4. szeminárium: Fogyasztói választás

– a fogyasztói választás közgazdasági modelljében az emberek **a számukra megfizethető legjobb kosarat választják**
– az optimális fogyasztói kosár a költségvetési egyenes és a közömbösségi görbe érintési pontjában lesz

Algebrai megoldás:

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

Grafikus megoldás:
– megrajzoljuk a közömbösségi görbéket és a költségvetési egyenest, → majd megkeressük azt a pontot, ahol a legmagasabb közömbösségi görbe érinti a költségvetési egyenest

Három típusfeladat

1. Cobb-Douglas típusú preferencia
– három megoldási lehetőség az optimális fogyasztói kosár meghatározására:

1. megoldás lehetőség
– megoldjuk az alábbi egyenletrendszert:

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

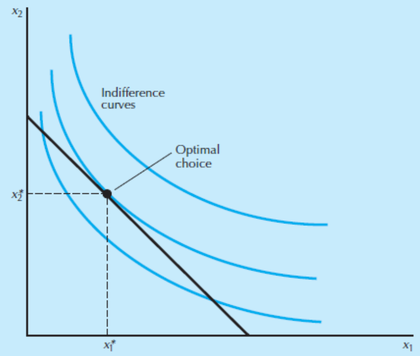
1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

2. megoldás lehetőség
– ha $U(x,y) = A \cdot x^a y^b$, akkor:

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

3. megoldási lehetőség

– kifejezzük a költségvetési egyenes egyenletéből x-t vagy y-t
– ezt behelyettesítjük a hasznossági függvénybe
– majd maximalizáljuk a hasznosságot → deriváljuk a kifejezést, majd egyenlővé tesszük nullával, és kifejezzük az ismeretlen változót



Optimal choice. The optimal consumption position is where the indifference curve is tangent to the budget line.

Varian [2010] 74.o.

2. Tökéletes helyettesítés

Tökéletes helyettesítés ($|\mathrm{MRS}| = 1$ **)** esetén három lehetséges esetünk van:

1. $|\mathbf{MRS}| = \mathbf{1}$ **esetén** → ha $\mathbf{p_x < p_y}$ (pl. $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{5}$), → $|\mathbf{MRS}| > \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ akkor a költségvetési egyenes laposabb, meredeksége kisebb, mint a közömbösségi görbék meredeksége → ebben az esetben az optimális kosár az lesz, amikor a **fogyasztó minden pénzét az *x* jószág vásárlására költi** → $\left(\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_x}};\mathbf{0}\right)$

2. $|\mathbf{MRS}| = \mathbf{1}$ **esetén** → ha $\mathbf{p_x > p_y}$ (pl. $\frac{p_x}{p_y} = \frac{5}{1}$), → $|\mathbf{MRS}| < \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ akkor a fogyasztó **csak az *y* jószágot fogja vásárolni** → $\left(\mathbf{0};\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_y}}\right)$

3. $|\mathbf{MRS}| = \mathbf{1}$ **esetén** → ha $\mathbf{p_x = p_y}$, → $|\mathbf{MRS}| = \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ akkor egy egész tartomány optimális választás lehet → **az *x* és *y* jószág bármilyen, a költségvetési korláton szereplő kombinációja optimális lesz**

Azaz:

- ha két jószág egymás tökéletes helyettesítője, akkor a fogyasztó **azt a terméket veszi meg, amelyért legalább annyit, vagy többet hajlandó fizetni, mint az adott termék relatív ára**
- ha mindkét jószágnak ugyanakkora az ára, akkor a fogyasztónak mindegy, hogy melyiket veszi meg

– ha $|MRS|=1$, akkor elegendő a két jószág árát vizsgálni, ha nem:

<table>
<tr><th colspan="2">Tökéletes helyettesítés</th></tr>
<tr><td colspan="2">

- **tökéletes helyettesítés** esetén össze kell hasonlítani a közömbösségi görbe és a költségvetési egyenes meredekségét
- az optimális kosár mindig **szélső választás** lesz → **vagy csak *x* terméket, vagy csak *y* terméket fogyaszt a fogyasztó**
- mivel két lineáris egyenes meredeksége vagy egyenlő (akkor a teljes költségvetési egyenesen választhat a fogyasztó), vagy nem → NINCS érintési pont

</td></tr>
<tr><td>

- ha $|\mathbf{MRS}|>\left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor $\left(\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_x}};\mathbf{0}\right)$ kosarat választja

</td><td>

- ha $|\mathbf{MRS}|<\left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor $\left(\mathbf{0};\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_y}}\right)$ kosarat választja

</td></tr>
<tr><td>

- több *y*-t **hajlandó** adni egy *x*-ért, mint amennyi *y*-t **kell adni a piacon** egy *x*-ért → így csak *x*-et fog fogyasztani

</td><td>

- kevesebb *y*-t **hajlandó** adni egy *x*-ért, mint amennyi *y*-t **kell adni a piacon** egy *x*-ért → így csak *y*-t fog fogyasztani

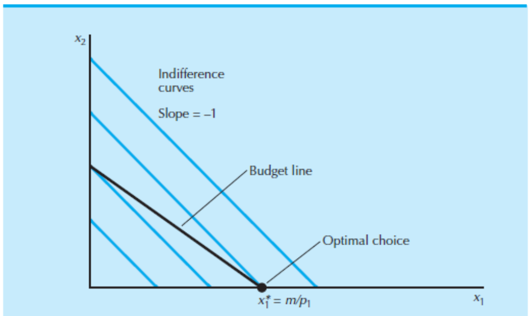
</td></tr>
<tr><td colspan="2">

- ha $|\mathbf{MRS}|=\left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor a költségvetési korlát valamennyi *x* és *y* kombinációja optimális választás lesz

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

- az $|MRS|$ és a $\left|\frac{p_x}{p_y}\right|$ is az *x* termék *y* termékben kifejezett árát reprezentálja
- az $|\mathbf{MRS}|$ az az „ár”, → amit **hajlandóak** vagyunk fizetni *x* termékért *y* termékben kifejezve
- a $\left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ az az ár, → amit **ki kell fizetni a piacon** az *x* termékért *y* termékben kifejezve
- ha ezt az árat nem vagyunk hajlandók kifizetni az *x* termékért → azaz, $|MRS|<\left|\frac{p_x}{p_y}\right|$, akkor nem vesszük meg az *x* terméket → megvesszük helyette *y*-t
- mivel, ha $|MRS|<\left|\frac{p_x}{p_y}\right|$ → akkor $\frac{1}{|MRS|}>\left|\frac{p_y}{p_x}\right|$ → azaz ekkor az *y* termékért **hajlandók** vagyunk több *x* terméket adni, mint amennyi *x* terméket a piacon **kell fizetni** egy *y* termékért

</td></tr>
</table>



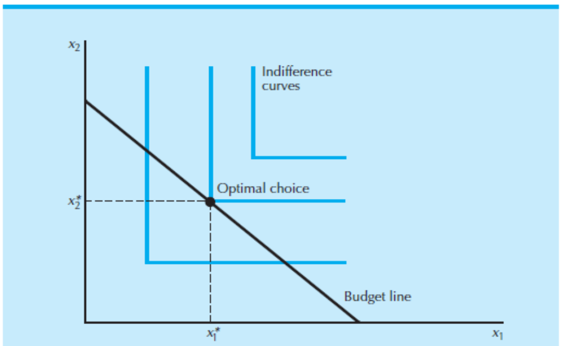
Optimal choice with perfect substitutes. If the goods are perfect substitutes, the optimal choice will usually be on the boundary.

Varian [2010] 79.o.

3. Tökéletes kiegészítés

– megoldjuk az alábbi egyenletrendszert:

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a tökéletes kiegészítést reprezentáló közömbösségi görbe töréspontjainak egyenlete



Optimal choice with perfect complements. If the goods are perfect complements, the quantities demanded will always lie on the diagonal since the optimal choice occurs where x_1 equals x_2.

Varian [2010] 80.o.

Berde 29. o. → 30. feladat

A Pöttyös család havonta mindig 4800 Ft-ot költ **túrórudira** (x) és **kenyérre** (y). Ha csak **kenyeret** vásárolnának, havi 20 kg-ot tudnának ebből a pénzből megvásárolni, a **túrórudi** ára 100 Ft/db.

a) Írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!

b) Ha a család preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény fejezi ki, mennyi lesz az optimális kenyér- es túrórudi-fogyasztás?

c) Mekkora hasznosságú a család számára a 18 kg **kenyeret** és 10 db **túrórudit** tartalmazó kosár? Mekkora a helyettesítési határráta (abszolút értékben) ebben a pontban?

jövedelem $I = 4800$

túrórudi → x

kenyér → y

$\frac{I}{p_y} = 20$ → ha csak **kenyeret** vásárolnának, havi 20 kg-ot tudnának venni

$p_x = 100\frac{Ft}{db}$

---

a) Írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!

$$p_x x + p_y y = I$$

szükség van a kenyér (y) árára → p_y

$$\frac{I}{p_y} = 20$$

$$\frac{4800}{p_y} = 20$$

$$4800 = 20 p_y$$

$$\mathbf{p_y = 240}$$

$$p_x x + p_y y = I$$

$$\mathbf{100x + 240y = 4800}$$

A költségvetési egyenes egyenlete $\mathbf{100x + 240y = 4800}$.

b) Ha a család preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény fejezi ki, mennyi lesz az optimális kenyér- es túrórudi-fogyasztás?

1. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$

2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

<u>A költségvetési egyenes meredeksége:</u>

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{100}{240}$$

<u>A közömbösségi görbe meredeksége:</u>

- **MRS (Marginal Rate of Substitution), helyettesítési határráta** → ez adja meg a közömbösségi görbe meredekségét; megmutatja azt az arányt, amelyben a fogyasztó az egyik jószágot a másikkal hajlandó helyettesíteni → az az arány, amelyben a fogyasztó a 1. jószágot a 2. jószággal hajlandó helyettesíteni

  $$MRS = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} \text{ vagy } MRS = \frac{\partial U}{\partial x} / \frac{\partial U}{\partial y}$$

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x \cdot y$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = y \text{ és } MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x$$

$$|MRS| = \frac{y}{x}$$

<u>Az optimum feltétel:</u>

$$\frac{100}{240} = \frac{y}{x}$$

<u>Az egyenletrendszer:</u>

1. $100x + 240y = 4800$

2. $\frac{100}{240} = \frac{y}{x}$

---

2. $\frac{100}{240} = \frac{y}{x}$

$100x = 240y$

1. $100x + 240y = 4800$

$200x = 4800$

$\mathbf{x^* = 24}$

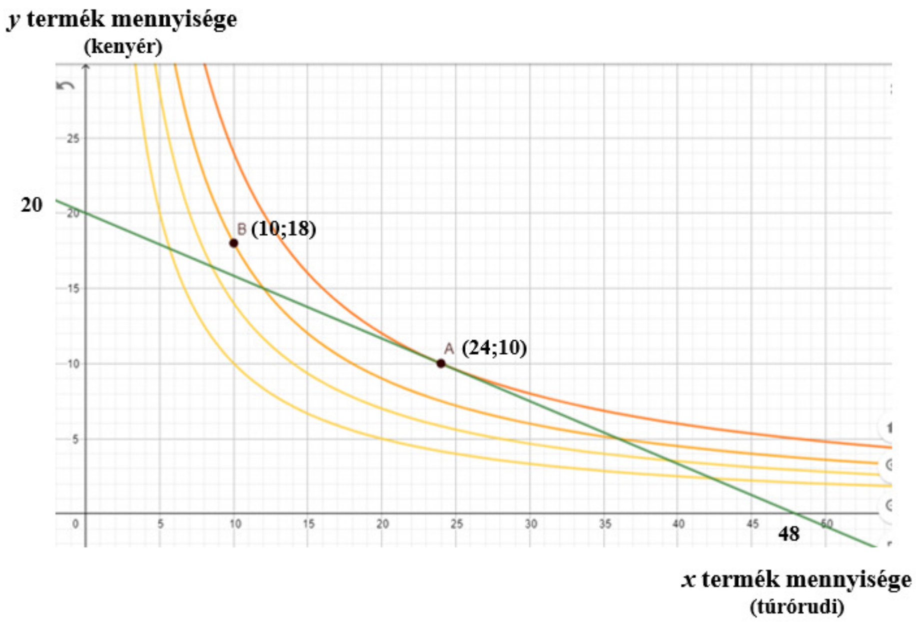
$100x = 240y$

$100 \cdot 24 = 240y$

$\frac{2400}{240} = y$

$\mathbf{y^* = 10}$

$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(24;10)}$



2. megoldási lehetőség

Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén:

$U(x,y) = A \cdot x^a y^b \rightarrow U = 1 \cdot x^1 \cdot y^1$

$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}}$ $\boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{4800}{100}$ $\mathbf{x^* = 24}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{4800}{240}$ $\mathbf{y^* = 10}$

$\Downarrow$

$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(24;10)}$

3. megoldási lehetőség

- a költségvetési egyenest *x*-re rendezzük
- ezt behelyettesítjük a hasznossági függvénybe → majd maximalizáljuk a hasznosságot

$$100x + 240y = 4800$$
$$100x = 4800 - 240y$$
$$x = 48 - 2.4y$$

$$U = x \cdot y$$
$$U = (48 - 2.4y) \cdot y$$
$$U = 48y - 2.4y^2$$

$$\underset{y}{U_{\max}} = 48y - 2.4y^2$$

$48y - 2.4y^2$ / deriváljuk *y* szerint
$48 - 4.8y$ → egyenlővé tesszük nullával
$$0 = 48 - 4.8y$$
$$4.8y = 48$$
$$\mathbf{y^* = 10}$$

$$x = 48 - 2.4y$$
$$x = 48 - 2.4 \cdot 10$$
$$\mathbf{x^* = 24}$$

$$\mathbf{A(x^*; y^*) = A(24;10)}$$

A megadott preferenciák mellett a család optimális túrórudi és kenyér fogyasztása 24 db túrórudi (*x*) és havi 10 kg kenyér (*y*) → $\mathbf{A(x^*; y^*) = A(24;10)}$

c) Mekkora hasznosságú a család számára a 18 kg **kenyeret (y)** és 10 db **túrórudit (x)** tartalmazó kosár? Mekkora a helyettesítési határráta (abszolút értékben) ebben a pontban?

A 18 kg kenyér (y) és 10 db túrórudi (x) hasznossága:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x \cdot y$
- a vizsgált fogyasztói kosár → $B(x; y) = B(10;18)$

$$U = x \cdot y$$
$$U(B) = 10 \cdot 18 = \mathbf{180}$$

az optimális kosár hasznosága:
$$U(B) = 24 \cdot 10 = \mathbf{240}$$

túrórudi → x
kenyér → y

A helyettesítési határráta (abszolút értékben) ebben a pontban:

$$|MRS| = \frac{y}{x}$$
$$|MRS| = \frac{18}{10} = \mathbf{1.8}$$

Ebben a pontban 1.8 kg kenyérről (y) hajlandó lemondani a fogyasztó 1 db túrórudiért (x) cserébe.

A megadott fogyasztói kosár hasznossága $\mathbf{U(B) = 180}$, s ebben a pontban a helyettesítési határarány $\mathbf{|MRS| = 1.8}$.

Berde 31. o. → 35. feladat (helyettesítés)

Gombóc Artúr számára a fagylalt (x) és a jégkrém (y) egymást tökéletesen helyettesítő termékek, preferenciarendszerében minden egyes jégkrém ugyanolyan hasznosságú, mint három gombóc fagylalt.

a) Ábrázoljuk Gombóc Artúr jégkrémre és fagylaltra vonatkozó preferenciáit közömbösségi görbék segítségével! Határozzuk meg a helyettesítési határrátát!

b) Egy jégkrém 400 Ft, egy gombóc fagylalt 120 Ft és Gombóc Artúr pénzjövedelme heti 3600 Ft. Írjuk fel Gombóc Artúr költségvetési egyenesének egyenletét!

c) Feltételezve, hogy Gombóc Artúr racionális fogyasztó, hány jégkrémet és hány gombóc fagylaltot vásárol hetente?

d) Ha egy gombóc fagyi ára 160 Ft-ra nő, hogyan változik a fogyasztása?

fagylalt → x
jégkrém → y
minden egyes jégkrém ugyanolyan hasznosságú, mint három gombóc fagylalt → 1y vagy 3x → $y \sim 3x$
tökéletes helyettesítés

---

a) Ábrázoljuk Gombóc Artúr jégkrémre és fagylaltra vonatkozó preferenciáit közömbösségi görbék segítségével! Határozzuk meg a helyettesítési határrátát!

- mindegy, hogy 3 gombóc fagyit, vagy egy jégkrémet fogyaszt → 1y vagy 3x → $y \sim 3x$ → azaz a következő két kosár közömbös: $(0;1) \sim (3;0)$
- a fagyi és a jégkrém együttes mennyisége számít
- ez **tökéletes helyettesítés** → azaz a hasznossági függvény alakja: $\mathbf{U = a \cdot x + b \cdot y}$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = a \qquad \text{és} \qquad MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = b$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b}$$

- a megadott arányok mellett a hasznossági függvényben szereplő összeg két tagja mikor lesz egyenlő → $y \underset{\cdot 3}{<} x$ → $3y = x$
- ez azt jelenti, hogy az ***y* jószág** háromszor olyan értékes a fogyasztó számára, mint az ***x* jószág**

$U = a \cdot x + b \cdot y$

$\mathbf{U = 1 \cdot x + 3 \cdot y}$

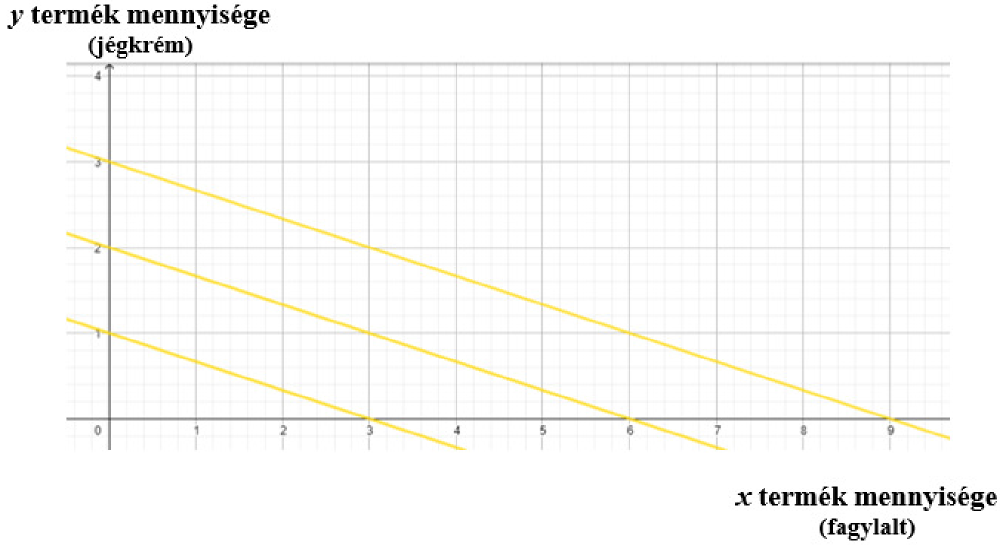
$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 1 \qquad \text{és} \qquad MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = 3$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

- a fogyasztó $\frac{1}{3}y$ jószág (jégkrém) fogyasztását hajlandó feláldozni plusz $1x$ jószág (fagylalt) fogyasztásáért cserébe → azaz a meredekség $-\frac{1}{3}$
- tekintsük a következő hasznosságokat:

$U_1 = 3$	$U_2 = 6$	$U_3 = 9$
$U = 1 \cdot x + 3 \cdot y$ $3 = x + 3y$ $3y = 3 - x$ $y = 1 - \frac{1}{3}x$	$U = 1 \cdot x + 3 \cdot y$ $6 = x + 3y$ $3y = 6 - x$ $y = 2 - \frac{1}{3}x$	$U = 1 \cdot x + 3 \cdot y$ $9 = x + 3y$ $3y = 9 - x$ $y = 3 - \frac{1}{3}x$

$$U(0;1) = 1x + 3y = 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3$$
$$U(3;0) = 1x + 3y = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 0 = 3$$



Gombóc Artúr helyettesítési határrátája $|\text{MRS}| = \frac{1}{3}$.

b) Egy jégkrém 400 Ft, egy gombóc fagylalt 120 Ft és Gombóc Artúr pénzjövedelme heti 3600 Ft. Írjuk fel Gombóc Artúr költségvetési egyenesének egyenletét!

