

Gazdasági matematika 2

1. mintadolgozat

2024

A dolgozat időtartama: 50 perc. A gyakorlati feladatok esetén számításait, gondolatmenetét részletezze! Számolásra kizárólag számológép használata engedélyezett.

1. Alteret alkot-e \mathbb{R}^2 -ben a $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$ halmaz? Válaszát indokolja!

5p	
----	--

2. Amennyiben lehetséges, határozzuk meg a $v^T A$ mátrixot, ha létezik!

4p	
----	--

$$v = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \\ -2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Tekintse a 2. feladat A mátrixát! Határozza meg a $\det(A)$ és $\text{rang}(A)$ értékeit! Válaszát indokolja!

7p	
----	--

4. A rangkritérium szerint milyen feltétel teljesülése esetén oldható meg egy lineáris egyenletrendszer és hány megoldása van? Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! A megoldást oszlopvektoros alakban adjuk meg! Ez határozott vagy határozatlan?

10p	
-----	--

$$x + y + z = 3$$

$$x + 2y + 2z = 5$$

$$3x + 5y + 6z = 14$$

$$2x + 4y + 5z = 11$$

$$x + 2y + 3z = 6$$

5. Mikor nevezünk egy mátrixot invertálhatónak? Határozzuk meg az alábbi B mátrix inverzét, amennyiben lehetséges!

6p	
----	--

$$B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Tekintsük az alábbi $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineáris transzformációt!

8p	
----	--

$$\varphi(x, y) = (8x - y, 3y).$$

- (a) Írjuk fel φ mátrixát a természetes bázisban.
 (b) Adjuk meg φ sajátértékeit.
 (c) Adjuk meg φ a nagyobbik sajátértékéhez tartozó sajátvektorait.

Gyakorló feladat: Ha a v és w vektorok az alábbi módon adottak, akkor mivel egyenlő $\|v\|$, továbbá mi a két vektor által bezárt szög koszinusza? Ortogonálisak-e a vektorok?

$$v = (3, 4, 0) \quad w = (-5, 4, 2)$$