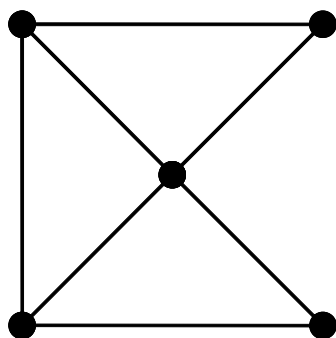


# オイラーさんの一筆書きの定理

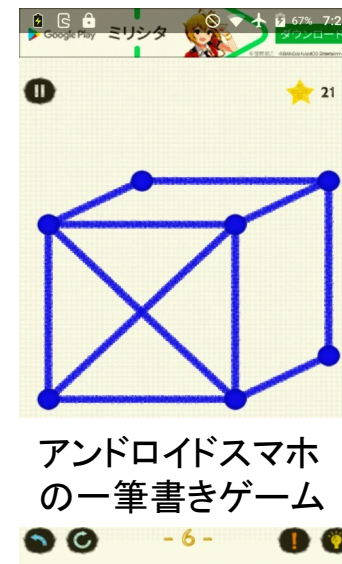
下のように、いくつかの「点」をいくつかの「線」でつなげた図形があります。  
これを **一筆書き** してみてください。

- 書き始めたら、書き終わるまで紙からペンを離してはいけない
- 同じ「線」を2度なぞってはいけない  
(ただし同じ「点」は何度通ってもかまわない)

いろいろ遊んでみてください。何か気づいたことはありませんか？

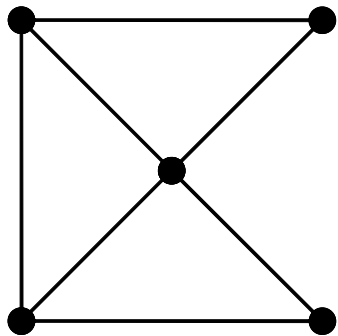


2017/7/31 @kuh96

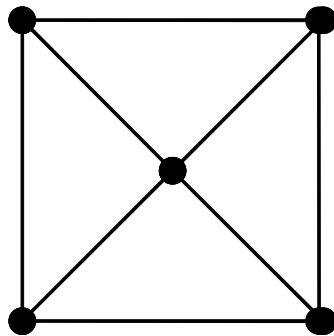


- スマホなどのゲームもいくつかあります。“one touch drawing” “ひとふで” などで探してみてください
- **レオンハルト・オイラー**さんと **ケーニヒスベルクの橋**について調べてみよう
- この問題は、現代では位相幾何学(トポロジー)、特にグラフ理論・ネットワーク理論とよばれる数学の分野に属します

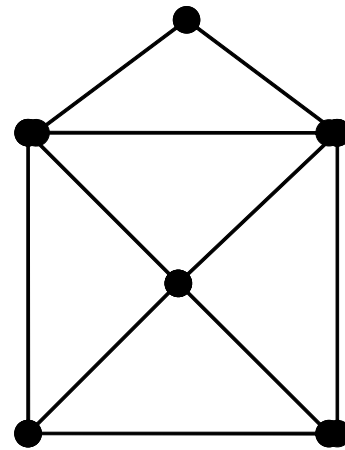
(1)



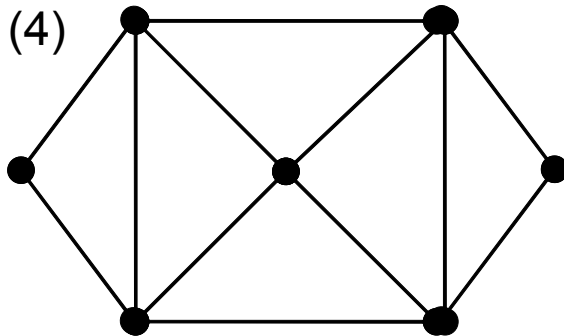
(2)



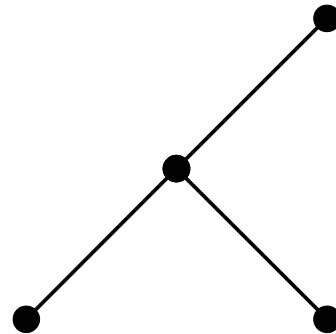
(3)



