques — Diamètre hydraulique | 69 |
| 4.4 | Comment calculer les pertes de charges d'un réseau ? | 70 |
| 4.4.1 | Pertes de charge régulières et singulières | 70 |
| 4.4.2 | Perte de charge totale d'un réseau | 71 |
| 4.4.3 | Calcul des pertes de charge régulières | 71 |
| 4.4.3.1 | Coefficient de perte de charge régulière | 71 |
| 4.4.3.2 | Utilisation du diagramme de MOODY | 72 |
| 4.4.4 | Pertes de charge singulières | 74 |
| 4.4.4.1 | Coefficient de perte de charge singulière | 74 |
| 4.4.4.2 | Notion de longueur droite équivalente | 76 |
| 4.4.5 | Circuits dérivés | 80 |
| 4.5 | Exercices complémentaires | 80 |
| 5 | Pompes et réseaux | 84 |
| 5.1 | Réseaux | 84 |
| 5.1.1 | Perte de charge d'un réseau | 84 |
| 5.1.2 | Bilan d'énergie et hauteur géométrique | 87 |
| 5.1.3 | Courbe de réseau | 89 |
| 5.1.4 | Association de réseaux en série | 90 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.1.5 | Association de réseaux en parallèle | 92 |
| 5.1.6 | Diamètre optimal de conduite | 93 |
| 5.2 | Pompes | 95 |
| 5.2.1 | Généralités | 95 |
| 5.2.2 | Pompes centrifuges | 95 |
| 5.2.3 | Courbe caractéristique d'une pompe | 96 |
| 5.2.4 | Pompe au sein d'un réseau - Point de fonctionnement | 96 |
| 5.2.5 | Puissance et rendement d'une pompe | 97 |
| 5.2.6 | Phénomène de cavitation | 99 |
| 5.2.7 | <i>NPSH</i> | 101 |
| 5.2.8 | Étude d'une courbe de pompe commerciale | 103 |
| 5.2.9 | Couplage de pompes | 105 |
| 5.2.10 | Pompes volumétriques | 108 |
| 5.3 | Exercices complémentaires | 110 |
| 6 | Méetrologie en mécanique des fluides | 116 |
| 6.1 | Mesure des masses volumiques | 116 |
| 6.1.1 | Méthode directe | 116 |
| 6.1.2 | Utilisation d'un flotteur - Densimètre | 117 |
| 6.2 | Mesure de la viscosité | 118 |
| 6.2.1 | Écoulement à travers un orifice calibré | 118 |
| 6.2.2 | Viscosimètre à chute de bille | 118 |
| 6.2.3 | Viscosimètre de COUETTE | 118 |
| 6.3 | Mesure de la pression | 119 |
| 6.3.1 | Prises de pression | 119 |
| 6.3.2 | Manomètres à colonne liquide - tubes manométriques | 120 |
| 6.3.3 | Manomètres à dispositif mécanique élastique | 122 |
| 6.4 | Mesure des débits | 123 |
| 6.4.1 | Orifices déprimogènes - Venturis, Diaphragmes et Tuyères | 123 |
| 6.4.2 | Débitmètres électromagnétiques | 126 |
| 6.4.3 | Débitmètres à turbine | 126 |
| 6.4.4 | Débitmètres massiques à forces de CORIOLIS | 127 |
| 6.4.5 | Débitmètres à flotteur | 127 |

Chapitre 1

Introduction - Notions de Base

1.1 Questions préliminaires

1.1.1 Qu'est ce qu'un fluide ?

On peut rencontrer la matière sous trois formes principales ¹ :

- l'état solide ;
- l'état liquide ;
- l'état gazeux.

Un *fluide* est un *liquide* ou un *gaz*.

1.1.2 Quelles sont les différences entre un fluide et un solide ?

La matière est constituée de particules de très petite taille qui sont des atomes, des molécules ou des ions. Dans un solide, ces particules sont fortement liées entre elles par des forces électrostatiques et occupent ainsi des positions fixes dans l'espace. Par conséquent, *un solide possède une forme bien déterminée*. Pour le déformer, il faut lui appliquer une contrainte mécanique suffisante pour contrer les forces qui existent entre les particules qui le constituent.

Dans le cas des fluides, ces forces sont moins intenses, si bien que les particules sont mobiles dans l'espace. Par conséquent, le *fluide* peut se déformer spontanément et *ne possède pas de forme propre*.

¹Il existe d'autres états de la matière comme l'état supercritique ou les plasmas, mais ceux-ci se rencontrent pour des conditions de température et de pression extrêmes.

1.1.3 Quelles sont les différences entre un gaz et un liquide ?

La principale différence entre un gaz et un liquide est que les particules constituant un liquide sont jointives alors que dans le cas d'un gaz ces particules sont beaucoup plus espacées les unes des autres. Cette différence a les deux conséquences suivantes :

- Il est possible de réduire le volume qu'occupe un gaz en le comprimant (en effet, les particules qui le constituent peuvent se rapprocher puisqu'elles ne sont pas jointives) alors que c'est impossible avec un liquide (les particules sont déjà jointives, il est impossible de plus les rapprocher) ;
- Un gaz va occuper tout le volume qui lui est offert alors qu'un liquide va épouser la forme du récipient qui le contient en laissant une surface libre (voir figure 1.1).

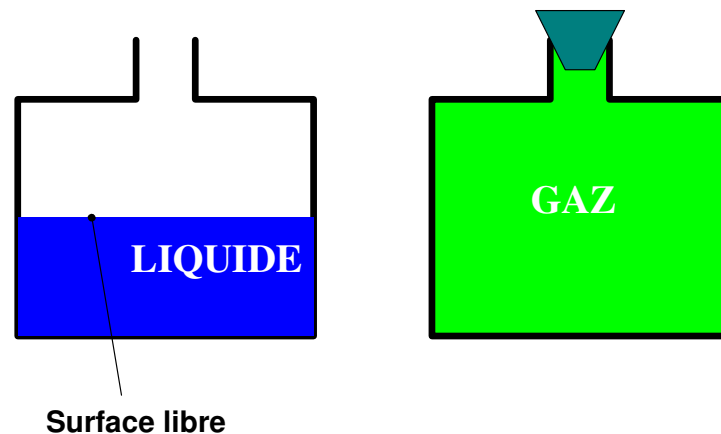


FIG. 1.1 – Différence de comportement d'un gaz et d'un liquide dans un récipient

1.1.4 Qu'est-ce que la mécanique des fluides ?

La mécanique des fluides est la branche de la physique qui s'intéresse à l'étude des forces et des énergies mises en jeu dans les fluides ainsi qu'aux caractéristiques des écoulements

1.1.5 A quoi sert la mécanique des fluides ?

Le champ d'application de la mécanique des fluides est extrêmement large et varié. En effet, dès qu'on se trouve en présence d'un fluide en écoulement et que l'on veut comprendre ou prévoir son comportement, il faut faire appel à la mécanique des fluides. On peut ainsi citer les domaines d'application suivants qui démontrent cette grande variété :

- l'écoulement du sang à l'intérieur des veines et artères ;

- les prévisions météorologiques qui doivent tenir compte de la circulation des masses d'air ;
- l'étude aérodynamique des véhicules et de l'écoulement de l'air ou de l'eau autour de ceux-ci ;
- le dimensionnement d'un réseau d'eau urbaine ;
- ...

En génie chimique-génie des procédés, les fluides en circulation sont omniprésents. Il est donc nécessaire de comprendre ce qui se passe lors de leur écoulement afin de concevoir, dimensionner et choisir convenablement les réseaux dans lesquels ils circulent. La mécanique des fluides permettra ainsi :

- de déterminer le diamètre optimal d'une conduite ;
- de choisir la pompe qui permettra de satisfaire aux conditions requises pour la circulation d'un fluide dans un réseau donné ;
- de prévoir la consommation d'énergie d'un appareil utilisé pour la circulation d'un fluide (pompe, compresseur ou ventilateur) ;
- de mieux comprendre le fonctionnement des appareils de mesure et de régulation ;
- ...

1.2 Quelques propriétés des fluides

1.2.1 Masse volumique

1.2.1.1 Définition — Unités

Les fluides (liquide ou gaz) sont pesants. Cela signifie qu'un volume donné de fluide (par exemple 1 m^3) représente une masse bien définie. Toutefois cette masse sera différente pour chaque fluide. Ainsi, 1 m^3 d'eau possédera une masse de 1000 kg, alors qu' 1 m^3 de mercure possédera une masse de 13600 kg. On peut ainsi définir pour chaque fluide une grandeur appelée *masse volumique* qui est le rapport de la masse m de fluide et du volume V qu'occupe cette masse (voir équation 1.1). On utilisera le symbole ρ (la lettre grecque rho) pour désigner la masse volumique.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

L'unité de la *masse volumique* dans le système d'unité international (S.I.) est le *kilogramme*

par mètre cube, abrégé kg/m^3 . On veillera donc à exprimer la masse en kg et le volume en m^3 .

Exemple 1 : On a vu précédemment qu'1 m^3 d'eau représentait une masse de 1000 kg. La masse volumique de l'eau sera donc :

$$\rho_{\text{eau}} = \frac{1000}{1} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Pour le mercure, nous avons vu qu'1 m^3 avait une masse de 13600 kg. Par conséquent, il vient :

$$\rho_{\text{mercure}} = \frac{13600}{1} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

On trouvera dans la table 1.1, les masses volumiques de divers fluides usuels. On peut constater ici que les masses volumiques des liquides sont beaucoup plus grandes que celles des gaz (environ 1000 fois). Ce phénomène s'explique par le fait que les particules constituant un liquide sont jointives. Aussi, l'ensemble des particules est plus compact et un volume plus réduit contient donc une plus grande masse.

TAB. 1.1 – Masses volumiques de fluides usuels

| Fluide | Masse volumique (kg/m^3) |
|---|-------------------------------------|
| Eau (à température ambiante) | 1000 |
| Eau de mer | 1020—1030 |
| Mercure | 13600 |
| Air (à 20 °C et à pression atmosphérique) | 1,2 |
| Vapeur d'eau (à 100 °C et à pression atmosphérique) | 0,6 |
| Ethanol (alcool éthylique) | 789 |
| Huile végétale | 910—940 |
| Huile minérale (lubrifiants) | 880—940 |
| Essence | 700—750 |
| Kérosène | 780—820 |
| Pétrole | 870 |

Nous avons vu que l'unité de la masse volumique dans le système international (SI) d'unités était le kg/m^3 . Il existe toutefois d'autres unités rassemblées dans le tableau 1.2. On y trouve aussi l'équivalence avec l'unité SI.

TAB. 1.2 – Unités de masse volumique

| Unité | Equivalence en kg/m ³ |
|---|--|
| g/cm ³ | 1 g/cm ³ =1000 kg/m ³ |
| kg/L | 1 kg/L=1000 kg/m ³ |
| g/L | 1 g/L=1 kg/m ³ |
| lb/ft ³ (livres par pieds au cube) | 1 lb/ft ³ =16,01846 kg/m ³ |

1.2.1.2 Densité

Afin d'éviter les problèmes d'unités lorsqu'on donne la valeur de la masse volumique d'un fluide, on a introduit la notion de *densité*. La densité d'un fluide est définie comme le rapport de la masse volumique de ce fluide (exprimée dans une unité quelconque) sur la masse volumique de l'eau (exprimée dans la même unité). L'équation 1.2 permet de calculer la densité que l'on notera par la lettre d .

$$d_{\text{fluide}} = \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{eau}}} \quad (1.2)$$

Il est *impératif d'exprimer la masse volumique du fluide et celle de l'eau dans la même unité*. La densité est donc une grandeur qui n'a donc pas d'unité (on dit qu'elle est sans dimension). Sa valeur ne dépend pas du système d'unité utilisé.

Exemple 2 : On a vu que la masse volumique du mercure était de 13600 kg/m³ et celle de l'eau de 1000 kg/m³. En lb/ft³ (unité anglo-saxonne), on aura :

$$\rho_{\text{eau}} = 62,43 \text{ lb/ft}^3$$

$$\rho_{\text{mercure}} = 849,02 \text{ lb/ft}^3$$

On peut calculer la densité à partir de ces deux systèmes d'unités :

$$d_{\text{mercure}} = \frac{13600}{1000} = 13,6$$

$$d_{\text{mercure}} = \frac{849,02}{62,43} = 13,6$$

On voit bien sur cet exemple que la densité ne dépend pas du système d'unités employé.

1.2.1.3 Notion de fluide compressible/incompressible

Nous avons vu précédemment (voir § 1.1.3) qu'il était possible de comprimer un gaz, c'est à dire de réduire le volume occupé par une masse donnée de ce gaz. Par exemple, si l'on emprisonne de l'air dans une seringue, on peut faire varier le volume occupé par cette masse d'air en exerçant une pression sur le piston. La même opération est impossible avec un liquide. On dit que les gaz sont *compressibles* alors que les liquides sont *incompressibles*.

Cette propriété des gaz a par conséquent une influence sur leur masse volumique. Reprenons l'exemple de la seringue :

Exemple 3 : Remplissons d'air une seringue de volume $V_1=20$ mL (soit $20 \cdot 10^{-6}$ m³). Dans les conditions atmosphériques cette seringue contiendra alors une masse d'air $m_1=24 \cdot 10^{-3}$ g (soit $24 \cdot 10^{-6}$ kg). La masse volumique ρ_1 de l'air contenu initialement sera donc :

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{24 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} = 1,206 \text{ kg/m}^3$$

Comprimons, à l'aide du piston, cette masse d'air jusqu'à un volume $V_2=10$ mL. La masse d'air contenue dans la seringue est toujours la même, c'est à dire m_1 . La masse volumique ρ_2 de l'air comprimé est alors :

$$\rho_2 = \frac{m_1}{V_2} = \frac{24 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 1,412 \text{ kg/m}^3$$

On peut ainsi constater qu'en comprimant le gaz, on a augmenté sa masse volumique.

En fait, en comprimant le gaz, nous avons augmenté sa pression (voir § 2.1 du chapitre 2). Ainsi, on pourra dire que *la masse volumique d'un gaz dépend de la pression de celui-ci*. De plus, *la masse volumique des gaz dépend aussi fortement de la température*. C'est pourquoi dans le tableau 1.1 donnant les masses volumiques de certains fluides usuels, nous avons pris soin de donner pour les gaz les valeurs de la pression et de la température auxquelles ont été mesurées ces masses volumiques.

L'équation 1.3 suivante permet de calculer la masse volumique d'un gaz en fonction des conditions de pression et de température :

$$\rho_{\text{gaz}} = \frac{0,001 \cdot P \cdot M}{R \cdot (273,15 + T)} \quad (1.3)$$

avec P la pression du gaz exprimée en Pascal (Pa), T la température du gaz exprimée en °C, R la

constante des gaz parfaits qui vaut $8,314 \text{ J/mol}^\circ\text{C}$ et M la masse molaire ² du gaz exprimée en g/mol.

Nous avons dit précédemment que les liquides étaient, contrairement aux gaz, incompressibles. Ceci implique que la masse volumique des liquides ne varie pas. En réalité, on observe que la masse volumique des liquides varie *très faiblement* avec la température et encore plus faiblement avec la pression. Ainsi, la masse volumique de l'eau à 0° vaut 1000 kg/m^3 alors qu'à 100° elle vaut 959 kg/m^3 . Une telle précision n'est en général nécessaire que pour des calculs très précis. On peut alors trouver la masse volumique des liquides en fonctions de la température dans des tables.

1.2.2 Notion de Débit

1.2.2.1 Définitions — Unités

En génie chimique-génie des procédés, il est essentiel de pouvoir connaître la quantité de matière qui circule à l'intérieur des différents éléments du procédé (conduites, pompes, réacteurs,...). Par conséquent, il est nécessaire de définir la notion de débit.

Considérons, par exemple, une conduite (voir figure 1.2) dans laquelle circule un fluide. On appellera section de passage la surface à travers laquelle s'écoule le fluide (hachurée sur la figure). Le débit s'écoulant à travers cette section de passage représentera alors la quantité de matière (exprimée par une masse ou un volume) qui passe à chaque unité de temps (c'est à dire chaque seconde, chaque minute, chaque heure,... selon l'unité de temps choisie) à travers cette section. Si on choisi d'exprimer la quantité de matière, alors on parlera de *débit massique*. Si on choisi d'utiliser un volume on parlera de *débit volumique*. On notera Q_m le débit massique et Q_v le débit volumique.

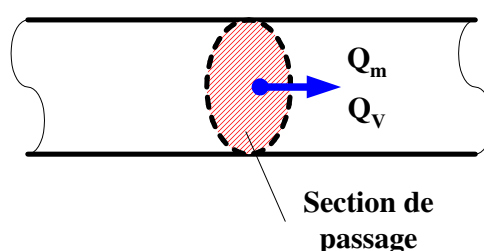


FIG. 1.2 – Fluide en écoulement dans une conduite

Par conséquent si une masse m de fluide traverse la section de passage pendant un intervalle

²La masse molaire est une caractéristique propre à chaque gaz. Elle ne dépend que de la composition du gaz et peut être trouvée dans des tables.

de temps t , on pourra calculer le débit massique Q_m de la manière suivante :

$$Q_m = \frac{m}{t} \quad (1.4)$$

De même, si un volume V franchit la section de passage pendant l'intervalle de temps t , on calculera le débit volumique Q_V de la manière suivante :

$$Q_V = \frac{V}{t} \quad (1.5)$$

Les unités du système international pour la masse étant le kg, pour le volume le m^3 et pour le temps la seconde (s), l'unité du système international pour le débit massique sera le kg/s et pour le débit volumique le m^3/s . Il est bien sûr possible d'exprimer masse, volume et temps dans d'autres unités. Par exemple, si on choisit le gramme (g) comme unité de masse et la minute (min) comme unité de temps, le débit massique sera donné en g/min. De même, si on choisit le litre (L) comme unité de volume et l'heure (h) comme unité de temps, les débits volumiques seront exprimés en L/h.

Exemple 4 : Débit d'eau dans une installation sanitaire

On prélève pendant 1 minutes et 17 secondes de l'eau à un robinet d'eau sanitaire à l'aide d'un récipient. On a ainsi prélevé une masse de 12,33 kg. On a donc :

$$m = 12,33 \text{ kg}$$

$$t = 1 \text{ min } 17 \text{ s} = 77 \text{ s}$$

On peut par conséquent calculer le débit massique d'eau Q_m disponible sur ce robinet :

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{12,33}{77} = 0,16 \text{ kg/s}$$

Exemple 5 : Dans une unité de fabrication de benzène (qui est un hydrocarbure liquide à température ambiante) on stocke le produit final dans plusieurs cuves. Ces cuves parallélépipédiques ont pour dimensions :

- Longueur $L=10$ m
- Largeur $l=4$ m
- Hauteur $h=2,5$ m

Il faut une heure, 12 minutes et 37 secondes pour remplir une cuve.

Il est ainsi possible de déterminer le débit volumique $Q_{V \text{ Benzène}}$ de benzène produit.

Le volume V de la cuve est :

$$V = L \cdot l \cdot h = 10 \cdot 4 \cdot 2,5 = 100 m^3$$

Le temps de remplissage t vaut :

$$t = 1 \text{ h } 12 \text{ min } 37 \text{ s} = 1 \cdot 3600 + 12 \cdot 60 + 37 = 4357 \text{ s}$$

On peut alors déterminer $Q_{V \text{ Benzène}}$:

$$Q_{V \text{ Benzène}} = \frac{V}{t} = \frac{100}{4357} = 0,023 m^3/s$$

1.2.2.2 Relation entre débit massique et débit volumique

Nous avons vu qu'il existe une relation entre masse et volume (équation 1.1) :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Par conséquent, on peut écrire :

$$m = \rho \cdot V \tag{1.6}$$

Or nous avons vu précédemment que :

$$Q_m = \frac{m}{t}$$

En remplaçant m dans l'expression précédente par la relation 1.6, on obtient :

$$Q_m = \frac{\rho \cdot V}{t} = \rho \cdot \frac{V}{t} \quad (1.7)$$

Par conséquent, on peut écrire la relation suivante entre débit massique et débit volumique :

$$Q_m = \rho \cdot Q_V \quad (1.8)$$

Ou encore :

$$Q_V = \frac{Q_m}{\rho} \quad (1.9)$$

Exemple 6 : Si nous reprenons l'exemple 4, nous avons un débit massique Q_m de 0,16 kg/s. Il est alors possible de calculer le débit volumique. En effet, la masse volumique de l'eau vaut :

$$\rho_{eau} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Il vient donc :

$$Q_V = \frac{Q_m}{\rho_{eau}} = \frac{0,16}{1000} = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

On peut exprimer ce débit volumique dans une unité plus adaptée, par exemple le L/min. En effet :

$$1 \text{ m}^3/\text{s} = 1000 \text{ L/s} = 60 \cdot 1000 = 60000 \text{ L/min}$$

On a donc :

$$Q_V = 0,16 \cdot 10^{-3} \cdot 60000 = 9,6 \text{ L/min}$$

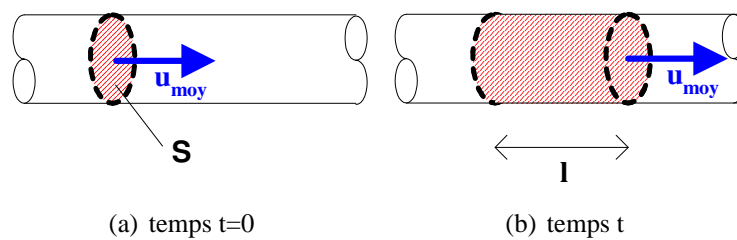
1.2.2.3 Relation entre débit et vitesse

Lorsqu'un fluide s'écoule, les particules qui le composent sont animées d'une certaine vitesse. Reprenons l'exemple de l'écoulement d'un fluide au sein d'une conduite, en supposant que toutes les particules se trouvant dans la section de passage (hachurée sur la figure 1.3(a)) au temps $t = 0$ sont animées de la vitesse ³ moyenne u_{moy} . Après un intervalle de temps t , ces particules vont se retrouver dans une section distante d'une longueur l de la section initiale (voir figure 1.3(b)). On peut alors calculer cette longueur l :

$$l = u_{moy} \cdot t \quad (1.10)$$

La surface de la section de passage étant S , on peut alors calculer le volume V de fluide qui est

³En mécanique des fluides, les vitesses sont en général notées u et non v , pour éviter la confusion avec le volume.

FIG. 1.3 – Écoulement dans une conduite au cours de l'intervalle de temps t

passé à travers la section de passage pendant l'intervalle de temps t :

$$V = l \cdot S = u_{moy} \cdot t \cdot S \quad (1.11)$$

On peut donc aisément calculer le débit volumique s'écoulant à travers notre section de passage :

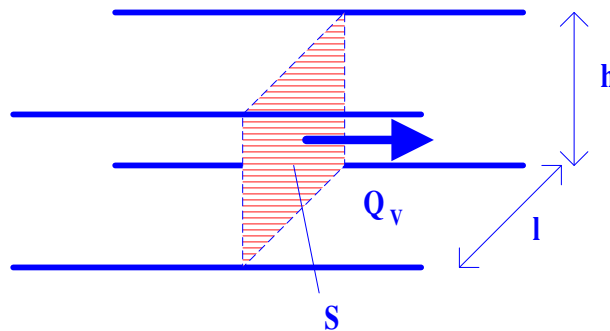
$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{u_{moy} \cdot t \cdot S}{t} = u_{moy} \cdot S \quad (1.12)$$

On a donc les relations suivantes entre débit volumique et vitesse et entre débit massique et vitesse :

$$Q_V = u_{moy} \cdot S \quad (1.13)$$

$$Q_m = \rho \cdot u_{moy} \cdot S \quad (1.14)$$

Exemple 7 : Considérons une gaine de ventilation dans laquelle circule de l'air. Cette gaine est de section rectangulaire (largeur $l=30$ cm, hauteur $h=50$ cm). Le débit volumique d'air circulé est de $5400 \text{ m}^3/\text{h}$. On désire connaître la vitesse moyenne de l'air dans la conduite.



Il faut tout d'abord calculer la section de passage S de l'air :

$$S = l \cdot h = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ m}^2$$

On peut maintenant calculer la vitesse du fluide sachant que $Q_v = u \cdot S$.

$$u = \frac{Q_v}{S} = \frac{5400/3600}{0,15} = 10 \text{ m/s}$$

1.2.3 mesure des propriétés

Les méthodes de mesures des différentes grandeurs vues précédemment nécessitent, pour être comprises, d'autres notions de mécanique des fluides. Par conséquent, le chapitre 6 sera consacré à la métrologie en mécanique des fluides.

1.3 Bilans de matière

1.3.1 Qu'est-ce qu'un bilan de matière ?

Au sein d'un procédé, on rencontre de nombreux organes dans lesquels circulent des fluides. Ces organes peuvent comporter plusieurs entrées et plusieurs sorties. Il est très souvent nécessaire d'établir des relations entre les quantités de matière sortantes et entrantes, c'est à dire plus

précisément entre les débits entrants et sortants. Effectuer un *bilan de matière* consistera alors à recenser les différents flux de matière et à en établir une sorte de comptabilité. Les relations ainsi établies entre les différents débits permettront alors d'établir des relations entre les différentes vitesses.

1.3.2 Comment écrire un bilan de matière ?

1.3.2.1 Bilan de matière sur une conduite

Reprenons toujours l'exemple d'une conduite. Toutefois, celle-ci peut ne pas avoir une section constante (voir figure 1.4).

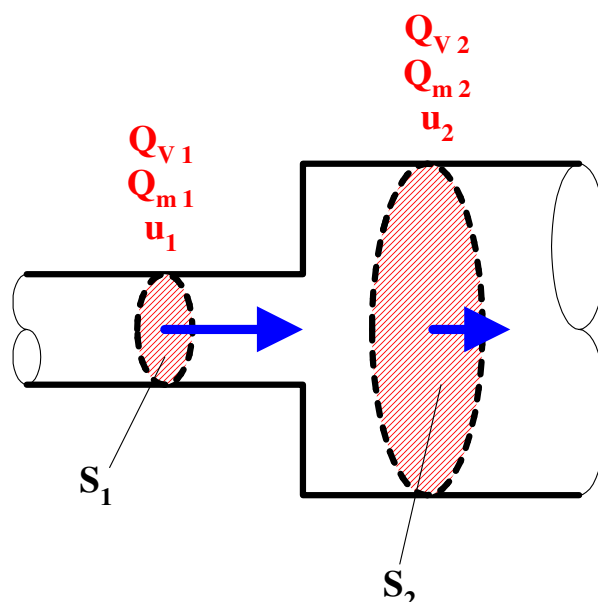


FIG. 1.4 – Conduite avec changement de section

Si l'on considère que l'écoulement est bien établi, c'est à dire qu'il a eu le temps de se stabiliser, les débits, les vitesses et les différentes propriétés du fluide dans les différentes parties de la conduite seront par conséquent constants. On dit que le *régime permanent* est établi.

Considérons maintenant la masse m_1 de fluide traversant la section S_1 (petite section de la conduite) pendant l'intervalle de temps t . On souhaite déterminer la masse m_2 de fluide traversant la section S_2 pendant ce même intervalle de temps t . La masse de fluide compris entre les sections S_1 et S_2 devra rester constante puisque le régime permanent est établi. Par conséquent, si pendant le temps t il rentre dans cette partie de la conduite une masse m_1 , il faut que la même masse en sorte pendant le même temps. Si cette condition n'était pas vérifiée, il y aurait une augmentation

ou une diminution de la masse de fluide contenu entre les deux sections. On a donc $m_1 = m_2$. On peut alors établir la relation suivante entre les débits :

$$Q_{m1} = \frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = Q_{m2} \quad (1.15)$$

On a donc la conservation du débit massique qu'on écrit :

$$Q_{m1} = Q_{m2} \quad (1.16)$$

Il paraît maintenant légitime de se poser la question de savoir si le *débit volumique* se conserve aussi. La relation 1.6 liant débit massique et volumique, nous permet alors d'écrire :

$$\rho_1 \cdot Q_{V1} = \rho_2 \cdot Q_{V2} \quad (1.17)$$

où ρ_1 et ρ_2 sont les masses volumiques dans les sections S_1 et S_2 de la conduite.

Dans le cas des fluides incompressibles, c'est à dire les liquides, la masse volumique reste constante. Par conséquent, on aura $\rho_1 = \rho_2$, et donc :

$$Q_{V1} = Q_{V2} \quad (1.18)$$

On peut donc dire que *pour les liquides le débit volumique se conserve*.

Dans le cas des fluides compressibles, c'est à dire les gaz, il se peut que la pression et la température du fluide soient différentes dans les sections S_1 et S_2 de la conduite. Or la masse volumique d'un gaz dépend de ces deux paramètres. On aura donc $\rho_1 \neq \rho_2$, et par conséquent :

$$Q_{V1} \neq Q_{V2} \quad (1.19)$$

On peut maintenant s'interroger sur la vitesse moyenne du fluide dans les sections 1 et 2. En utilisant l'équation 1.14, on a :

$$\rho_1 \cdot u_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot u_2 \cdot S_2 \quad (1.20)$$

Ce qui nous donne pour u_2 la vitesse dans la section S_2 :

$$u_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{S_1}{S_2} \cdot u_1 \quad (1.21)$$

On voit alors bien que si les sections S_1 et S_2 sont différentes, ou si la masse volumique du fluide varie, la vitesse dans les 2 sections seront différentes. Un cas particulier très important est celui des *fluides incompressibles* pour lesquels $\rho_1 = \rho_2$. On a alors :

$$u_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot u_1 \quad (1.22)$$

La variation de vitesse est alors uniquement fonction du rapport des sections de passage S_1 et S_2 .

- Si $\frac{S_1}{S_2} > 1$ alors $u_2 > u_1$;
- Si $\frac{S_1}{S_2} < 1$ alors $u_2 < u_1$;

En d'autres termes, lorsque la section d'une conduite diminue, la vitesse du fluide augmente ; et lorsque la section du fluide augmente la vitesse diminue. Il faut toutefois garder en tête que le débit reste le même dans les deux sections.

Exemple 8 : Reprenons le cas de la figure 1.4. On considérera que la conduite est cylindrique. Le petit diamètre D_1 vaut 10 mm et le grand diamètre D_2 vaut 20 mm. Le débit volumique d'eau Q_{V1} circulant dans cette conduite est 8 L/min. On souhaite alors connaître le débit volumique Q_{V2} , les débits massiques Q_{m1} et Q_{m2} ainsi que les vitesses moyennes u_1 et u_2 . L'eau est un fluide incompressible donc le débit volumique se conserve. On peut donc écrire :

$$Q_{V2} = Q_{V1} = 10 \text{ L/min} = \frac{10}{60} = 0,167 \text{ L/s} = 0,167 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

On obtient facilement les débits massiques :

$$Q_{m1} = \rho_{\text{eau}} \cdot Q_{V1} = 1000 \cdot 0,167 \cdot 10^{-3} = 0,167 \text{ kg/s}$$

$$Q_{m2} = Q_{m1} = 0,167 \text{ kg/s}$$

Pour calculer les vitesses, il faut d'abord calculer les surfaces S_1 et S_2 :

$$S_1 = \pi \cdot \frac{D_1^2}{4} = \pi \cdot \frac{0,01^2}{4} = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$S_2 = \pi \cdot \frac{D_2^2}{4} = \pi \cdot \frac{0,02^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Il vient alors :

$$u_1 = \frac{Q_{V1}}{S_1} = \frac{0,167 \cdot 10^{-3}}{7,85 \cdot 10^{-5}} = 2,12 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \frac{Q_{V2}}{S_2} = \frac{0,167 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 0,53 \text{ m/s}$$

On constate bien qu'en augmentant la section de la conduite la vitesse du fluide diminue. On aurait aussi pu calculer u_2 de la manière suivante :

$$u_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot u_1 = \frac{7,85 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot 10^{-4}} \cdot 2,12 = 0,53 \text{ m/s}$$

1.3.2.2 Bilan de matière sur un embranchement

Considérons maintenant le cas d'un embranchement sur une conduite (voir figure 1.5). Deux flux de matière traversent les sections S_1 et S_2 avec des débits massiques respectifs Q_{m1} et Q_{m2} . Il se mélangent pour donner naissance au troisième flux qui traverse la section S_3 avec un débit massique Q_{m3} .