$p_y = 400$

$p_x = 120$

jövedelem $I = 3600$ → heti 3600 Ft

fagylalt → x

jégkrém → y

$p_x x + p_y y = I$

$\mathbf{120x + 400y = 3600}$

Gombóc Artúr költségvetési egyenesének egyenlete $\mathbf{120x + 400y = 3600}$.

c) Feltételezve, hogy Gombóc Artúr racionális fogyasztó, hány jégkrémet és hány gombóc fagylaltot vásárol hetente?

<u>A költségvetési korlát:</u>

$p_x x + p_y y = I$

$120x + 400y = 3600$

<u>A költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:</u>

$$\frac{\frac{I}{p_y}}{\frac{I}{p_x}} = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_x}{I} = \frac{p_x}{p_y}$$

<table>
<tr><th colspan="2">Tökéletes helyettesítés</th></tr>
<tr><td colspan="2">

tökéletes helyettesítés esetén össze kell hasonlítani a közömbösségi görbe és a költségvetési egyenes meredekségét
az optimális kosár mindig szélső választás lesz → vagy csak x terméket, vagy csak y terméket fogyaszt a fogyasztó
mivel két lineáris egyenes meredeksége vagy egyenlő (akkor a teljes költségvetési egyenesen választhat a fogyasztó), vagy nem → NINCS érintési pont

</td></tr>
<tr>
<td>ha $\left|\mathbf{MRS}\right| > \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor $\left(\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_x}};\mathbf{0}\right)$ kosarat választja</td>
<td>ha $\left|\mathbf{MRS}\right| < \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor $\left(\mathbf{0};\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{p_y}}\right)$ kosarat választja</td>
</tr>
<tr>
<td>több y-t hajlandó adni egy x-ért, mint amennyi y-t kell adni a piacon egy x-ért → így csak x-et fog fogyasztani</td>
<td>kevesebb y-t hajlandó adni egy x-ért, mint amennyi y-t kell adni a piacon egy x-ért → így csak y-t fog fogyasztani</td>
</tr>
</table>

- ha $|\mathbf{MRS}| = \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ → akkor a költségvetési korlát valamennyi *x* és *y* kombinációja optimális választás lesz

- az $|MRS|$ és a $\left|\frac{p_x}{p_y}\right|$ is az *x* termék *y* termékben kifejezett árát reprezentálja
- az $|\mathbf{MRS}|$ az az „ár", → amit **hajlandóak** vagyunk fizetni *x* termékért *y* termékben kifejezve
- a $\left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$ az az ár, → amit **ki kell fizetni a piacon** az *x* termékért *y* termékben kifejezve
- ha ezt az árat nem vagyunk hajlandók kifizetni az *x* termékért → azaz, $|MRS| < \left|\frac{p_x}{p_y}\right|$, akkor nem vesszük meg az *x* terméket → megvesszük helyette *y*-t
- mivel, ha $|MRS| < \left|\frac{p_x}{p_y}\right|$ → akkor $\frac{1}{|MRS|} > \left|\frac{p_y}{p_x}\right|$ → azaz ekkor az *y* termékért **hajlandók** vagyunk több *x* terméket adni, mint amennyi *x* terméket a piacon **kell fizetni** egy *y* termékért

A költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{120}{400} = \frac{3}{10} = 0.3$$

A közömbösségi görbe meredeksége abszolút értékben:

$$|MRS| = \frac{1}{3}$$

Hasonlítsuk össze őket:

$$|MRS| \, ? \left|\frac{p_x}{p_y}\right|$$

$$\frac{1}{3} > \frac{3}{10}$$

$$\frac{10}{30} > \frac{9}{30}$$

$$0.33\dot{3} > 0.3$$

$$|\mathbf{MRS}| > \left|\frac{\mathbf{p_x}}{\mathbf{p_y}}\right|$$

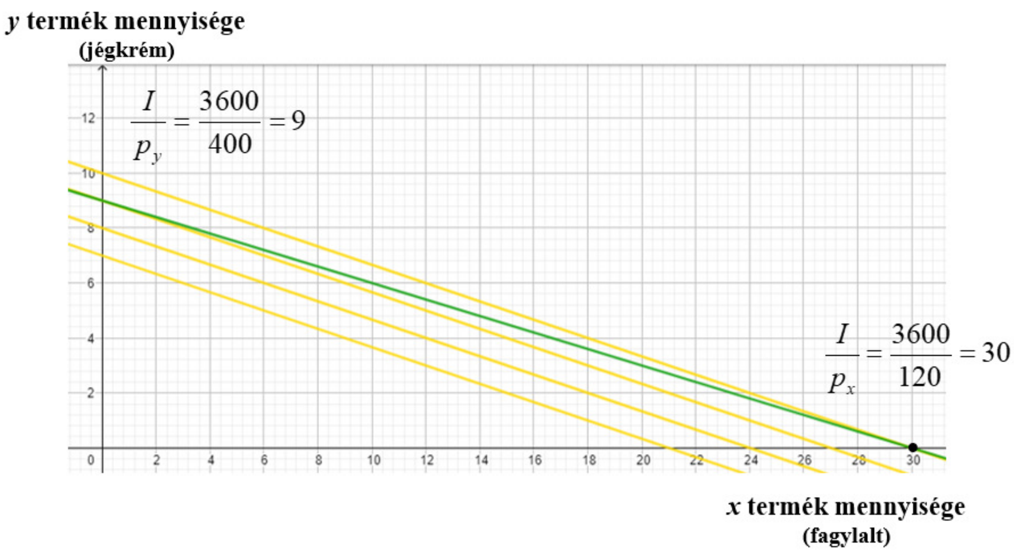
A közömbösségi görbe meredeksége	A költségvetési egyenes meredeksége
$\lvert MRS \rvert = \mathbf{0.33\dot{3}}$ >	$\left\lvert \frac{p_x}{p_y} \right\rvert = 0.3$
$0.33\dot{3}$ jégkrémet (y) **hajlandó fizetni** a fogyasztó 1 gombóc fagylaltért (x)	0.3 jégkrémet (y) **kell fizetni a piacon** 1 gombóc fagylaltért (x)
Így csak fagylaltot (csak *x* terméket) fog venni.	

⇩

A költségvetési egyenes laposabb lesz, mint a közömbösségi görbe → így az *x* terméket (fagylalt) választja → $\mathbf{A\left(x^*;y^*\right)=\left(30;0\right)}$.

Grafikus megoldás:

$\frac{I}{p_x}=\frac{3600}{120}=\mathbf{30}$ $\frac{I}{p_y}=\frac{3600}{400}=9$



Ellenőrzés:

- nézzük meg a hasznosságát a két lehetséges optimális kosárnak:

$A\left(x;y\right)=\left(30;0\right)$ → ekkor csak *x* terméket (fagyit) fogyaszt

$B\left(x;y\right)=\left(0;9\right)$ → ekkor csak *y* terméket (jégkrémet) fogyaszt

$U\left(A\right)=1x+3y=1\cdot 30+3\cdot 0=30$

$U\left(B\right)=1x+3y=1\cdot 0+3\cdot 9=27$

$\mathbf{U\left(A\right)=30}$ > $\mathbf{U\left(B\right)=27}$

Gombóc Artúr számára az optimális fogyasztói kosár az adott költségvetési egyenes mellett: $\mathbf{A\left(x^*;y^*\right)=\left(30;0\right)}$, azaz 30 gömb fagylalt, és nulla jégkrém.

d) Ha egy gombóc fagyi ára 160 Ft-ra nő, hogyan változik a fogyasztása?

A költségvetési korlát:

$$p_x x + p_y y = I$$
$$160x + 400y = 3600$$

A költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{160}{400} = \frac{4}{10} = 0.4$$

A közömbösségi görbe meredeksége abszolút értékben:

$$|MRS| = \frac{1}{3}$$

Hasonlítsuk össze őket:

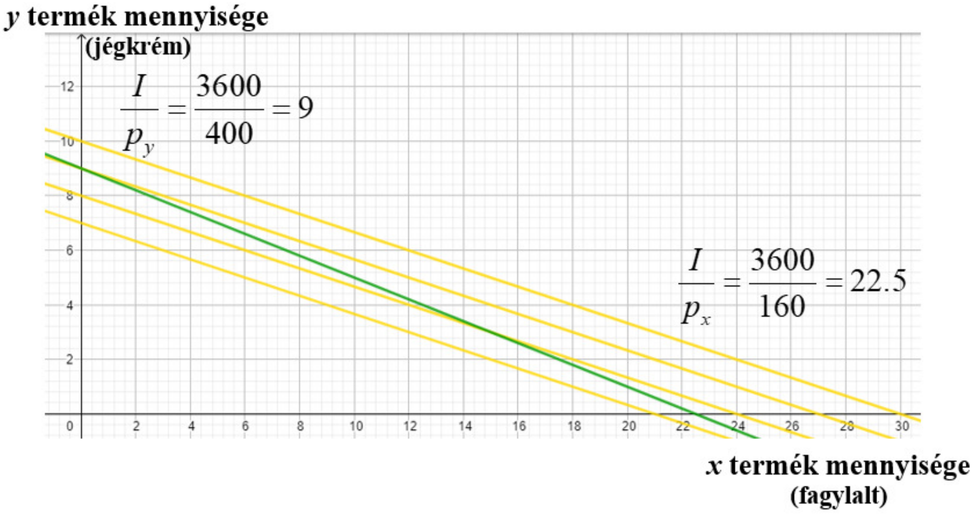
$$|MRS| \, ? \left|\frac{p_x}{p_y}\right|$$
$$\frac{1}{3} < \frac{4}{10}$$
$$\frac{10}{30} < \frac{12}{30}$$
$$0.33\dot{3} < 0.4$$
$$\mathbf{|MRS| < \left|\frac{p_x}{p_y}\right|}$$

A közömbösségi görbe meredeksége	A költségvetési egyenes meredeksége
$|MRS| = 0.33\dot{3}$ $<$	$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \mathbf{0.4}$
$0.33\dot{3}$ jégkrémet (y) **hajlandó fizetni** a fogyasztó 1 gombóc fagylaltért (x)	0.4 jégkrémet (y) **kell fizetni a piacon** 1 gombóc fagylaltért (x)
Így nem vesz fagylaltot, helyette csak jégkrémet (csak *y* terméket) fog venni.	