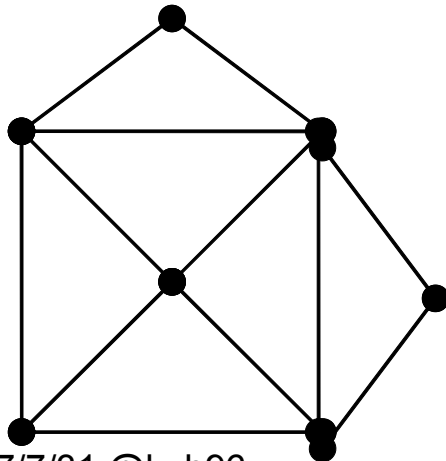
(4)



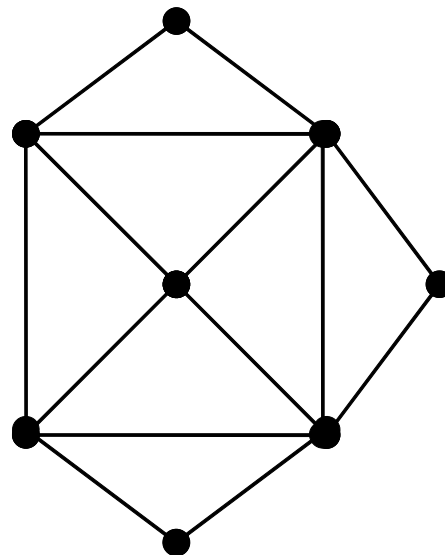
(5)



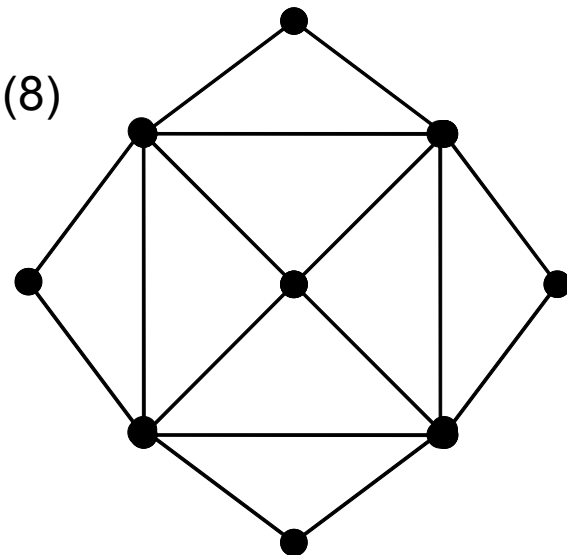
(6)



(7)



(8)

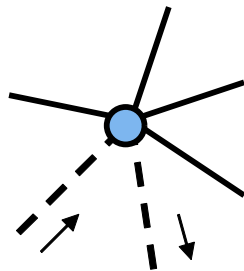
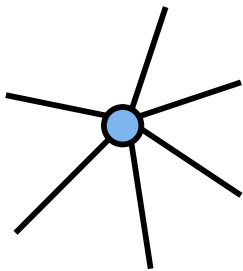


# 気づいてほしいこと 考えてほしいこと

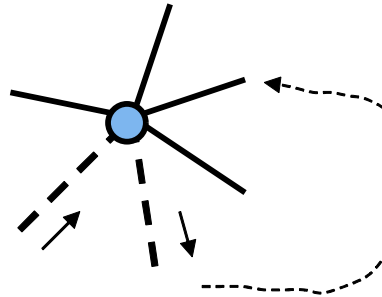
- 一筆書きできる図形と、できない図形がありそうだ
  - 本当にそうだろうか？
  - できる・できないを簡単に区別する方法は？
- 一筆書きできる図形でも、書き方によってできたり、できなかったりするようだ
  - 本当にそうだろうか？
  - どうやれば書くことができるか？

# ヒント

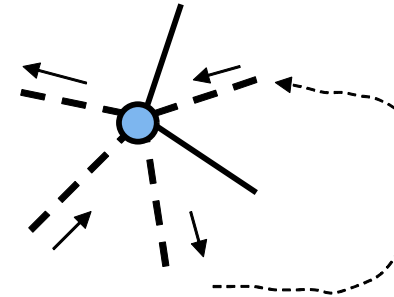
- 書き始めたらペンを紙から離してはいけない  
書き始めの点⇒途中の点⇒ .... ⇒ 途中の点 ⇒書き終わりの点  
(書き始めと書き終わりが同じ点の場合もある)
- **途中の点のまわりの線の数**に注目。一度通った線はもう通れない