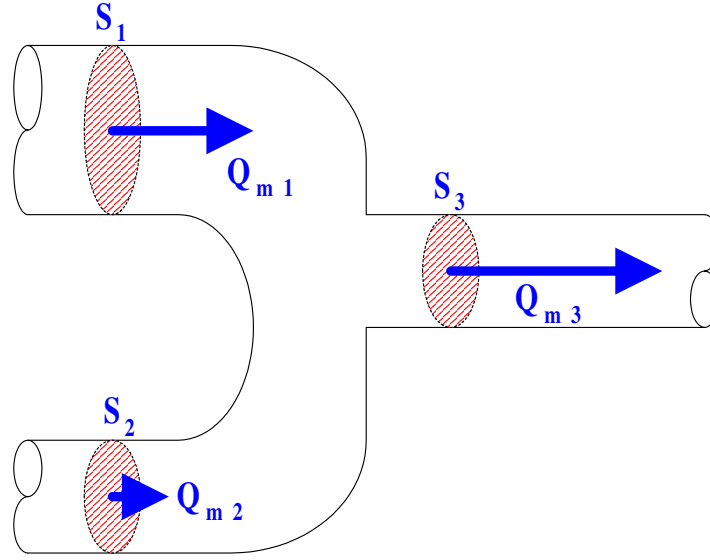


FIG. 1.5 – Embranchement sur une conduite

En considérant toujours l'écoulement en régime permanent, on peut reproduire le raisonnement précédemment établi pour la conduite. La quantité de matière comprise entre les sections S_1 , S_2 et S_3 doit rester constante. Par conséquent, pendant un même intervalle de temps il doit rentrer autant de matière dans cette zone (entre les trois surfaces) qu'il doit en sortir. Le débit massique net de matière entrant sera donc la somme des débits entrant Q_{m1} et Q_{m2} . On pourra alors écrire le bilan de matière suivant :

$$Q_{m1} + Q_{m2} = Q_{m3} \quad (1.23)$$

De plus, si le fluide est incompressible, c'est à dire s'il est un liquide, alors on pourra également écrire la conservation du débit volumique :

$$Q_{V1} + Q_{V2} = Q_{V3} \quad (1.24)$$

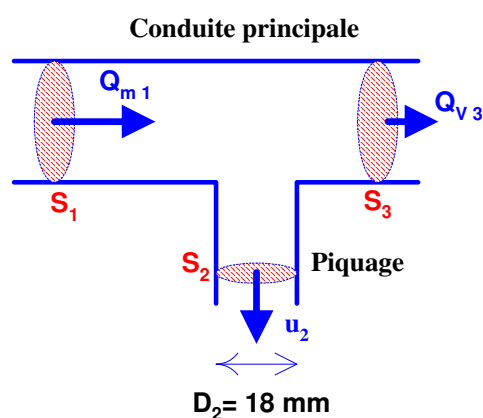
On pourra aussi établir une relation entre les vitesses :

$$\rho_1 \cdot u_1 \cdot S_1 + \rho_2 \cdot u_2 \cdot S_2 = \rho_3 \cdot u_3 \cdot S_3 \quad (1.25)$$

Et si on est en présence d'un liquide, ce qui implique que $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$, alors on pourra écrire :

$$u_1 \cdot S_1 + u_2 \cdot S_2 = u_3 \cdot S_3 \quad (1.26)$$

Exemple 9 : Considérons une conduite principale dans laquelle circule de l'essence de densité $d_{essence} = 0,72$. Le débit massique Q_{m1} d'essence entrant dans la conduite est de 3 tonnes par heures. On réalise un piquage sur la conduite principale pour alimenter une conduite secondaire cylindrique de 18 mm de diamètre. On sait que la vitesse moyenne u_2 du fluide dans cette conduite secondaire est de 0,9 m/s. On souhaite connaître le débit volumique Q_{V3} sortant de la conduite principale.



L'essence étant un fluide incompressible, le bilan de matière revient à écrire la conservation du débit volumique :

$$Q_{V1} = Q_{V2} + Q_{V3}$$

D'où :

$$Q_{V3} = Q_{V1} - Q_{V2}$$

On peut alors calculer Q_{V1} et Q_{V2} :

$$Q_{V1} = \frac{Q_{m1}}{\rho_1} = \frac{3 \cdot 1000 / 3600}{0,72 \cdot 1000} = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{V2} = S_2 \cdot u_2 = \frac{\pi \cdot 0,018^2}{4} \cdot 0,9 = 2,29 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

On peut alors calculer Q_{V3} :

$$Q_{V3} = Q_{V1} - Q_{V2} = 1,16 \cdot 10^{-3} - 2,29 \cdot 10^{-4} = 9,28 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

1.3.2.3 Cas général

En reprenant le raisonnement suivi pour les deux cas précédemment étudiés, on peut comprendre comment écrire un bilan de matière sur tout système fonctionnant en régime permanent. Ce système peut être un élément d'un procédé ou même le procédé dans son ensemble.

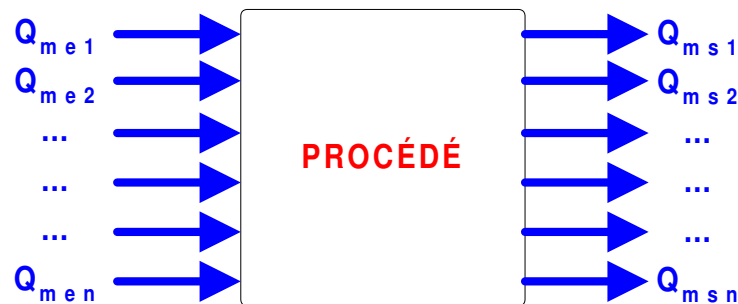


FIG. 1.6 – Bilan de matière sur un procédé

Sur la figure 1.6, on voit un procédé représenté par une *boîte* dans laquelle entrent et sortent des flux de matière auxquels sont associés des débits massiques (Q_{me} pour les débits entrants et Q_{ms} pour les débits sortants). Le bilan de matière consistera alors à écrire que la somme des débits massiques entrants est égale à la somme des débits massiques sortants :

$$Q_{me1} + Q_{me2} + \dots + Q_{men} = Q_{ms1} + Q_{ms2} + \dots + Q_{msn} \quad (1.27)$$

De plus pour les liquides on pourra écrire la conservation du débit volumique puisque la masse volumique d'un liquide est constante :

$$Q_{Ve1} + Q_{Ve2} + \dots + Q_{Ven} = Q_{Vs1} + Q_{Vs2} + \dots + Q_{Vsn} \quad (1.28)$$

1.4 Exercices complémentaires

Exercice 1 :

Un pétrolier possède une capacité de transport de 340000 tonnes de pétrole brut. Quelle volume de pétrole peut donc contenir ce bateau ?

Données : $d_{ptrole}=0,87$

Exercice 2 :

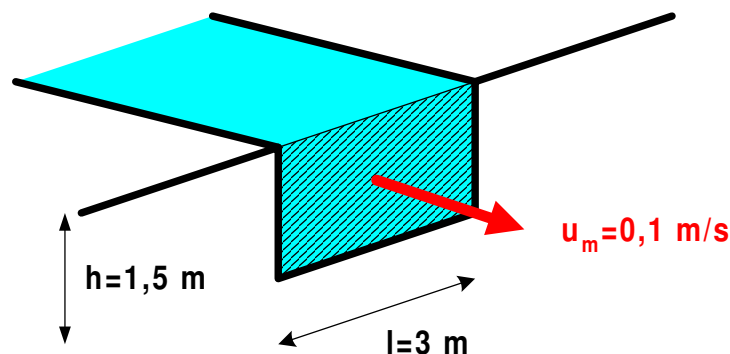
Un plongeur remplit sa bouteille d'un volume de 10 L avec de l'air comprimé à $1,5 \cdot 10^6$ Pascal

(c'est à dire 15 bar). La température ambiante est de 20 °C. Quelle masse d'air a-t-il introduit dans la bouteille ?

Données : Masse molaire de l'air $M_{air}=29$ g/mol

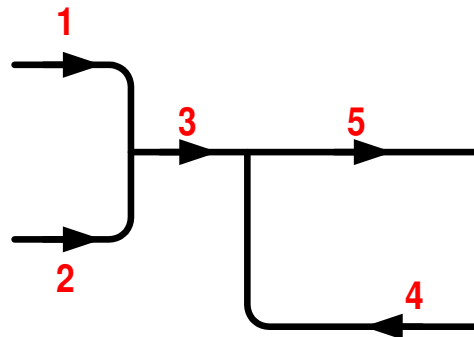
Exercice 3 :

Un petit cours d'eau dans sa partie canalisée possède une largeur de 3 m et une profondeur de 1,5 m. On mesure sa vitesse moyenne d'écoulement $u_m=0,1$ m/s. Donnez le débit volumique de ce cours d'eau exprimé en m³/h.



Exercice 4 :

On rencontre le réseau de conduites d'huile suivant au sein d'une usine.



On désire connaître le débit massique, le débit volumique ainsi que la vitesse moyenne du fluide en chaque point du réseau (les diamètres D de la conduite aux différents points sont donnés).

| | | |
|-----------|-------------------------------------|-----------------------|
| Données : | $d_{huile} = 0,91$ | $D_1 = 40 \text{ mm}$ |
| | $Q_{m1} = 1 \text{ kg/s}$ | $D_2 = 32 \text{ mm}$ |
| | $Q_{V2} = 7,2 \text{ m}^3/\text{h}$ | $D_3 = 50 \text{ mm}$ |
| | $Q_{m5} = 15 \text{ tonne/h}$ | $D_4 = 25 \text{ mm}$ |
| | | $D_5 = 50 \text{ mm}$ |

Exercice 5 :

Une lance à incendie a un débit de 30 m³/h avec une conduite 18-65 (18 représente en mm le

diamètre de l'extrémité conique, c'est-à-dire le diamètre de sortie de la lance et 65 représente en mm, le diamètre du tuyau avant le rétrécissement). Calculez la vitesse de l'eau en sortie et en entrée de la lance.

Chapitre 2

Le fluide au repos — Statique des fluides

2.1 Qu'est-ce que la pression ?

2.1.1 Pression et Force

Les particules qui forment un fluide ne sont pas immobiles les unes par rapport aux autres. Elles sont agitées de façon désordonnée ce qui provoque de nombreux chocs entre elles et avec les parois. Par ces chocs, le fluide applique une force sur les parois. Ces forces sont appelées *forces de pression*.

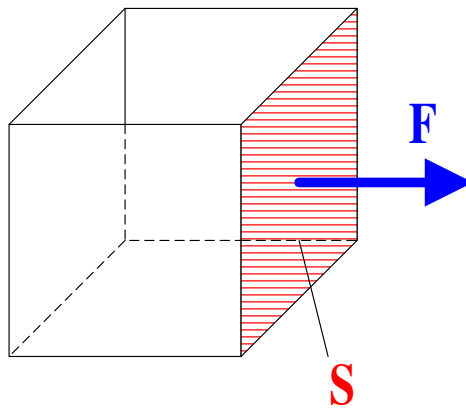


FIG. 2.1 – Force de pression appliquée sur une paroi

Considérons la figure 2.1 représentant une enceinte contenant un fluide. Ce fluide exerce donc des forces sur chacune des parois. Ces forces sont dirigées vers l'extérieur de l'enceinte et sont perpendiculaires aux parois. Si on considère la face hachurée de surface S , le fluide lui applique une force F . On peut ainsi définir la pression P du fluide comme le rapport de cette force F et de

la surface S :

$$P = \frac{F}{S} \quad (2.1)$$

Réciproquement, si on connaît la pression du fluide, on peut calculer la force qu'il exerce sur une paroi de la manière suivante :

$$F = P \cdot S \quad (2.2)$$

La pression représente donc la force qui s'exerce sur chaque unité de surface.

2.1.2 Pression et Énergie

On a vu au paragraphe précédent que la pression était l'expression d'une force exercée par le fluide. Si le fluide est capable d'exercer une force, c'est qu'il possède une certaine *énergie*. Si on appelle E_{pr} l'énergie d'un volume V de fluide dont la pression est P , on a alors la relation suivante :

$$E_{pr} = P \cdot V \quad (2.3)$$

La pression P représente donc aussi la quantité d'énergie contenue dans chaque unité de volume de fluide. On dit que c'est une *énergie volumique*. On a bien pris soin de préciser l'indice *pr* pour l'énergie pour signifier qu'il s'agit ici d'une énergie de pression. On rencontrera par la suite d'autres types d'énergies, comme par exemple l'énergie cinétique que le fluide acquiert lorsque sa vitesse augmente.

2.1.3 Unités de pression

Nous venons de voir qu'il était possible de voir la pression comme une force par unité de surface, et à la fois comme une énergie par unité de volume. On pourra ainsi exprimer son unité de deux manières différentes qui sont toutefois équivalentes.

Dans le système international, l'unité pour la force est le Newton, noté N, et l'unité de la surface le mètre carré (m^2). Par conséquent l'unité dans le système international pour la pression sera le N/m^2 . L'unité internationale d'énergie est le Joules, noté J, et celle pour le volume le mètre cube (m^3). On pourra donc aussi utiliser le J/m^3 comme unité internationale de pression. En fait, le N/m^2 et le J/m^3 sont une seule et même unité, et sont par conséquent équivalentes. Une unité a donc été inventée pour la pression : C'est le Pascal, noté Pa. On a par conséquent l'équivalence suivante :

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ J/m}^3 \quad (2.4)$$

Il existe de nombreuses autres unités de pression couramment employées dans l'industrie. Le tableau 2.1 en dresse une liste non-exhaustive.

TAB. 2.1 – Unités de pression usuelles

| Unité | Correspondance avec le Pa |
|--------------------------------------|---------------------------|
| bar | 1 b=10 ⁵ Pa |
| Atmosphère (atm) | 1 atm=101325 Pa |
| Millimètre de mercure (mmHg) ou torr | 1 mmHg=133,32 Pa |
| Centimètre de colonne d'eau (cmCE) | 1 cmCE=98,06 Pa |
| Psi (Livres par pouce au carré) | 1 Psi=6894,7 Pa |

2.1.4 Notions de pressions absolue et relative

Nous vivons dans un monde qui est baigné au sein d'un fluide : *l'air*. On désigne par *pression atmosphérique* la valeur de la pression de l'air ambiant. On note la pression atmosphérique P_{atm} . Cette valeur (que l'on mesure à l'aide d'un baromètre) fluctue en fonction des conditions météorologiques et de la zone géographique. Toutefois, la valeur de la pression atmosphérique oscille autour d'une valeur moyenne qu'on appelle pression atmosphérique normale qui vaut 101325 Pa.

Lorsque la pression d'un fluide est *supérieure* à la *pression atmosphérique* on dit que ce fluide est *sous pression*. Lorsque la pression du fluide est *inférieure* à la pression atmosphérique, on dit que le fluide est *sous vide*. Une pression nulle ($P=0$ Pa) correspond à un vide parfait qui correspond en fait à une absence totale de particules (atomes ou molécules).

Comme nous le verrons plus loin, on fait souvent apparaître dans les calculs la différence entre la pression P du fluide et la pression atmosphérique P_{atm} . On définit ainsi une grandeur qu'on appelle *pression relative*, que l'on note P' , par :

$$P' = P - P_{atm} \quad (2.5)$$

Pour bien différencier P et P' , on appellera P la pression absolue. P et P' sont toutes deux des pressions et ont par conséquent la même unité. On trouve parfois la mention *abs* ou *a* à côté de l'unité de pression pour signaler qu'il s'agit d'une pression absolue.

2.2 Comment évolue la pression au sein d'un fluide au repos ?

2.2.1 Quelques observations expérimentales

2.2.1.1 Expérience du crève-tonneau de PASCAL

Blaise PASCAL (1623—1662) afin de mettre en évidence la manière dont évolue la pression au sein d'un fluide, imagina l'expérience dite du « Crève-tonneau ». Comme on peut le voir sur la figure 2.2, PASCAL fit fixer un tube étroit sur le couvercle d'un tonneau. Ce tube communiquait avec l'intérieur du tonneau et le tout était étanche.

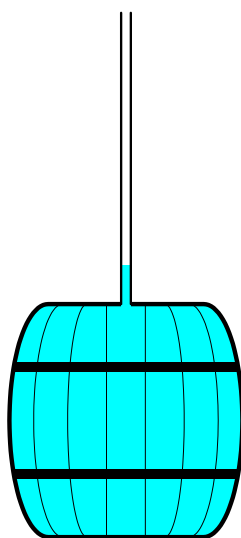


FIG. 2.2 – Expérience du « Crève-tonneau » de PASCAL

Une fois le tonneau plein, on continuait de remplir le fin tube qui le surplombait. Lorsque le liquide arriva à un certain niveau dans le tube le tonneau se mit à fuir abondamment.

Cette expérience est surprenante car il suffit de quelques dizaines de grammes d'eau pour que le tonneau se mette à fuir. Il faut tout d'abord se demander pourquoi le tonneau fuit. La fuite provient des forces de pression qu'exerce le fluide sur les planches. Lorsque ces forces deviennent trop importantes les planches s'écartent et laissent passer le liquide. Ceci signifie que la pression dans le tonneau augmente lorsque que l'on remplit le tube supérieur. Par conséquent, plus la hauteur d'eau au-dessus du fond du tonneau est importante, plus la pression dans le fond du tonneau est importante.

2.2.1.2 Variation sur l'expérience de TORRICELLI

L'expérience de TORRICELLI (1608—1647) consiste en fait à étudier l'influence qu'a la hauteur d'un orifice dans un réservoir sur la vitesse de vidange. Dans notre cas (voir figure 2.3), on considère trois réservoirs identiques, dans lesquels la hauteur d'eau est la même. On perce un orifice de même diamètre dans chacun des réservoir, mais à des hauteurs différentes. On constate que plus la hauteur de liquide au-dessus de l'orifice est grande, plus le jet de liquide va loin. Par conséquent, plus la hauteur de liquide au-dessus de l'orifice est grande, plus l'énergie, donc la pression, est importante. Ceci rejoint les constatations de l'expérience du « crève tonneau ».

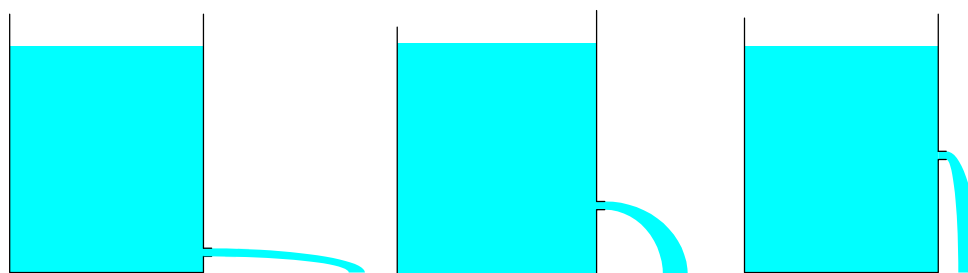


FIG. 2.3 – Vidange d'un réservoir à travers un orifice de hauteur variable

2.2.2 L'équation de l'hydrostatique

2.2.2.1 Formulations mathématiques

Nous avons vu que la pression variait avec la hauteur dans le liquide. Un point du fluide sera donc représenté par son *altitude* notée z . L'altitude est la coordonnée du point sur un axe vertical et dirigé vers le haut. On fixera de manière arbitraire l'altitude 0 (l'origine) sur cet axe. On veillera tout de même à choisir une origine pratique comme par exemple le fond d'un réservoir, le centre d'une pompe,...

Pour exprimer à l'aide d'une relation mathématique l'évolution de la pression au sein d'un fluide au repos, il convient de respecter scrupuleusement les hypothèses suivantes :

- Le fluide doit être au *repos*. Un fluide en mouvement obéit à d'autres lois que nous verrons au chapitre 3 ;
- Le fluide doit être homogène. On ne peut écrire de relation qu'au sein d'un seul et même liquide.

Si maintenant, on considère au sein de ce fluide homogène (voir figure 2.4) et au repos, deux points distincts 1 et 2, d'altitudes respectives z_1 et z_2 , alors on peut écrire la relation suivante

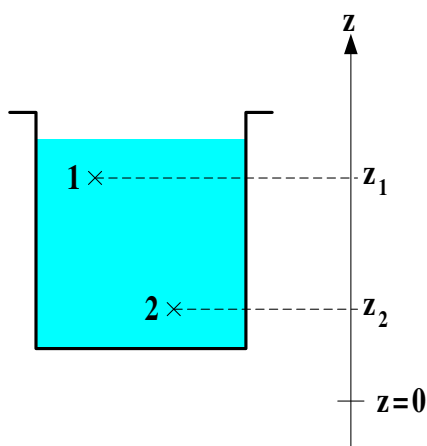


FIG. 2.4 – Points au sein d’un fluide homogène et au repos

entre les pressions P_1 et P_2 :

$$P_1 + \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot z_2 \quad (2.6)$$

où g est l’accélération de la pesanteur qui vaut $9,81 \text{ m/s}^2$.

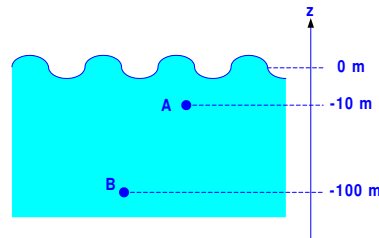
La relation 2.6 est appelée *équation de l’hydrostatique*. On peut aussi l’écrire de la façon suivante :

$$P_2 = P_1 + \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) \quad (2.7)$$

Cette formulation permet de mieux comprendre le phénomène puisqu’en fait la pression au point 2 est égale à la pression au point 1 plus le poids de la colonne de fluide se trouvant entre les

points 1 et 2.

Exemple 1 : La pression de l'eau dans l'océan à 10 m de profondeur est de 2 bar. On souhaite connaître la pression qui règne à 100 m de profondeur. La densité de l'eau de mer est de 1,02.



On choisit l'origine des altitudes à la surface de l'océan. Le point A correspondant à une profondeur de 10 m aura donc une altitude négative $z_A = -10$ m. De même, $z_B = -100$ m. On aura de plus :

$$\rho_{mer} = d_{mer} \cdot \rho_{eau} = 1,02 \cdot 1000 = 1020 \text{ kg/m}^3$$

$$P_A = 2 \text{ bar} = 200000 \text{ Pa}$$

On peut raisonnablement considérer l'océan comme un fluide homogène et au repos (on supposera qu'il n'existe pas de courants marins). Par conséquent, on peut appliquer l'équation de l'hydrostatique :

$$P_A + \rho_{mer} \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho_{mer} \cdot g \cdot z_B$$

D'où :

$$P_B = P_A + \rho_{mer} \cdot g \cdot (z_A - z_B) = 200000 + 1020 \cdot 9,81 \cdot (-10 - (-100))$$

$$P_B = 1100558 \text{ Pa} = 11 \text{ bar}$$

La pression de l'océan à 100 m de profondeur est donc de 11 bar

2.2.2.2 Approximation dans le cas des gaz

Nous avons vu au chapitre 1 que les masses volumiques des gaz étaient très faibles en comparaison de celles des liquides. Par conséquent, dans un gaz, la pression variera très peu avec l'altitude. On pourra donc considérer en génie des procédés que dans un gaz la pression est

partout la même.

Exemple 2 : Au sol la pression atmosphérique est de 101325 Pa. On considère que l'atmosphère a une masse volumique constante égale à $1,2 \text{ kg/m}^3$. On souhaite connaître la pression à 1 km d'altitude.

Appelons A le point au sol et B le point à 1 km d'altitude. On choisit logiquement l'origine des altitudes au niveau du sol. On aura donc :

$$P_A = 101325 \text{ Pa}$$

$$z_A = 0 \text{ m}$$

$$z_B = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

En appliquant la loi de l'hydrostatique, on aura :

$$P_B = P_A + \rho_{\text{air}} \cdot g \cdot (z_A - z_B) = 101325 + 1,2 \cdot 9,81 \cdot (0 - 1000) = 89553 \text{ Pa}$$

La diminution de pression à une altitude de 1 km est donc relativement faible. Or en génie des procédés, les installations ne dépassent jamais quelques dizaines de mètres de hauteur. La variation de pression due à l'altitude dans les gaz sera donc négligeable.

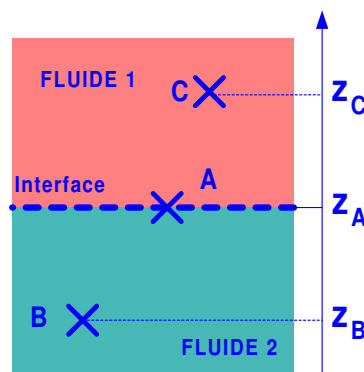
2.2.2.3 Interface entre deux fluides

Il est très courant de rencontrer deux fluides en contact comme un gaz au-dessus d'un liquide (de l'air au dessus de l'eau par exemple) ou un liquide léger surnageant sur un liquide plus lourd avec lequel il n'est pas miscible (du pétrole sur de l'eau de mer ou de l'eau sur du mercure par exemple). Cette surface de contact est, pour un liquide au repos, plane et horizontale. On l'appelle aussi *interface*.

On aura alors la propriété suivante : *la pression est identique de part et d'autre de l'interface*. En effet, lorsque l'on traverse l'interface, on observe pas de discontinuité brutale de la pression. Ainsi, par exemple, la pression d'un liquide à sa surface ouverte à l'atmosphère est la pression

atmosphérique.

Exemple 3 :



Si on considère la figure suivante, on peut voir l'interface entre le fluide 1 et le fluide 2. Le point A est situé à l'interface des deux fluides. Par conséquent, le point A appartient à la fois au fluide 1 et au fluide 2. La pression P_A est donc la même que l'on considère que le point A fasse partie du fluide 1 ou du fluide 2. On peut ainsi appliquer l'équation de l'hydrostatique au sein du fluide 1 entre les points A et B, et aussi sur le fluide 2 entre les points A et C :

$$P_A = P_B + \rho_1 \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$P_A = P_C + \rho_2 \cdot g \cdot (z_C - z_A)$$

Par conséquent, on aura la relation suivante entre P_B et P_C :

$$P_B = P_C + \rho_2 \cdot g \cdot (z_C - z_A) - \rho_1 \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

On notera enfin la remarque suivante qui est très importante : *on ne peut pas écrire directement l'équation de l'hydrostatique entre les points B et C car ils appartiennent à des fluides différents. On n'est donc pas en présence d'un fluide homogène. Il ne faut surtout jamais écrire la chose suivante :*

$$\underbrace{P_B + \rho_1 \cdot g \cdot z_B = P_C + \rho_2 \cdot g \cdot z_C}$$

FAUX

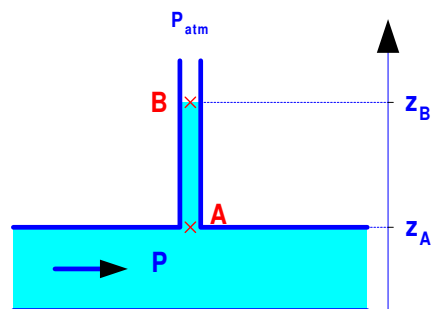
2.2.3 Applications pratiques de la loi de l'hydrostatique

Nous allons voir maintenant à travers divers exemples quelques applications pratiques de l'équation de l'hydrostatique.

On appelle *tube manométrique* un tube de faible diamètre rempli d'un liquide et raccordé à une conduite ou un réservoir. Il est possible de relier la hauteur du liquide dans le tube à la pression régnant dans la conduite ou le réservoir. Ces tubes servent donc à mesurer des pressions

(un manomètre est un appareil servant à mesurer des pressions).

Exemple 4 :



On fixe une tube de faible diamètre ouvert à l'atmosphère sur une conduite dans laquelle circule un liquide de masse volumique ρ . Le liquide se stabilise au niveau du point B dans le tube. On souhaite connaître la pression P du fluide circulant dans la conduite.

Le point A est à la limite entre la conduite et le tube, on a donc :

$$P_A = P$$

De plus le point B est à l'interface entre l'atmosphère et le liquide, donc :

$$P_B = P_{atm}$$

Le liquide se trouvant dans le tube est homogène et au repos (contrairement au liquide s'écoulant dans la conduite). Par conséquent, on peut écrire :

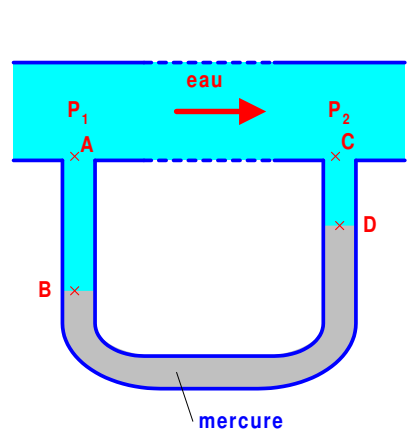
$$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A = P_B + \rho \cdot g \cdot z_B$$

D'où :

$$P = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

Plus la pression P est forte dans la conduite, plus la dénivellation ($z_B - z_A$) est grande, c'est à dire plus le liquide monte haut dans le tube. L'inconvénient majeur de ce genre de système de mesure est qu'il nécessite souvent des tubes très hauts (il faut un tube de 10 m de haut pour mesurer une pression de 2 bar avec de l'eau !!!). De plus, pour connaître exactement P_A , il faut aussi connaître la pression atmosphérique (elle se mesure avec un manomètre spécial appelé baromètre).

Exemple 5 : Entre deux points d'un procédé, un même fluide peut voir sa pression varier pour diverses raisons (frottements, présence d'une pompe ou d'une vanne, ...). On cherche donc couramment à mesurer des différences de pression entre deux points d'un circuit.



Un moyen simple est d'utiliser un *tube en U*. Dans cet exemple le tube est raccordé en deux points de la conduite, et est rempli de mercure, qui est un fluide plus dense et qui ne se mélange pas à l'eau. On cherche à déterminer la différence $P_1 - P_2$. On pourra tout d'abord écrire :

$$P_1 - P_2 = P_A - P_C$$

Puis on appliquera l'équation de l'hydrostatique sur les différentes parties du tube en U : sur l'eau entre A et B, sur le mercure (noté par son symbole chimique Hg) entre B et D et sur l'eau entre D et C. On aura les relations suivantes :

$$P_A = P_B + \rho_{eau} \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$P_B = P_D + \rho_{Hg} \cdot g \cdot (z_D - z_B)$$

$$P_D = P_C + \rho_{eau} \cdot g \cdot (z_C - z_D)$$

En regroupant ces trois relations on obtient :

$$P_A = P_C + \rho_{eau} \cdot g \cdot (z_B - z_A) + \rho_{Hg} \cdot g \cdot (z_D - z_B) + \rho_{eau} \cdot g \cdot (z_C - z_D)$$

Or $z_A = z_C$, donc :

$$P_1 - P_2 = P_A - P_C = (\rho_{Hg} - \rho_{eau}) \cdot g \cdot (z_D - z_B)$$

Ce type de système est appelé manomètre différentiel puisqu'il permet de mesurer une différence de pression.

Enfin, on notera qu'on ne peut écrire directement l'équation de l'hydrostatique entre A et C, puisque dans la conduite le fluide n'est pas au repos et que dans le manomètre il n'est pas homogène (on a une alternance de plusieurs fluides).

2.3 Comportement des flotteurs — Poussée d'Archimède

2.3.1 Poussée d'Archimède

Analysons ce qui se passe du point de vue de l'équilibre mécanique sur un flotteur, c'est à dire réfléchissons aux forces auxquelles il est soumis.

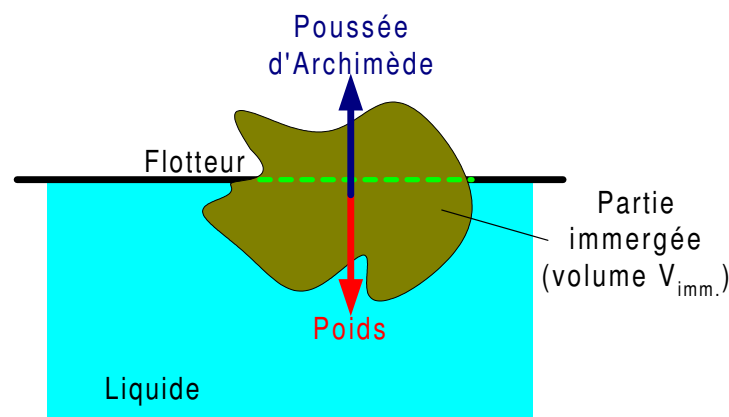


FIG. 2.5 – Équilibre mécanique d'un flotteur

Tout d'abord le flotteur est soumis à son propre poids, dirigé vers le bas et d'intensité $m \cdot g$, où m est la masse du flotteur et g l'accélération de la pesanteur. Mais le poids n'est pas la seule force, sinon le flotteur coulerait. Il est donc soumis à une force dirigée en sens inverse du poids (donc vers le haut) et égale en intensité pour assurer l'équilibre des forces. Cette force est appelée *Poussée d'Archimède*. Le principe d'Archimède permet de relier l'intensité de cette poussée au volume de flotteur immergé et à la masse volumique du liquide. L'énoncé traditionnel du principe d'Archimède est le suivant : *Tout corps plongé dans un liquide subit une poussée verticale dirigée vers le haut dont l'intensité est égale au poids de liquide déplacé*. Il est toutefois possible d'en donner une présentation plus simple. Ainsi, si l'on appelle $V_{imm.}$ le volume de la partie du flotteur qui est immergée dans le liquide, alors l'intensité A de la poussée d'Archimède s'exprimera de la façon suivante :

$$A = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot V_{imm.} \quad (2.8)$$

Pour que le flotteur soit en équilibre, c'est à dire pour qu'il flotte, il faut que la poussée d'Archimède soit égale en intensité au poids du flotteur. Or le poids du flotteur vaut $m_{\text{flotteur}} \cdot g$. On aura

donc :

$$m_{\text{flotteur}} \cdot g = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot V_{\text{imm.}} \quad (2.9)$$

En remplaçant m_{flotteur} par $\rho_{\text{flotteur}} \cdot V_{\text{flotteur}}$, on obtient :

$$\rho_{\text{flotteur}} \cdot g \cdot V_{\text{flotteur}} = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot V_{\text{imm.}} \quad (2.10)$$

Le volume immergé $V_{\text{imm.}}$ est toujours plus petit que le volume total du flotteur V_{flotteur} . Par conséquent, pour que la précédente relation soit satisfaite et que le flotteur flotte, il faut que la masse volumique du liquide soit plus faible que celle du liquide.

$$\rho_{\text{flotteur}} < \rho_{\text{liquide}} \quad (2.11)$$

On pourra encore écrire cette condition avec les densités :

$$d_{\text{flotteur}} < d_{\text{liquide}} \quad (2.12)$$

La glace, dont la densité est d'environ 0,9 flottera donc sur l'eau (densité de 1). Les icebergs en sont un exemple. Par contre, le granit de densité 1,6 environ, coulera dans l'eau. Le granit flottera toutefois sur le mercure (densité de 13,6).

2.3.2 Un cas particulier de flottaison : les liquides non-miscibles

Certains liquides sont dits *immiscibles*. Ceci signifie que même en les agitant fortement, ils ne se mélangent pas et après un certain temps, on obtient deux phases liquides qui se superposent. C'est le liquide qui a la densité la plus faible qu'on retrouvera toujours au-dessus. On dit que c'est le liquide le plus *léger*. En fait, le liquide le plus léger « flotte » sur le liquide le plus lourd.