⇩

A költségvetési egyenes meredekebb lesz, mint a közömbösségi görbe → így az *y* terméket (jégkrém) választja → $\mathbf{A(x^*;y^*) = (0;9)}$.

$$\frac{I}{p_x} = \frac{3600}{160} = 22.5 \qquad \frac{I}{p_y} = \frac{3600}{400} = \mathbf{9}$$



Ellenőrzés:
nézzük meg a hasznosságát a két lehetséges optimális kosárnak:
$A(x;y) = (22.5;0)$ → ekkor csak x terméket (fagyit) fogyaszt
$B(x;y) = (0;9)$ → ekkor csak y terméket (jégkrémet) fogyaszt

$U(A) = 1x + 3y = 1 \cdot 22.5 + 3 \cdot 0 = 22.5$
$U(B) = 1x + 3y = 1 \cdot 0 + 3 \cdot 9 = 27$
$\mathbf{U(A) = 22.5} \quad < \quad \mathbf{U(B) = 27}$

Gombóc Artúr számára az optimális fogyasztói kosár az adott költségvetési egyenes mellett: $\mathbf{A(x^*;y^*) = (0;9)}$, azaz nulla gömb fagylalt, és 9 db jégkrém.

Berde 31. o. → 36. feladat (kiegészítés)

Vili bácsi kedvenc időtöltése, hogy focimeccset néz a TV-ben. Meccsnézés közben **sört** iszogat és **sós mogyorót** rágcsál. Számára a **sör (x)** és a **sós mogyoró (y)** meccsnézés közben egymást tökéletesen kiegészítő jószágok. Egy üveg sörhöz mindig fél csomag sós mogyorót fogyaszt.

a) Ábrázoljuk Vili bácsi közömbösségi görbéit a sörre és a mogyoróra vonatkozóan! Hogyan alakul a helyettesítési határráta?

b) Vili bácsi kedvenc söre 160 Ft-ba kerül (üvegenként), egy csomag mogyoró 125 Ft, és havonta 5340 Ft-ot költ sörre es mogyoróra. Írjuk fel Vili bácsi költségvetési egyenesének egyenletét! Mennyi sört és mogyorót fogyaszt havonta?

c) A sör ára megváltozott, és ennek következtében Vili bácsi havonta 4 üveg sörrel kevesebbet fogyaszt. Hogyan változott a sör ára, és hogyan változik a mogyoró fogyasztása?

sör → x

sós mogyoró → y

egy üveg sörhöz (x) mindig fél csomag sós mogyorót (y) fogyaszt → $1x$ jószághoz mindig $\frac{1}{2}y$ jószágot fogyaszt

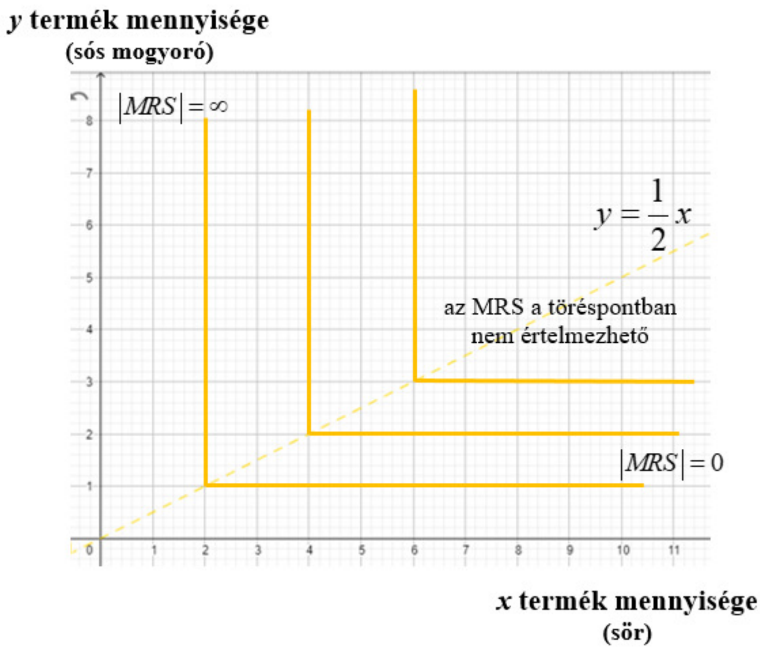
tökéletes kiegészítés

---

a) Ábrázoljuk Vili bácsi közömbösségi görbéit a sörre és a mogyoróra vonatkozóan! Hogyan alakul a helyettesítési határráta?

- egy üveg sörhöz (x) mindig fél csomag sós mogyorót (y) fogyaszt → $1x$ jószághoz mindig $\frac{1}{2}y$ jószágot fogyaszt → VAGY 2x jószághoz mindig 1y jószágot fogyaszt
- ez **tökéletes kiegészítés** → azaz a hasznossági függvény alakja: $\mathbf{U(x,y)=min\{a\cdot x;b\cdot y\}}$
- szükség van a töréspontok egyenletére → azaz, ahol egyenlő lesz egymással a minimum függvény x és y argumentuma a megadott arányok esetén
- $x \underset{\cdot 2}{>} y$ → $x=2y$ VAGY $\frac{1}{2}x=y$
- így a hasznossági függvény alakja: $\mathbf{U(x,y)=min\{x;2y\}}$ vagy $\mathbf{U(x,y)=min\left\{\frac{1}{2}x;y\right\}}$
- tekintsük a következő hasznosságokat:

$U_1=2$	$U_2=4$	$U_3=6$
$U(x,y)=\min\{x;2y\}$ $U(2,1)=\min\{2;2\cdot 1\}=2$	$U(x,y)=\min\{x;2y\}$ $U(4,2)=\min\{4;2\cdot 2\}=4$	$U(x,y)=\min\{x;2y\}$ $U(6,3)=\min\{6;2\cdot 3\}=6$



$|MRS| = 0$ ha $x > 2y$ Pl.: ha $y = 2$ → $x > 2y$ → $x > 4$

$|MRS| = \infty$ ha $x < 2y$ Pl.: ha $y = 3$ → $x < 2y$ → $x < 6$

$MRS = -\infty$

nem értelmezhető, ha $y = \frac{1}{2}x$ → a töréspontokban

b) Vili bácsi kedvenc söre (x) 160 Ft-ba kerül (üvegenként), egy csomag mogyoró (y) 125 Ft, és havonta 5340 Ft-ot költ sörre es mogyoróra. Írjuk fel Vili bácsi költségvetési egyenesének egyenletét! Mennyi sört és mogyorót fogyaszt havonta?

$p_x = 160$
$p_y = 125$
$I = 5340$
sör → x
sós mogyoró → y

költségvetési egyenes? $A\left(x^*; y^*\right) = ?$

A költségvetési egyenes:

$p_x x + p_y y = I$

$\mathbf{160x + 125y = 5340}$

Az egyenletrendszer:

- tökéletes kiegészítés esetén az optimális választásnak mindig a töréspontok egyenesén kell lennie, → azokban a pontokban, ahol a fogyasztó mindkét jószágból az adott arányoknak megfelelő mennyiséget vásárol

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a tökéletes kiegészítést reprezentáló közömbösségi görbe töréspontjainak egyenlete

1. $160x + 125y = 5340$
2. $x = 2y$

1. $160x + 125y = 5340$

$160 \cdot 2y + 125y = 5340$

$320y + 125y = 5340$

$445y = 5340$

$\mathbf{y^* = 12}$

2. $x = 2y$

$x = 2 \cdot 12$

$\mathbf{x^* = 24}$

$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(24;12)}$

Vili bácsi költségvetési egyenesének egyenlete $\mathbf{160x + 125y = 5340}$, s havonta 24 üveg sört és 12 csomag sós mogyorót fogyaszt.

c) A sör ára (p_x) megváltozott, és ennek következtében Vili bácsi havonta 4 üveg sörrel (x) kevesebbet fogyaszt. Hogyan változott a sör ára, és hogyan változik a mogyoró (y) fogyasztása?

$x = 24 - 4 = 20$

$p_y = 125$

$I = 5340$

sör → x

sós mogyoró → y

$p_x = ?\quad y^* = ?$

1. $p_x \cdot x + 125y = 5340$
2. $x = 2y$
3. $x = 20$

1. $p_x \cdot 20 + 125y = 5340$
2. $20 = 2y$

Szükségünk van a sör árára (p_x -re)!