途中の点だから  
よそから入って  
また出ていく



出た後は、他の  
線をたどってまた  
戻ってくる

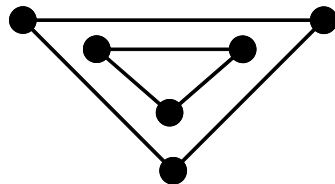


入ってくるがまた  
出ていかなけれ  
ばいけない

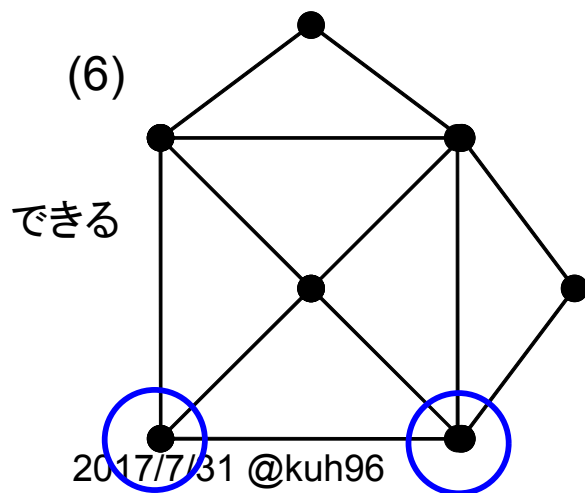
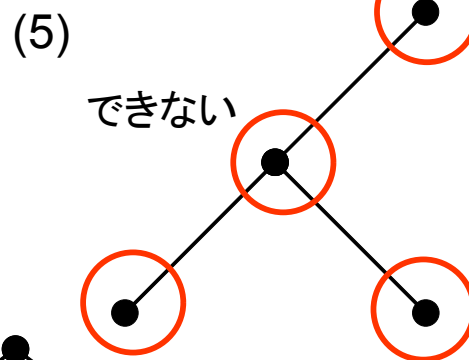
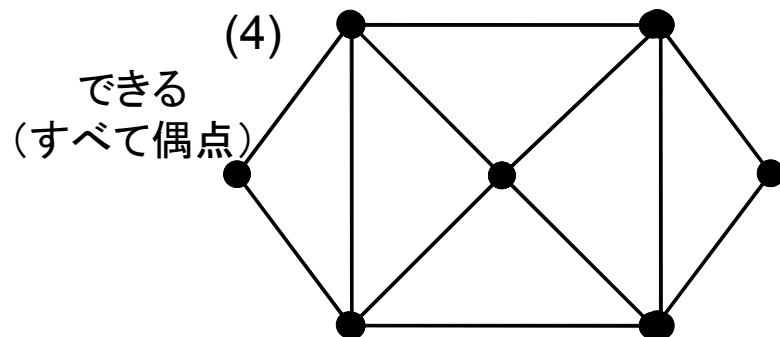
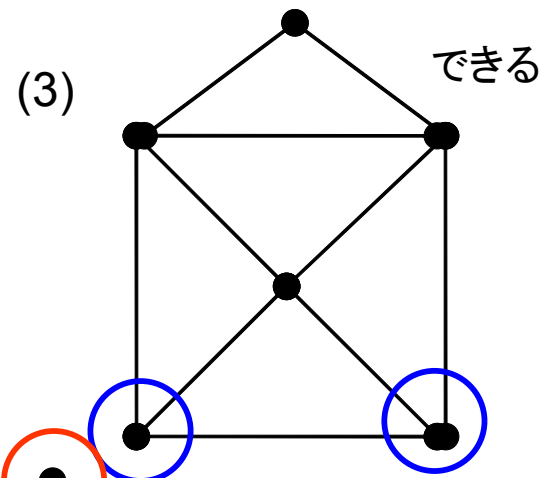
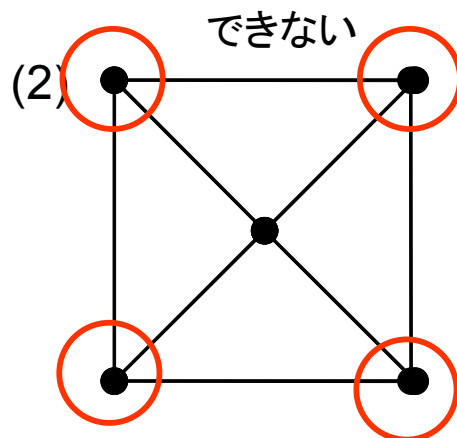
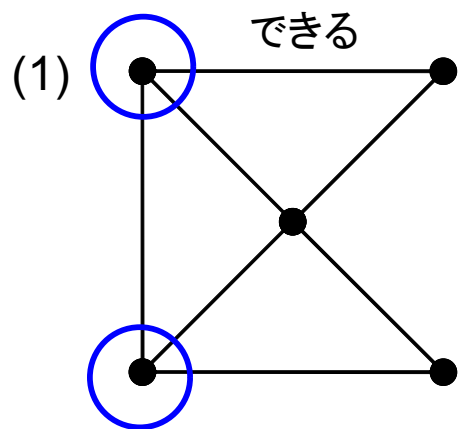
- **途中の点のまわりの線をすべて書くには、どうなっていないといけないか？**
- **書き始めの点、書き終わりの点ではなにがちがうか？**