Ainsi, par exemple, le pétrole de densité 0,87 flotte sur l'eau de mer de densité 1,02. C'est la raison pour laquelle lors de marées noires, le pétrole déversé surnage à la surface de l'eau sous forme de nappes (ce qui permet d'ailleurs de le récupérer).

2.3.3 Exemple d'application pratique des flotteurs

Nous avons vu que la valeur du volume immergé du flotteur dépendait de la masse volumique du liquide. Il est par conséquent possible de mesurer des masses volumiques de liquide en mesurant ce volume immergé. C'est le principe du *pèse-acide* (utilisé pour mesurer la densité du liquide de batterie automobile par exemple) ou du *pèse-alcool* (utilisé pour mesurer la densité d'une solution aqueuse d'alcool éthylique comme un spiritueux par exemple).

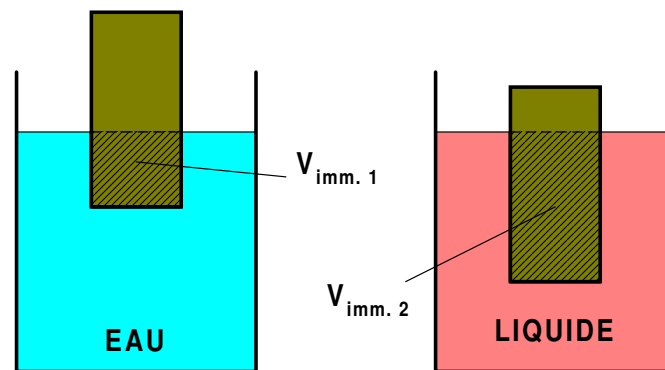


FIG. 2.6 – Mesure de la masse volumique d'un liquide à l'aide d'un flotteur

On constate que le flotteur de volume V_f et de masse volumique ρ_f s'enfonce dans l'eau d'un volume $V_{imm.1}$ alors qu'il s'enfonce d'un volume $V_{imm.2}$ dans un liquide dont on désire mesurer la masse volumique ρ_{liq} .

Dans chacun des cas on peut écrire la condition d'équilibre du flotteur à l'aide de l'équation 2.10. On obtient ainsi :

$$\rho_{eau} \cdot g \cdot V_{imm.1} = \rho_f \cdot g \cdot V_f$$

$$\rho_{liq} \cdot g \cdot V_{imm.2} = \rho_f \cdot g \cdot V_f$$

On a donc :

$$\rho_{eau} \cdot g \cdot V_{imm.1} = \rho_{liq} \cdot g \cdot V_{imm.2}$$

D'où :

$$\rho_{liq} = \frac{\rho_{eau} \cdot V_{imm.1}}{V_{imm.2}}$$

La masse volumique de l'eau étant connue, il suffit alors de mesurer les deux volumes immergés pour connaître la masse volumique du liquide.

2.4 Exercices complémentaires

Exercice 1 :

Suite au naufrage d'un pétrolier, on envoie un sous-marin pour inspecter l'épave et repérer d'éventuelles fuites. L'épave repose par 3000 m de fond.

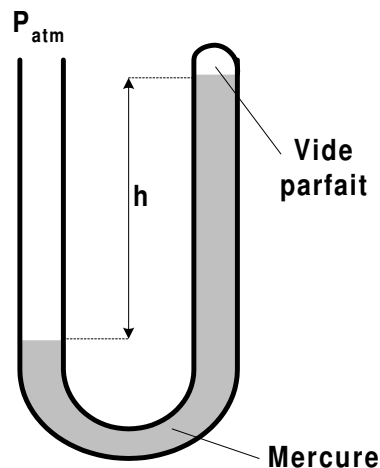
1. Calculez la pression de l'eau à cette profondeur.
2. Les hublots circulaires du sous-marin ont un diamètre de 20 cm. Quelle force de pression exerce l'eau sur le hublot ?

3. Si un objet devait appliquer par son poids une telle force, quelle serait sa masse ?

Données : $P_{atm}=1 \text{ bar}$; $d_{mer}=1,025$

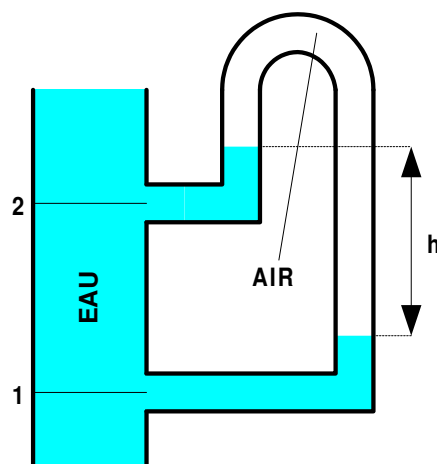
Exercice 2 :

Afin de mesurer la pression atmosphérique, on utilise un baromètre à mercure. Celui-ci est constitué d'un tube en U partiellement rempli de mercure. Une des branches du U est ouverte à l'atmosphère. L'autre est fermée, et au-dessus du mercure on a réalisé un vide parfait.



On observe une différence de hauteur $h=747 \text{ mm}$ entre les deux branches du baromètre. Calculez la pression atmosphérique.

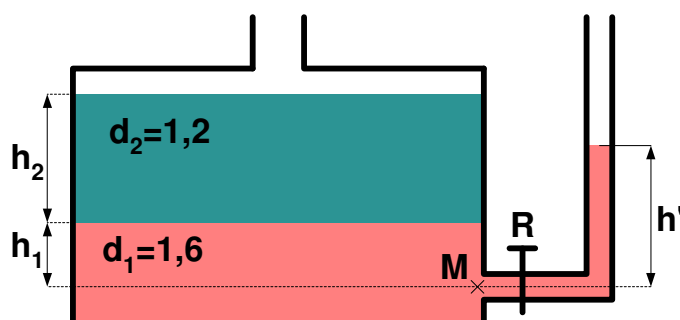
Exercice 3 :



Sur une conduite verticale transportant de l'eau, on fixe deux prises de pression reliées à un tube en U renversé. Le haut du tube contient de l'air. On observe une dénivellation $h=20 \text{ cm}$ entre

les deux branches. Calculez la différence de pression entre les sections 1 et 2 de la conduite. On notera que le point 2 est situé 1 m au-dessus du point 1.

Exercice 4 :



Soit un récipient contenant un mélange de liquides immiscibles constitué d'un solvant chloré de densité $d_1 = 1,6$ et d'une solution d'acide chlorhydrique de densité $d_2 = 1,2$. Le récipient communique au point M avec un tube indicateur de niveau par l'intermédiaire d'un robinet. Lors d'un premier remplissage du récipient, le robinet était fermé et le tube vide. Au bout d'un certain temps, le mélange a décanté : le solvant chloré se trouve dans la couche inférieure d'épaisseur $h_1 = 35$ cm (comptée à partir de M). La solution chlorhydrique se trouve dans la couche supérieure s'épaisseur $h_2 = 95$ cm.

On ouvre le robinet R. Du solvant chloré monte dans le tube indicateur de niveau et se stabilise. Sa hauteur dans le tube (comptée à partir de M) est h' .

Calculer h' en fonction de h_1 et h_2 . Que peut-on conclure ?

Exercice 5 :

Un pâtissier pointilleux souhaite réaliser une île flottante « parfaite ». Selon lui, ce dessert est bien réussi lorsque la moitié seulement du volume des œufs à la neige est immergé dans la crème anglaise. Sachant que la densité des œufs à la neige est de 0,63, quelle devra être la densité de la crème anglaise préparée par notre chef ?

Chapitre 3

Le fluide en mouvement — Dynamique des fluides

3.1 Énergie d'un fluide

3.1.1 Qu'est-ce que l'énergie ?

Le dictionnaire donne la définition suivante de l'énergie : *ce que possède un système s'il est capable de produire du travail*. En ce qui concerne la mécanique des fluides, l'énergie que possède un fluide lui permettra d'être à l'origine de forces et de produire des actions mécaniques. On désignera dans la suite l'énergie par la lettre E . L'unité du système international pour l'énergie est le Joules, noté J (il existe toutefois d'autres unités d'énergie comme la calorie, notée cal. On a la correspondance $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$).

3.1.2 Notion d'énergie volumique

L'énergie est une grandeur que possède un système donné, c'est à dire dans le cas qui nous intéresse un volume donné de fluide. Il est plus pratique de toujours se ramener à l'énergie possédée par un volume unitaire de fluide. On définit ainsi la notion d'*énergie volumique*. L'énergie volumique sera notée e . Par conséquent, si un volume V de fluide possède une énergie E , l'énergie volumique du fluide sera :

$$e = \frac{E}{V} \quad (3.1)$$

Réciproquement, un volume V de fluide d'énergie volumique e aura l'énergie E :

$$E = e \cdot V \quad (3.2)$$

L'unité dans le système international pour l'énergie volumique est par conséquent le J/m^3 . Nous avons toutefois vu au chapitre précédent que cette unité était équivalente au Pascal. En effet, la pression est une énergie volumique particulière.

3.1.3 Les différentes formes d'énergies d'un fluide

Nous avons déjà vu que la pression était une forme d'énergie volumique. Toutefois, le fluide peut posséder de l'énergie autre que l'énergie de pression.

3.1.3.1 L'énergie de pression

On rappellera que le fluide possède une certaine énergie de pression à cause de l'existence du mouvements désordonnés des particules qui le constitue et qui s'entrechoquent et frappent les parois de très nombreuses fois à chaque seconde.

L'énergie volumique de pression e_{pr} est la pression P elle-même. On aura donc la relation suivante pour un volume V de fluide :

$$e_{pr} = P = \frac{E_{pr}}{V} \quad (3.3)$$

Exemple 1 : Calculons l'énergie de pression E_{pr} d'un volume $V=12 \text{ L}$ d'un fluide soumis à une pression $P=4,3 \text{ bar}$:

$$E_{pr} = 4,3 \cdot 10^5 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 5160 \text{ J}$$

3.1.3.2 L'énergie cinétique

Considérons les observations expérimentales suivantes :

- Un homme marche lentement et vient heurter une porte fermée. Cette dernière ne bouge pas. Toutefois, s'il court, la porte cède sous le choc. Ceci prouve qu'avec une grande vitesse son corps possède l'énergie suffisante pour briser la porte, ce qui n'est pas le cas si sa vitesse est faible. Il existe donc une forme d'énergie liée à la vitesse d'un corps. Cette énergie est appelée *énergie cinétique*. On la notera E_c . Elle augmente lorsque la vitesse augmente.
- On lance avec une vitesse donnée un gravillon sur une vitre. Celle-ci reste intacte. Si maintenant on lance avec la même vitesse une brique sur la vitre, cette dernière va se briser. On

voit donc que l'énergie cinétique du projectile dépend de sa masse. Plus la masse est importante, plus l'énergie cinétique est grande.

La physique montre qu'il existe la relation suivante entre l'énergie cinétique E_c d'un corps avec sa vitesse u et sa masse m :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 \quad (3.4)$$

Il est possible de définir une *énergie cinétique volumique*, notée e_c , de la même manière que nous l'avons fait pour l'énergie de pression. Ainsi, si une masse m occupe un volume V et est animée d'une vitesse u , alors on aura :

$$e_c = \frac{E_c}{V} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{V} \cdot u^2 \quad (3.5)$$

Or, on sait que $\rho = m/V$, donc :

$$e_c = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \quad (3.6)$$

Exemple 2 : Une goutte d'eau de 0,5 mL chute à une vitesse de 2 m/s. Ainsi, l'énergie cinétique volumique e_c de l'eau de la goutte sera :

$$e_c = \frac{1}{2} \cdot \rho_{eau} \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 2^2 = 2000 \text{ J/m}^3 = 2000 \text{ Pa}$$

Et l'énergie cinétique de la goutte sera :

$$E_c = e_c \cdot V = 2000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} = 0,001 \text{ J}$$

3.1.3.3 l'énergie potentielle de pesanteur

Soulevons un corps de masse m jusqu'à une altitude z . Si on lâche ce corps, il va se mettre en mouvement et chuter. Toutefois, un corps ne peut bouger que s'il possède une certaine énergie. Par conséquent, en élevant le corps jusqu'à l'altitude z nous lui avons fourni une certaine quantité d'énergie. Cette énergie est en fait due à la force d'attraction gravitationnelle (tout simplement le poids). On appelle cette énergie : *énergie potentielle de pesanteur* (mais aussi énergie gravifique). On la notera E_p et on notera e_p son énergie volumique associée.

Cette énergie dépendra donc de la masse m du corps, mais aussi de son altitude z . L'expression de E_p est alors :

$$E_p = m \cdot g \cdot z \quad (3.7)$$

On constate donc que plus la masse et l'altitude sont importantes, plus l'énergie potentielle de pesanteur est grande.

On pourra alors trouver l'expression de e_p l'énergie volumique de pesanteur :

$$e_p = E_p/V = \frac{m \cdot g \cdot z}{V} \quad (3.8)$$

Or, on rappelle que $\rho = m/V$, donc :

$$e_p = \rho \cdot g \cdot z \quad (3.9)$$

Il subsiste toutefois une ambiguïté dans la définition de l'énergie potentielle de pesanteur. En effet, dans l'expression de E_p intervient l'altitude z . Ainsi, deux personnes choisissant une origine différente des altitudes (c'est à dire le point d'altitude 0), calculeraient des valeurs différentes de E_p pour un corps dans la même position.

Exemple 3 : Deux mécaniciens des fluides, mais aussi alpinistes, se retrouvent au sommet du Mont-Blanc. Ils se demandent quelle est l'énergie potentielle de l'eau qui se trouve dans leur gourde. Ils savent que cette gourde contient 1 kg d'eau.

Le premier mécanicien des fluides décide de choisir le sommet du Mont-blanc comme origine des altitudes. Par conséquent, pour lui l'altitude de l'eau de la gourde vaut 0 m. Ainsi, l'énergie potentielle de pesanteur de l'eau vaut :

$$E_p = m \cdot g \cdot z = 1 \cdot 9,81 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

Pour le second, l'origine se situe au niveau de la mer. Par conséquent l'altitude de la gourde est 4807 m. Ainsi l'énergie potentielle de pesanteur de l'eau de la gourde vaut :

$$E_p = m \cdot g \cdot z = 1 \cdot 9,81 \cdot 4807 = 47157 \text{ J}$$

En fait, le choix de l'origine des altitudes importe peu. En effet, en mécanique des fluides, les calculs que l'on mène font toujours apparaître des différences d'énergie potentielle. Toutefois, *il faudra toujours veiller à garder, au cours des calculs la même origine des altitudes*. Si on cherche par exemple, la différence d'énergie potentielle $E_{p1} - E_{p2}$ d'une masse m entre les altitudes z_1 et z_2 , on aura :

$$E_{p1} - E_{p2} = m \cdot g \cdot z_1 - m \cdot g \cdot z_2 = m \cdot g \cdot (z_1 - z_2) \quad (3.10)$$

On voit bien ici que dans $E_{p1} - E_{p2}$ apparaît $z_1 - z_2$, qui est la différence de hauteur entre deux points, et qui donc ne dépend pas du choix de l'origine des altitudes.

3.1.4 L'énergie totale et l'énergie volumique totale

Nous venons de voir qu'un fluide pouvait posséder plusieurs sortes d'énergies : de pression, cinétique et potentielle de pesanteur. On peut par conséquent définir l'*énergie totale*, notée E_t , qui sera la somme des trois énergies précédentes :

$$E_t = E_{pr} + E_c + E_p \quad (3.11)$$

On aura ainsi pour un volume V d'un fluide, de masse volumique ρ , animé d'une vitesse u , sous une pression P et situé à une altitude z , l'expression suivante pour l'énergie totale E_t :

$$E_t = P \cdot V + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot u^2 + \rho \cdot V \cdot g \cdot z \quad (3.12)$$

On pourra aussi définir une énergie totale volumique e_t de la façon suivante :

$$e_t = \frac{E_t}{V} = \frac{E_{pr} + E_c + E_p}{V} = e_{pr} + e_c + e_p \quad (3.13)$$

On aura alors l'expression de e_t en fonction des propriétés du fluide :

$$e_t = P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 + \rho \cdot g \cdot z \quad (3.14)$$

L'énergie totale volumique s'exprime en J/m^3 qui est équivalente au Pascal. Par conséquent, l'énergie totale volumique s'exprime dans la même unité qu'une pression. C'est pour cela qu'on

appelle aussi l'énergie totale volumique du fluide *pression totale*, que l'on note P_t .

Exemple 4 : Considérons un fluide de densité 0,92 circulant dans une conduite cylindrique de diamètre $D=32$ mm, avec un débit de 3 t/h. La conduite se trouve dans un atelier à 10 m de hauteur. L'origine des altitudes est choisie au niveau du sol. La pression *relative* dans la conduite est de 12 bar. On souhaite calculer l'énergie totale volumique e_t (ou pression totale) du fluide. La pression atmosphérique est de 100000 Pa. Rappelons que :

$$e_t = P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 + \rho \cdot g \cdot z$$

On peut définir les différents termes :

$$P = P_{atm} + P' = 100000 + 12 \cdot 10^5 = 13 \cdot 10^5 \text{ bar}$$

$$z = 10 \text{ m}$$

$$\rho = d \cdot \rho_{eau} = 0,92 \cdot 1000 = 920 \text{ kg/m}^3$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q_V = \frac{Q_m}{\rho} = \frac{3 \cdot 1000 / 3600}{920} = 9,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$u = \frac{Q_V}{S} = \frac{9,06 \cdot 10^{-4}}{1,13 \cdot 10^{-4}} = 8,02 \text{ m/s}$$

On aura alors :

$$e_t = 13 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 920 \cdot 8,02^2 + 920 \cdot 9,81 \cdot 10 = 1,42 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3 \text{ (Pa)}$$

3.1.5 Débit d'énergie

3.1.5.1 Définition et unité

Nous avons pu définir au chapitre 1 la notion de débit. La matière traversant une section de passage donnée représente une certaine masse ce qui permet de définir le débit massique. De même, la matière possède un certain volume, ce qui permet de définir le débit volumique.

Nous avons vu précédemment que les fluides possédaient aussi une certaine énergie totale (composée de différents termes). Par conséquent, lorsqu'un fluide s'écoule à travers une section de passage, à chaque instant, une certaine quantité d'énergie traverse cette section. On peut ainsi

définir la notion de *débit d'énergie*, que l'on notera Q_E . Le débit d'énergie sera donc la quantité d'énergie totale traversant une section donnée pendant une unité de temps. Aussi, si la quantité d'énergie E_t passe à travers cette section pendant l'intervalle de temps t , on aura :

$$Q_E = \frac{E_t}{t} \quad (3.15)$$

L'unité dans le système international pour le débit d'énergie sera par conséquent le *joule par seconde* noté J/s. Le joule par seconde est aussi très connu sous le nom de watt, noté W. On a $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$. On notera aussi que dans la vie courante le watt est utilisé comme unité de *puissance* (ampoules, chaudières, ...). En réalité, le *débit d'énergie est une puissance*. En utilisant, le mot débit, nous insistons sur le fait que l'on a de l'énergie qui traverse une section donnée.

3.1.5.2 Relation entre débit d'énergie et débit volumique

L'équation 3.15 est toutefois peu pratique pour calculer le débit d'énergie s'écoulant à travers une section. En effet, la quantité d'énergie E_t est difficile à déterminer. C'est pourquoi nous cherchons une relation avec d'autres grandeurs comme le débit volumique.

Le volume V passant à travers une section de passage donnée pendant un intervalle de temps t peut être déduit du débit volumique de la manière suivante :

$$V = Q_V \cdot t \quad (3.16)$$

Or, ce volume V de fluide possède une énergie totale E_t que l'on peut calculer à partir de l'énergie volumique e_t :

$$E_t = V \cdot e_t = Q_V \cdot t \cdot e_t \quad (3.17)$$

Le débit d'énergie totale Q_E s'exprimera alors de la manière suivante :

$$Q_E = \frac{Q_V \cdot t \cdot e_t}{t} = Q_V \cdot e_t \quad (3.18)$$

Exemple 5 : On pourra déterminer le débit d'énergie totale passant à travers la section de l'exemple 4. On avait :

$$e_t = 1,42 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$Q_V = 9,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Par conséquent le débit d'énergie totale passant à travers la section sera :

$$Q_E = Q_V \cdot e_t = 9,06 \cdot 10^{-4} \cdot 1,42 \cdot 10^6 = 1286,5 \text{ W}$$

3.1.6 La charge totale

Il est parfois pratique, comme nous le verrons au chapitre 5, d'exprimer l'énergie volumique totale du fluide sous une forme un peu différente. On définit pour cela une grandeur que l'on appelle *la charge totale* du fluide. On la notera h_t . Elle s'obtient en divisant l'énergie totale volumique e_t du fluide par le produit $\rho \cdot g$:

$$h_t = \frac{e_t}{\rho \cdot g} \quad (3.19)$$

On pourra alors exprimer la charge totale h_t en fonction des propriétés du fluide de la manière suivante :

$$h_t = \frac{P}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z \quad (3.20)$$

La charge totale sera donc la somme de trois termes. Chacun d'eux sera représentatif d'une forme d'énergie du fluide. On appellera alors *charge de pression* le terme $P/\rho g$, *charge cinétique* le terme $u^2/2g$ et *charge gravitaire* le terme z .

L'unité dans le système international pour la charge sera le mètre (m). Pour préciser qu'il s'agit bien d'un charge (et non simplement d'une longueur), on précise toujours qu'il s'agit de mètres de colonne liquide, abrégés mCL. Si on a affaire à de l'eau (cas fréquent) on parlera de mètres de colonne d'eau, notés mCE.

Exemple 6 : Calculons la charge totale h_t du fluide de l'exemple 4 :

$$h_t = \frac{P}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z$$

$$h_t = \frac{13 \cdot 10^5}{920 \cdot 9,81} + \frac{8,02^2}{2 \cdot 9,81} + 10 = 157,3 \text{ mCL}$$

3.2 Comment évolue l'énergie totale dans un fluide qui s'écoule ?

3.2.1 La conservation de l'énergie - Bilan d'énergie

L'énergie totale d'un fluide, de même que sa masse, sont des grandeurs qu'on dit *conservatives*, c'est à dire qu'elles ne peuvent ni apparaître ni disparaître de façon spontanée.

Par conséquent, lorsque le régime permanent est établi, la quantité d'énergie totale contenue à l'intérieur d'une zone précise d'un procédé reste constante. Dans cette zone (voir figure 3.1) peuvent arriver et repartir différents flux de matière. Cette matière contenant de l'énergie, au sein

de la zone considérée, on aura les débits d'énergie totale entrants Q_{Ee} et sortants Q_{Es} . Il est de plus possible de fournir de l'énergie au fluide de cette zone à l'aide d'appareils comme des pompes ou des compresseurs. On notera $Q_{E \text{ fourni}}$ le débit d'énergie totale fourni au fluide par l'appareil. Inversement, Le fluide de la zone peut fournir de l'énergie à un appareil comme une turbine. On notera $Q_{E \text{ cédé}}$ le débit d'énergie totale cédé par le fluide à l'appareil. Enfin, les frottements subis par le fluide au cours de son écoulement peuvent lui faire perdre de l'énergie (c'est ce que l'on appelle les pertes de charge. Voir chapitre 4). Cette énergie dissipée par frottement ne disparaît pas, elle est transformée en énergie thermique, c'est à dire en chaleur. On appellera $Q_{E \text{ frott.}}$ ce débit d'énergie dissipée par frottement.

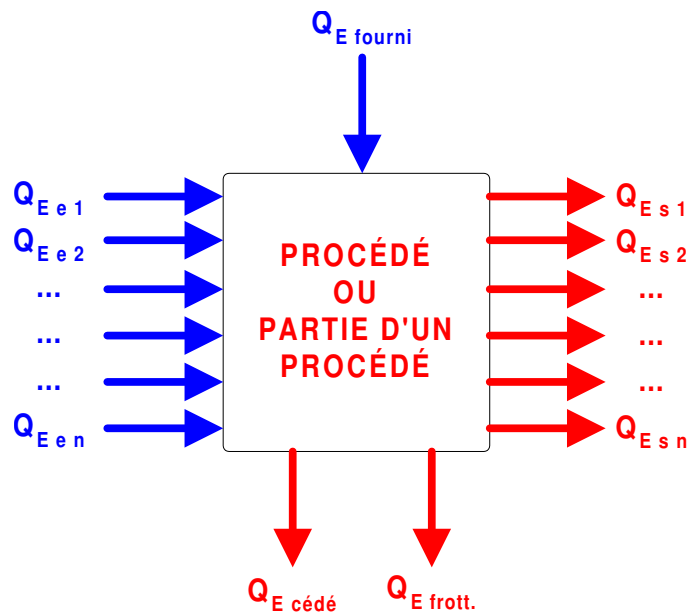


FIG. 3.1 – Bilan d'énergie sur un procédé

Pour que l'énergie totale contenue dans cette zone reste constante, il faudra donc que la somme des débits d'énergie entrants soit égale à la somme des débits d'énergie sortants. Le bilan d'énergie totale sur cette zone s'écrira alors :

$$Q_{Ee1} + Q_{Ee2} + \dots + Q_{Een} + Q_{E \text{ fourni}} = Q_{Es1} + Q_{Es2} + \dots + Q_{Es n} + Q_{E \text{ cédé}} + Q_{E \text{ frott.}} \quad (3.21)$$

Cette relation est toutefois très générale. Dans de très nombreux problèmes, nous nous intéresserons à des systèmes avec une seule entrée et une seule sortie. Nous allons voir maintenant différents cas importants.

3.2.2 Cas d'un écoulement sans apport ni perte d'énergie

Dans de nombreux cas, on rencontre des systèmes dans lesquels il n'y a ni pompes, ni compresseurs, ni turbines, et où les frottements sont peu importants et peuvent donc être négligés. C'est le cas par exemple de conduites ou les vitesses de fluide sont faibles.

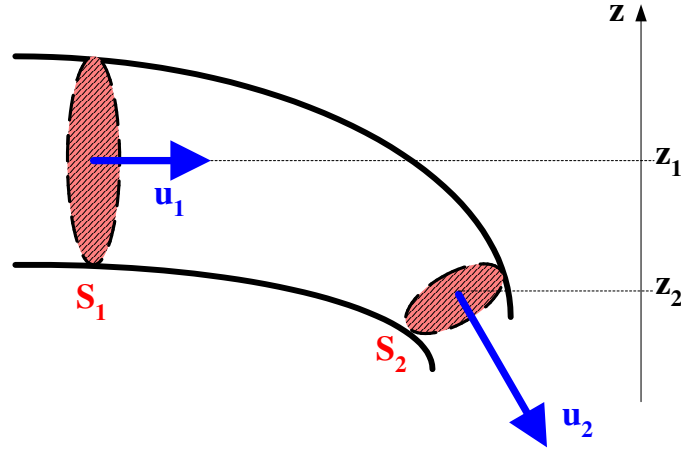


FIG. 3.2 – Bilan d'énergie entre 2 points d'une conduite

Considérons la conduite de la figure 3.2. Entre les sections 1 et 2, il n'y a ni pompe ni turbine, et on suppose que les frottements sont négligeables. Le régime permanent est supposé être établi. Le bilan d'énergie sur le volume compris entre ces deux sections pourra alors s'écrire :

$$Q_{E1} = Q_{E2} \quad (3.22)$$

La quantité d'énergie entrante est égale à la quantité d'énergie sortante. On peut développer les expressions des débits d'énergie de la manière suivante :

$$Q_{V1} \cdot (P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot u_1^2 + \rho_1 \cdot g \cdot z_1) = Q_{V2} \cdot (P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot u_2^2 + \rho_2 \cdot g \cdot z_2) \quad (3.23)$$

Si nous avons affaire à un *fluide incompressible*, alors sa masse volumique ne varie pas entre les sections 1 et 2. Par conséquent, on a $\rho_1 = \rho_2$. De plus, on a la conservation du débit volumique, donc $Q_{V1} = Q_{V2}$. Le bilan d'énergie s'écrit alors :

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 \quad (3.24)$$

On remarque ainsi que dans ce cas l'énergie totale volumique du fluide se conserve. On a :

$$e_{t1} = e_{t2} \quad (3.25)$$

La relation 3.24 est généralement appelée *équation de Bernoulli*. Elle ne s'applique qu'en *régime permanent* pour un *fluide incompressible en l'absence de pompe, de turbine et de frottements*.

Si on divise la relation 3.24 par le produit $\rho \cdot g$, on obtient :

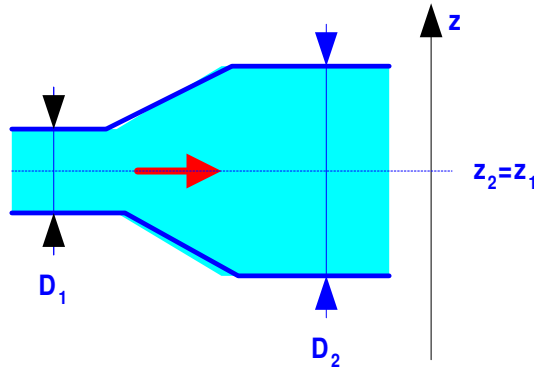
$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + z_2 \quad (3.26)$$

On a donc conservation de la charge totale dans ce cas :

$$h_{t1} = h_{t2} \quad (3.27)$$

Les relations 3.24 et 3.26 sont équivalentes et peuvent être utilisées indifféremment.

Exemple 7 : Considérons une conduite cylindrique horizontale avec un changement de section. La section d'entrée a un diamètre $D_1=12$ mm et la section de sortie un diamètre $D_2=32$ mm. Le débit volumique d'eau entrant Q_{V1} vaut $1 \text{ m}^3/\text{h}$ et $P_1=4$ bar.



On souhaite déterminer la vitesse u_2 et la pression P_2 de l'eau en sortie. On supposera que le régime permanent est établi et qu'il n'y a pas de frottements.

L'eau étant un fluide incompressible, on peut écrire la conservation du débit volumique entre les sections 1 et 2 :

$$Q_{V1} = Q_{V2}$$

Or $Q_{V2} = u_2 \cdot S_2$, on a donc :

$$u_2 = \frac{Q_{V1}}{S_2} = \frac{Q_{V1}}{\pi \cdot D_2^2 / 4} = \frac{1/3600}{\pi \cdot 0,032^2 / 4} = 0,345 \text{ m/s}$$

Pour comparaison, $u_1 = Q_{V1}/S_1 = 2,45 \text{ m/s}$. On voit ici que l'augmentation de section a entraîné une baisse de la vitesse du fluide, donc de son énergie cinétique.

On peut écrire la conservation de l'énergie totale volumique (on aurait aussi pu écrire la conservation de la charge totale h_t) :

$$e_{t1} = e_{t2}$$

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho u_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2$$

Or la conduite est horizontale, donc $z_1 = z_2$. Par conséquent, on peut écrire :

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_1^2 - u_2^2) = 4 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (2,45^2 - 0,345^2) = 4,03 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 4,03 \text{ bar}$$

La pression a donc augmentée dans la section 2. L'énergie volumique de pression a donc augmenté alors l'énergie cinétique a diminué. On a une conversion d'énergie cinétique en énergie de pression, mais l'énergie totale du fluide reste constante.

3.2.3 Cas d'un écoulement avec apport d'énergie

Prenons maintenant le cas où entre deux sections 1 et 2 (voir figure 3.3) se trouve une machine (une pompe par exemple) qui fournit un débit d'énergie $Q_{E \text{ fourni}}$ au fluide. Ce débit d'énergie représente la quantité d'énergie (exprimée en joules par exemple) fournie au fluide par la machine à chaque unité de temps (à chaque seconde par exemple). Ce débit d'énergie est aussi appelée *puissance hydraulique* et est notée \mathcal{P}_h

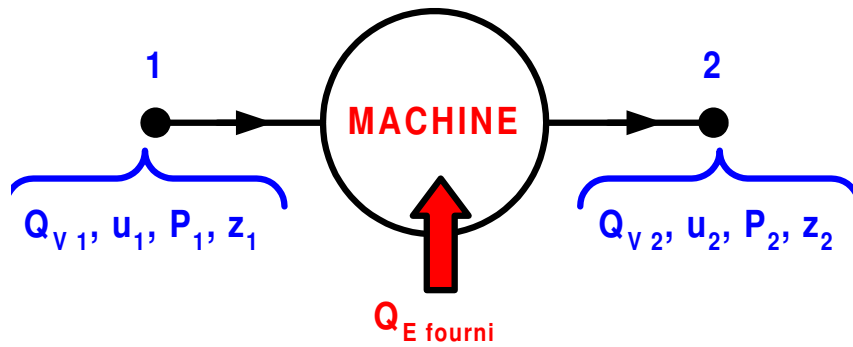


FIG. 3.3 – Bilan d'énergie avec apport d'énergie

Le système étant en régime permanent, on peut écrire le bilan d'énergie de la manière suivante :

$$Q_{E1} + Q_{E \text{ fourni}} = Q_{E2} \quad (3.28)$$

On aura par conséquent :

$$Q_{V1} \cdot e_{t1} + Q_{E \text{ fourni}} = Q_{V2} \cdot e_{t2} \quad (3.29)$$

Dans le cas des *fluides incompressibles*, on aura $Q_{V1} = Q_{V2}$ et $\rho_1 = \rho_2$. Par conséquent, on pourra écrire :

$$e_{t1} + \frac{Q_{E \text{ fourni}}}{Q_V} = e_{t2} \quad (3.30)$$

Le terme $Q_{E \text{ fourni}}/Q_V$ est particulièrement important. Il représente la quantité d'énergie fournie par la machine à chaque unité de volume de fluide (chaque m^3 par exemple) passant entre les sections 1 et 2. Cette grandeur a la même unité que l'énergie volumique, c'est à dire dans le système international le J/m^3 , en d'autres termes le pascal (Pa). On appellera cette grandeur *différence de pression de la machine* et on la notera $\Delta P_{\text{mach.}}$. On aura donc :

$$\Delta P_{\text{mach.}} = \frac{Q_{E \text{ fourni}}}{Q_V} \text{ ou } Q_{E \text{ fourni}} = \Delta P_{\text{mach.}} \cdot Q_V \quad (3.31)$$

Si on développe l'équation 3.30, on obtient alors :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 + \Delta P_{mach.} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 \quad (3.32)$$

Cette formule n'est toujours valable que pour *un fluide incompressible en régime stationnaire et en l'absence de frottement*.