- tudjuk, hogy egy üveg sörhöz (x) mindig fél csomag sós mogyorót (y) fogyaszt → $1x$ jószághoz mindig $\frac{1}{2}y$ jószágot fogyaszt → VAGY 2x jószághoz mindig 1y jószágot fogyaszt
- azaz, ha 20 üveg sört iszik → ahhoz 10 csomag mogyoró kell → $y = 10$

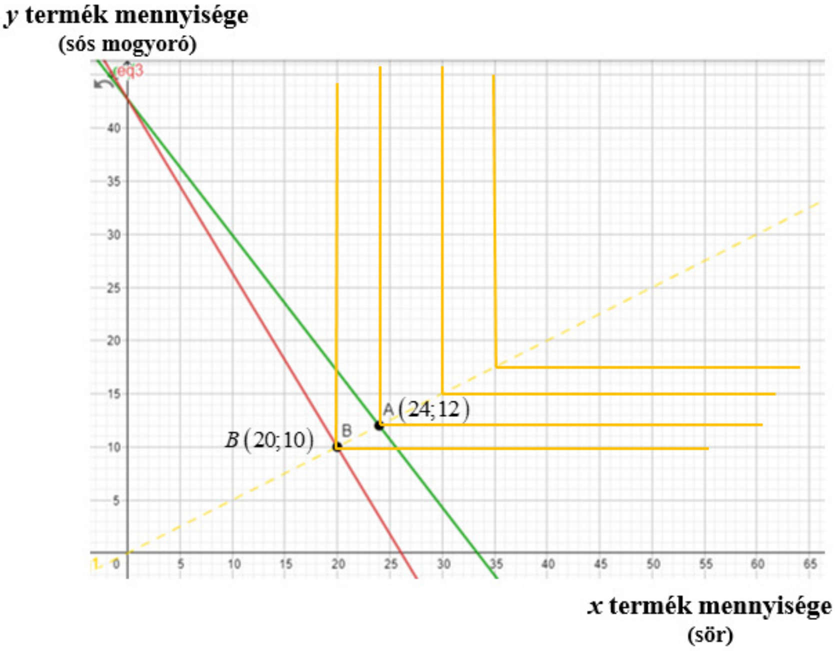
2. $x = 2y$
$20 = 2y$
$\mathbf{10 = y}$

$p_x \cdot 20 + 125y = 5340$
$p_x \cdot 20 + 125 \cdot 10 = 5340$
$p_x \cdot 20 + 1250 = 5340$
$20p_x = 4090$
$\mathbf{p_x = 204.5}$

<u>A változások:</u>
$\mathbf{\Delta p_x} = p_x^2 - p_x^1 = 204.5 - 160 = \mathbf{44.5}$
$\mathbf{\Delta y} = y_2^* - y_1^* = 10 - 12 = \mathbf{-2}$

$\mathbf{B(x^*;y^*) = A(20;10)}$

A sör ára 44.5 Ft-al nőtt ($\mathbf{\Delta p_x = 44.5}$), a mogyoró fogyasztása 2 csomaggal csökkent ($\mathbf{\Delta y = -2}$), → így a sör ára $\mathbf{p_x = 204.5}$ Ft, a mogyoró fogyasztása $\mathbf{y = 10}$ csomag lett.



y termék mennyisége
(sós mogyoró)
eq3
A (24;12)
B (20;10)
x termék mennyisége
(sör)

4. feladat

Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U = x^{0.75}y^{0.25}$ alakban írható fel. A fogyasztó 1000 Ft-ot szán a két jószágra. Az *x* jószág ára 5 Ft, az *y* jószág ára 10 Ft.

a) Mi az optimális jószágkombináció a fogyasztó számár?

b) Mekkora a hasznossága az optimális kosárnak?

c) Miért nem jó döntés a $B(100;50)$ kosár választása?

a fogyasztó hasznossági függvénye $U = x^{0.75}y^{0.25}$

jövedelem $I = 1000$

az *x* jószág ára → $p_x = 5$

az *y* jószág ára → $p_y = 10$

---

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

a) Mi az optimális jószágkombináció a fogyasztó számár?

1. megoldási lehetőség

Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén, ha a kitevők összege 1:

$U(x,y) = A \cdot x^{\alpha} y^{1-\alpha}$ → $U = 1 \cdot x^{0.75} \cdot y^{0.25}$

$$\boxed{x^* = \alpha \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = (1-\alpha) \cdot \frac{I}{p_y}}$$

α → a fogyasztó jövedelmének α részét költi az *x* jószágra

$1-\alpha$ → a fogyasztó jövedelmének $1-\alpha$ részét költi az *y* jószágra

$x^* = \alpha \cdot \frac{I}{p_x}$	$y^* = (1-\alpha) \cdot \frac{I}{p_y}$
$x^* = 0.75 \cdot \frac{1000}{5}$	$y^* = 0.25 \cdot \frac{1000}{10}$
$\mathbf{x^* = 150}$	$\mathbf{y^* = 25}$

⇩

$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(150;25)}$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

A költségvetési egyenes:

$$p_x x + p_y y = I$$
$$5x + 10y = 1000$$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x^{0.75} y^{0.25}$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 0.75x^{-0.25} \cdot y^{0.25}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x^{0.75} \cdot 0.25y^{-0.75}$$

$$|MRS| = \frac{0.75x^{-0.25} \cdot y^{0.25}}{x^{0.75} \cdot 0.25y^{-0.75}}$$

$$|MRS| = 0.75x^{-0.25-0.75} \frac{1}{0.25} y^{0.25-(-0.75)} = 0.75x^{-1} \cdot 4y^{1}$$

$$|MRS| = \frac{3y}{x}$$

VAGY

$$\boxed{\mathbf{|MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x}}}$$

$$|MRS| = 1 \cdot \frac{0.75}{0.25} \cdot \frac{y}{x} = 3 \cdot \frac{y}{x} = \frac{3y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\frac{1}{2} = \frac{3y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $5x + 10y = 1000$
2. $\frac{1}{2} = \frac{3y}{x}$

---

2. $\frac{1}{2} = \frac{3y}{x}$

$$\frac{1}{2}x = 3y$$

$$x = 6y$$

1. $5x + 10y = 1000$

$$5 \cdot (6y) + 10y = 1000$$

$$30y + 10y = 1000$$

$$40y = 1000$$

$$\mathbf{y^* = 25}$$

$$x = 6y$$

$$x = 6 \cdot 25$$

$$\mathbf{x^* = 150}$$

$$\mathbf{A\left(x^*; y^*\right) = A\left(150; 25\right)}$$

A megadott preferencia mellett a fogyasztó számára az optimális jószágkombináció → $\mathbf{A\left(x^*; y^*\right) = A\left(150; 25\right)}$

b) Mekkora a hasznossága az optimális kosárnak?

$$U = x^{0.75} y^{0.25}$$

$$A\left(x^*; y^*\right) = A\left(150; 25\right)$$

$$U(A) = x^{0.75} y^{0.25} = 150^{0.75} 25^{0.25}$$

$$U(A) = 42.86 \cdot 2.24 = \mathbf{95.84}$$

c) Miért nem jó döntés a $B(100;50)$ kosár választása?

$$U = x^{0.75}y^{0.25}$$
$$B(x;y) = B(100;50)$$

$$U(B) = x^{0.75}y^{0.25} = 100^{0.75}50^{0.25}$$
$$U(B) = 31.62 \cdot 2.66 = \mathbf{84.09}$$

$$U(A) = 95.84 \qquad > \qquad U(B) = 84.09$$

Mert a B kosár hasznossága kisebb, mint az A kosáré.

$5x + 10y = 1000$ nézzük meg, hogy ki tudja-e fizetni a B kosarat:

$B(x;y) = B(100;50)$

$5 \cdot 100 + 10 \cdot 50 = 1000$

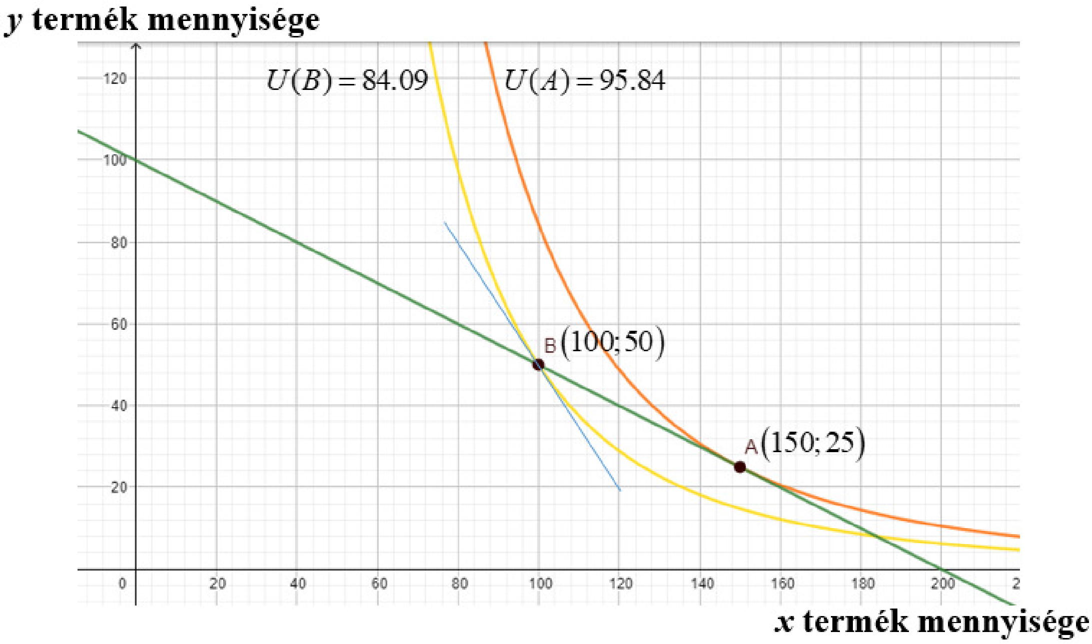
Ki tudja fizetni, de egyrészt kisebb a hasznossága, másrészt:

$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$ → ennek teljesülnie kellene

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{1}{2} = 0.5$$
$$|MRS(B)| = \frac{3y}{x} = \frac{3 \cdot 50}{100} = 1.5$$

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \mathbf{0.5} \qquad < \qquad |MRS(B)| = \mathbf{1.5}$$

- mivel a közömbösségi görbe konvex → ahogy x jószág fogyasztását növeljük, úgy csökken a közömbösségi görbe meredeksége, azaz az MRS
- tehát a **fogyasztót ez a helyzet *x* növelésére**, és ***y* csökkentésére** ösztönzi
- ahogy x nő, úgy csökken az MRS
- ez egészen addig tart, míg a költségvetési egyenes és a közömbösségi görbe meredeksége meg fog egyezni → $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$
- ekkor: $|MRS(A)| = \frac{3y}{x} = \frac{3 \cdot 25}{150} = 0.5$ lesz


y termék mennyisége
U(B) = 84.09
U(A) = 95.84
B(100; 50)
A(150; 25)
x termék mennyisége

Berde 30. o. → 31. feladat

Egy fogyasztó hetente 3000 Ft-ot költ üdítőre (x) es kávéra (y). Egy kis doboz üdítő ára 100 Ft, egy csésze kávé 150 Ft. A fogyasztó két jószagra vonatkozó preferenciáit az $U = xy$ hasznossági függvény fejezi ki.

a) Mennyi lesz a racionális fogyasztó heti üdítő- és kávéfogyasztása?
b) Ha az üdítő ára 25%-kal nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?
c) Ha az áremelkedést követően a fogyasztónak a két jószágra fordított jövedelme másfélszeresére nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?

jövedelem $I = 3000$
üdítő → x
kávé → y
1 kis doboz üdítő ára → $p_x = 100\,Ft$
1 csésze kávé → $p_y = 150\,Ft$
a fogyasztó preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = xy$

---

a) Mennyi lesz a racionális fogyasztó heti üdítő- es kávéfogyasztása?