# 答え

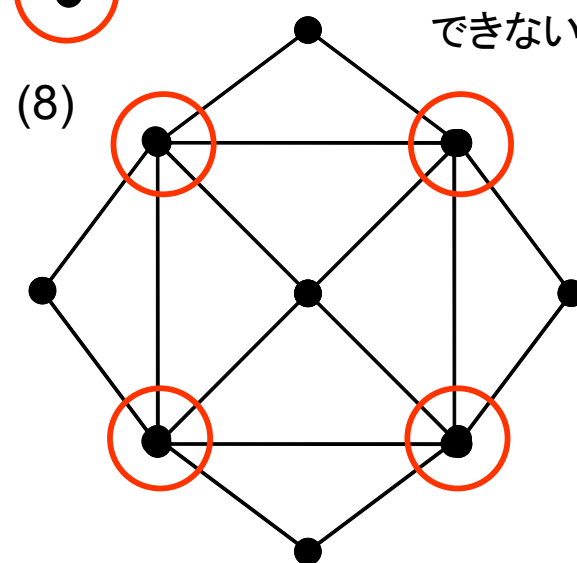
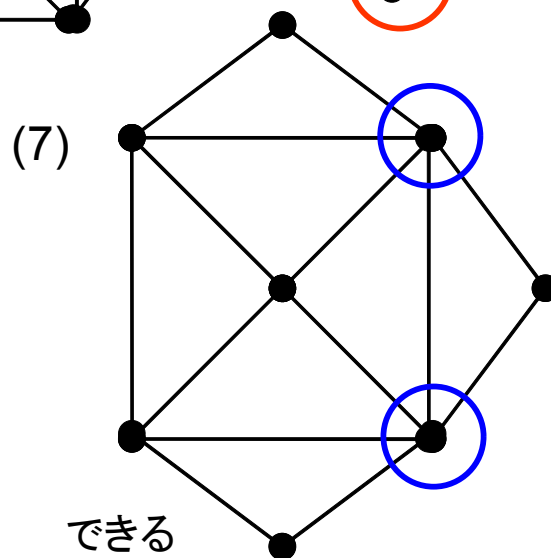
- まわりの線の数か偶数の点を偶点、奇数の点を奇点、とよぶことにする
- 一筆書きできるためには、以下のいずれかであること
  - **すべて偶点**
  - **奇点が2つ、他は偶点**
- すべて偶点のとき
  - どの点から書き始めてもよく、同じ点で書き終わる
- 奇点が2つのとき
  - そのうちの1つの点から書き始め、他方の点で書き終わる
- なお以上は一筆書きできるための**必要条件**であって、十分条件ではない。  
実際下の図形の場合、できないのは明らか
- 図形が**連結**である(任意の2点について、それを結ぶ経路が少なくとも1つある)、  
を加えると必要十分条件になる  
(なお、必要条件、十分条件は高校で習う)



すべて偶点だが、  
連結でない図形



2017/7/31 @kuh96



# 蛇足

- この問題は、小さい子でも遊べます
  - ご家庭、小学校などでやってみてください
  - スマホの一筆書きゲームの多くは、対象年齢3才以上
    - 一方通行など、難しくした問題もあります
    - ただし「できない問題」は出してくれないようです
  - 数に興味を持ち始める5才くらいからなら、正解を見つける子がいるかも
    - そのうち「お母さん、そこから書いたらできないよ」とか言い出すでしょう
    - でも「本当にそうなの？」「なぜ？」はまだ難しいかもしれません。興味を持ったようなら一緒に考えてみてください
    - 約20年前、うちの子供（息子3人、当時8、6、4才くらい）にやってみましたが、全然ダメでした。教え方がわるかった？
- 小さな子供だと、「偶数」「奇数」が分からない？
  - 必要ないです。以下の1ビット計算を教えてください
  - 手の指1本だけで数える。最初は指をおろした状態、1つ数えると指を立てる、次の1つで指をおろす、次の1つでまた指をたてる、これを繰り返すだけ
  - 指をおろした状態が 0（偶数）、状態が 1（奇数）を表します