Il est aussi très pratique d'exprimer le bilan d'énergie à l'aide des charges totales h_t . On rappelle que $h_t = e_t / \rho g$. Par conséquent, l'équation 3.30 s'écrit :

$$h_{t1} + \frac{\Delta P_{mach.}}{\rho \cdot g} = h_{t2} \quad (3.33)$$

Le terme $\Delta P_{mach.} / \rho \cdot g$ est appelé *hauteur manométrique totale de la machine* et notée HMT . Son unité est celle de la charge, c'est à dire le mètre de colonne liquide (mCL). Le bilan d'énergie pourra alors s'écrire de la manière suivante :

$$h_{t1} + HMT = h_{t2} \quad (3.34)$$

On écrira très souvent cette relation lorsque nous effectuerons des bilans sur des réseaux munis d'une pompe dans lesquels circulent des liquides. L'utilisation de la hauteur manométrique totale (HMT) peut paraître un choix curieux pour représenter l'énergie fournie par une pompe. Nous verrons en fait que ce choix est très pratique et que les constructeurs caractérisent leur pompe par leur HMT .

3.2.4 Cas d'un écoulement avec perte d'énergie

Dans le cas présent, c'est le fluide qui va céder de l'énergie. Soit cette énergie va être cédée à une machine (une turbine), soit cette énergie va être dissipée à cause des frottements et va être transformée en chaleur. On notera $Q_{E \text{ cédé}}$ le débit d'énergie cédé à la machine et $Q_{E \text{ frott.}}$ le débit d'énergie perdu par frottement.

3.2.4.1 Cas où l'énergie est cédée à une machine

Sur la figure 3.4, on voit un réseau avec une machine à laquelle le fluide cède de l'énergie. On supposera qu'il n'y a pas de frottements.

Le bilan d'énergie en régime permanent entre les section 1 et 2 s'écrit alors :

$$Q_{E1} = Q_{E2} + Q_{E \text{ cédé}} \quad (3.35)$$

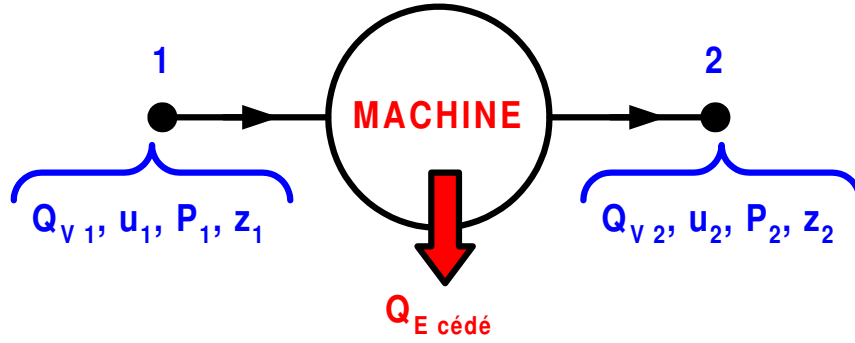


FIG. 3.4 – Bilan d'énergie avec cession d'énergie à une machine

De même que pour le cas d'une machine apportant de l'énergie au fluide, pour un liquide incompressible on pourra définir une différence de pression de la machine $\Delta P_{mach.}$ de la manière suivante :

$$\Delta P_{mach.} = \frac{Q_E \text{ cédé}}{Q_V} \quad (3.36)$$

On pourra alors réécrire le bilan d'énergie de la manière suivante :

$$e_{t1} = e_{t2} + \Delta P_{mach.} \quad (3.37)$$

Si on développe l'expression précédente, on obtient alors :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 + \Delta P_{mach.} \quad (3.38)$$

On pourra aussi écrire le bilan en terme de charge totale. On définira alors *la charge absorbée par la machine*, que l'on notera $H_{abs.}$, de la manière suivante :

$$H_{abs.} = \frac{\Delta P_{mach.}}{\rho \cdot g} \quad (3.39)$$

Le bilan de charge s'écrira alors :

$$h_{t1} = h_{t2} + H_{abs.} \quad (3.40)$$

3.2.4.2 Cas où l'énergie est dissipée par frottement

Dans ce cas (voir figure 3.5), on supposera qu'il n'y a aucune machine sur le réseau, mais qu'un débit d'énergie $Q_E \text{ frott.}$ est perdu par le fluide à cause des frottements.

Le bilan d'énergie en régime permanent entre les section 1 et 2 s'écrira alors :

$$Q_{E1} = Q_{E2} + Q_E \text{ frott.} \quad (3.41)$$

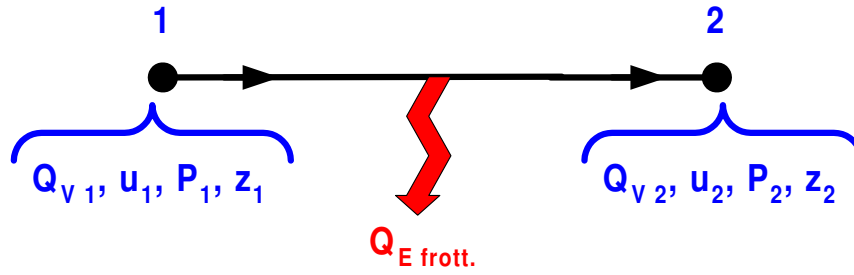


FIG. 3.5 – Bilan d'énergie avec perte d'énergie par frottement

Dans le cas des fluides incompressibles, on aura $Q_{V1} = Q_{V2}$. Le bilan d'énergie s'écrira alors :

$$e_{t1} = e_{t2} + \frac{Q_{E \text{ frott.}}}{Q_V} \quad (3.42)$$

On appellera *perte de pression par frottement* le rapport $Q_{E \text{ frott.}}/Q_V$. Ce terme représente en fait la quantité d'énergie totale perdue à cause des frottements par chaque unité de volume de fluide (chaque m^3) passant entre les sections 1 et 2. On notera cette grandeur ΔP_f . On aura alors :

$$e_{t1} = e_{t2} + \Delta P_f \quad (3.43)$$

On peut réécrire ce bilan à l'aide des charges totales :

$$h_{t1} = h_{t2} + \frac{\Delta P_f}{\rho \cdot g} \quad (3.44)$$

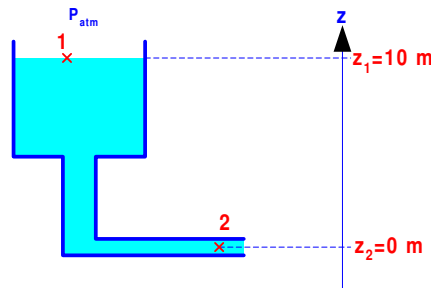
Le terme $\Delta P_f / \rho \cdot g$ est appelé *perte de charge du réseau* et sera noté J . Cette grandeur est très fréquemment employée pour caractériser les pertes d'énergies au sein des réseaux. La perte de charge s'exprime dans la même unité que la charge totale, c'est à dire en mètre de colonne liquide (mCL). L'écriture du bilan d'énergie totale entre les sections 1 et 2 pourra alors s'écrire :

$$h_{t1} = h_{t2} + J \quad (3.45)$$

On se souviendra que ceci n'est vrai que pour un fluide incompressible lorsque le régime permanent est établi. Bien sûr, la partie de réseau sur laquelle on applique ce bilan ne doit comporter ni pompe ni turbine. On peut comprendre l'équation 3.45 de la manière suivante : chaque m^3 de fluide entrant entre les sections 1 et 2 possède la charge h_{t1} . Chaque m^3 perd la charge J entre

les sections 1 et 2. Il ressort de cette zone avec la charge $h_{t2} = h_{t1} - J$.

Exemple 8 : Un bac de très grande dimensions rempli d'eau et situé en altitude, alimente un atelier 12 m en dessous du niveau du bac. Le bac est ouvert à l'atmosphère. A l'entrée de l'atelier, on relève une pression *relative* de 0,7 bar dans la conduite. Le débit est de 6 m³/h. Le diamètre de la conduite est de 32 mm. On souhaite connaître la perte de pression par frottement, la perte de charge et le débit d'énergie perdue par frottement entre le bac et l'atelier. On supposera que le niveau du bac reste constant.



On a un fluide incompressible ; on suppose le régime permanent établi et il n'y a aucune machine sur le réseau compris entre les points 1 et 2. On peut donc écrire les bilans d'énergie ou de charge de la manière suivante :

$$e_{t1} = e_{t2} + \Delta P_f \quad \text{ou} \quad \Delta P_f = e_{t1} - e_{t2}$$

$$h_{t1} = h_{t2} + J \quad \text{ou} \quad J = h_{t1} - h_{t2}$$

Pour calculer J et ΔP_f , il nous faut connaître P_1 , P_2 , z_1 , z_2 , u_1 , u_2 et ρ . Le bac étant ouvert à l'atmosphère, on a $P_1 = P_{atm}$. On connaît la pression relative au point 2, par conséquent $P_2 = P'_2 + P_{atm}$. On choisit l'origine des altitudes au niveau de l'atelier. Par conséquent, $z_2 = 0$ m et $z_1 = 10$ m. On a supposé que le niveau du bac restait constant (à cause de sa grande taille). Par conséquent sa surface supérieure ne bouge pas. On a donc $u_1 = 0$ m/s. On calcule u_2 à partir du débit volumique :

$$u_2 = \frac{Q_{V2}}{S_2} = \frac{Q_{V2}}{\pi \cdot D_2^2 / 4} = \frac{6/3600}{\pi \cdot 0,032^2 / 4} = 2,07 \text{ m/s}$$

on aura donc :

$$\Delta P_f = P_1 - P_2 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_1^2 - u_2^2) = P_{atm} - (P'_2 + P_{atm}) + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2$$

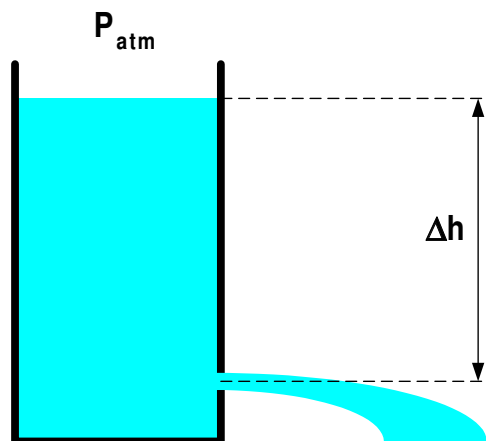
$$\Delta P_f = -0,7 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (10 - 0) - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 2,07^2 = 25958 \text{ Pa (J/m}^3\text{)}$$

$$J = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g} + z_1 - z_2 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2 \cdot g} = -\frac{P'_2}{\rho \cdot g} + z_1 - z_2 - \frac{u_2^2}{2 \cdot g}$$

$$J = -\frac{0,7 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} + 10 - 0 - \frac{2,07^2}{2 \cdot 9,81} = 2,64 \text{ mCL}$$

3.3 Exercices complémentaires

Exercice 1 :



On réalise la célèbre expérience de TORRICELLI. Un réservoir de grande dimension est rempli d'un liquide de densité $d=0,85$. On perce un trou dans la paroi du réservoir à une hauteur $\Delta h=1$ m sous la surface supérieure du liquide. Le réservoir est tout d'abord ouvert à l'atmosphère dans sa partie supérieure.

1. Écrivez le bilan de charge totale entre la surface du liquide et l'orifice de vidange.
2. Calculez la vitesse du liquide au niveau de cet orifice.
3. Le diamètre du trou est de 5 mm. Calculez les débits volumique et massique de la fuite.
4. On ferme maintenant le haut du réservoir. On maintient la pression de l'air au dessus du liquide à une pression de 2 bar. Recalculez la vitesse au niveau du trou.

Exercice 2 :

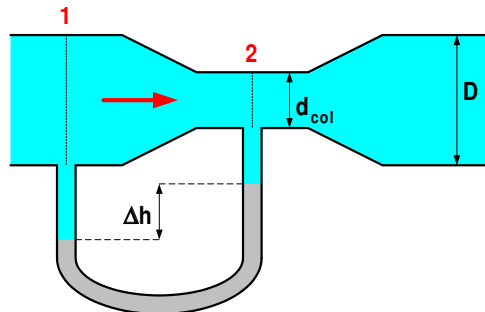
Le jet d'eau situé sur le lac de Genève peut monter jusqu'à une hauteur de 140 m. A sa base, le jet possède un diamètre de 110 mm. On supposera qu'il n'y a pas de frottements entre le jet d'eau et l'air.

1. Calculez la vitesse du jet d'eau à la base du jet.
2. Calculez le débit volumique du jet.

Exercice 3 :

Sur une conduite d'eau est monté un Venturi, c'est à dire une réduction progressive de la section

suivie d'une longueur droite de faible diamètre d_{col} appelée *col du Venturi*, et enfin un élargissement progressif jusqu'au diamètre initial D .



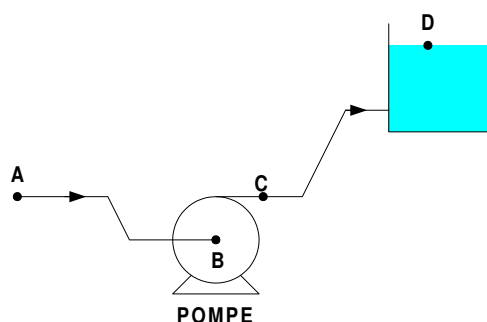
Entre l'amont et le col du Venturi (entre les sections 1 et 2), on place un tube manométrique en U rempli de mercure. On constate une différence de hauteur Δh entre les deux branches du tube.

1. Écrivez le bilan de matière entre les sections 1 et 2 afin de trouver une relation entre les vitesses u_1 et u_2 .
2. Écrivez un bilan d'énergie ou de charge entre les sections 1 et 2. En déduire une expression de u_1 en fonction de P_1 , P_2 , D et d_{col} .
3. A l'aide de la loi de l'hydrostatique, trouvez une relation entre $P_1 - P_2$ et Δh .
4. Donnez l'expression et calculez u_1 en fonction de Δh , D et d .
5. Calculez le débit volumique d'eau circulant dans la conduite.

Données :

| |
|--|
| $D=16 \text{ mm}$ |
| $d=10 \text{ mm}$ |
| $\rho_{\text{mercure}}=13600 \text{ kg/m}^3$ |
| $\Delta h=300 \text{ mm}$ |

Exercice 4 :



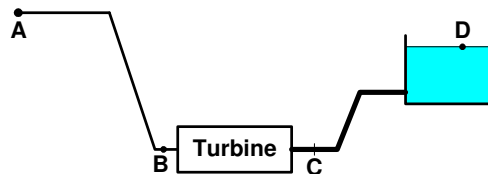
Une pompe alimente en eau un réservoir de grande dimension. La conduite en amont de la pompe a un diamètre de 10 cm et la conduite en aval un diamètre de 7 cm. La pression relative en A est 3 bar, la charge totale fournie au fluide par la pompe (HMT) est de 20 mCE. On donne :

$$\left| \begin{array}{l} z_A = 3 \text{ m} \\ z_B = z_C = 0 \text{ m} \\ z_D = 60 \text{ m} \end{array} \right.$$

On négligera les frottements dans la conduite entre A et D.

1. Calculer la charge totale du fluide aux points D et A.
2. Calculer les pressions relatives en B et C.

Exercice 5 :



Une conduite de diamètre 15 cm alimente une turbine électrique selon le schéma ci-dessus. A la sortie de la turbine, l'eau monte dans une canalisation de 30 cm de diamètre jusqu'à un lac artificiel de grande surface. La pression relative de l'eau en A est 1 bar. La charge absorbée par la turbine est 60 mCE. On donne :

$$\left| \begin{array}{l} z_A = 75 \text{ m} \\ z_B = z_C = 30 \text{ m} \\ z_D = 45 \text{ m} \end{array} \right.$$

1. Calculer la charge totale du fluide aux points A et D. En déduire la vitesse du fluide entre A et B, puis entre C et D.
2. Calculer les pressions en B et C.
3. Calculer le débit d'énergie (la puissance) produite par la turbine.

Exercice 6 :

Une citerne de grande dimension placée en hauteur alimente en eau une maison. Le niveau supérieur de l'eau dans la citerne se trouve 10 m au dessus de la maison. Au robinet, on mesure un débit de 10 L/min. Le diamètre de la conduite est de 14 mm.

1. Par un bilan de charge, calculer la perte de charge subie par le fluide dans la conduite.
2. Calculer le débit d'énergie perdue par frottement.
3. Quel serait le débit d'eau au robinet s'il n'y avait pas de frottements ?

Chapitre 4

Calcul des pertes de charge

4.1 Rappels

On appelle perte de charge les pertes d'énergie subies par un fluide s'écoulant dans un réseau. L'énergie perdue par le fluide ne disparaît pas, elle est transformée en un autre type d'énergie : la chaleur (énergie thermique).

Pour quantifier cette perte d'énergie nous avons défini deux grandeurs équivalentes : la perte de pression par frottements ΔP_f et la perte de charge J . Ces deux grandeurs représentent la diminution d'énergie totale volumique subie par chaque unité de volume de fluide transitant entre deux sections d'un réseau.

Considérons la partie d'un réseau ne comportant ni pompe ni turbine comprise entre la section d'entrée (notée 1) et la section de sortie (notée 2). Si le fluide est incompressible, que l'écoulement est en régime permanent, alors on pourra calculer les pertes de pression par frottement et pertes de charge de la manière suivante :

$$\Delta P_f = e_{t1} - e_{t2} = P_1 - P_2 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_1^2 - u_2^2) \quad (4.1)$$

$$J = h_{t1} - h_{t2} = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g} + z_1 - z_2 + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2 \cdot g} \quad (4.2)$$

Les unités de ces deux grandeurs sont le pascal, abrégé Pa, pour ΔP_f et le mètre de colonne liquide, abrégé mCL, pour J (si on a de l'eau on parlera de mètre de colonne d'eau mCE).

On a bien sûr la relation suivante entre ΔP_f et J :

$$\Delta P_f = \rho \cdot g \cdot J \quad (4.3)$$

On peut aussi calculer le débit d'énergie $Q_{E \text{ frott.}}$ dissipée par frottement :

$$Q_{E \text{ frott.}} = Q_V \cdot \rho \cdot g \cdot J = Q_V \cdot \Delta P_f \quad (4.4)$$

4.2 Origine des frottements — Viscosité

4.2.1 Remarques générales

Nous avons dit précédemment que le fluide perdait de l'énergie par frottement lorsqu'il s'écoule. Il faut toutefois noter que ces frottements sont de deux types. Tout d'abord, le fluide frotte sur les parois à l'intérieur desquelles il s'écoule. De plus, au sein du fluide, toutes les particules ne vont pas forcément à la même vitesse. Par conséquent, ces particules frottent donc les unes sur les autres. Il existe donc des frottements au sein même du fluide.

On peut aussi se poser la question de savoir si tous les fluides se comportent de la même façon vis à vis des frottements. Pour cela, on réalise l'expérience suivante : sur une plaque verticale, on dépose côte à côte 1 goutte d'eau et une goutte de miel liquide de même masse. On constate que la goutte d'eau descend plus vite que la goutte de miel. On peut par conséquent penser que les frottements dans l'eau sont plus faibles que dans le miel. Pour quantifier cette aptitude des fluides à frotter ou non, on a défini une grandeur appelée *viscosité*.

4.2.2 Viscosité

4.2.2.1 Définition et unité

La viscosité d'un fluide traduit la plus ou moins grande facilité avec laquelle le fluide peut s'écouler ou être pompé. Elle est en quelque sorte une mesure des frottements.

A la limite, un fluide ayant une viscosité nulle n'engendrerait pas de frottements et donc pas de perte de charge.

On représente la *viscosité* par la lettre η (lettre grecque êta). On l'appelle encore *viscosité dynamique* ou *viscosité absolue*.

$$\eta : \text{viscosité (dynamique ou absolue)}$$

Dans le système international, l'unité de la viscosité est le pascal seconde, noté Pa.s. On a donné à cette unité le nom de Poiseuille, noté Pl.

$$1 \text{ Pl} = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

En pratique on emploie souvent une autre unité appelée Poise et notée Po, pour mesurer les viscosités. C'est même généralement la centipoise, cPo, qui est le plus fréquemment employé. On a les équivalences suivantes :

$$1 \text{ Po} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0,1 \text{ Pl}$$

$$1 \text{ cPo} = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 10^{-3} \text{ Pl}$$

Selon la nature du fluide, la viscosité peut varier considérablement. Ainsi, à température ordinaire, le tableau 4.1, donne les valeurs de viscosité pour différents fluides.

TAB. 4.1 – Viscosité à température ordinaire

| Produit | Viscosité (cPo) |
|----------------|-----------------|
| Bitume | 10^{11} |
| Polymère fondu | 10^6 |
| Miel liquide | 10^4 |
| Glycérol | 10^3 |
| Eau | 1 |
| Air | 10^{-2} |

4.2.2.2 Influence de la température et de la pression

La viscosité d'un liquide diminue lorsque la température augmente.

Cet abaissement de viscosité peut être de 1 à 10 % par degré celsius (°C). D'une manière générale, plus le fluide est visqueux, plus sa viscosité varie avec la température.

Par contre, pour les gaz la viscosité augmente avec la température.

Pour les fluides, *l'influence de la pression est en général faible*. Ainsi, dans les calculs on pourra négliger l'influence de la pression jusqu'à 20 bar dans les gaz et jusqu'à 40 bar pour les liquides.

4.2.2.3 Viscosité cinématique

Comme nous le verrons par la suite, dans de nombreuses expressions intervient le rapport η/ρ entre la viscosité η et la masse volumique ρ . Ce rapport est appelé *viscosité cinématique* ν (lettre grecque nu) :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (4.5)$$

Dans le système international, l'unité de la viscosité cinématique est le mètre carré par seconde (m^2/s). Une autre unité est souvent employée, c'est le stokes, noté St. C'est plus précisément son sous-multiple le centi-stokes, noté cSt, qui est utilisé. On a les équivalences suivantes :

$$1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

4.3 Régime d'écoulement — Turbulence

4.3.1 Expérience de REYNOLDS

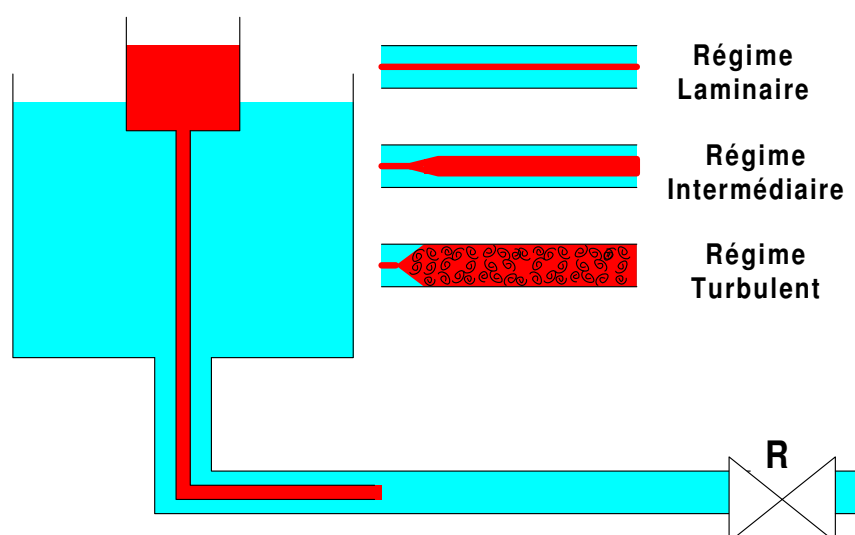


FIG. 4.1 – Expérience de REYNOLDS

C'est en 1883 que REYNOLDS réalisa l'expérience dont le dispositif est représenté sur la figure 4.1. De l'eau, contenue dans un réservoir, s'écoule dans un tube horizontal en verre. Au centre de ce tube, de l'eau mélangée à un colorant rouge arrive par l'intermédiaire d'un tube beaucoup plus fin. On peut régler le débit de l'eau à l'aide du robinet R.

Pour de faibles débits, on constate que le filet d'eau coloré reste stable au centre du tube et ne se mélange pas à l'eau environnante. L'écoulement se fait donc de façon parfaitement définie, avec des filets de fluide qui glissent les uns sur les autres sans se mélanger. On dit que *l'écoulement est laminaire*.

Lorsque le débit augmente, on constate que le filet coloré se met à osciller et s'élargit. *Le régime est dit alors intermédiaire*.

Enfin, pour des débits encore plus élevés, après une longueur assez faible, le filet coloré se transforme en tourbillons de plus en plus gros et finit par se mélanger complètement avec l'eau claire. *On dit que le régime est turbulent*. Dans ce type d'écoulement le fluide est «brassé» et les filets de fluide ne cessent de se mélanger en créant de nombreux tourbillons.

4.3.2 Régime d'écoulement et perte de charge

Plus le régime est turbulent, plus le fluide va être «brassé» et le nombre des tourbillons importants. Par conséquent, plus le régime est turbulent plus les frottements vont être conséquents et les pertes de charge importantes.

De plus, l'écoulement en régime laminaire avec ses filets fluides bien définis et l'écoulement turbulent avec ses tourbillons et son mélange intense du fluide vont donner des lois permettant de calculer les pertes de charge sensiblement différentes.

Il est par conséquent nécessaire de définir un critère qui permette de quantifier la turbulence et de prévoir le régime d'écoulement.

4.3.3 Nombre de Reynolds

Pour quantifier la turbulence, un critère a été défini, il s'agit du *Nombre de REYNOLDS*, noté *Re*. Ce nombre, tout comme la densité, est sans dimension, c'est à dire qu'il ne possède pas d'unité. On dit que c'est un *nombre adimensionnel*.

Pour un écoulement dans une conduite cylindrique, on le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\eta} \quad (4.6)$$

Dans l'équation précédente, ρ est la masse volumique du fluide, u sa vitesse moyenne, D le diamètre de la conduite et η la viscosité dynamique du fluide. *il est très important d'exprimer ces différentes grandeurs dans les unités du système international*. La masse volumique sera exprimée en kg/m^3 , la vitesse en m/s , le diamètre en m et la viscosité en Pa.s (ou Pl).

Plus le nombre de REYNOLDS est élevé, plus l'écoulement est turbulent. Le tableau 4.2 donne les valeurs de *Re* auxquels s'effectue la transition entre les différents régimes d'écoulement.

TAB. 4.2 – Limites de transition entre régimes d'écoulement

| Régime d'écoulement | <i>Re</i> |
|---------------------|--------------------|
| Laminaire | $Re < 2100$ |
| Intermédiaire | $2100 < Re < 3000$ |
| Turbulent | $3000 < Re$ |

Exemple 1 : De l'eau s'écoule dans une conduite cylindrique de 14 mm de diamètre avec un débit volumique de 12 L/min. On souhaite connaître le régime d'écoulement.

Il nous faut calculer le nombre de REYNOLDS de cet écoulement :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\eta}$$

On calcule la vitesse à partir du débit volumique :

$$u = \frac{Q_V}{S} = \frac{Q_V}{\pi \cdot D^2 / 4} = \frac{12 \cdot 10^{-3} / 60}{\pi \cdot 0,014^2 / 4} = 1,3 \text{ m/s}$$

La viscosité de l'eau à température ambiante est de 10^{-3} Pa.s.

On peut donc calculer Re :

$$Re = \frac{1000 \cdot 1,3 \cdot 0,014}{10^{-3}} = 18200$$

Par conséquent, dans ce cas, le régime d'écoulement est turbulent.

Il est parfois utile d'exprimer le nombre de Reynolds d'une manière un peu différente de celle de l'équation 4.6. Ainsi, on peut disposer de la viscosité cinématique ν du fluide et non de sa viscosité dynamique η et de sa masse volumique ρ . On peut rappeler que $\nu = \eta / \rho$. Par conséquent, on a l'expression suivante pour Re :

$$Re = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad (4.7)$$

De même, on dispose plus souvent du débit volumique Q_V de fluide que de sa vitesse moyenne u . Pour une conduite cylindrique de diamètre D , on rappelle que :

$$u = \frac{Q_V}{S} = \frac{Q_V}{\pi \cdot D^2 / 4} = \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot D^2}$$

Si on remplace u par l'expression précédente dans l'équation 4.6, on obtient :

$$Re = \frac{\rho \cdot \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot D^2} \cdot D}{\eta} = \frac{4 \cdot \rho \cdot Q_V \cdot D}{\eta \cdot \pi \cdot D^2} \quad (4.8)$$

Ce qui après simplification nous donne :

$$Re = \frac{4 \cdot \rho \cdot Q_V}{\eta \cdot \pi \cdot D} \quad (4.9)$$

Cette dernière relation est particulièrement intéressante car elle fait apparaître la dépendance du nombre de REYNOLDS avec le débit volumique qui est une grandeur très utilisée en pratique.

Ainsi, lorsque l'on choisit une conduite pour transporter un débit donné de fluide, plus le diamètre de cette conduite sera faible, plus le nombre de Reynolds sera grand et par conséquent plus les pertes de charge seront importantes.

4.3.4 Conduites non-cylindriques — Diamètre hydraulique

L'équation 4.6 définit le nombre de REYNOLDS pour un écoulement dans une conduite cylindrique. Il arrive souvent que les conduites ne le soient pas, et il est tout de même fondamental de pouvoir calculer Re dans ces cas-là.

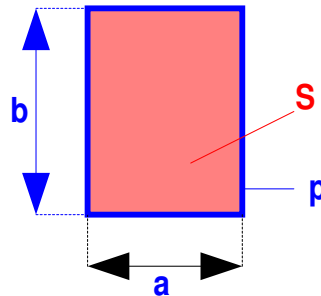
Pour cela, on définira pour une conduite de forme quelconque, un «pseudo-diamètre» appelé *diamètre hydraulique* et noté D_h . On peut calculer le diamètre hydraulique à l'aide de l'expression suivante :

$$D_h = \frac{4 \cdot S}{p} \quad (4.10)$$

où S est la surface de la section de passage du fluide et p le périmètre de cette section qui est

mouillé par le fluide (on appelle p le périmètre mouillé).

Exemple 2 : Considérons une conduite rectangulaire de largeur $a=12$ mm et de hauteur $b=20$ mm. On souhaite calculer le diamètre hydraulique D_h de cette conduite.



Le périmètre mouillé p est donc le périmètre du rectangle bleu :

$$p = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

La surface de la section de passage S est l'aire rouge du rectangle :

$$S = a \cdot b$$

Par conséquent, on aura :

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a + 2 \cdot b} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 20}{12 + 20} = 15 \text{ mm}$$

Le diamètre hydraulique équivalent de cette conduite sera donc de 15 mm.

Le nombre de REYNOLDS pourra alors être calculé en utilisant le diamètre hydraulique comme diamètre de la conduite :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D_h}{\eta} \quad (4.11)$$

4.4 Comment calculer les pertes de charges d'un réseau ?

4.4.1 Pertes de charge régulières et singulières

Au sein d'un réseau, on peut répartir les pertes de charge en deux catégories :

- Les pertes de charge dues aux longueurs droites de conduite. On les appelle *pertes de charge régulières ou linéaires*.
- Les pertes de charge dues aux «accidents» de conduite. Ces «accidents» peuvent être des coudes, des vannes, des robinets, des rétrécissements, des élargissements, des pur-

geurs,... Ces pertes de charge sont appelées *pertes de charge singulières*. Les «accidents» de conduite sont appelées *singularités*.

4.4.2 Perte de charge totale d'un réseau

Considérons par exemple le réseau de la figure 4.2. On compte quatre longueurs droites : les tronçons AB, CD, EF et GH, et on compte trois singularités : la vanne entre B et C, les coudes entre D et E et entre F et G.

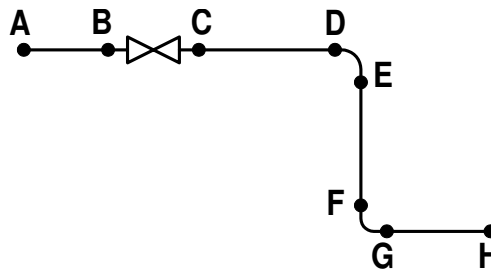


FIG. 4.2 – Exemple de perte de charge d'un réseau

La perte de charge totale du réseau, c'est à dire entre A et H, sera alors la somme des pertes de charge de chacun des sous-réseaux. On aura ainsi :

$$J_{\text{reseau}} = J_{AH} = J_{AB} + J_{BC} + J_{CD} + J_{DE} + J_{EF} + J_{FG} + J_{GH} \quad (4.12)$$

où J_{AB} est la perte de charge du tronçon compris entre A et B, etc. . .

Plus généralement, pour un réseau composé d'une succession de parties droites et de singularités, la perte de charge totale sera la somme des pertes de charge engendrées par chacune de ces parties droites et de chacune de ces singularités.

4.4.3 Calcul des pertes de charge régulières

4.4.3.1 Coefficient de perte de charge régulière

On peut montrer que la perte de charge J d'un tronçon droit de longueur L de conduite de diamètre D dans laquelle circule un fluide animé d'une vitesse u , peut se calculer de la manière suivante :

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \frac{L}{D} \quad (4.13)$$

On voit dans l'équation précédente qu'intervient le coefficient de proportionnalité λ (lettre grecque lambda). Ce coefficient est appelé *coefficient de perte de charge*. De plus, la perte de charge est proportionnelle à la longueur de la conduite.