1. megoldási lehetőség

Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén

$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $U = 1 \cdot x^1 y^1$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra

$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{3000}{100}$ $\mathbf{x^* = 15}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{3000}{150}$ $\mathbf{y^* = 10}$

⇩

$$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(15;10)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

A költségvetési egyenes:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$100x + 150y = 3000$$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{100}{150} = \frac{2}{3}$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = xy$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = y$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x$$

$$|MRS| = \frac{y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$$

$$\frac{2}{3} = \frac{y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $100x + 150y = 3000$
2. $\frac{2}{3} = \frac{y}{x}$

2. $\frac{2}{3} = \frac{y}{x}$

$2x = 3y$

$y = \frac{2}{3}x$

1. $100x + 150y = 3000$

$100x + 150 \cdot \left(\frac{2}{3}x\right) = 3000$

$100x + 100x = 3000$

$200x = 3000$

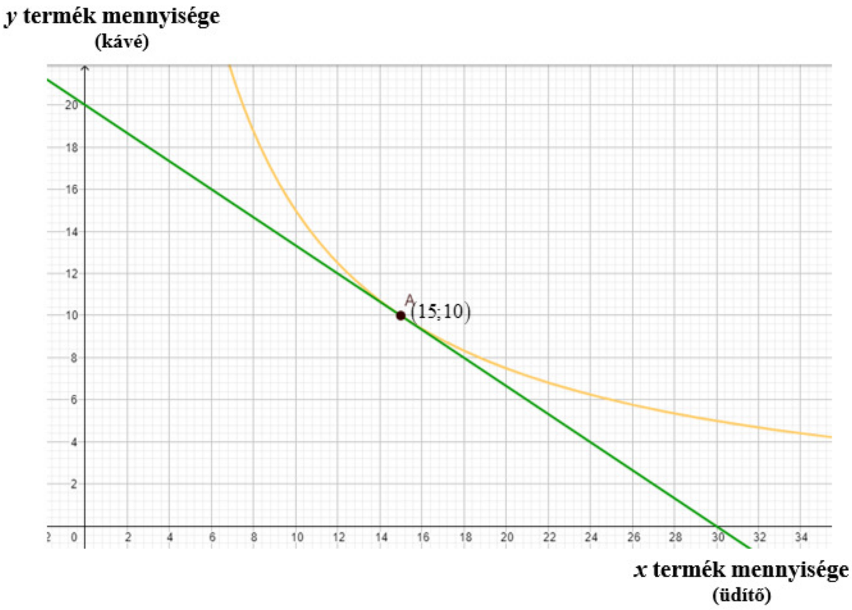
$\mathbf{x^* = 15}$

$y = \frac{2}{3}x$

$y = \frac{2}{3} \cdot 15$

$\mathbf{y^* = 10}$

$\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A(15;10)}$



A racionális fogyasztó heti üdítő fogyasztása 15 doboz üdítő, heti kávé fogyasztása 10 csésze kávé → $\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A(15;10)}$.

b) Ha az üdítő ára 25%-kal nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?

jövedelem $I = 3000$
üdítő → x
kávé → y
1 kis doboz üdítő ára → $p_x^2 = 100 \cdot 1.25 = 125\,Ft$
1 csésze kávé → $p_y = 150\,Ft$
a fogyasztó preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = xy$

1. megoldási lehetőség
Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén
$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $U = 1 \cdot x^1 y^1$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra
$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{3000}{125}$ $\mathbf{x^* = 12}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{3000}{150}$ $\mathbf{y^* = 10}$

⇩

$$\mathbf{B(x^*;y^*) = B(12;10)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

A költségvetési egyenes:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$125x + 150y = 3000$$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{125}{150} = \frac{5}{6}$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = xy$

$$|MRS| = \frac{y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$$

$$\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $125x + 150y = 3000$
2. $\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$

---

2. $\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$

$$5x = 6y$$

$$y = \frac{5}{6}x$$

1. $125x + 150y = 3000$

$$125x + 150 \cdot \left(\frac{5}{6}x\right) = 3000$$

$$125x + 125x = 3000$$

$$250x = 3000$$

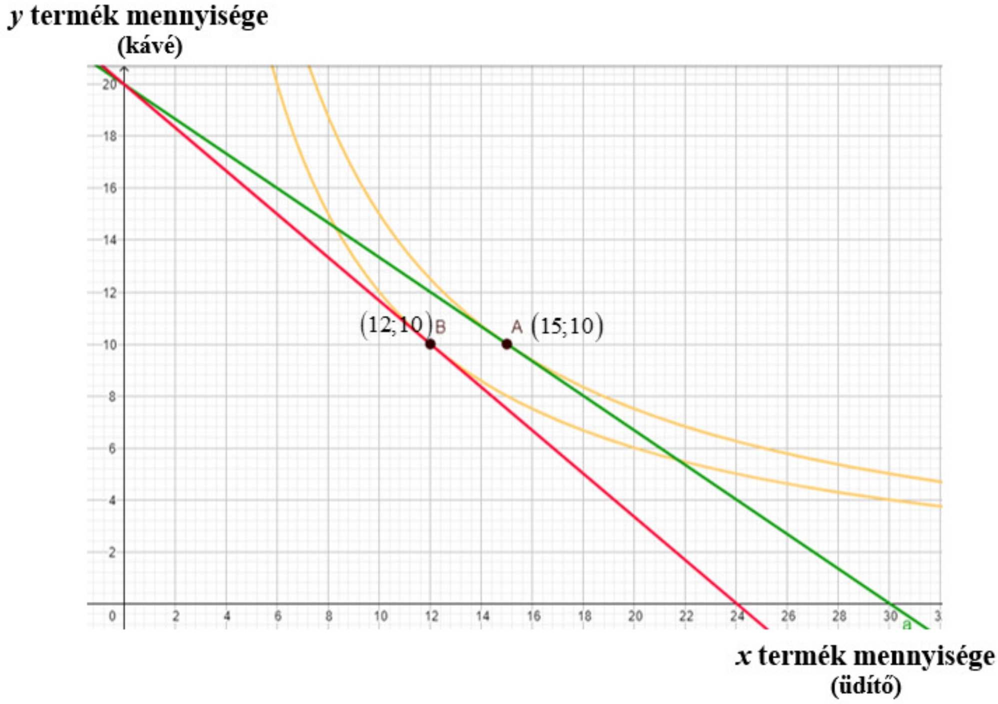
$$\mathbf{x^* = 12}$$

$$y = \frac{5}{6}x$$

$$y = \frac{5}{6} \cdot 12$$

$$\mathbf{y^* = 10}$$

$\mathbf{B(x^*;y^*) = B(12;10)}$



Az üdítő árának növekedését követően a racionális fogyasztó heti üdítő fogyasztása 12 doboz üdítő, heti kávé fogyasztása 10 csésze kávé → $\mathbf{B(x^*;y^*) = B(12;10)}$.

c) Ha az áremelkedést követően a fogyasztónak a két jószágra fordított jövedelme másfélszeresére nő, hogyan változik a heti üdítő- és kávéfogyasztás?

jövedelem $I_2 = 3000 \cdot 1.5 = 4500$
üdítő → x
kávé → y
1 kis doboz üdítő ára → $p_x^2 = 100 \cdot 1.25 = 125\,Ft$
1 csésze kávé → $p_y = 150\,Ft$
a fogyasztó preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = xy$

---

1. megoldási lehetőség
Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén
$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $U = 1 \cdot x^1 y^1$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra

$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{4500}{125}$ $\mathbf{x^* = 18}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{1}{1+1} \cdot \frac{4500}{150}$ $\mathbf{y^* = 15}$

⇩

$$\mathbf{C(x^*;y^*) = C(18;15)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

<u>A költségvetési egyenes:</u>

$p_x x + p_y y = I$

$125x + 150y = 4500$

<u>A költségvetési egyenes meredeksége:</u>

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{125}{150} = \frac{5}{6}$$

<u>A közömbösségi görbe meredeksége:</u>

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = xy$

$$|MRS| = \frac{y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$$

$$\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $125x + 150y = 4500$
2. $\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$