Par conséquent, pour calculer la perte de charge d'une conduite de longueur L et diamètre D , il convient de connaître la vitesse u du fluide (que l'on calcule généralement à partir du débit volumique) et le coefficient de perte de charge λ .

Pour des écoulements en conduite, le coefficient de perte de charge λ dépend du nombre de REYNOLDS, Re , de l'état de surface de la conduite (sa rugosité) et du régime d'écoulement.

Il existe de nombreuses formules et corrélations qui permettent de calculer λ . Toutefois en ce qui nous concerne, nous utiliserons plutôt un diagramme, appelé diagramme de MOODY, qui donne la valeur de λ en fonction de Re et de la rugosité de la conduite.

4.4.3.2 Utilisation du diagramme de MOODY

Il est tout d'abord nécessaire de donner une définition plus précise de ce qu'est la rugosité d'une surface. On appellera donc *rugosité la hauteur moyenne des aspérités à la surface de la conduite*. La rugosité sera désignée par la lettre k .

Le tableau 4.3 donne des valeurs de rugosité pour des matériaux courants :

TAB. 4.3 – Rugosité de différents matériaux usuels

| Matériau | k (mm) |
|----------------------|---------------|
| Acier, neuf | 0,05 à 0,1 |
| Fonte, neuf | 0,5 à 1 |
| Fonte, usagé | 0,9 à 1,5 |
| Fonte, très incrusté | 1,5 à 3 |
| Cuivre ou laiton | 0,001 à 0,003 |
| Ciment, lisse | 0,3 à 0,9 |
| Ciment, brut | 1 à 2 |

En fait, c'est le rapport de la rugosité k et du diamètre D de la conduite qui sera utilisée. Ce rapport s'appelle la *rugosité relative* :

$$\text{Rugosité relative} = \frac{k}{D} \quad (4.14)$$

Par exemple, une conduite en ciment brut de 500 mm de diamètre avec une rugosité de 1,5 mm aura une rugosité relative de $1,5/500=0,003$.

La rugosité relative est une grandeur sans dimension.

Sur le diagramme de MOODY représenté sur la figure 4.3, le nombre de REYNOLDS Re se trouve en abscisse et le coefficient de perte de charge λ se trouve en ordonnée (on remarquera que l'échelle utilisée pour les axes est particulière, il s'agit d'une échelle logarithmique).

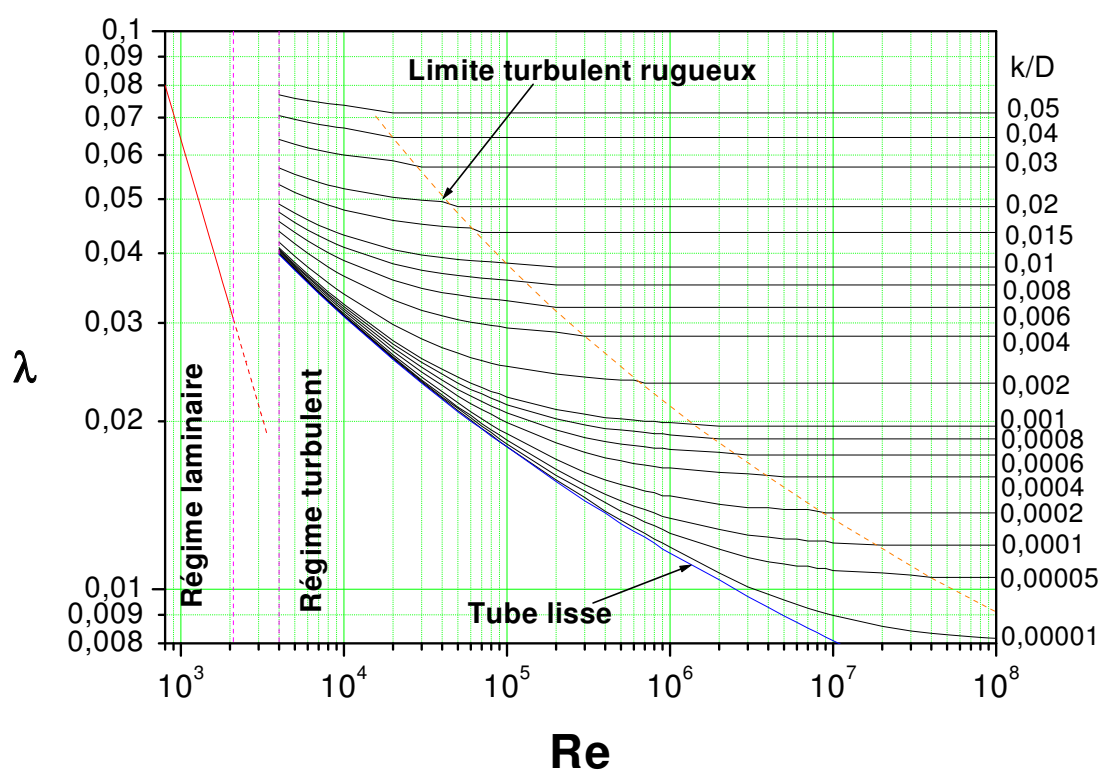


FIG. 4.3 – Diagramme de MOODY

On constate que pour le régime laminaire ($Re < 2100$, partie du diagramme à gauche de la verticale en pointillés violets), λ ne dépend pas de la rugosité relative de la conduite. Il n'y a donc qu'une seule courbe (courbe rouge, poursuivie en pointillés pour le régime intermédiaire). Pour des valeurs plus élevées de Re , en régime turbulent, on constate qu'il y a une courbe pour chaque valeur de rugosité relative k/D (la valeur de k/D est inscrite à la droite du diagramme). On constate aussi qu'au-delà d'une certaine valeur du nombre de REYNOLDS, λ n'augmente plus lorsque Re augmente. On dit que l'on est en *régime turbulent établi* (cette zone est délimitée par la courbe en pointillés oranges). Pour ce régime d'écoulement, λ ne dépend que de k/D .

Pour trouver λ , on commencera par calculer Re et k/D . On placera notre valeur de Re en abscisse sur le diagramme de MOODY. On cherchera alors l'intersection de la verticale d'abscisse Re et de la courbe correspondant à notre rugosité relative k/D . La valeur recherchée de λ sera

alors l'ordonnée du point d'intersection.

Exemple 3 : Un conduite de 600 mm de diamètre et de 500 m de longueur en fonte très incrustée par la rouille (rugosité $k=2,4$ mm) est parcourue par un débit d'eau de $20 \text{ m}^3/\text{min}$. On souhaite calculer la perte de charge subie par l'eau dans cette conduite. Commençons par calculer Re :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\eta} = \frac{\rho \cdot \frac{Q_v}{\pi \cdot D^2/4} \cdot D}{\eta} = \frac{1000 \cdot \frac{20/60}{\pi \cdot 0,6^2/4}}{10^{-3}} = 707355$$

Afin d'utiliser le diagramme de MOODY pour obtenir λ , il faut d'abord calculer la rugosité relative :

$$\frac{k}{D} = \frac{2,4}{600} = 0,004$$

Sur le diagramme de MOODY on cherche l'intersection de la verticale passant par $Re = 707355$ (compte tenu de la précision du diagramme on suit la verticale $Re = 7 \cdot 10^5$) et de la courbe correspondant à une rugosité relative $k/D = 0,004$. L'ordonnée de ce point d'intersection nous donne :

$$\lambda = 0,028$$

On peut alors calculer la perte de charge J :

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L}{D} = \lambda \cdot \frac{\left(\frac{Q_v}{\pi \cdot D^2/4}\right)^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L}{D} = 0,028 \cdot \frac{\left(\frac{20/60}{\pi \cdot 0,6^2/4}\right)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{500}{0,6} = 1,65 \text{ mCE}$$

La perte de charge subie par le fluide est de 1,65 mCE.

4.4.4 Pertes de charge singulières

4.4.4.1 Coefficient de perte de charge singulière

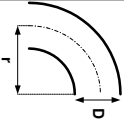
De la même manière que pour les pertes de charge régulières, on peut montrer que la perte de charge J_{sing} , créée par une singularité du réseau peut se calculer de la manière suivante :

$$J_{sing} = \xi \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \quad (4.15)$$

On voit dans l'équation précédente qu'intervient le coefficient de proportionnalité ξ (lettre grecque xi). Ce coefficient est appelé *coefficient de perte de charge singulière*. Ce coefficient ξ

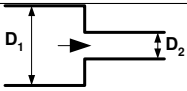
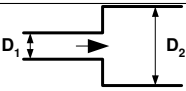
dépend du type, de la forme et des dimensions de la singularité. Il est déterminé expérimentalement et le tableau 4.4 donne les valeurs de ξ pour quelques singularités courantes.

TAB. 4.4 – Coefficients ξ de perte de charge singulière

| Singularité | | ξ |
|---|-------------|-------|
| Robinet à soupape ouvert | | 6 |
| Robinet à soupape d'équerre ouvert | | 4 |
| Robinet à pointeau | ouvert | 9 |
| | 3/4 ouvert | 13 |
| | 1/2 ouvert | 36 |
| | 1/4 ouvert | 112 |
| Vanne à passage direct (à boule) | | 0 |
| Coude à 90°  | $r/D = 0,5$ | 2 |
| | $r/D = 1$ | 0,3 |
| | $r/D = 1.5$ | 0,17 |
| | | |

Le tableau 4.5 donne les valeurs de ξ pour des rétrécissements et élargissements brusques de conduites en fonction du diamètre des deux sections.

TAB. 4.5 – Coefficient de perte de charge singulière pour des rétrécissements et élargissements brusques

| Rétrécissement brusque | D_1/D_2 | ξ | Elargissement brusque | D_2/D_1 | ξ |
|---|-----------|-------|---|-----------|-------|
|  | 0,1 | 0,48 |  | 0,1 | 0,98 |
| | 0,2 | 0,48 | | 0,2 | 0,92 |
| | 0,3 | 0,48 | | 0,3 | 0,83 |
| | 0,4 | 0,48 | | 0,4 | 0,71 |
| | 0,5 | 0,46 | | 0,5 | 0,56 |
| | 0,6 | 0,41 | | 0,6 | 0,41 |
| | 0,7 | 0,32 | | 0,7 | 0,26 |
| | 0,8 | 0,19 | | 0,8 | 0,13 |
| | 0,9 | 0,06 | | 0,9 | 0,04 |

Exemple 4 : Un robinet à pointeau à moitié ouvert est monté sur une conduite de 32 mm de diamètre. On souhaite connaître la perte de charge J engendrée par cette singularité pour un débit de 6 m³/h.

On calcule J par la relation suivante :

$$J = \xi \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g}$$

On calcule d'abord u :

$$u = \frac{Q_V}{S} = \frac{Q_V}{\pi \cdot D^2/4} = \frac{6/3600}{\pi \cdot 0,032^2/4} = 2,07 \text{ m/s}$$

Le coefficient de perte de charge singulière ξ d'un robinet à pointeau à demi ouvert vaut 36.

On peut alors calculer J :

$$J = 36 * \frac{2,07^2}{2 * 9,81} = 0,88 \text{ mCE}$$

La perte de charge de ce robinet est donc de 0,88 mCE.

4.4.4.2 Notion de longueur droite équivalente

Il existe une manière plus commode de calculer la perte de charge entraînée par une singularité. C'est la *méthode des longueurs droite équivalentes*.

Considérons une singularité sur le réseau. Celle-ci entraîne une perte de charge J_{sing} . On appellera *longueur droite équivalente*, L_e , la longueur que devrait avoir une conduite fictive (de même diamètre D que la conduite qui porte la singularité) pour engendrer la même perte de charge J_{sing} . Les constructeurs fournissent très fréquemment la valeur de L_e des éléments de tuyauterie (vannes, coudes, ...) qu'ils construisent. C'est pour cela que la méthode des longueurs droites équivalentes est très utilisée. On trouvera dans le tableau 4.6 les valeurs du rapport L_e/D pour quelques singularités.

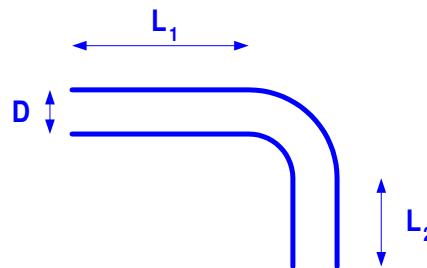
Pour calculer la perte de charge du réseau il suffira alors d'ajouter les longueurs droites de

TAB. 4.6 – Longueur droite équivalente pour quelques singularités

| Singularité | L_e/D |
|----------------------------------|---------|
| Robinet à soupape normal | 400 |
| Robinet à soupape d'équerre | 200 |
| Vanne à passage direct (à boule) | 9 |
| Coude à 180° à brides | 18 |
| Coude à 90° à brides | 13 |
| Coude à 90° taraudé | 40 |
| Coude à 45° à brides | 9 |
| Coude à 45° taraudé | 18 |

conduites aux longueurs droites équivalentes des singularités.

Exemple 5 : Considérons un réseau constitué par deux longueurs droites $L_1 = 1$ m et $L_2 = 0,5$ m séparées par un coude à 90° à brides. De l'eau circule à l'intérieur du réseau avec une vitesse moyenne $u = 1,3$ m/s. Le diamètre de la conduite est de 20 mm et sa rugosité 0,002 mm. On souhaite calculer la perte de charge subie par le fluide.



Dans le tableau 4.6 on voit que pour un coude à 90° à brides, on a $L_e/D=13$. La perte de charge totale sera donc la perte de charge d'une conduite de longueur totale $L_1 + L_e + L_2$.

On calcule alors Re et k/D :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\eta} = \frac{1000 \cdot 1,3 \cdot 0,02}{0,001} = 26000$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,002}{20} = 0,0001$$

Sur le diagramme de MOODY on lit :

$$\lambda = 0,025$$

On calcule finalement J :

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L_1 + L_e + L_2}{D} = 0,025 \cdot \frac{1,3^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{1 + 13 + 0,5}{0,02} = 1,6 \text{ mCL}$$

il convient toutefois d'être très prudent dans l'application de cette méthode. En effet, il faut veiller à n'ajouter que des longueurs droites de même diamètre. S'il y a des parties de diamètres différents dans le réseau. Il faut calculer la perte de charge de chaque partie, puis sommer les pertes de charges.

Les longueurs droites équivalentes des singularités peuvent aussi être déterminées à l'aide d'abaques comme celui représenté sur la figure 4.4. Pour utiliser cet abaque, on placera un premier point sur l'axe de gauche correspondant à la singularité qui nous intéresse et un deuxième point sur l'axe de droite correspondant au diamètre de la conduite qui porte la singularité. On trace la droite reliant ces deux points, et on cherche le point d'intersection de cette droite avec l'axe situé au milieu de l'abaque. On peut alors lire la longueur droite équivalente L_e en mètres.

Document 2

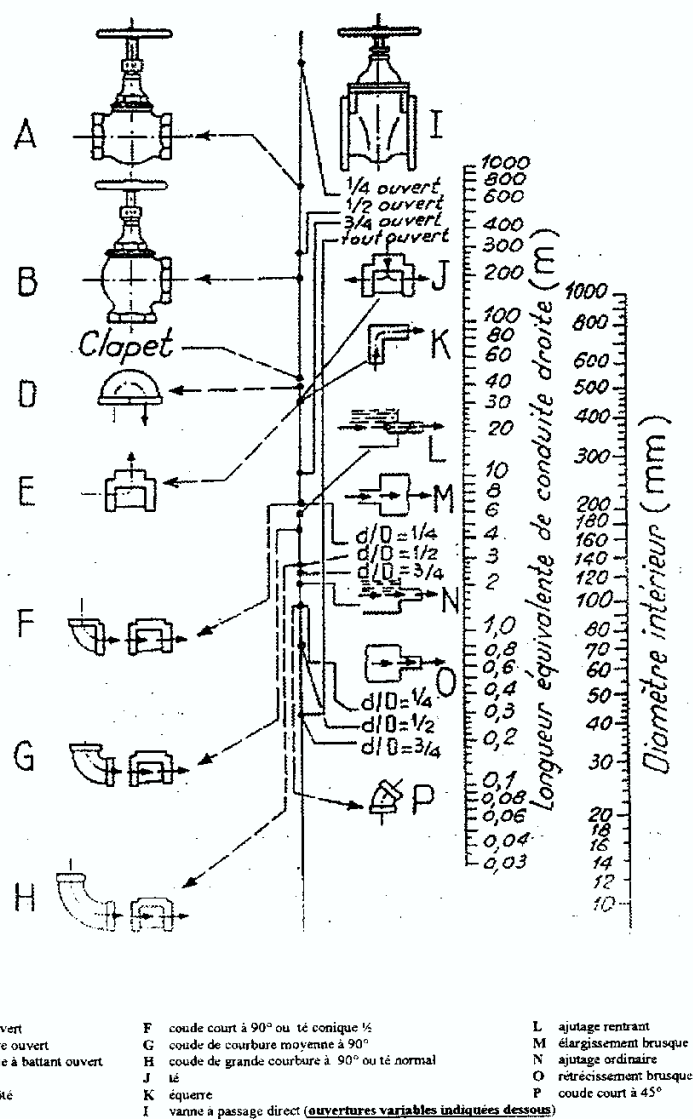


FIG. 4.4 – Abaque de longueur droites équivalentes de singularités

4.4.5 Circuits dérivés

Considérons une tuyauterie se divisant en A en deux branches qui se rejoignent en B.

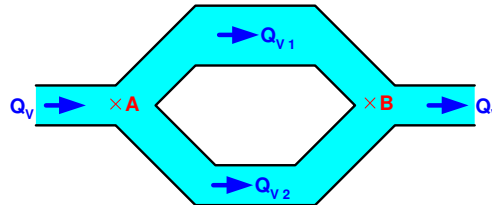


FIG. 4.5 – Circuits dérivés

Soient h_{tA} la charge totale du liquide en A et h_{tB} la charge totale du liquide en B.

La différence $h_{tA} - h_{tB}$ représente à la fois la perte de charge J_1 du liquide dans la branche 1, et la perte de charge J_2 du liquide dans la branche 2.

$$h_{tA} - h_{tB} = J_1 = J_2 \quad (4.16)$$

Dans chacune des branches, on a la même perte de charge. Le liquide dont le débit est Q_V dans la tuyauterie principale se répartit dans les deux branches avec des débits respectifs Q_{V1} et Q_{V2} tels que :

- Q_{V1} entraîne la perte de charge J_1
- Q_{V2} entraîne la perte de charge J_2

De plus, on aura la relation suivante entre les débits volumiques :

$$Q_V = Q_{V1} + Q_{V2} \quad (4.17)$$

4.5 Exercices complémentaires

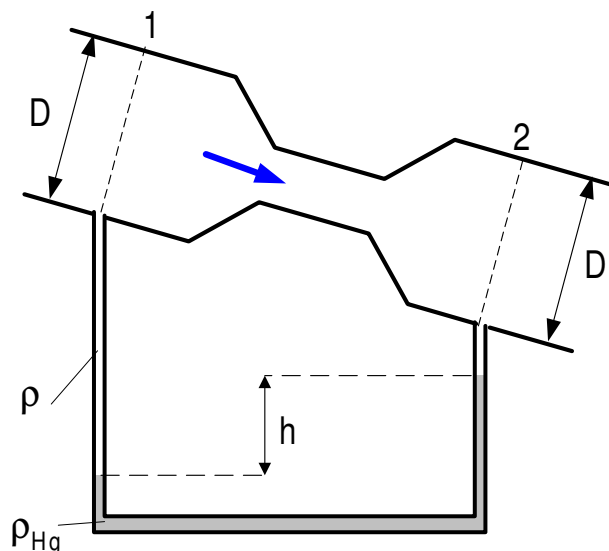
Exercice 1 :

Une conduite cylindrique transporte un fluide de masse volumique $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$. Un manomètre placé sur une section 1 de la conduite indique une pression P_1 de 1,3 bar. Un second manomètre placé sur une section 2 indique une pression P_2 de 1,2 bar. De plus, on a $z_1 = 3 \text{ m}$ et $z_2 = 7 \text{ m}$.

1. Quel est le sens de l'écoulement ?
2. Quelle est la perte de charge du liquide entre les deux sections de mesure ?
3. Calculer la perte de pression par frottement (en bar).

Exercice 2 :

De l'eau s'écoule dans une conduite de 100 mm avec un débit de 20 L/s. On mesure la perte de charge entre les sections 1 et 2 à l'aide d'un manomètre différentiel à mercure (tube en U). La dénivellation du mercure est $h = 10$ cm.



1. Quelle est la valeur de la perte de charge de l'eau ?
2. Calculer (en Watt) le débit d'énergie perdu par frottement.
3. Calculer la quantité (en joules) d'énergie perdue par frottement en un an.
4. Quel est le coût (économique) annuel occasionné par cette perte de charge, sachant qu'un kWh d'énergie vaut 0,1 € ?

(Note : le kWh (kilowatt-heure) est une unité d'énergie souvent employée pour l'énergie électrique. On a la correspondance suivante avec les joules : $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$)

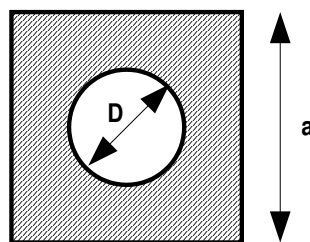
Exercice 3 :

Déterminer le régime d'écoulement dans une canalisation de 30 cm de diamètre :

1. pour de l'eau à 20 °C circulant à la vitesse moyenne de 10,5 m/s.
2. pour du fuel lourd à 50 °C (viscosité 110 cSt) circulant à la même vitesse.

Exercice 4 :

Soit un échangeur de chaleur tubulaire dont la coupe figure ci-dessous. Le fluide de refroidissement circule dans l'espace compris entre les deux tubes (grisé sur la figure).



1. Donner l'expression littérale du diamètre hydraulique et calculer celui-ci si $a = 40$ mm et $D = 30$ mm.
2. Le fluide de refroidissement est de l'eau de masse volumique $\rho = 1000$ kg/m³ et de viscosité dynamique $\eta = 10^{-3}$ Pa·s à 20 °C. Calculer le régime d'écoulement du fluide de refroidissement si le débit volumique est de 3 m³/h.

Exercice 5 :

Quel est le nombre de REYNOLDS correspondant à un écoulement d'air à 20°C dans une tuyauterie cylindrique de 50 mm de diamètre et sous pression absolue de 900 mm de mercure ?

Données : Le débit d'air est de 1,5 m³/h, la masse volumique de l'air à 0°C et 760 mmHg vaut 1,293 kg/m³ et sa viscosité vaut 0,018 cPo.

Exercice 6 :

De l'huile de pétrole de masse volumique $\rho = 900$ kg/m³ et de viscosité $\eta = 2$ cPo, s'écoule dans un tuyau rectiligne circulaire en fonte moulée de 150 mm de diamètre avec une vitesse de 0,2 m/s.

Quelle est la perte de charge subie par l'huile pour chaque kilomètre de tuyau ?

Exercice 7 :

Un échangeur tubulaire est constitué de 2 tubes concentriques en cuivre. Le tube interne a un diamètre extérieur de 30 mm. Le tube externe a un diamètre intérieur de 50 mm. Dans l'espace annulaire (espace compris entre les 2 tubes) circule du toluène avec un débit de 1,5 kg/s.

Déterminer la perte de charge du toluène pour chaque mètre de conduite

| | | |
|------------------|----------------------------|--------------------------------|
| <i>Données :</i> | Masse volumique du toluène | $\rho = 860$ kg/m ³ |
| | Viscosité du toluène | $\eta = 0,6$ cPo |
| | Rugosité du cuivre | $k = 0,001$ mm |

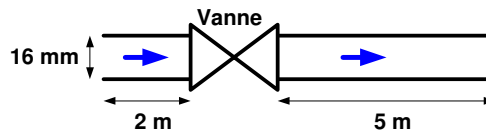
Exercice 8 :

Un conduite transportant de l'eau à 20 °C de diamètre initial 20 mm s'élargit brusquement vers une conduite de 40 mm. Le débit volumique est de 50 L/min.

1. Calculer la perte de charge causée par cet élargissement brusque.
2. On inverse le sens de l'écoulement. Par conséquent, on a maintenant affaire à un élargissement brusque. Calculer la perte de charge qu'entraîne cette singularité.

Exercice 9 :

On a le réseau horizontal suivant constitué d'une première longueur droite de conduite de 2 m, suivie par une vanne ouverte complètement et complétée par une autre longueur droite de 5 m. Les conduites ont un diamètre de 16 mm.



On mesure un débit de 10 L/min circulant à travers ce réseau. On mesure aussi à l'aide de manomètres, la pression relative à l'entrée de la première longueur droite qui vaut 2,1 bar, et la pression à la sortie de la seconde longueur droite qui vaut 1,2 bar.

1. Calculer la perte de charge subie par le fluide à travers ce réseau.
2. Sachant que les conduites utilisées sont en acier galvanisé de rugosité 0,16 mm, calculer les pertes de charges de chacune des longueurs droites. En déduire la perte de charge de la vanne.
3. Calculer la longueur droite équivalente de la vanne.
4. Calculer le coefficient de perte de charge singulière de la vanne.

Chapitre 5

Pompes et réseaux

5.1 Réseaux

5.1.1 Perte de charge d'un réseau

Nous avons vu au chapitre 4 comment calculer la perte de charge subie par un fluide au sein d'un réseau. Pour dimensionner un réseau et choisir la pompe adéquate pour obtenir un débit voulu, il est souhaitable de savoir comment évolue la perte de charge de ce réseau en fonction du débit volumique qui le traverse.

Considérons un réseau dont la longueur droite équivalente totale est L_e ¹. La perte de charge J de ce réseau se calculera alors de la manière suivante :

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L_e}{D} \quad (5.1)$$

On peut alors remplacer u dans l'expression précédente par Q_V/S :

$$J = \lambda \cdot \frac{\left(\frac{Q_V}{S}\right)^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L_e}{D} = \lambda \cdot \frac{\left(\frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot D^2}\right)^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L_e}{D} = \lambda \cdot \frac{16 \cdot Q_V^2}{\pi^2 \cdot D^4 \cdot 2 \cdot g} \cdot \frac{L_e}{D} \quad (5.2)$$

On obtient ainsi l'expression suivante :

$$J = \lambda \cdot \frac{8 \cdot L_e}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5} \cdot Q_V^2 \quad (5.3)$$

Considérons avec attention l'expression 5.3. On constate que J est le produit de trois termes :
– λ : le coefficient de perte de charge qui dépend de Re et de la rugosité relative.

¹Le réseau aura une longueur plus faible que L_e et pourra comporter des singularités, mais il se comportera du point de vue des pertes de charge comme une conduite droite de longueur L_e .

- $8 \cdot L_e / g \cdot \pi^2 \cdot D^5$: un terme constant qui est propre au réseau (dépend de la longueur droite équivalente et du diamètre) et ne dépend pas de Q_V .
- Q_V^2 : le carré du débit volumique.

Pour pouvoir donner une expression mathématique qui donnerait directement la perte de charge J en fonction du débit volumique Q_V , il faudrait connaître précisément la relation mathématique entre λ et Re . En effet, Re dépend de la vitesse u du fluide, donc de son débit volumique.

Toutefois, lorsque l'écoulement se fait en régime turbulent rugueux, c'est à dire pour des nombres de REYNOLDS élevés, λ est constant et indépendant de Re (voir diagramme de MOODY - figure 4.3). Par conséquent, en régime turbulent rugueux, λ ne dépendra pas du débit volumique Q_V . On pourra alors écrire :

$$J = a \cdot Q_V^2 \quad (5.4)$$

où a sera une constante propre à chaque réseau. Cette constante dépendra de la longueur du réseau, de son diamètre, des singularités présentes, de la rugosité, ... Pour obtenir une perte de charge en mCL, on veillera à exprimer Q_V en m^3/s . Ainsi, l'unité de a sera la seconde au carré par mètre à la puissance cinq (s^2/m^5). La courbe représentative de la perte de charge en fonction du débit volumique sera donc une parabole (voir figure 5.1).

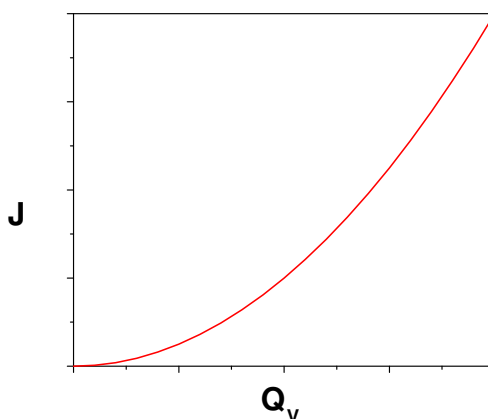


FIG. 5.1 – Perte de charge en fonction du débit volumique

Au sein des conduites industrielles, l'écoulement se fait très généralement en régime turbulent rugueux. Par conséquent, nous admettrons toujours dans nos calculs que la perte de charge

d'un réseau sera proportionnelle au carré du débit volumique qui le traverse.

Exemple 1 : Une conduite de longueur $L = 500$ m a un diamètre $D = 100$ mm. La rugosité k vaut 0,01 mm. On souhaite connaître la perte de charge engendrée par cette conduite en fonction du débit (en régime turbulent rugueux).

On a vu que :

$$J = \lambda \cdot \frac{8 \cdot L}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5} \cdot Q_V^2$$

On va tout d'abord déterminer k/D la rugosité relative. On a donc $k/D = 0,01/100 = 0,0001$. Sur le diagramme de MOODY, on voit qu'en régime turbulent rugueux pour une rugosité relative de 0,0001, on a $\lambda = 0,12$. On pourra alors trouver l'expression de J en fonction de Q_V :

$$J = 0,12 \cdot \frac{8 \cdot 500}{9,81 \cdot \pi^2 \cdot 0,1^5} \cdot Q_V^2 = 495761 \cdot Q_V^2$$

Bien sûr, on obtiendra la perte de charge en mCL en ayant pris soin d'exprimer le débit en m^3/s .

Ainsi, en connaissant la perte de charge J_1 d'un réseau pour une valeur donnée Q_{V1} du débit, on pourra calculer aisément la valeur du paramètre a par :

$$a = \frac{J_1}{Q_{V1}^2} \quad (5.5)$$

Il sera alors facile de calculer la perte de charge du même réseau pour une autre valeur de débit Q_{V2} par $J_2 = a \cdot Q_{V2}^2$.

Exemple 2 : Un réseau transportant de l'eau, pour un débit $Q_{V1} = 5 \text{ m}^3/\text{h}$, entraîne une perte de charge $J_1 = 1,5$ mCE. On souhaite connaître la perte de charge J_2 si le débit passe à $7 \text{ m}^3/\text{h}$.

On considère que l'écoulement se fait en régime turbulent rugueux. On a alors $J = a \cdot Q_V^2$. On calculera tout d'abord a .

$$a = \frac{J_1}{Q_{V1}^2} = \frac{1,5}{(5/3600)^2} = 777600 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

On pourra ainsi calculer la perte de charge J_2 pour le nouveau débit :

$$J_2 = a \cdot Q_{V2}^2 = 777600 \cdot (7/3600)^2 = 2,9 \text{ mCE}$$

5.1.2 Bilan d'énergie et hauteur géométrique

Considérons le réseau de la figure 5.2. Celui-ci sert à transférer un liquide d'un bac B_1 où règne une pression P_1 et dont le niveau est à l'altitude z_1 , à un bac B_2 où règne une pression P_2 et dont le niveau est à l'altitude z_2 .

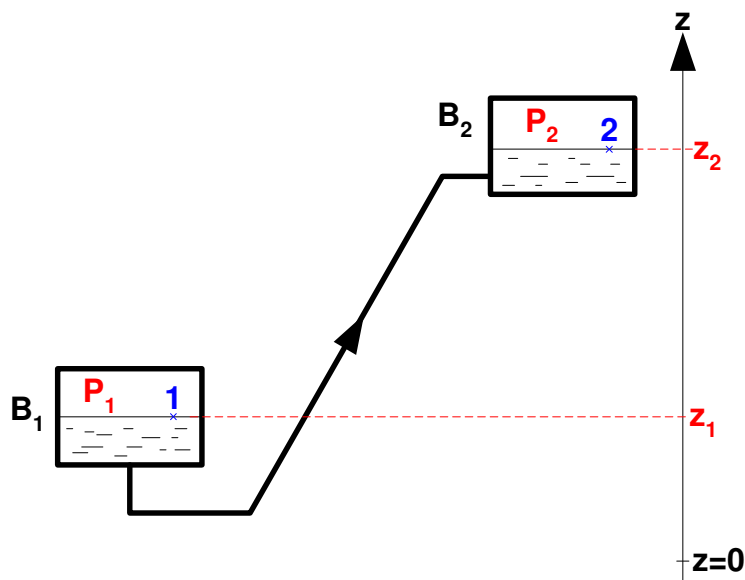


FIG. 5.2 – Réseau permettant le transfert d'un liquide entre deux bacs

La tuyauterie de diamètre D utilisée pour ce transfert comporte des parties droites, des coudes, des vannes, ... Sa longueur totale équivalente est L_e . Si un débit Q_V traverse ce réseau alors la perte de charge subie par le liquide sera J . On considérera que l'écoulement se fait en régime turbulent rugueux. Par conséquent, on pourra écrire :

$$J = a \cdot Q_V^2$$

On notera h_{t1} et h_{t2} les charges totales aux points 1 et 2 (à la surface de chacun des bacs).