---

2. $\frac{5}{6} = \frac{y}{x}$

$$5x = 6y$$

$$y = \frac{5}{6}x$$

1. $125x + 150y = 4500$

$$125x + 150 \cdot \left(\frac{5}{6}x\right) = 4500$$

$$125x + 125x = 4500$$

$$250x = 4500$$

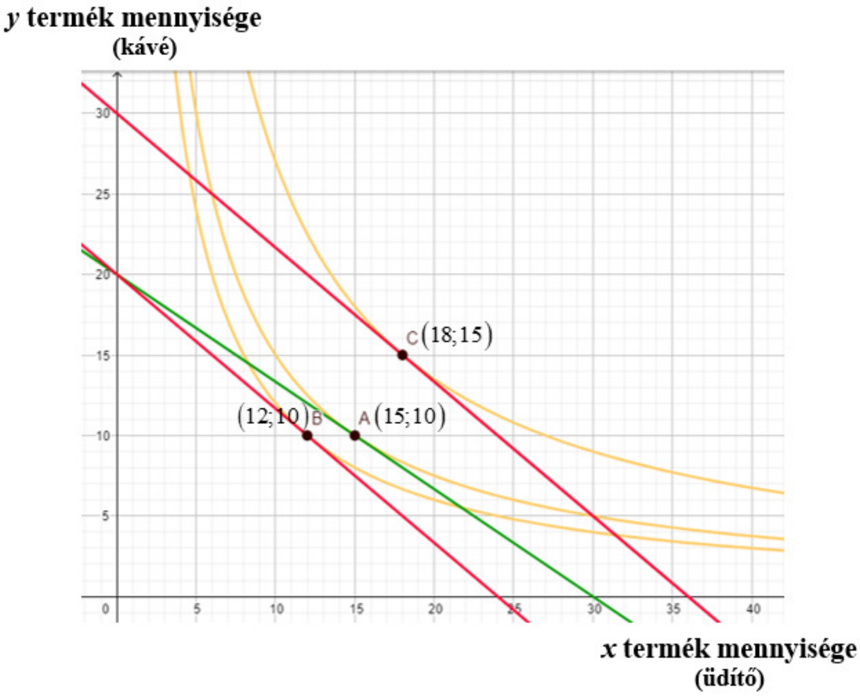
$$\mathbf{x^* = 18}$$

$$y = \frac{5}{6}x$$

$$y = \frac{5}{6} \cdot 18$$

$$\mathbf{y^* = 15}$$

$$\mathbf{C(x^*;y^*) = C(18;15)}$$



Az üdítő árának növekedését, és a fogyasztó jövedelmének növekedését követően a racionális fogyasztó heti üdítő fogyasztása 18 doboz üdítő, heti kávé fogyasztása 15 csésze kávé → $\mathbf{C\left(x^*;y^*\right)=C\left(18;15\right)}$.

Berde 30. o. → 32. a,b feladat

Kis Pista hetente 36 000 Ft-ot költ szórakozásra. A 36 000 Ft-ból színházba megy, és kedvenc bárjában koktélt iszik. Egy koktél (a koktél fogyasztott mennyisége *y*) ára 600 Ft, egy színházjegy (a színházjegy vásárolt mennyisége *x*) 2400 Ft-ba kerül. Preferenciáit az $U = x^2 y$ hasznossági függvény írja le. (Ez a feladat a „Költségvetési egyenes" szakaszban található, hasonlóan kezdődő feladatunk folytatása.)

a) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik?

b) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik, ha az eddig 0 adókulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?

jövedelem $I = 36000$
színházjegy → x
koktél → y
a színházjegy ára → $p_x = 2400$
a koktél ára → $p_y = 600$
a fogyasztó preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = x^2 y$

a) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik?

1. megoldási lehetőség

Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén

$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $U = 1 \cdot x^2 y^1$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra

$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$
$x^* = \frac{2}{2+1} \cdot \frac{36000}{2400}$	$y^* = \frac{1}{2+1} \cdot \frac{36000}{600}$
$\mathbf{x^* = 10}$	$\mathbf{y^* = 20}$

⇓

$$\mathbf{A(x^*;y^*) = A(10;20)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

---

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

A költségvetési egyenes:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$2400x + 600y = 36\,000$$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{2400}{600} = 4$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x^2 y$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 2xy$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x^2$$

$$|MRS| = \frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$$

$$4 = \frac{2y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $2400x + 600y = 36\,000$
2. $4 = \frac{2y}{x}$

---

2. $4 = \frac{2y}{x}$

$4x = 2y$

$y = 2x$

1. $2400x + 600y = 36\,000$

$2400x + 600 \cdot (2x) = 36\,000$

$2400x + 1200x = 36\,000$

$3600x = 36\,000$

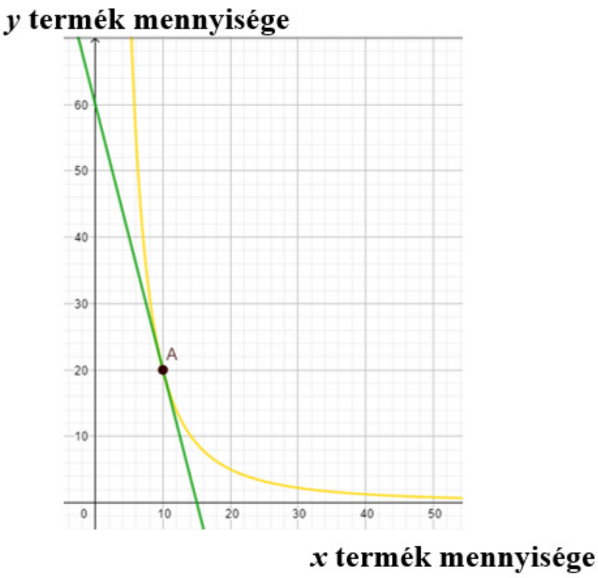
$\mathbf{x^* = 10}$

$y = 2x$

$y = 2 \cdot 20$

$\mathbf{y^* = 20}$

$\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A\left(10;20\right)}$



Kis Pista hetente tízszer megy színházba és hetente 20 koktélt iszik → $\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A\left(10;20\right)}$.

b) Hányszor megy színházba, és mennyi koktélt iszik, ha az eddig 0 adókulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?

jövedelem $I = 36000$
színházjegy → x
koktél → y
a színházjegy ára → $p_x \cdot (1+T) = 2400 \cdot 1.25 = 3000$
a koktél ára → $p_y = 600$
a fogyasztó preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = x^2 y$

A költségvetési egyenes:
$p_x x + p_y y = I$
$3000x + 600y = 36000$

1. megoldási lehetőség
Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén
$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $U = 1 \cdot x^2 y^1$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra
$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$
$x^* = \frac{2}{2+1} \cdot \frac{36000}{3000}$	$y^* = \frac{1}{2+1} \cdot \frac{36000}{600}$
$\mathbf{x^* = 8}$	$\mathbf{y^* = 20}$

⇩

$\mathbf{B(x^*;y^*) = B(8;20)}$

2. megoldási lehetőség

1. $p_x x + p_y y = I$

2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

<u>A költségvetési egyenes:</u>

$p_x x + p_y y = I$

$3000x + 600y = 36\,000$

<u>A költségvetési egyenes meredeksége:</u>

$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{3000}{600} = 5$

<u>A közömbösségi görbe meredeksége:</u>

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x^2 y$

  $|MRS| = \frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x}$

<u>Az optimum feltétel:</u>

$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

$5 = \frac{2y}{x}$

<u>Az egyenletrendszer:</u>

1. $3000x + 600y = 36\,000$

2. $5 = \frac{2y}{x}$

---

2. $5 = \frac{2y}{x}$

   $5x = 2y$

   $y = 2.5x$

1. $3000x + 600y = 36\,000$

   $3000x + 600 \cdot (2.5x) = 36\,000$

   $3000x + 1500x = 36\,000$

   $4500x = 36\,000$

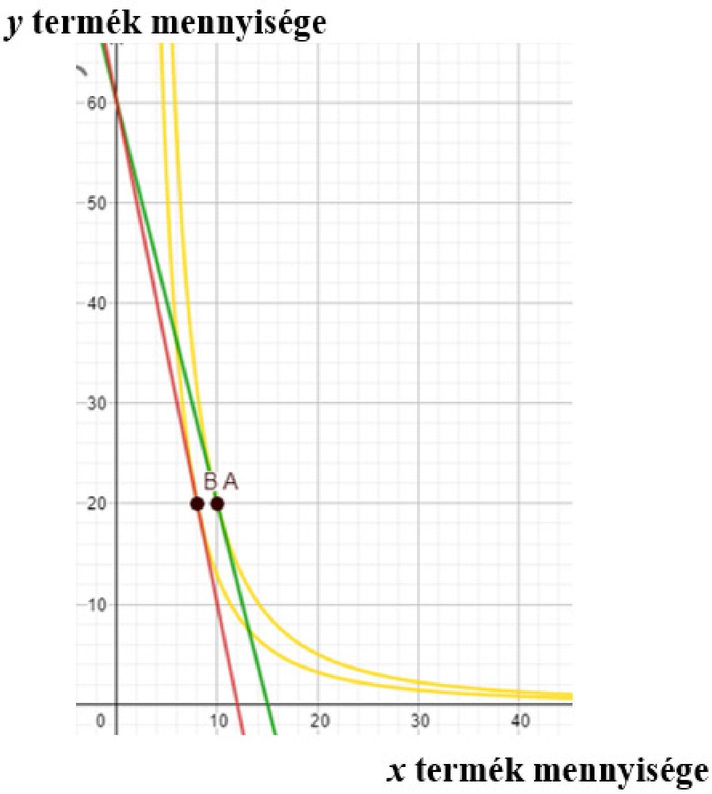
   $\mathbf{x^* = 8}$

   $y = 2.5x$

   $y = 2.5 \cdot 8$

   $\mathbf{y^* = 20}$

$B\left(x^*;y^*\right)=B(8;20)$



Kis Pista a színházjegyre bevezetett adót követően hetente nyolcszor megy színházba és hetente 20 koktélt iszik → $B\left(x^*;y^*\right)=B(8;20)$.

Berde 30. o. → 33. feladat

Egy fiatal pár, Romantik Rózsa és Róbert szeretik a gyertyafényes vacsorákat, s havonta 6000 Ft-ot költenek borra (x) és díszgyertyára (y). Ha az összes pénzt borra költenék, akkor 12 üveg bort vehetnének. Egy díszgyertya 250 Ft-ba kerül. Preferenciáik a borra és díszgyertyára vonatkozóan Cobb-Douglas-féle hasznossági függvénnyel írhatok le.

a) Rózsának a borra és díszgyertyára vonatkozó preferenciáit az $U = xy^2$, miközben Róbert preferenciáit az $U = x^2 y$ hasznossági függvény fejezi ki. Egyik hónapban Rózsa vásárol, a másikban Róbert. Hány üveg bort és mennyi díszgyertyát vesznek abban a hónapban, amikor
- Rózsa vásárol;
- Róbert vásárol?

b) Mennyi lesz Rózsa és Róbert helyettesítési határrátája az optimális választás pontjában? Adjunk magyarázatot a kapott eredményre!

havi jövedelem $I = 6000\,Ft$
bor → x
díszgyertya → y
$\frac{I}{p_x} = 12$ → ha az összes pénzt borra költenék, akkor 12 üveg bort vehetnének
1 db díszgyertya ára → $p_y = 250\,Ft$
Rózsa preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = xy^2$
Róbert preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = x^2 y$

a) Hány üveg bort és mennyi díszgyertyát vesznek abban a hónapban, amikor Rózsa vásárol, és amikor Róbert vásárol?

Ha Rózsa vásárol → $\mathbf{U = xy^2}$

$$\frac{I}{p_x} = 12$$
$$\frac{6000}{p_x} = 12$$
$$p_x = 500$$

1. megoldási lehetőség

Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén
$U(x, y) = A \cdot x^a y^b$ → $\mathbf{U = 1 \cdot x^1 y^2}$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra
$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{1+2} \cdot \frac{6000}{500}$ $x^* = \frac{1}{3} \cdot 12$ $\mathbf{x^* = 4}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{2}{1+2} \cdot \frac{6000}{250}$ $y^* = \frac{2}{3} \cdot 24$ $\mathbf{y^* = 16}$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A(4;16)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

A költségvetési egyenes:

$$p_x x + p_y y = I$$
$$500x + 250y = 6000$$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{500}{250} = 2$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = xy^2$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = y^2$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x2y$$

$$|MRS| = \frac{y^2}{2xy} = \frac{y}{2x}$$

VAGY

$$\boxed{\left|\mathbf{MRS}\right| = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \cdot \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}}}$$

$$\left|MRS\right| = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{y}{2x}$$

<u>Az optimum feltétel:</u>

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \left|MRS\right|$$

$$2 = \frac{y}{2x}$$

<u>Az egyenletrendszer:</u>

1. $500x + 250y = 6000$
2. $2 = \dfrac{y}{2x}$

---

2. $2 = \dfrac{y}{2x}$

   $4x = y$

1. $500x + 250y = 6000$

   $500x + 250 \cdot (4x) = 6000$

   $500x + 1000x = 6000$

   $1500x = 6000$

   $\mathbf{x^* = 4}$

   $y = 4x$

   $y = 4 \cdot 4$

   $\mathbf{y^* = 16}$

$$\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A\left(4;16\right)}$$

Ha Rózsa vásárol, akkor 4 üveg bort és 16 db díszgyertyát vesz → $\mathbf{A\left(x^*;y^*\right) = A\left(4;16\right)}$.

Ha Róbert vásárol → $U = x^2y$

1. megoldási lehetőség
Cobb-Douglas típusú hasznossági függvény esetén
$U(x,y) = A \cdot x^a y^b$ → $\mathbf{U = 1 \cdot x^2 y^1}$

$$\boxed{x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}} \qquad \boxed{y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}}$$

$\frac{a}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{a}{a+b}$ részét költi az x jószágra
$\frac{b}{a+b}$ → a fogyasztó jövedelmének $\frac{b}{a+b}$ részét költi az y jószágra

$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$
$x^* = \frac{2}{2+1} \cdot \frac{6000}{500}$	$y^* = \frac{1}{2+1} \cdot \frac{6000}{250}$
$x^* = \frac{2}{3} \cdot 12$	$y^* = \frac{1}{3} \cdot 24$
$\mathbf{x^* = 8}$	$\mathbf{y^* = 8}$

⇩

$$\mathbf{B(x^*;y^*) = B(8;8)}$$

2. megoldási lehetőség

1. költségvetési egyenes egyenlete
2. a költségvetési egyenes meredeksége = a közömbösségi görbe meredeksége

1. $p_x x + p_y y = I$
2. $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$

<u>A költségvetési egyenes:</u>
$p_x x + p_y y = I$
$500x + 250y = 6000$

A költségvetési egyenes meredeksége:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{500}{250} = 2$$

A közömbösségi görbe meredeksége:

- a fogyasztók hasznossági függvénye → $U = x^2 y$

$$|MRS| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 2xy$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x^2$$

$$|MRS| = \frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x}$$

VAGY

$$\boxed{\mathbf{|MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x}}}$$

$$|MRS| = 1 \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{y}{x} = \frac{2y}{x}$$

Az optimum feltétel:

$$\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = |MRS|$$

$$2 = \frac{2y}{x}$$

Az egyenletrendszer:

1. $500x + 250y = 6000$
2. $2 = \frac{2y}{x}$

---

2. $2 = \frac{2y}{x}$

$$2x = 2y$$

$$y = x$$

1. $500x + 250y = 6000$

$$500x + 250x = 6000$$

$$750x = 6000$$

$$\mathbf{x^* = 8}$$

$y = x$
$\mathbf{y^* = 8}$

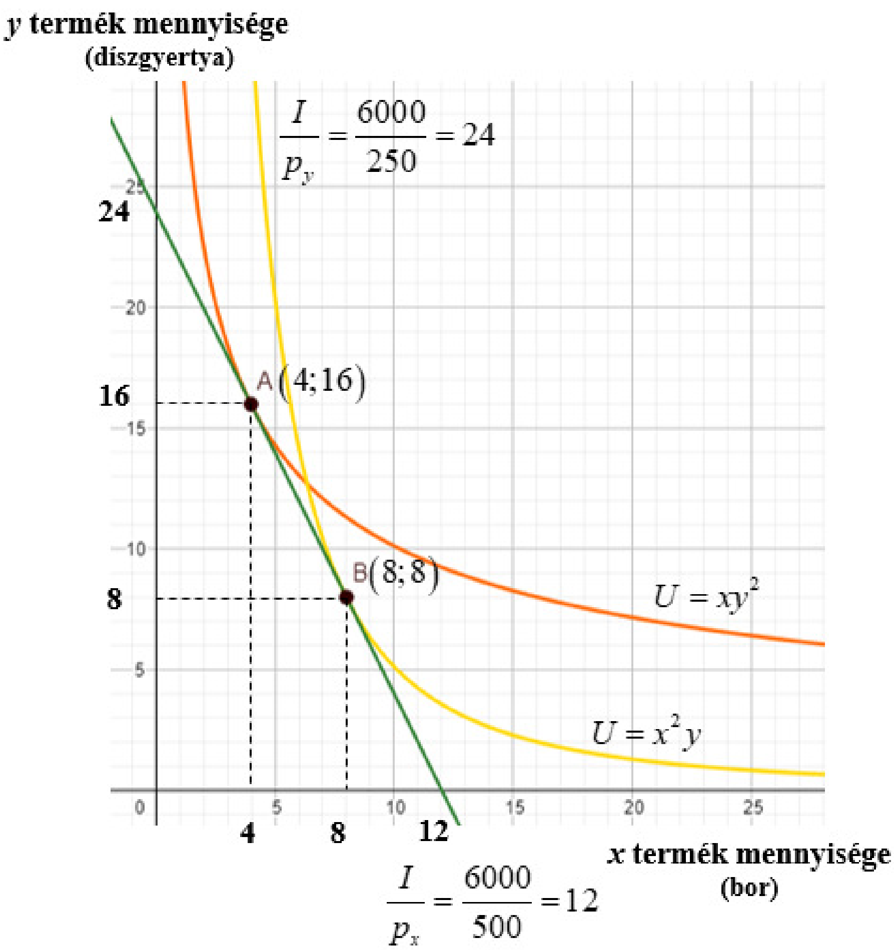
$\mathbf{B\left(x^*;y^*\right) = B\left(8;8\right)}$

Ha Róbert vásárol, akkor 8 üveg bort és 8 db díszgyertyát vesz → $\mathbf{B\left(x^*;y^*\right) = B\left(8;8\right)}$.

b) Mennyi lesz Rózsa és Róbert helyettesítési határrátája az optimális választás pontjában? Adjunk magyarázatot a kapott eredményre!

Rózsa	Róbert
$U = xy^2$ $\lvert MRS\rvert = \frac{y^2}{2xy} = \frac{y}{2x}$ $A\left(x^*;y^*\right) = A\left(4;16\right)$ $\lvert MRS(A)\rvert = \frac{y}{2x} = \frac{16}{2\cdot 4} = \frac{16}{8} = \mathbf{2}$	$U = x^2y$ $\lvert MRS\rvert = \frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x}$ $B\left(x^*;y^*\right) = B\left(8;8\right)$ $\lvert MRS(B)\rvert = \frac{2y}{x} = \frac{2\cdot 8}{8} = \frac{16}{8} = \mathbf{2}$

- 1 üveg borért mindketten 2 db díszgyertyát hajlandók feláldozni → pontosan annyit, mint amennyi a piaci árarány (mint amennyit a piacon kell) → $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \frac{500}{250} = 2$
- ez nem meglepő, hiszen pontosan ez az optimális kosár egyik feltétele → $\left|\frac{p_x}{p_y}\right| = \lvert MRS\rvert$
- vagyis, a fogyasztó pont annyi y jószágot hajlandó feláldozni 1 x jószágért, amennyit a piacon fel kell áldozni → azaz, ami egyenlő a piaci ároránnyal



- mindkét optimális kosár a költségvetési egyenes harmadoló pontjában van:
- Rózsáé → $U = xy^2$ → az y tengelymetszethez közelebb
- Róberté → $U = x^2y$ → az x tengelymetszethez közelebb

Rózsa → $U = xy^2$		**Róbert** → $U = x^2y$	
$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{1}{3} \cdot 12$ $\mathbf{x^* = 4}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{2}{3} \cdot 24$ $\mathbf{y^* = 16}$	$x^* = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{I}{p_x}$ $x^* = \frac{2}{3} \cdot 12$ $\mathbf{x^* = 8}$	$y^* = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{I}{p_y}$ $y^* = \frac{1}{3} \cdot 24$ $\mathbf{y^* = 8}$
Rózsa a jövedelmének $\frac{1}{3}$-át költi az x jószágra, és $\frac{2}{3}$-át az y jószágra		Róbert a jövedelmének $\frac{2}{3}$-át költi *az x* jószágra, és $\frac{1}{3}$-át az y jószágra	

Rózsa preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = xy^2$
Róbert preferenciáit leíró hasznossági függvény → $U = x^2y$