Pour que le fluide puisse être transféré du bac 1 au bac 2, il est nécessaire de lui fournir de l'énergie à l'aide d'une pompe. Nous appellerons H la charge totale que devra fournir cette pompe au fluide pour effectuer ce transfert avec le débit Q_V . Le fluide au départ dans le bac B_1 possède la charge totale h_{t1} . Au cours du transfert il recevra la charge totale H de la pompe et perdra la charge totale J à cause des frottements. Finalement, le fluide arrivera au bac B_2 avec la charge totale h_{t2} . Le bilan d'énergie sur ce réseau s'écrit donc :

$$h_{t1} + H - J = h_{t2} \quad (5.6)$$

La charge H qu'il sera nécessaire de fournir au fluide pour effectuer le transfert sera donc :

$$H = h_{t2} - h_{t1} + J \quad (5.7)$$

Le terme $h_{t2} - h_{t1}$ est appelé *hauteur géométrique du réseau* et est noté h_G .

$$h_G = h_{t2} - h_{t1} \quad (5.8)$$

La charge H à fournir au fluide pourra alors écrire :

$$H = h_G + J \quad (5.9)$$

On supposera que les niveaux des bacs sont constants. Par conséquent, on aura $u_1 = 0$ et $u_2 = 0$. La hauteur géométrique h_G sera alors de la forme suivante :

$$h_G = \left(\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 \right) \quad (5.10)$$

La hauteur géométrique ne dépend donc pas du débit traversant le réseau. Elle ne dépend que de la forme du réseau (différence de hauteur entre les niveaux des bacs), de la pression régnant dans les bacs et de la masse volumique du fluide transporté.

On pourra par conséquent obtenir la relation entre la charge à fournir au fluide pour effectuer le transfert et le débit souhaité :

$$H = h_G + a \cdot Q_V^2 \quad (5.11)$$

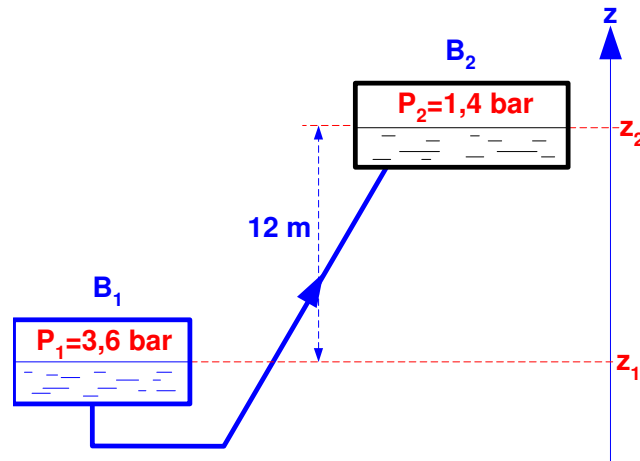
Un cas particulier important est celui où les *deux bacs sont ouverts* à l'atmosphère. On a alors $P_1 = P_2 = P_{atm}$. Par conséquent, on aura :

$$h_G = z_2 - z_1 \quad (5.12)$$

On notera que lorsque le point d'entrée du réseau (le bac B_1 dans notre exemple précédent) est plus bas que le pont de sortie (le bac B_2 dans l'exemple précédent), il est alors possible que

la hauteur géométrique h_G soit négative.

Exemple 3 : Considérons le réseau suivant :



La pression qui règne dans le bac 1 est $P_1 = 3,6$ bar, et celle qui règne dans le bac 2 est $P_2 = 1,4$ bar. La distance entre les niveaux de liquide dans les deux bacs est de 12 m.

On prend comme origine des altitudes le niveau d'eau dans le bac 1. On aura ainsi :

$$z_1 = 0 \text{ m}$$

$$z_2 = 12 \text{ m}$$

De plus, on considérera que les bacs fonctionnent à niveau constant. Par conséquent :

$$u_1 = u_2 = 0$$

On aura alors :

$$h_G = \left(\frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 \right) - \left(\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 \right) = \left(\frac{3,6 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} + 12 \right) - \left(\frac{1,4 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} + 0 \right) = 34,4 \text{ m}$$

5.1.3 Courbe de réseau

En reportant sur un graphique les valeurs de H en fonction de Q_V , on obtient une courbe (R) appelée *courbe de réseau ou courbe résistante* qui caractérise le circuit (voir figure 5.3).

Ainsi, cette courbe nous permettra de trouver la charge H_1 à fournir au fluide pour pouvoir le transférer avec le débit Q_{V1} . Les courbes de réseau nous serviront aussi par la suite à choisir une

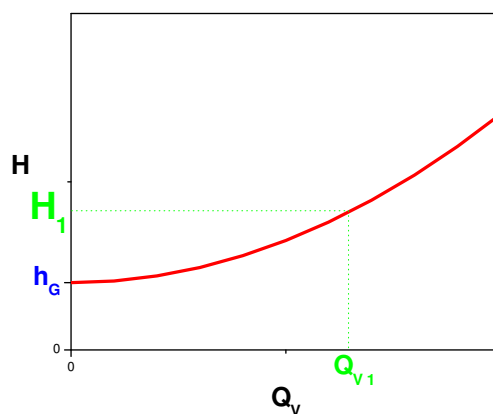


FIG. 5.3 – Réseau permettant le transfert d'un liquide entre deux bacs

pompe pour obtenir un débit donné dans le réseau.

5.1.4 Association de réseaux en série

Comme précédemment, on veut transférer le liquide du bac B_1 au bac B_2 . Mais de B_1 au point A le diamètre de la tuyauterie est D_1 , alors que de A à B_2 il est D_2 (voir figure 5.4). On peut considérer qu'on a deux circuits B_1A et AB_2 branchés en série, traversés par le même débit Q_v de liquide.

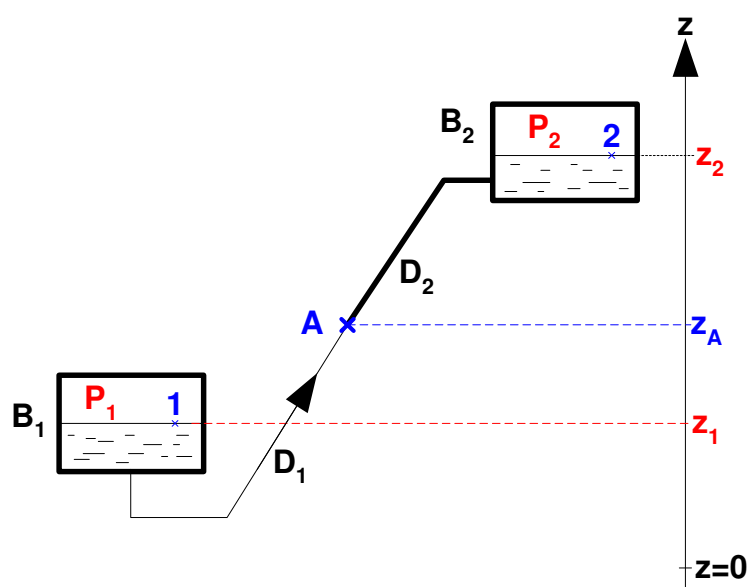


FIG. 5.4 – Réseaux branchés en série

De B₁ à A, il faut fournir au liquide une charge totale H_1 telle que :

$$H_1 = h_{G1} + J_1 = h_{G1} + a_1 \cdot Q_V^2 \quad (5.13)$$

où h_{G1} sera la hauteur géométrique du réseau B₁A et J_1 la perte de charge subie par le fluide dans le réseau B₁ A.

De A à B₂, il faut fournir au liquide une charge totale H_2 telle que :

$$H_2 = h_{G2} + a_2 \cdot Q_V^2 \quad (5.14)$$

où h_{G2} sera la hauteur géométrique du réseau AB₂ et J_2 la perte de charge subie par le fluide dans le réseau AB₂.

Par conséquent, pour transférer le liquide de B₁ à B₂, il faut donc fournir la charge totale H au fluide :

$$H = H_1 + H_2 = h_{G1} + h_{G2} + (a_1 + a_2) \cdot Q_V^2 \quad (5.15)$$

La courbe résistante équivalente (R), en noir sur la figure 5.5, c'est-à-dire celle du circuit B₁B₂ s'obtient aisément en ajoutant, pour une même abscisse, les ordonnées des deux courbes (R_1) du circuit B₁A (en rouge) et (R_2) du circuit AB₂ (en bleu).

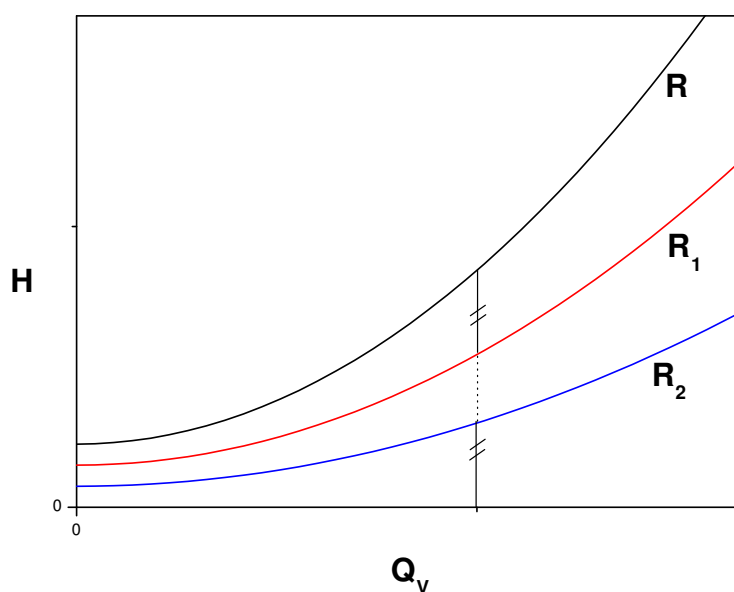


FIG. 5.5 – Construction de la courbe d'un réseau constitué de deux sous-réseaux branchés en série

5.1.5 Association de réseaux en parallèle

Considérons maintenant le circuit suivant (voir figure 5.6). Le liquide est transféré de B_1 jusqu'en B à travers une conduite unique. En B la conduite se divise en deux, chaque branche étant parcourue par les débits respectifs Q_{V1} et Q_{V2} . On suppose que B est à la même altitude que le niveau du liquide en B_1 , et que la perte de charge entre B_1 et B est négligeable.

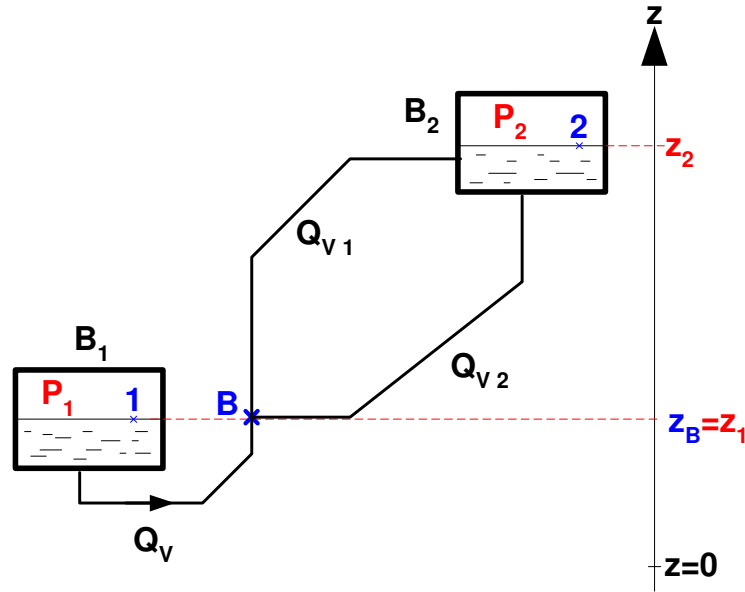


FIG. 5.6 – Réseau comprenant des circuits branchés en parallèle

Nous avons vu pour des circuits dérivés (voir § 4.4.5) que la perte de charge était identique dans chacune des branches du circuit dérivé. Par conséquent, on aura :

$$J_1 = J_2 \quad (5.16)$$

où J_1 et J_2 sont les pertes de charge de chacune des branches du circuit entre B et B_2 .

De plus, la hauteur géométrique de chacune des branches du circuit dérivé est la même puisque les points de départ et d'arrivée de ces deux branches sont identiques. On aura :

$$h_{G1} = h_{G2} \quad (5.17)$$

Appelons H_1 la charge totale à fournir au fluide pour qu'il traverse la branche 1 du circuit dérivé et H_2 celle pour la branche 2. On aura alors :

$$H_1 = h_{G1} + J_1 = h_{G2} + J_2 = H_2 \quad (5.18)$$

La charge totale à fournir au fluide est donc la même dans les deux branches. Le circuit dérivé est donc équivalent à un circuit unique auquel on doit fournir la charge totale $H = H_1 = H_2$, et qui est traversé par un débit $Q_V = Q_{V1} + Q_{V2}$.

La courbe résistante du réseau dérivé (R) s'obtient en ajoutant pour une même HMT , les débits des deux courbes (R_1) et (R_2) de chacune des branches (voir construction sur la figure 5.7).

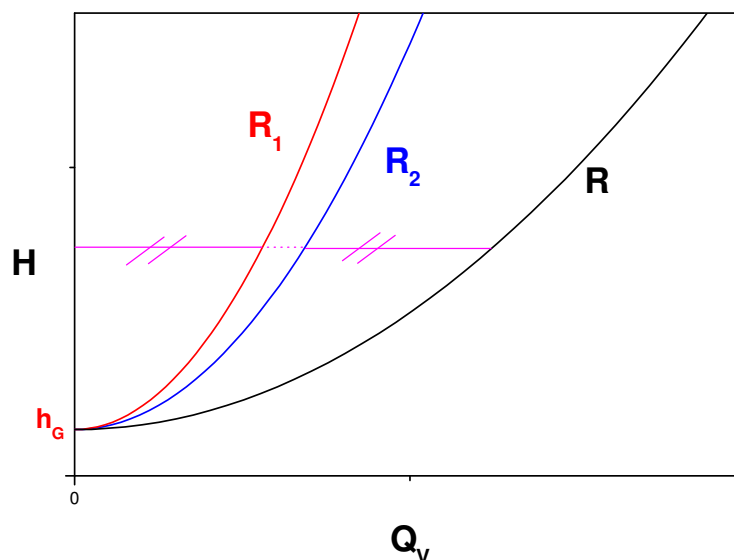


FIG. 5.7 – Construction de la courbe résistante d'un réseau constitué par deux sous-réseaux branchés en parallèle

5.1.6 Diamètre optimal de conduite

Lorsque l'on traite un problème d'écoulement, on rencontre en pratique deux cas :

- On est face à une installation existante, et on souhaite évaluer les pertes de charges engendrées par ce réseau pour un débit donné de fluide. On peut alors utiliser les notions vues dans le chapitre 4.
- L'installation n'existe pas encore, et on doit choisir les caractéristiques du réseau pour transporter un débit donné de fluide.

Dans ce dernier cas, plusieurs solutions sont possibles. En effet, pour transporter sur une longueur déterminée de tuyauterie dont on connaît la constitution (rugosité de la matière) un débit donné de liquide de masse volumique et de viscosité connues, on a le choix entre :

- un petit diamètre, provoquant une perte de charge élevée donc entraînant des frais de fonctionnement importants (la pompe devra fournir plus d'énergie au fluide et par conséquent

elle consommera elle-même plus d'énergie - électrique par exemple) ;

- un gros diamètre produisant une faible perte de charge mais nécessitant des frais d'installation élevés (les tuyaux de gros diamètre sont plus chers que ceux de petit diamètre).

En effet, on peut rappeler que :

$$J = \lambda \cdot \frac{8 \cdot L}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5} \cdot Q_V^2 \quad (5.19)$$

On voit bien grâce à l'équation précédente que la perte de charge diminue fortement avec le diamètre de la conduite (D apparaît au dénominateur à la puissance 5). Ainsi, en doublant le diamètre, on divise la perte de charge par 32 !

En pratique, on choisit un diamètre optimal appelé diamètre économique, qui minimise à la fois les frais d'installation, compte tenu du temps d'amortissement, et les frais de fonctionnement.

Empiriquement, on a constaté qu'il convenait en général de choisir le diamètre de la conduite de telle sorte que la vitesse du fluide soit comprise dans la fourchette donnée par le tableau 5.1.

TAB. 5.1 – Vitesse optimale des fluides en conduite

| Fluide | vitesse optimale (m/s) |
|--------------------|------------------------|
| Eau | 1,5 à 2,5 |
| Air | 10 à 30 |
| Vapeur surchauffée | 20 à 40 |

Exemple 4 : On souhaite faire transiter de l'eau dans une conduite cylindrique avec un débit de 20 L/min. Il faudra donc que la vitesse de l'eau soit comprise entre 1,5 et 2,5 m/s. Prenons la valeur moyenne pour la vitesse de 2 m/s.

On a la relation suivante entre le débit volumique et la vitesse :

$$u = \frac{Q_V}{S} = \frac{Q_V}{\pi \cdot D^2 / 4} = \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot D^2}$$

On peut alors tirer le diamètre D de l'expression précédente :

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot u}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 20 \cdot 10^{-3} / 60}{\pi \cdot 2}} = 0,0146 \text{ m} = 14,6 \text{ mm}$$

Le diamètre optimal de la conduite sera donc 14,6 mm. On choisira donc un tube de 16 mm de diamètre, qui est un diamètre normalisé.

5.2 Pompes

5.2.1 Généralités

Une pompe est une machine transférant de l'énergie mécanique à un liquide de façon à provoquer son écoulement dans une canalisation. Suivant le mode de transfert de l'énergie, on distingue deux grandes classes de pompes :

- les pompes centrifuges ou turbo-pompes,
- les pompes volumétriques.

Dans une *pompe centrifuge*, l'énergie transmise au liquide est essentiellement de l'énergie cinétique, par l'intermédiaire d'un rotor.

Dans une *pompe volumétrique*, l'écoulement du liquide est provoqué par la variation ou le déplacement d'une capacité, c'est-à-dire d'un volume dans lequel se loge le liquide.

5.2.2 Pompes centrifuges

Une pompe centrifuge est constituée essentiellement (voir figure 5.8) par une roue à ailettes ou impulseur à aubes (rotor) qui tourne à l'intérieur d'un carter étanche ou corps de pompe (stator).

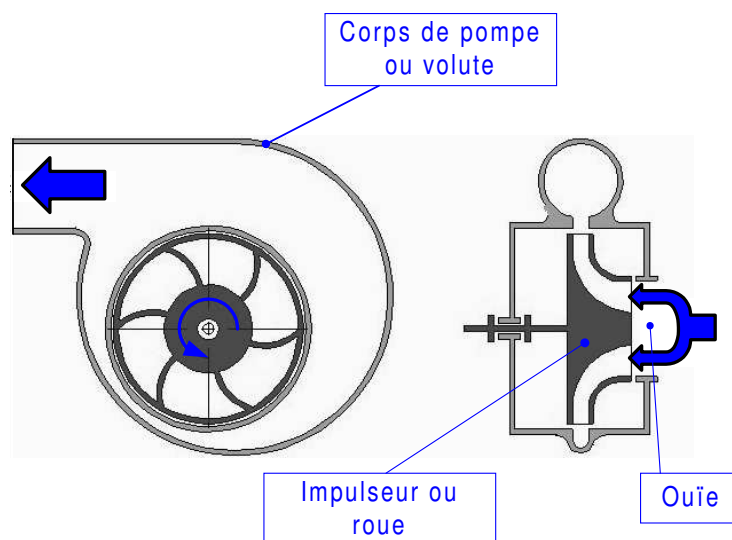


FIG. 5.8 – Constitution d'une pompe centrifuge

Le liquide est aspiré au centre du rotor, par une ouverture appelée ouïe. Il acquiert, par la rotation du rotor, une grande vitesse centrifuge et se trouve projeté dans le corps de pompe ou volute qui s'évase progressivement en spirale pour atteindre sa plus grande section à l'orifice

de refoulement. La section offerte au liquide étant de plus en plus grande, son énergie cinétique diminue et se transforme en énergie de pression.

Nous nous intéresserons par la suite essentiellement aux pompes centrifuges qui sont de loin les plus répandues.

5.2.3 Courbe caractéristique d'une pompe

Rappelons tout d'abord ce qu'est la hauteur manométrique d'une pompe. La HMT représente la charge totale que fournit la pompe au fluide qui la traverse. Si on note h_{tA} la charge totale du liquide à l'aspiration (à l'entrée) de la pompe et h_{tR} la charge totale du liquide au refoulement de la pompe (à la sortie), on aura alors :

$$HMT = h_{tA} - h_{tR} = \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{u_A^2}{2 \cdot g} \right) - \left(\frac{P_R}{\rho \cdot g} + z_R + \frac{u_R^2}{2 \cdot g} \right) \quad (5.20)$$

L'expérience montre que la HMT d'une pompe varie avec le débit volumique de liquide Q_V qui la traverse.

Suivant le type de pompe, la courbe donnant HMT en fonction de Q_V peut être plate (figure 5.9(a)), tombante (figure 5.9(b)), ou présenter un maximum (figure 5.9(c)).

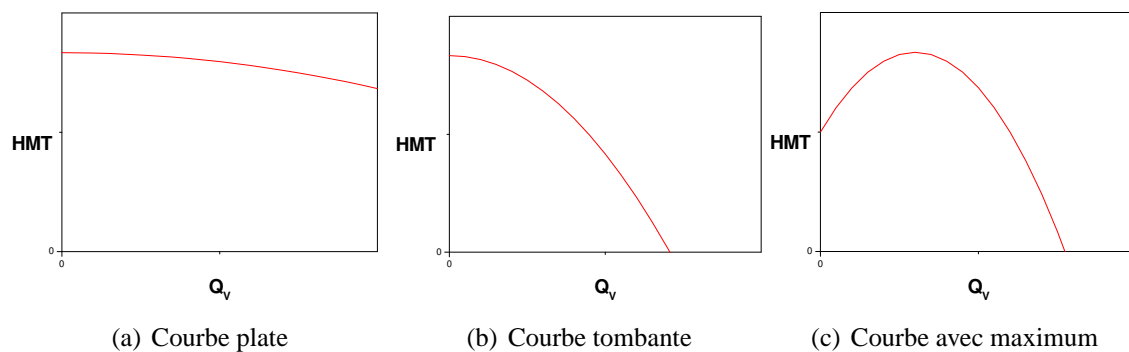


FIG. 5.9 – Différentes formes de courbes caractéristiques HMT en fonction de Q_V de pompes centrifuges

Les constructeurs fournissent ces courbes avec les pompes qu'ils commercialisent.

En pratique, plus on souhaite que la pompe fournisse une charge totale importante au fluide, plus le débit circulé sera faible.

5.2.4 Pompe au sein d'un réseau - Point de fonctionnement

Nous avons vu précédemment que chaque circuit pouvait être caractérisé par sa *courbe de réseau*. Si on fait débiter une pompe dont la courbe caractéristique HMT en fonction de Q_V est

(C) (voir figure 5.10(a)) dans un circuit dont la courbe de réseau est (R) (voir figure 5.10(b)), la pompe «s'adapte» au circuit de manière à ce que sa HMT soit égale à la charge totale H nécessaire au transfert du liquide avec le débit Q_V . L'ensemble pompe/réseau fonctionne alors avec le débit Q_{VF} et la hauteur manométrique totale HMT_F correspondant au point F, intersection des deux courbes (C) et (R) (voir figure 5.10(c)).

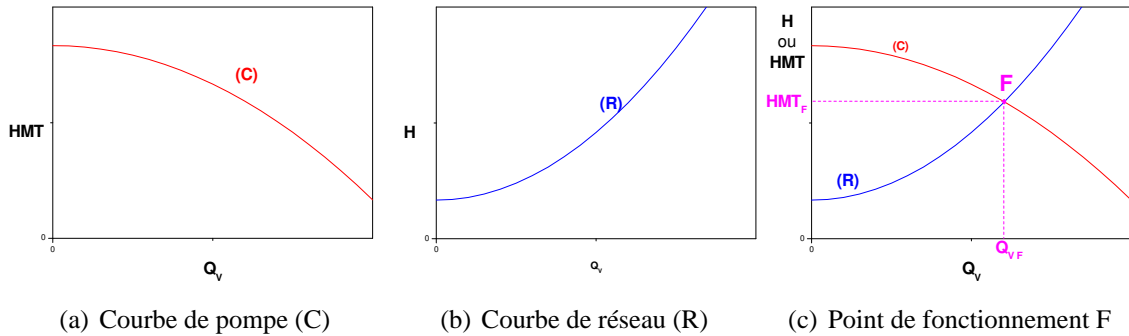


FIG. 5.10 – Recherche du point de fonctionnement d'une pompe dans un réseau

Par conséquent, si on veut choisir une pompe pour obtenir un débit donné dans un réseau donné, il faudra rechercher le point de fonctionnement de différentes pompes pour ce réseau, jusqu'à en trouver une qui réponde aux spécifications. En pratique, on choisira une pompe qui permet d'obtenir un débit supérieur au débit souhaité afin de pouvoir permettre une augmentation de débit éventuel ou de compenser l'augmentation de perte de charge due à l'encrassement du réseau.

Il faut enfin noter qu'une courbe de pompe est établie pour un liquide donné (très généralement de l'eau), pour un diamètre² de roue donné et pour une vitesse de rotation de la pompe donné. Il est possible de reconstruire une courbe de pompe pour, par exemple, une vitesse de rotation différente à partir d'une courbe donnée par le constructeur à l'aide de lois qu'on appelle lois de similitudes. Toutefois, ceci dépasse le cadre de cette étude.

5.2.5 Puissance et rendement d'une pompe

Considérons un réseau muni d'une pompe. Celle-ci communique au liquide pompé une charge totale HMT . Le débit de liquide est Q_V . Il est possible de calculer le débit d'énergie totale (la puissance) fournie par la pompe au fluide. On appelle cette quantité la *puissance hydraulique* et on la note \mathcal{P}_h . On a ainsi :

$$\mathcal{P}_h = Q_V \cdot \rho \cdot g \cdot HMT \quad (5.21)$$

²En effet, un même corps de pompe peut être montée avec des roues de différents diamètres. Sur une même courbe constructeur, on trouve souvent les courbes correspondant à différents diamètres.

On rappelle que l'unité de la puissance hydraulique \mathcal{P}_h est le joule par seconde (J/s) ou watt (W).

Toutefois, \mathcal{P}_h représente la quantité d'énergie fournie pendant chaque unité de temps au fluide. Pour l'exploitant du réseau, il est plus intéressant de connaître l'énergie réellement fournie à la pompe. En effet, toute l'énergie fournie à la pompe (de l'énergie électrique par exemple) ne va pas être intégralement transmise au fluide. Il va y avoir des pertes d'énergie dans le moteur électrique de la pompe à cause de la résistance électrique des bobinages, des frottements sur les paliers ou roulements, des pertes de charges au sein même de la pompe (tourbillons créés par la rotation de la roue),... Ainsi, on appellera *puissance absorbée* la puissance réellement fournie à la pompe. La puissance absorbée sera notée \mathcal{P}_a .

Les constructeurs fournissent en général avec leur pompe la courbe donnant la puissance absorbée en fonction du débit (voir figure 5.11). On voit ici que la puissance absorbée augmente

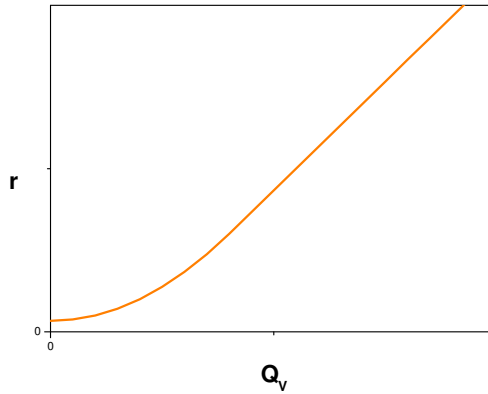


FIG. 5.11 – Puissance absorbée \mathcal{P}_a d'une pompe en fonction du débit Q_v

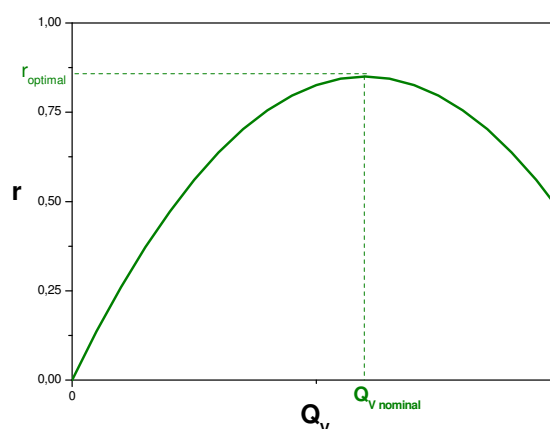
avec le débit circulé par la pompe.

Évidemment, \mathcal{P}_a est toujours supérieure à \mathcal{P}_h . Une pompe sera d'autant plus performante que \mathcal{P}_h sera proche de \mathcal{P}_a , c'est à dire que les pertes d'énergie au niveau de la pompe seront faibles. On définit ainsi un critère que l'on appelle *rendement de la pompe* et que l'on note r . Le rendement de la pompe sera le rapport de la puissance hydraulique \mathcal{P}_h réellement fournie au fluide et de la puissance \mathcal{P}_a fournie à la pompe.

$$r = \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_a} \quad (5.22)$$

Plus les pertes seront faibles, plus le rendement de la pompe sera proche de 1 (ou 100%).

La figure 5.12 présente l'évolution du rendement r d'une pompe centrifuge en fonction du débit.

FIG. 5.12 – Rendement r d'une pompe en fonction du débit Q_V

On constate que la courbe donnant r en fonction de Q_V présente un maximum. Ce rendement maximum est appelé *rendement optimal* (r_{optimal}) et est obtenu pour un débit appelé *débit nominal ou normal de la pompe* ($Q_{V \text{ nominal}}$). La *HMT* de la pompe pour le débit nominal sera appelée *hauteur nominale ou normale* (HMT_{nominal}).

Une pompe doit être utilisée dans sa zone de rendement optimal, d'une part pour une question d'économie d'exploitation, d'autre part parce que le mauvais rendement implique un mauvais fonctionnement, d'où de possibles détériorations. Il est à noter que, fréquemment, en dehors du rendement optimal, la pompe devient bruyante, aussi bien vers les petits que vers les grands débits.

5.2.6 Phénomène de cavitation

Avant d'aborder le phénomène de cavitation, il convient tout d'abord d'effectuer quelques rappels sur le phénomène d'ébullition.

Si on considère le cas de l'eau par exemple, on sait que l'eau à la pression atmosphérique boue à une température de 100 °C. Toutefois, si la pression qui règne au-dessus du liquide est différente de la pression atmosphérique, la température d'ébullition sera modifiée. Ainsi, lorsque la pression augmente, la température d'ébullition augmente (et par conséquent, lorsque la pression diminue, la température d'ébullition diminue). Le tableau 5.2 donne la température d'ébullition de l'eau sous différentes pressions.

On constate donc que si de l'eau à 20 °C voit sa pression passer sous la valeur de 0,023 bar, alors l'eau va se mettre à bouillir.

Pour une température T donnée, on appelle *pression de vapeur saturante* et on note P° , la pression en dessous de laquelle le liquide se met à bouillir. La pression de vapeur saturante varie

TAB. 5.2 – température d'ébullition de l'eau en fonction de la pression

| Pression (bar) | Température d'ébullition (°C) |
|----------------|-------------------------------|
| 50 | 264 |
| 6 | 159 |
| 2 | 120 |
| 1 | 100 |
| 0,5 | 81 |
| 0,023 | 20 |
| 0,2 | 17,5 |

avec la température (elle augmente lorsque la température augmente).

Considérons maintenant le réseau de la figure 5.13.

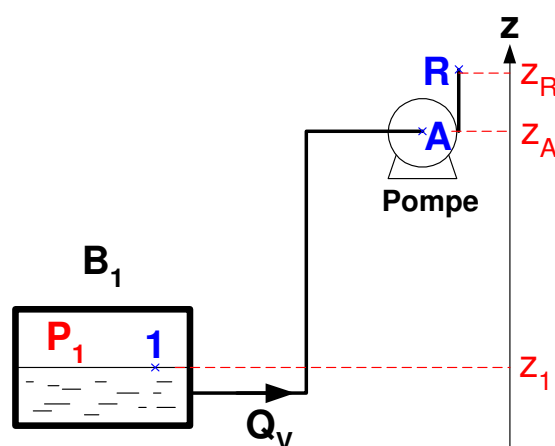


FIG. 5.13 – Réseau d'aspiration

Nous pouvons alors écrire le bilan de charge sur la partie du réseau située avant la pompe :

$$h_{t1} - J = h_{tA} \quad (5.23)$$

où h_{t1} est la charge totale du fluide dans le bac, h_{tA} la charge totale du fluide à l'entrée de la pompe et J la perte de charge subie par le fluide entre le bac et la pompe.

On peut alors réécrire ce bilan à l'aide des pressions, des vitesses et des altitudes :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} - J = \frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{u_A^2}{2 \cdot g} \quad (5.24)$$

On peut alors en tirer l'expression de P_A (on notera que $u_1 = 0$) :

$$P_A = P_1 - \rho \cdot g \cdot (z_A - z_1) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_A^2 - J \quad (5.25)$$

Nous voyons que, compte-tenu des termes qui se retranchent, la pression P_A peut être très faible. En particulier, elle peut devenir égale à la pression de vapeur saturante du liquide. Il se produit alors une vaporisation partielle du liquide, analogue à une ébullition, donnant naissance à des bulles de vapeur. C'est le *phénomène de cavitation*.

Les bulles de vapeur ainsi formées, sont véhiculées par le courant liquide et lorsqu'elles arrivent en un point de la pompe où la pression est supérieure à la pression de vapeur saturante, elles sont recondensées. Cette recondensation se produit surtout contre la paroi des aubes de la pompe. Elle s'effectue brutalement, ce qui entraîne des chocs violents contre les parois des canaux d'aubages qui risquent de se trouver rapidement érodés et même percés. Ce phénomène provoque également une baisse de la pression de refoulement avec diminution du débit et apparition de bruits et de vibrations caractéristiques. A pleine cavitation, la pompe peut même se désamorcer.

On constate donc que selon l'implantation de la pompe, il y aura ou non cavitation. Ainsi, dans le cas de la figure 5.13, l'aspiration de la pompe se trouve bien au-dessus du niveau du liquide dans le bac, et par conséquent le terme $z_A - z_1$ est positif. Plus la pompe se trouvera au-dessus du liquide, plus la pression P_A à l'aspiration sera faible et le risque de cavitation sera grand. De même, plus la perte de charge J sera importante dans le réseau d'aspiration de la pompe, plus P_A sera faible et donc là aussi le risque de cavitation sera grand.

Il est donc souhaitable pour l'utilisateur de savoir dans quelle mesure selon l'implantation de la pompe, il risque ou non de voir apparaître ce phénomène de cavitation. C'est le rôle du *NPSH*.

5.2.7 NPSH

NPSH est l'abréviation anglo-saxonne de «Net Positive Suction Head» over vapour pressure, ce qui se traduit en français par : «Charge Totale Nette d'Aspiration» au-dessus de la pression de vapeur saturante.

Le *NPSH* est défini par la relation suivante :

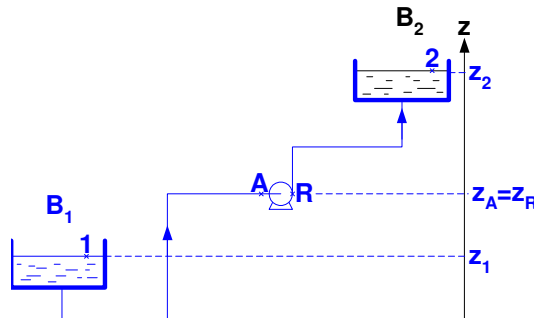
$$NPSH = \frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{u_A^2}{2 \cdot g} - \frac{P^\circ}{\rho \cdot g} \quad (5.26)$$

où P_A est la pression du fluide à l'aspiration de la pompe, u_A la vitesse moyenne du fluide dans la conduite d'aspiration et P° la pression de vapeur saturante du fluide (à la température à laquelle se trouve le fluide).

On constate que le $NPSH$ a la même dimension qu'une charge. Par conséquent, l'unité du $NPSH$ sera le mètre de colonne liquide (mCL).

D'après la définition précédente, on constate que le $NPSH$ ne va dépendre que des conditions d'installation de la pompe, de la perte de charge et du débit circulé. *C'est donc une grandeur qui ne dépendra que du réseau étudié.* On l'appellera $NPSH$ disponible et on le notera $NPSH_{disp}$.

Exemple 5 : Considérons le réseau suivant :



Le liquide circulé est de l'eau à 20 °C. A cette température, la pression de vapeur saturante de l'eau est $P^\circ = 0,023$ bar.

Une fois la pompe installée, on mesure à l'aspiration une pression $P_A = 0,6$ bar avec un débit $Q_V = 23 \text{ m}^3/\text{h}$. On notera que la conduite d'aspiration a un diamètre $D = 32$ mm.

On pourra calculer le $NPSH$ disponible de la manière suivante :

$$NPSH_{disp} = \frac{P_A}{\rho \cdot g} + \frac{u_A^2}{2 \cdot g} - \frac{P^\circ}{\rho \cdot g}$$

On peut calculer la vitesse à l'aspiration à l'aide du débit volumique :

$$u_A = \frac{Q_V}{\pi \cdot D^2/4} = \frac{23/3600}{\pi \cdot 0,032^2/4} = 7,9 \text{ m/s}$$

On aura alors :

$$NPSH_{disp} = \frac{0,6 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} + \frac{7,9^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{0,023 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} = 9,27 \text{ mCE}$$

Le $NPSH$ disponible sur cette installation est donc de 9,27 mCE.

Pour chaque pompe, il y a un $NPSH$ minimal en-dessous duquel la cavitation apparaît. C'est ce qu'on appelle le $NPSH$ requis. On le note $NPSH_{requis}$. Chaque constructeur de pompe détermine par des essais de cavitation forcée, le $NPSH$ requis de ses pompes.

Expérimentalement, comme le montre la figure 5.14, le $NPSH$ requis augmente avec le débit

Q_V . Le constructeur de la pompe fournit la courbe $NPSH_{requis}$ en fonction de Q_V .

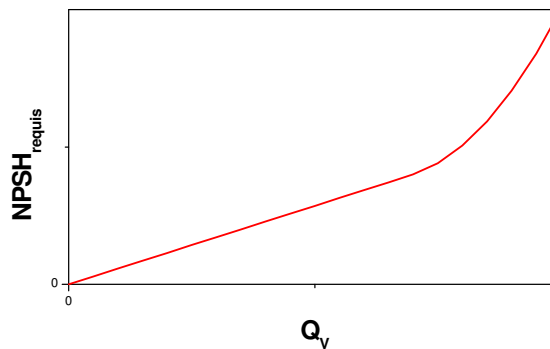


FIG. 5.14 – Variation du $NPSH$ requis avec le débit circulé par la pompe

En pratique, pour qu'une pompe puisse fonctionner normalement (sans cavitation), il faut calculer le $NPSH$ disponible et vérifier qu'il est bien supérieur au $NPSH$ requis (qu'on aura déterminé à l'aide de la courbe fournie par le constructeur).

Une pompe fonctionne dans des conditions d'aspiration d'autant meilleures que la différence $NPSH_{disp} - NPSH_{requis}$ est grande. On estime nécessaire de se réserver une marge de sécurité d'au moins 0,5 mCL et donc d'avoir :

$$NPSH_{disp} > NPSH_{requis} + 0,5 \quad (5.27)$$

5.2.8 Étude d'une courbe de pompe commerciale


Nous avons vu que les constructeurs fournissent avec leurs pompes les courbes nécessaires pour connaître leurs performances. On trouve en général sur ces documents :

- la courbe HMT en fonction de Q_V ;
- la courbe \mathcal{P}_a en fonction de Q_V ;
- la courbe $NPSH_{requis}$ en fonction de Q_V .

La figure 5.15 est un exemple de courbe fournie par un constructeur (ici KSB) pour une de ses pompes (ici une KWPK 300-500). Il est souhaitable d'imprimer ce document pour obtenir une meilleure lisibilité !

On trouve ainsi superposées les courbes de HMT (notée Hauteur et exprimée en mètres ou en pieds abrégés ft), de $NPSH$ (plus précisément de $NPSH_{requis}$ et exprimé en m ou en ft) et de \mathcal{P}_a (notée puissance absorbée et exprimée en kilowatt abrégés kW ou en chevaux vapeur abrégés hp). Ces courbes sont bien sûr données en fonction du débit volumique exprimé dans différentes unités :

- en US.gpm (gallons américains par minute) ;

| | | | | | |
|---|--|---|--|--|------------------------------------|
| Baureihe-Größe Type-Size Gamme-Type | Tipo-Grandezza Type-Größe Serie-Tamaño | Nennrehzahl Nom. speed Vitesse nom. | Velocità di rotazione nom. Nominal Isentential Revoluciones nom. | Laufrad-Ø Impeller Dia. Diamètre de roue | Ø Girante Ø Waaler Ø Rodete |
| KWPK | 300-500 | 1160 1/min | | | |
| Projekt Project Projet | Progetto Project Proyecto | Angebots-Nr. Project No. No. de l'offre | Offerta-No. Offerentr. Oferta-No. | Pos.-Nr. Item No. No. de pos. | Pos.-Nr. Positiern. Pos.-Nr. |
|  KSB Aktiengesellschaft Pumpen Industrie- und Wassertechnik Postfach 13 60, D-91253 Pegnitz Bahnhofplatz 1, D-91257 | | | | | |

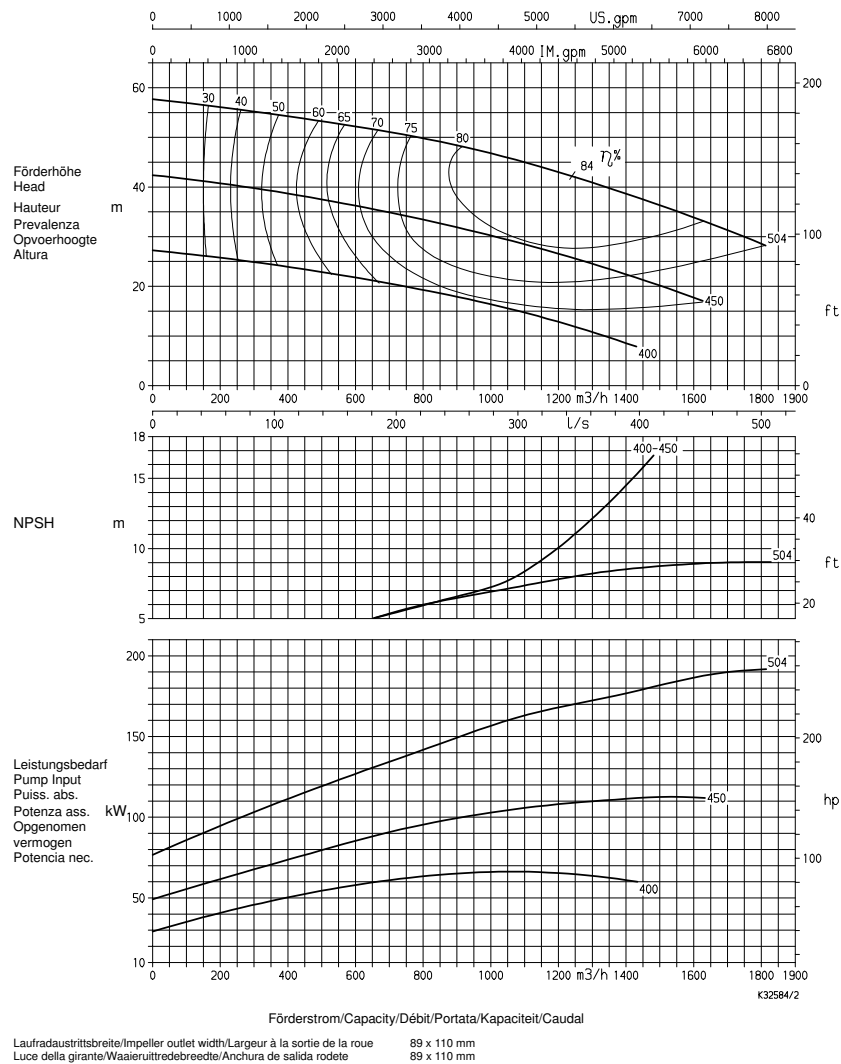


FIG. 5.15 – Exemple de courbe de pompe commerciale

- en IM.gpm (gallons impériaux par minute) ;
- en m^3/h ;
- en L/s.

On remarque aussi que pour chacun des graphiques, on aperçoit plusieurs courbes correspondant aux différents diamètres de roue qui peuvent être montées sur cette pompe (400, 450 et 504 mm). Sur le graphique du $NPSH$, on constate ainsi que les courbes pour des roues de 400 et 450 mm sont confondues.

Sur le graphique de HMT en fonction de Q_V , en plus des courbes caractéristiques de la pompe, on peut remarquer la présence d'un ensemble de courbes en traits moins épais. Ces courbes permettent de déterminer le rendement de la pompe (le rendement sur la pompe est désigné par la lettre grecque η et est donné en pourcentage).

Exemple 6 : Une pompe KSB KWPK 300-500 équipée d'une roue de 504 mm de diamètre est installée dans un réseau. Cette pompe engendre un débit de $1100 \text{ m}^3/\text{h}$.

Grâce aux courbes constructeur, on peut lire que :

- $HMT = 45 \text{ mCL}$
- $r \simeq 82\%$
- $NPSH_{requis} = 7,5 \text{ mCL}$
- $\mathcal{P}_a = 165 \text{ kW}$

On peut ainsi calculer la puissance hydraulique \mathcal{P}_h réellement transmise au fluide :

$$\mathcal{P}_h = Q_V \cdot \rho \cdot g \cdot HMT = (1100/3600) \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot 45 = 134887 \text{ W} = 134,9 \text{ kW}$$

On peut aussi retrouver de cette manière le rendement r de la pompe :

$$r = \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_a} = \frac{134,9}{165} = 0,82$$

5.2.9 Couplage de pompes

Le couplage de plusieurs pompes est généralement réalisé dans l'un des deux cas suivants :

- les caractéristiques d'une installation de pompage sont modifiées (allongement d'une tuyauterie, extension d'une fabrication,...) ;
- les caractéristiques des différentes pompes mises sur le marché ne donnent pas satisfaction.

Le couplage peut s'effectuer de deux manières : en parallèle ou en série. Des pompes sont dites couplées en parallèle quand tous les orifices d'aspiration sont reliés à la même tuyauterie

d'aspiration et tous les orifices de refoulement à la même tuyauterie de refoulement. Des pompes sont dites couplées en série quand l'orifice de refoulement de la première est relié à l'orifice d'aspiration de la suivante et ainsi de suite.

Considérons tout d'abord le couplage en parallèle.

Dans les ateliers, il existe souvent deux pompes installées en parallèle, l'une étant la recharge de l'autre. Il peut arriver qu'on veuille augmenter le débit en les faisant marcher toutes les deux ensemble (voir figure 5.16).

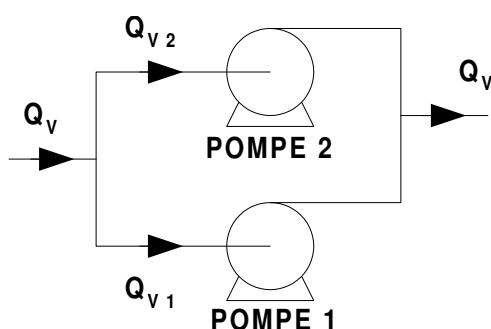


FIG. 5.16 – Pompes couplées en parallèle

Chaque pompe fonctionne alors avec la même H.M.T. et leurs débits s'ajoutent :

$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} \quad (5.28)$$

Ces deux pompes sont équivalentes à une seule pompe dont la caractéristique (C) s'obtient graphiquement à partir des caractéristiques (C₁) et (C₂) des pompes 1 et 2 en ajoutant, pour chaque valeur de HMT les débits correspondants (voir figure 5.17).

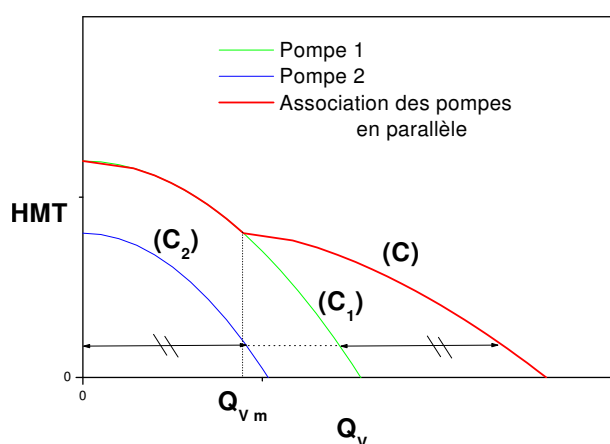


FIG. 5.17 – Construction d'une courbe de pompe équivalente à deux pompes montées en parallèle

Il est clair que cette association n'est avantageuse que pour un débit supérieur à Q_{Vm} .
Considérons maintenant le couplage de plusieurs pompes en série (voir figure 5.18).

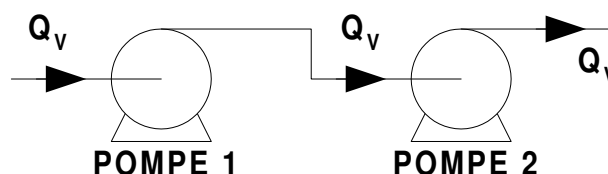


FIG. 5.18 – Couplage de pompes en série

Lorsque plusieurs pompes sont couplées en série, le débit Q_V qui les traverse est le même. Par contre, les hauteurs manométriques de chacune des pompes s'ajoutent. Par exemple, si on a deux pompes 1 et 2 couplées en série, la HMT totale fournie par l'ensemble des pompes au fluide sera la somme de HMT_1 fournie par la pompe 1 et de HMT_2 fournie par la deuxième pompe :

$$HMT = HMT_1 + HMT_2 \quad (5.29)$$

Ces deux pompes sont équivalentes à une seule pompe dont la courbe caractéristique (C) est obtenue en ajoutant, pour chaque débit Q_V , les HMT des deux pompes dont les courbes caractéristiques sont (C1) et (C2). Cette construction est illustrée par la figure 5.19.

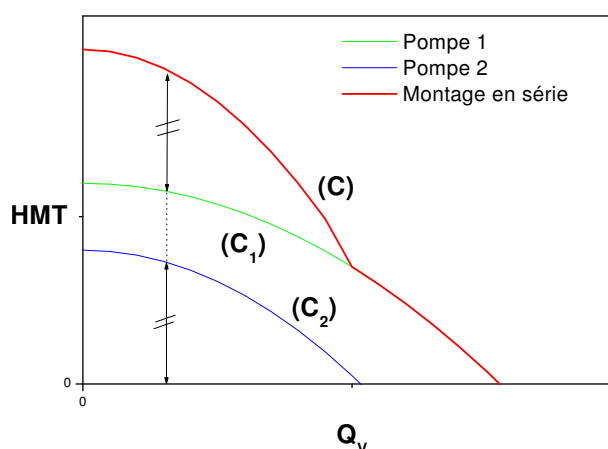


FIG. 5.19 – Construction de la courbe caractéristique équivalente à deux pompes montées en série

Pour connaître le point de fonctionnement d'un réseau dans lequel des pompes ont été couplées en série ou en parallèle, il suffit de rechercher l'intersection entre la courbe de réseau et la courbe de pompe équivalente aux pompes couplées.

En règle générale, pour augmenter le débit, on a intérêt à monter les deux pompes (voir figure 5.20) :

- en parallèle si le réseau est peu résistant (courbe de réseau «plate»);
- en série si le réseau est très résistant (courbe de réseau «pentue»).

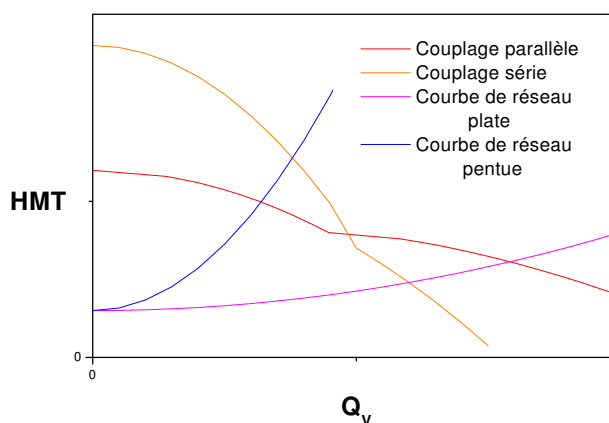


FIG. 5.20 – Point de fonctionnement pour des couplages de pompe en série et en parallèle pour des réseaux peu et très résistants

5.2.10 Pompes volumétriques

Il existe de nombreux types de pompes volumétriques. Nous décrirons brièvement ici le principe de fonctionnement de trois d'entre elles :

- les pompes à pistons ;
- les pompes à engrenages ;
- les pompes à palettes.

Les pompes à piston constituent l'un des plus anciens types de pompes et demeurent encore parmi les plus répandues. Comme son nom l'indique, la pompe à piston utilise les variations de volume occasionnées par le déplacement d'un piston dans un cylindre. Lorsque le piston descend (voir figure 5.21), la soupape située sur la conduite d'aspiration s'ouvre et laisse pénétrer le fluide dans le cylindre. Lors de la remontée du piston, la soupape à l'aspiration se ferme et celle du refoulement s'ouvre pour permettre la sortie du fluide.

Le principe de fonctionnement des pompes à engrenages (voir figure 5.22) consiste à emprisonner du liquide dans l'espace compris entre deux dents consécutives et le corps de pompe, et à le transporter ainsi de l'aspiration au refoulement.

Les pompes à palettes (voir figure 5.23) comprennent un corps de pompe et un rotor excentré. Ce rotor comporte des palettes permettant de créer au cours de la rotation des variations de la capacité réservée au liquide. Pour cela, les palettes peuvent coulisser à l'intérieur du rotor, et sont plaquées contre le corps de pompe à l'aide d'un ressort (compris entre les deux palettes sur

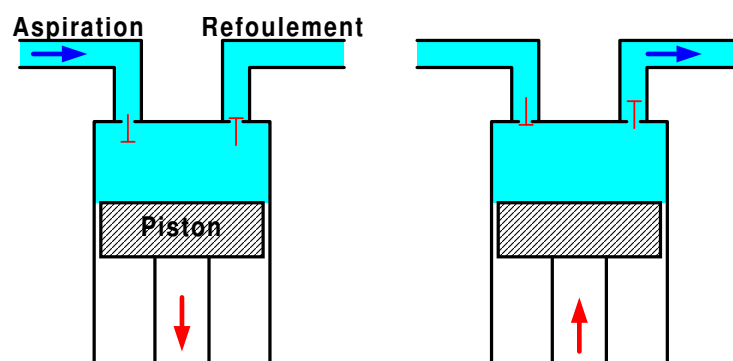


FIG. 5.21 – Schéma de principe d'une pompe à piston

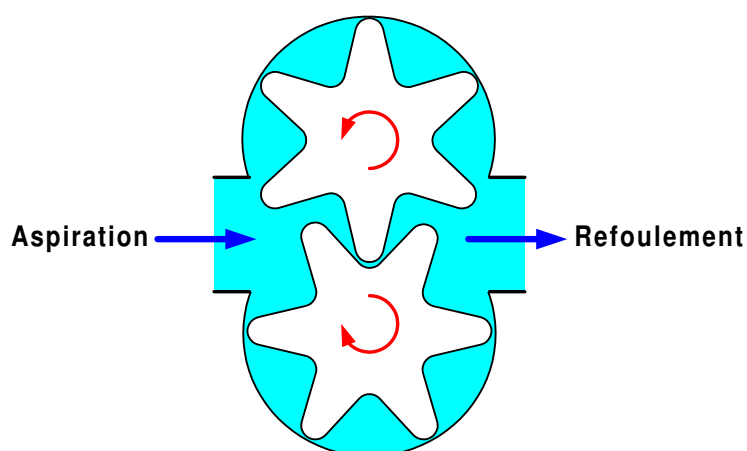


FIG. 5.22 – Schéma de principe d'une pompe à engrenages

le schéma) Ces variations sont telles que la capacité est reliée à l'aspiration lorsque son volume croît, et au refoulement lorsque son volume décroît.

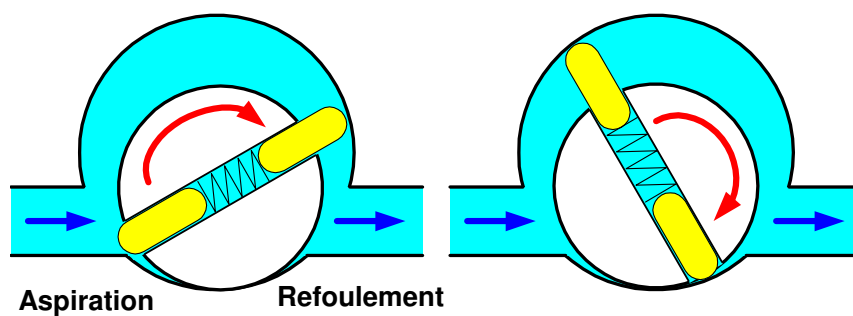


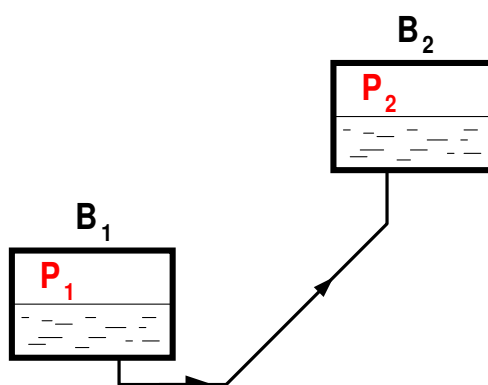
FIG. 5.23 – Schéma de principe d'une pompe à palettes

5.3 Exercices complémentaires

Les courbes nécessaires à la résolution des exercices sont données à la fin des énoncés. Il est indispensable d'imprimer ces courbes afin de réaliser les constructions demandées, mais aussi pour permettre une meilleure lisibilité.

Exercice 1 :

Deux bacs B_1 et B_2 remplis d'eau sont reliés ensemble. Le niveau de chacun des bacs est maintenu constant, ainsi que les pressions qui y règnent, et qui sont respectivement $P_1 = 3$ bar et $P_2 = 2$ bar. Le niveau de liquide dans le bac B_2 se situe 20 m au-dessus du niveau de liquide dans le bac B_1 .



1. Calculer la hauteur géométrique h_G de ce réseau.
2. Lorsqu'un débit de $10 \text{ m}^3/\text{h}$ circule dans ce réseau, on mesure une perte de charge de 3 mCE. En déduire la valeur du paramètre a permettant de calculer la perte de charge en fonction du carré du débit.
3. Tracer la courbe de réseau pour un débit variant entre 0 et $20 \text{ m}^3/\text{h}$.
4. Quelle charge totale faudrait-il fournir au fluide pour obtenir un débit de $15 \text{ m}^3/\text{h}$.
5. On décide de placer en parallèle du premier tuyau un second tuyau identique. Tracer alors sur la courbe de réseau précédente la courbe du nouveau réseau obtenu en mettant les deux tuyaux en parallèle.
6. Recalculer pour le nouveau réseau la charge totale à fournir au fluide pour obtenir un débit de $15 \text{ m}^3/\text{h}$.

Exercice 2 :

Un manomètre placé à l'orifice d'aspiration d'une pompe indique une pression $P_A = 0,8$ bar. Un second manomètre placé à l'orifice de refoulement indique une pression $P_R = 2,3$ bar. Sachant que les orifices d'aspiration et de refoulement ont le même diamètre, calculer la hauteur manométrique totale HMT de la pompe.

Données : $z_R - z_A = 15 \text{ m}$; Masse volumique du liquide transporté : $\rho = 0,95 \text{ g/cm}^3$.

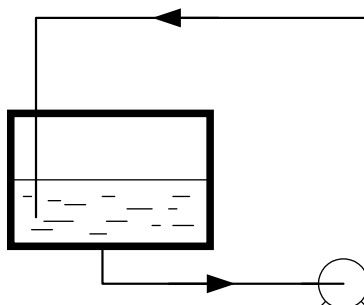
Exercice 3 :

Une pompe HPK/CPK 125-315, munie d'une roue de 300 mm de diamètre, entraînée à 1450 tr/mn doit débiter $200 \text{ m}^3/\text{h}$ d'eau sous une hauteur manométrique totale de 27 m. Calculer :

1. la puissance hydraulique
2. le rendement de la pompe
3. la puissance absorbée (vérifier graphiquement ce résultat).

Exercice 4 :

une pompe HPK/CPK 125-315 doit faire circuler de l'eau dans un circuit fermé.



Pour un débit de $200 \text{ m}^3/\text{h}$, on a estimé que la perte de charge du circuit était de 27 mCE. Une fois installée, la pompe débite $245 \text{ m}^3/\text{h}$.

1. Déterminer la perte de charge subie par le fluide lorsque la pompe est installée.
2. Pour ramener le débit à $200 \text{ m}^3/\text{h}$, on a le choix entre deux solutions :
 - placer une vanne au refoulement de la pompe et la fermer partiellement.
 - choisir un autre diamètre de roue.
 Quel est le meilleur choix ?

Exercice 5 :

Un réseau est constitué par deux bacs reliés ensemble par une canalisation. La hauteur géométrique de ce réseau est de 26 m. On désire y installer une pompe permettant d'obtenir un débit de $230 \text{ m}^3/\text{h}$ d'eau. Pour ce débit, la perte de charge est de 4,25 m. On a le choix entre deux pompes :

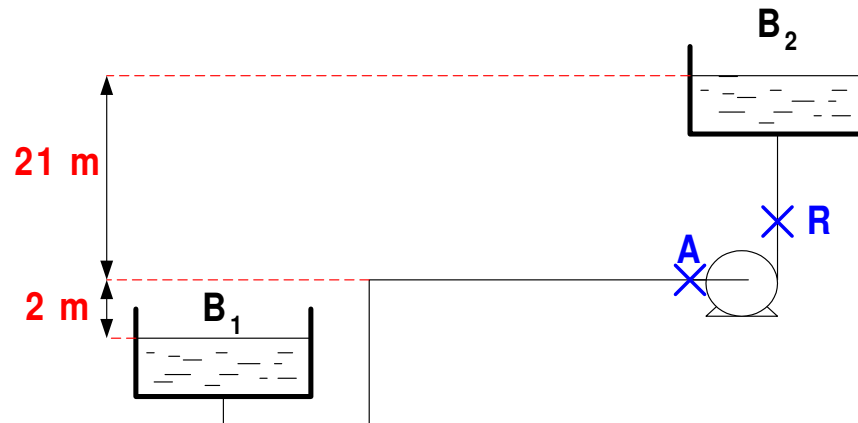
- HPK/CPK 150-315
- HPK/CPK 125-315

On observe au cours du fonctionnement que le niveau du bac de départ peut varier de plus ou moins 3 m.

Quelle pompe (et avec quel diamètre de roue) devra-t-on alors choisir pour obtenir le débit le plus constant possible ?

Exercice 6 :

Une pompe HPK-CPK 125-315 alimente en eau le réseau suivant :



Les conduites ont un diamètre intérieur de 230 mm. La pression atmosphérique est de 1,013 bar.

1. Calculer la hauteur géométrique du circuit.
2. On mesure à l'aspiration de la pompe une pression $P_A = 0,4$ bar, et au refoulement $P_R = 4,72$ bar. De plus, la mesure du débit fournit $Q_V = 150 \text{ m}^3/\text{h}$. Calculer la *HMT* fournie par la pompe (on négligera la différence de hauteur $z_A - z_R$).
3. Quel est le diamètre de la roue de la pompe ?
4. Calculer la perte de charge subie par le fluide dans le réseau.
5. Quelle est la perte de charge dans le réseau d'aspiration (entre le bac 1 et la pompe) ?
6. La pression de vapeur saturante de l'eau à cette température est $P^\circ = 0,046$ bar. La pompe cavite-t-elle ?

Exercice 7 :


Pour alimenter en eau une usine, on dispose de deux pompes montées en parallèle. La pompe 1 est une HPK/CPK 125-315 munie d'une roue de 300 mm, et la pompe 2 est une HPK/CPK 150-315 munie d'une roue de 300 mm.

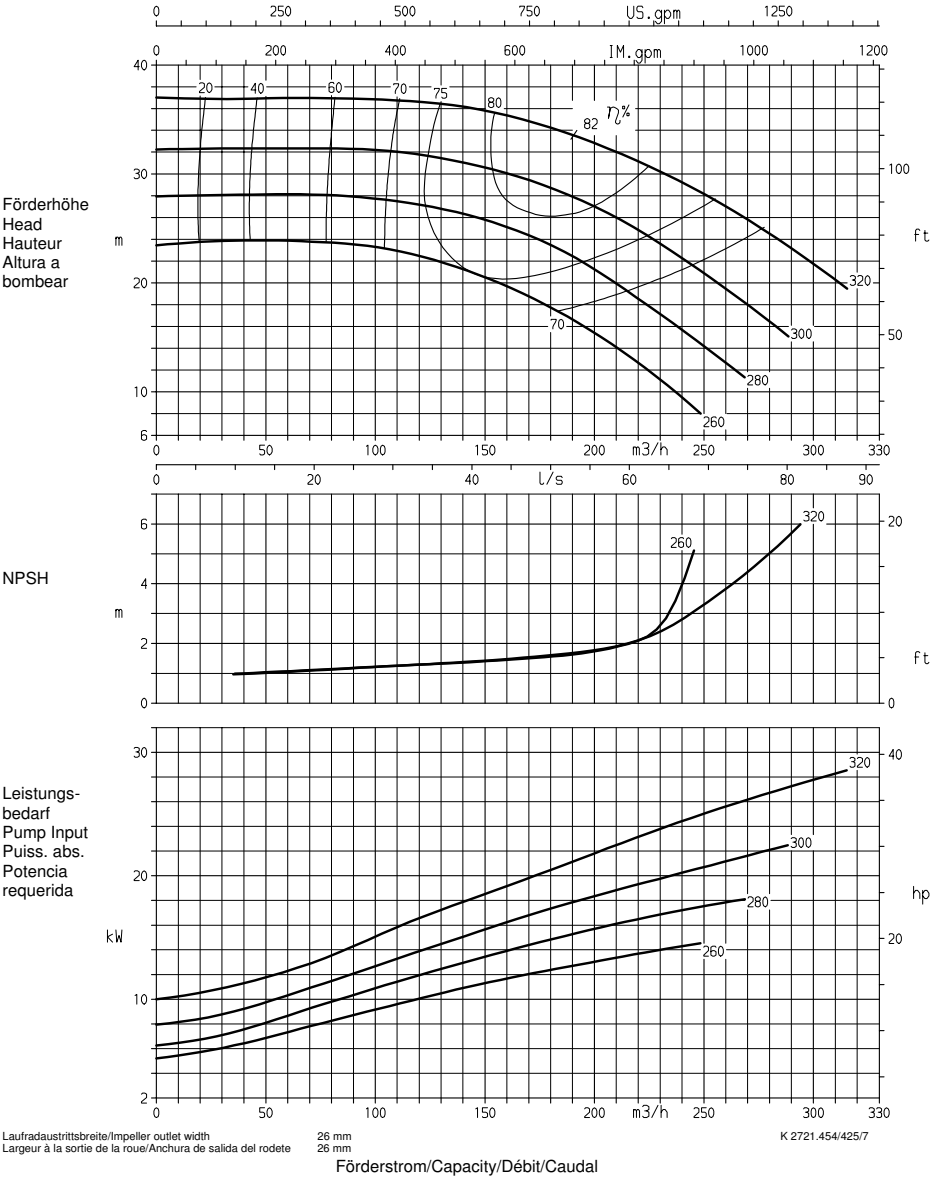
Pendant les périodes de faible consommation, on utilise la pompe 1. En cas de besoin plus important, on utilise la pompe 2. En période de pointe, on utilise les 2 pompes en parallèle.


On sait que la hauteur géométrique de l'installation est de 10 m, et que la pompe 2 fonctionnant seule, débite $235 \text{ m}^3/\text{h}$ avec une *HMT* de 30 m.

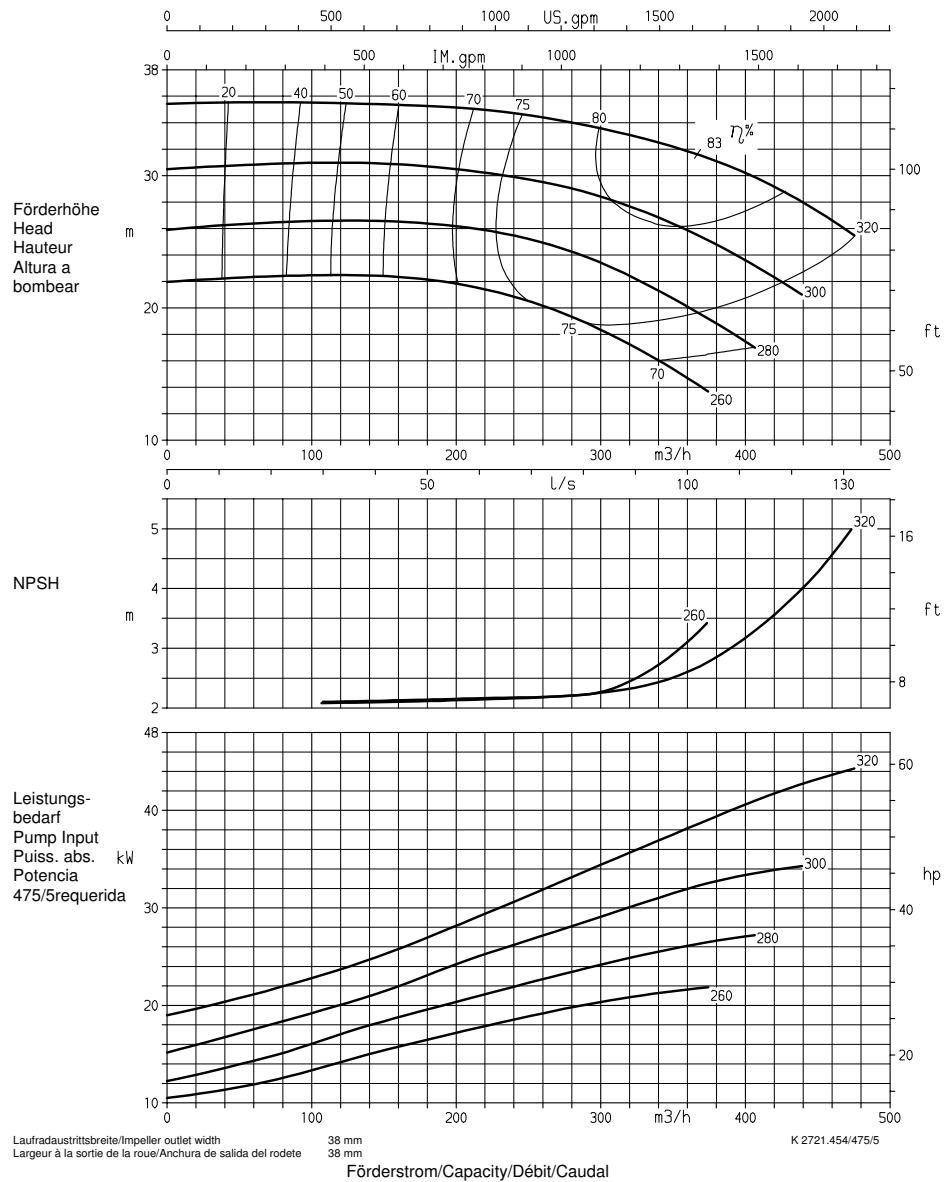
1. Quels sont les points de fonctionnement respectifs de la pompe 1 débitant seule, de la pompe 2 débitant seule et des pompes 1 et 2 débitant en parallèle ?

2. Quelles sont les puissances absorbées à ces différents points de fonctionnement ?

| | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|--|
| Baureihe Pump type | Modèle Tipo | Nenn-drehzahl Nom. speed | Vitesse nom. Revoluciones nom. |  KSB KSB Aktiengesellschaft Pumpen Industrie- und Wassertechnik Postfach 13 60, D-91253 Pegnitz Bahnhofplatz 1, D-91257 |
| CPK/HPK | 125-315 | 1450 1/min | | |
| Angebots-Nr. Project No. | No. de l'offre Oferta-No. | Pos.-Nr. Item No. | No. de pos. No. de pos. | |



| | | | | |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------------|----------------------------------|---|
| Baureihe Pump type | Modèle Tipo | Nennrehzahl Nom. speed | Vitesse nom. Revolutions nom. |  KSB KSB Aktiengesellschaft Pumpen Industrie- und Wassertechnik Postfach 13 60, D-91253 Pegnitz Bahnhofplatz 1, D-91257 |
| CPK/HPK | 150-315 | 1450 1/min | | |
| Angebots-Nr. Project No. | No. de l'offre Oferta-No. | Pos.-Nr. Item No. | No. de pos. No. de pos. | |



Chapitre 6

Métrologie en mécanique des fluides

6.1 Mesure des masses volumiques

6.1.1 Méthode directe

On notera tout d'abord qu'il est quasiment impossible de mesurer directement la masse volumique d'un gaz. Il est toutefois possible de calculer sa masse volumique à l'aide de l'équation 1.3 du chapitre 1.

On rappellera que la masse volumique ρ d'un fluide se définit comme le rapport d'une masse m de fluide et du volume V qu'occupe cette masse :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (6.1)$$

Par conséquent, il suffit de prélever un volume V précis de fluide à l'aide d'un récipient jaugé (une pipette jaugée, une éprouvette graduée, une fiole jaugée, pycnomètre¹, ...) et de peser précisément la masse de fluide à l'aide d'une balance.

On notera que l'on peut disposer assez facilement de matériel précis pour la mesure des masses (les balances de laboratoire sont souvent précises au milligramme) alors que les mesures de volume sont généralement moins précises (une pipette jaugée de 50 mL est précise à plus ou moins 0,1 mL). Pour obtenir des mesures plus précises, on fera une mesure comparative par rapport à un fluide de référence : *l'eau*. On pèsera tout d'abord la masse m_0 du récipient jaugé vide, puis la masse m_1 de ce récipient rempli d'eau et enfin la masse m_2 du récipient rempli avec le liquide dont on souhaite déterminer la masse volumique. Ainsi, la densité du liquide sera

¹Un pycnomètre est une fiole spéciale, utilisée en laboratoire, et qu'il est possible de remplir à chaque fois avec exactement le même volume de liquide.

obtenue par :

$$d_{\text{liquide}} = \frac{m_2 - m_0}{m_1 - m_0} \quad (6.2)$$

Il est ainsi inutile de connaître précisément le volume du récipient utilisé. Il est toutefois recommandé d'utiliser comme récipient un pycnomètre qui permet pour chacune des mesures d'être certain que le volume contenu est identique.

6.1.2 Utilisation d'un flotteur - Densimètre

Nous avons au § 2.3.3 du chapitre 2 que l'on pouvait utiliser un flotteur afin de mesurer la masse volumique d'un liquide. Ainsi, on aura :

$$\rho_{\text{liquide}} = \frac{m_{\text{flotteur}}}{g \cdot V_{\text{immergé}}} \quad (6.3)$$

On relie donc la masse volumique du liquide à mesurer avec la masse du flotteur et le volume de flotteur immergé.

Ces flotteurs utilisés pour la mesure des masses volumiques sont connus sous le nom de *densimètres*. Le corps du densimètre est gradué, et on lira la valeur de la masse volumique sur la graduation qui correspond à la surface du liquide (voir figure 6.1).



FIG. 6.1 – Densimètre

Cette technique est souvent employée pour connaître la composition d'un mélange liquide. En effet, si on considère un mélange d'eau et d'alcool éthylique, par exemple, on constate que la masse volumique de ce mélange dépend de la proportion d'alcool. Par conséquent, un même flotteur s'enfoncera plus ou moins dans le mélange liquide selon la teneur en alcool. Un tel flotteur est souvent appelé *alcoomètre* ou *pèse-alcool*. On lira directement sur le flotteur gradué la teneur en alcool. On utilise aussi ce système pour les solutions d'acides (de batterie notamment). On parlera alors de *pèse-acide*.

6.2 Mesure de la viscosité

6.2.1 Écoulement à travers un orifice calibré

Soumis à son poids, un liquide s'écoule d'autant mieux que sa viscosité est faible. Le temps d'écoulement d'une quantité donnée de liquide est donc un indicateur de sa viscosité.

Ainsi, l'écoulement du fluide peut se faire à travers un orifice percé dans le fond d'un récipient. On mesure alors le temps nécessaire pour que s'écoule un volume donné de liquide. Le constructeur de l'appareil donne la relation entre ce temps d'écoulement et la viscosité du liquide. Ce principe est celui du viscosimètre d'ENGLER qui est souvent utilisé pour mesurer la viscosité des huiles moteur.

L'écoulement peut aussi se faire à travers un capillaire (tube très fin). On parle alors de viscosimètre à capillaire.

6.2.2 Viscosimètre à chute de bille

On sait que la viscosité est une mesure des forces de frottements au sein du fluide est sur les parois. Ainsi, si un solide chute dans un liquide², ce corps sera freiné par les frottements visqueux. Par conséquent, la chute sera d'autant moins rapide que le liquide sera visqueux. Ce phénomène est mis à profit dans le viscosimètre à chute de bille dans lequel on mesure le temps qu'il faut à une bille (généralement en acier) pour s'enfoncer d'une certaine profondeur dans le liquide. Le temps de chute est ainsi relié à la viscosité.

6.2.3 Viscosimètre de COUETTE

Ce viscosimètre porte le nom de son inventeur COUETTE (1890).

Le liquide dont on souhaite déterminer la viscosité est placé entre deux cylindres coaxiaux (voir figure 6.2). Le cylindre central (rotor) est animé d'un mouvement de rotation. Le liquide contenu entre les deux cylindres exerce des frottements sur le rotor et entraîne donc un couple résistant à la rotation. Il est possible de mesurer ce couple résistant. Connaissant la vitesse de rotation et le couple résistant, on peut alors remonter à la viscosité.

Ce type d'appareil est très utilisé en laboratoire car, outre la simple mesure de viscosité, il permet des caractéristiques plus complexes de l'écoulement du fluide (propriétés rhéologiques).

²Pour qu'un solide chute dans un liquide, c'est à dire qu'il coule, il faut bien sûr que ce solide soit plus dense que le liquide.

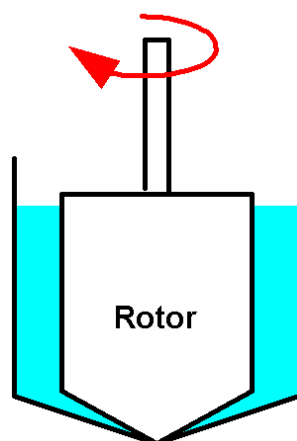


FIG. 6.2 – Viscosimètre de COUETTE

6.3 Mesure de la pression

6.3.1 Prises de pression

Pour mesurer la pression intérieure P_M en un point M d'un fluide, on place au voisinage immédiat de ce point, une prise de pression dont l'axe est perpendiculaire aux filets fluides (voir figure 6.3) et qu'on appelle prise de pression statique.

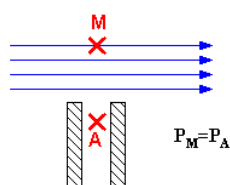


FIG. 6.3 – Prise de pression statique et filets fluides

L'orifice peut être placé sur la paroi de la canalisation ou à l'intérieur de celle-ci, comme le montre la figure 6.4.

Une prise de pression statique est d'autant meilleure qu'elle perturbe moins l'écoulement. C'est pourquoi :

- le dispositif (a) constitue la meilleure prise de pression ;
- les dispositifs (b) et (c) sont acceptables à condition d'avoir un disque très plat pour (b). De plus, ce disque comme le tube de (c) doivent être parfaitement alignés avec les lignes de courant. Une petite différence d'alignement peut entraîner de graves erreurs ;
- les dispositifs (d) et (e) sont médiocres car ils perturbent trop l'écoulement.

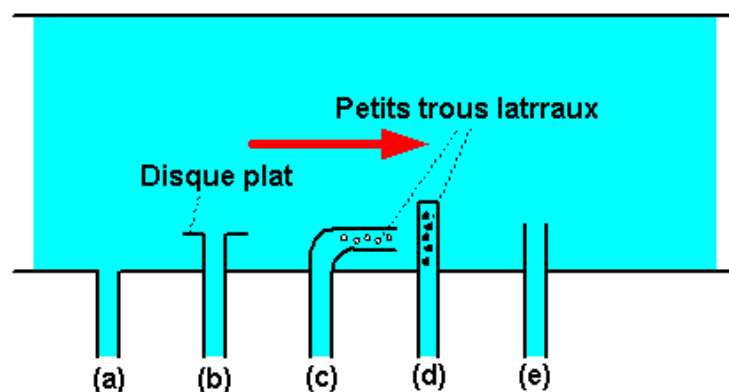


FIG. 6.4 – Différents types de prise de pressions statiques

Quel que soit le dispositif utilisé, il doit être placé sur une partie droite de conduite, le plus loin possible de toute singularité telles que coude, vanne, rétrécissement. . .

6.3.2 Manomètres à colonne liquide - tubes manométriques

On appelle tube manométrique, un tube relié à une conduite par l'intermédiaire d'une prise de pression. On relira la hauteur de liquide dans le tube à la pression régnant dans la conduite. Il existe différents types de tubes manométriques.

Le type le plus simple de tube manométrique est le tube piézométrique. C'est un tube qui débouche directement dans la conduite, sans contenir de liquide manométrique (voir figure 6.5). Le liquide de la conduite s'élève dans le tube et se stabilise au niveau du point A.

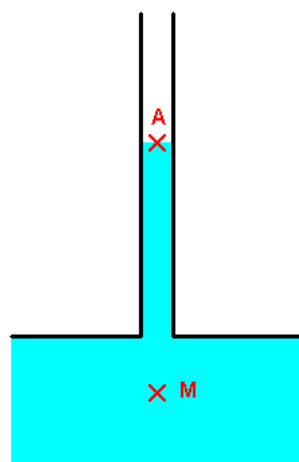


FIG. 6.5 – Tube piézométrique

Le principe de l'hydrostatique nous permet de trouver la relation entre la pression P_M au sein de la conduite et la hauteur Δh de liquide dans le tube :

$$P_M = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot \Delta h \quad (6.4)$$

Bien entendu, il faut connaître la valeur de la pression atmosphérique pour pouvoir connaître la pression absolue au point M. Ceci est inutile si on ne désire connaître que la pression relative :

$$P_M' = \rho \cdot g \cdot \Delta h \quad (6.5)$$

On rencontre aussi couramment des manomètres constitués par des tubes en U remplis par un fluide manométrique (souvent du mercure). Ceux-ci sont utilisés pour mesurer des différences de pression. Aussi, on les qualifie de manomètre différentiel.

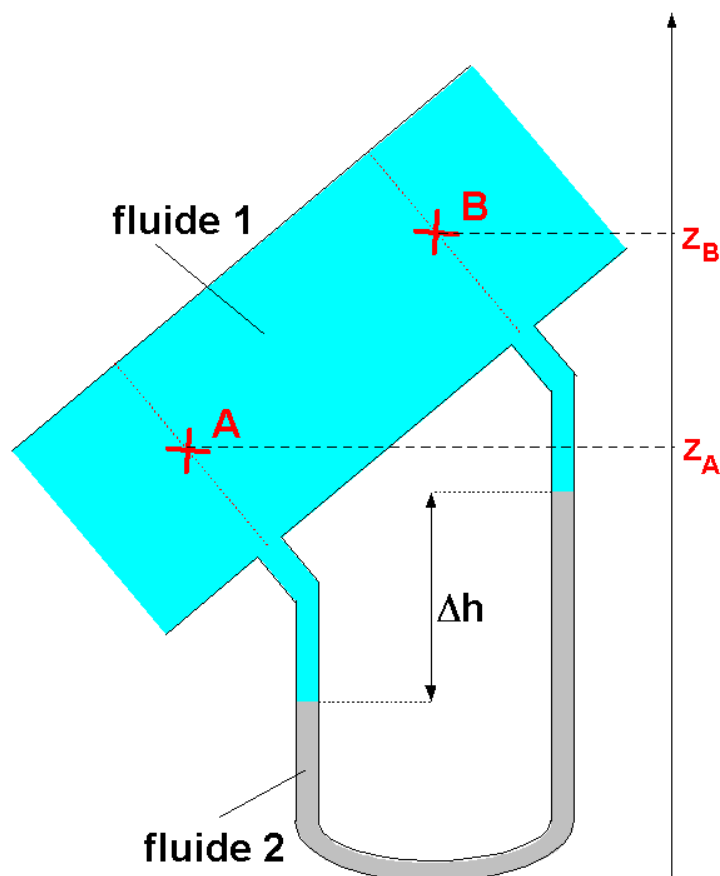


FIG. 6.6 – Manomètre différentiel à tube en U

La figure 6.6 montre un tube en U sur une conduite inclinée. Dans ce cas, la différence de pression entre les points A et B sera donnée par la relation suivante :

$$P_A - P_B = (\rho_{\text{fluide 2}} - \rho_{\text{fluide 1}}) \cdot g \cdot \Delta h + \rho_{\text{fluide 1}} \cdot d \cdot (z_B - z_A) \quad (6.6)$$

6.3.3 Manomètres à dispositif mécanique élastique

On va utiliser pour mesurer la pression la déformation d'un élément élastique (généralement métallique). Cette déformation est provoquée par les forces de pression. Celle-ci est généralement proportionnelle à la pression à mesurer.

Le plus célèbre et le plus utilisé de ce type de manomètre, est le tube de BOURDON (du nom de son inventeur). On l'appelle encore manomètre métallique.

Il est constitué par un tube métallique élastique en forme de «point d'interrogation» (voir figure 6.7).

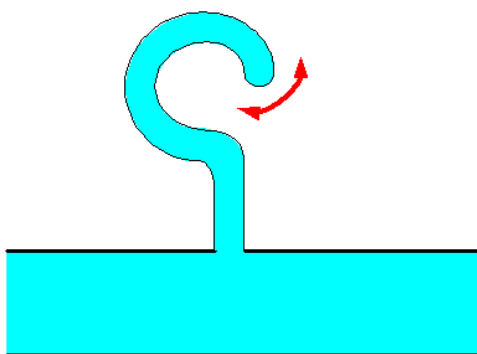


FIG. 6.7 – Tube de BOURDON

Lorsque la pression augmente dans le fluide, le tube se «déroule». L'extrémité du tube est relié à un système de crémaillère et d'engrenage qui entraîne une aiguille en rotation, ce qui permet la lecture de la pression sur un cadran.

On rencontre aussi des systèmes dans lesquels, le tube de bourdon est remplacé par un soufflet ou une membrane qui se déforment. On mesure alors la déformation de ces éléments pour connaître la pression.

Pour mesurer des différences de pression, on utilise souvent des manomètres différentiels à membrane métalliques (voir figure 6.8). Chaque prise de pression est reliée à une chambre du manomètre. Les deux chambres sont séparées par une membrane métallique (généralement ondulée). Lorsque la pression dans l'une des chambres devient supérieure à celle dans l'autre chambre, la membrane se déforme. Un mécanisme adapté permettra alors de mesurer la déformation. Cette déformation est à peu près proportionnelle à la différence de pression entre les chambres.

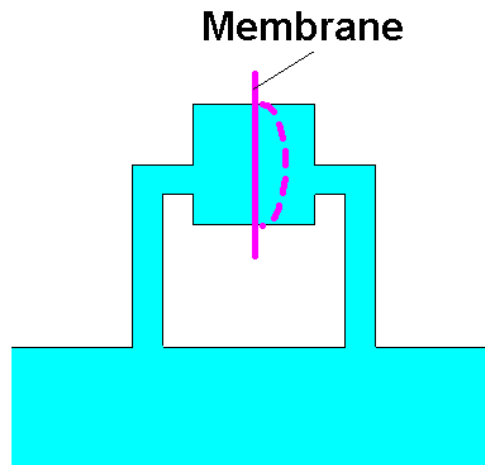


FIG. 6.8 – Manomètre différentiel à membrane déformable

6.4 Mesure des débits

6.4.1 Orifices déprimogènes - Venturis, Diaphragmes et Tuyères

Nous avons vu au chapitre 3 (dans l'exemple 7 et dans l'exercice 3) que lorsqu'il y a une réduction de section sur une conduite (diminution du diamètre), il y a aussi diminution de la pression du fluide au niveau de la petite section. Il est alors possible de relier la différence de pression du fluide entre la grande et la petite section de la conduite et le débit volumique du fluide.

Il existe principalement trois méthodes (voir figure 6.9) afin de réduire la section de la conduite :

- le venturi ;
- le diaphragme ;
- la tuyère.

Ces réductions de section sont souvent appelés orifices déprimogènes ou ajutages.

Àfin d'établir la relation entre la différence de pression $P_1 - P_2$ et Q_V , il faut tout d'abord établir la relation entre les vitesses u_1 et u_2 dans les petite et grande sections. Pour un liquide, on a conservation du débit volumique, d'où :

$$Q_{V1} = Q_{V2} \quad (6.7)$$

En exprimant les débits à l'aide des vitesses et des sections, on a :

$$u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2 \quad (6.8)$$

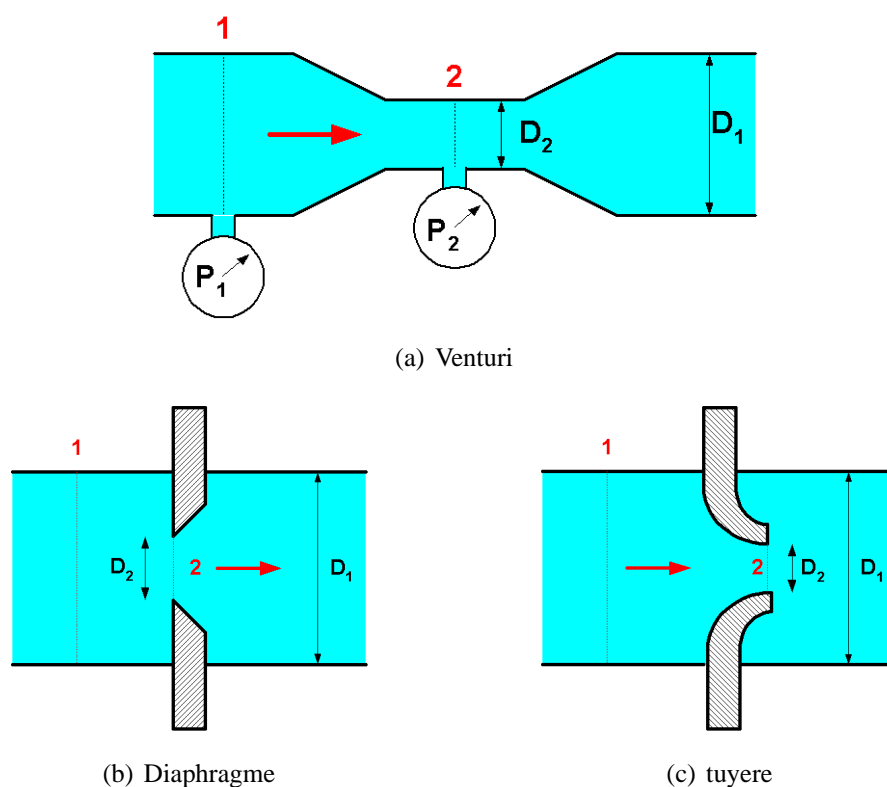


FIG. 6.9 – Différents types d'orifices déprimogènes

Par conséquent, on a :

$$u_2 = u_1 \cdot \frac{S_1}{S_2} \quad (6.9)$$

Sachant que $S_1 = \pi \cdot D_1^2 / 4$ et $u_2 = \pi \cdot D_2^2 / 4$, on a :

$$u_2 = u_1 \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2} = u_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \quad (6.10)$$

On peut maintenant écrire le bilan d'énergie, ou plus précisément le bilan de charge totale entre les points 1 et 2. On supposera ici, qu'il n'y a pas de pertes de charge.

$$h_{t1} = h_{t2} \quad (6.11)$$

On exprimera les charges totales en fonctions des pressions, des altitudes et des vitesses. On obtient alors :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} \quad (6.12)$$

On a $z_1 = z_2$, et on connaît la relation entre u_1 et u_2 . Par conséquent la relation précédente peut

TAB. 6.1 – Valeur du coefficient de décharge C pour les débitmètres à ajutage

| Type | C |
|------------|------|
| Venturi | 0,98 |
| Diaphragme | 0,62 |
| Tuyère | 0,95 |

se simplifier de la manière suivante :

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{\left(u_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)^2}{2 \cdot g} \quad (6.13)$$

On simplifie la relation précédente pour tirer u_1 :

$$u_1^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right) = \frac{2(P_2 - P_1)}{\rho} \quad (6.14)$$

Au final, on a :

$$u_1 = \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4}} \cdot \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (6.15)$$

On en déduit aisément le débit Q_V :

$$Q_V = \pi \frac{D_1^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4}} \cdot \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (6.16)$$

L'expression précédente a toutefois été déterminée en considérant qu'il n'y avait pas de perte de charge au niveau de l'ajutage. Ceci n'est pas rigoureusement vrai, surtout pour le diaphragme. Aussi, on modifie l'équation 6.16 en lui adjoignant un facteur correctif qu'on appelle coefficient de décharge, noté C . On a alors :

$$Q_V = C \cdot \pi \frac{D_1^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4}} \cdot \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (6.17)$$

Le tableau 6.1 donne les valeurs du coefficient C pour les différents type d'ajutage.

On notera toutefois que l'ajutage ne constitue pas à lui seul un débitmètre. Il faut lui adjoindre un ou plusieurs manomètres permettant de mesurer la différence de pression entre la petite et la grande section.

6.4.2 Débitmètres électromagnétiques

Ce débitmètre utilise le phénomène d'induction électro-magnétique. En effet, lorsqu'un matériau conducteur électrique se déplace dans un champ magnétique, il apparaît au sein de ce matériau une tension électrique. Cette tension est proportionnelle à la vitesse de déplacement du conducteur. La présence d'ions à l'intérieur d'un liquide le rend conducteur. On peut par conséquent utiliser le phénomène d'induction pour mesurer le débit volumique d'un fluide.

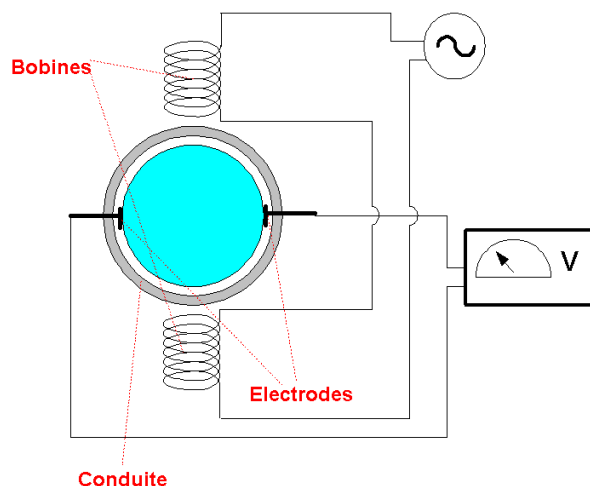


FIG. 6.10 – Schéma de principe d'un débitmètre électromagnétique (vue en coupe)

En pratique, on crée un champ magnétique à l'intérieur du liquide à l'aide de deux bobines placées à l'extérieur de la conduite perpendiculairement à celle-ci (voir figure 6.10). La conduite doit bien sûr être réalisée dans un matériau non-magnétique et non conducteur. La tension induite au sein du liquide est mesurée à l'aide de deux électrodes et d'un système de mesure de tension.

6.4.3 Débitmètres à turbine

Le principe du débitmètre à turbine est assez simple : le fluide provoque la rotation d'une turbine (voir figure 6.11) placée dans l'axe de la conduite. La vitesse de rotation de cette dernière est alors proportionnelle au débit volumique Q_V du fluide.

Il faut toutefois veiller à utiliser ce type de débitmètre avec des fluides propres exempts de particules. Il convient aussi, comme pour tous les autres types de débitmètres, de laisser une longueur droite de conduite suffisante avant le débitmètre afin d'éviter les perturbations de l'écoulement.

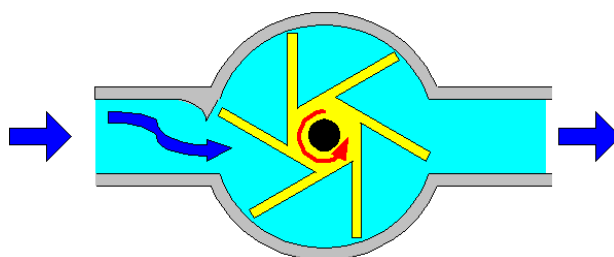


FIG. 6.11 – Principe du débitmètre à turbine

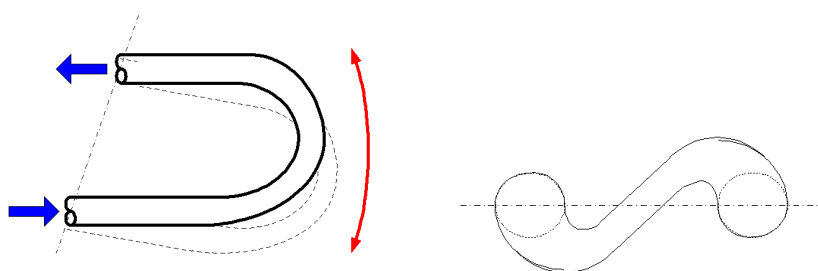


FIG. 6.12 – Principe d'un débitmètre massique à effet Coriolis

6.4.4 Débitmètres massiques à forces de CORIOLIS

Le fluide dont on souhaite mesurer le débit passe à l'intérieur d'un tube en U (en général métallique) qui est lui-même soumis à des oscillations (voir figure 6.12(a)). A cause des oscillations et du passage du fluide, le tube en U subit des déformations³. On peut voir la torsion du tube résultant de ces déformations sur la figure 6.12(b). L'amplitude de ces déformations est mesurée par des capteurs adaptés. On peut montrer que l'amplitude des déformations du tube est directement proportionnelle au débit massique.

Ce type de débitmètre, bien que très onéreux est très intéressant. En effet, il permet de mesurer directement un débit massique sans avoir besoin de connaître la densité, la viscosité, la pression et la température du fluide. De plus, il est utilisable pour la mesure de débit de gaz, de liquides, de mélanges de liquides et de gaz, d'émulsions ou encore de liquides chargés en particules.

6.4.5 Débitmètres à flotteur

Un débitmètre à flotteur est un débitmètre du type «à section variable». On l'appelle encore, selon le constructeur, rotamètre, spiromètre ou gyromètre.

Il est constitué d'un tube conique (voir figure 6.13) à l'intérieur duquel une petite pièce (en métal, en verre ou en matière plastique) appelée flotteur peut se déplacer. Le tube est intercalé

³Ces déformations sont dues à des forces qu'on appelle forces de CORIOLIS.

verticalement dans la conduite à l'intérieur de laquelle on veut mesurer le débit : le liquide entre en bas du tube par la plus petite section de passage, soulève le flotteur, et sort en haut par la plus grande section.

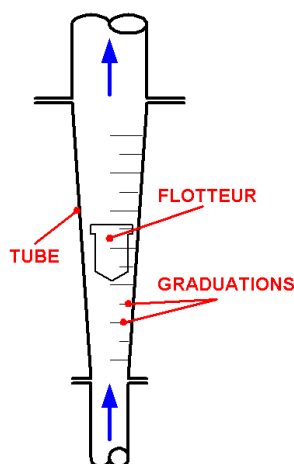


FIG. 6.13 – Débitmètre à flotteur

La veine fluide est contractée dans l'espace annulaire (espace en forme d'anneau) compris entre le flotteur et le tube. La section de cet espace annulaire augmente progressivement de bas en haut du tube.

Pour un débit donné, le flotteur se stabilise à une certaine hauteur, lorsque son poids apparent (poids réel - poussée d'Archimède) est équilibré par la force d'entraînement que lui fait subir le fluide. Ainsi, on lit la position du flotteur à l'aide des graduations reportées sur le tube. Le constructeur du débitmètre fournit une courbe d'étalonnage de l'appareil. Cette courbe donne le débit réel du fluide en fonction de la position du flotteur. Cet étalonnage est réalisé pour un fluide donné à une température donnée. Si on souhaite travailler avec un autre fluide ou à une température différente, il est nécessaire d'étalonner à nouveau le débitmètre.

On notera qu'industriellement on ne rencontre quasiment jamais de débitmètre à flotteur avec un tube en verre qui est trop fragile. Le tube est généralement métallique, et le flotteur est généralement muni d'un aimant qui permet de repérer sa position.