

# Adatszerkezetek és algoritmusok

Algoritmusok elemzése

Dr. Fazekas Attila

A tananyag elkészítését az EFOP-3.4.3-16-2016-00021 számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**



# Függvények növekedésének vizsgálata

- Előző előadásban megvizsgáltuk két kereső algoritmus esetén, hogy azok futási ideje hogyan változik a feldolgozandó adatok számának változása során.
- Minket igazán a **futási idő** növekedési sebessége, vagyis rendje érdekel, ezért az ezt leíró függvény fő tagját kell csak figyelembe venni.
- Szintén nem fontos a fő tag állandó együtthatója, hiszen, ha kellően nagy a feldolgozandó adatok száma, akkor nem eredményez nagy eltérést.



# Függvények növekedésének vizsgálata

- Mi történik akkor, ha a **bemenet mérete** elég **nagy**?
- Ekkor a futási idő multiplikatív állandóinak és alacsonyabb rendű tagjainak a hatása eltörpül a futási idő nagyságrendjéhez képest.
- Ezért foglalkozunk azzal az esettel, amikor a bemenet mérete minden határon túl nő, azaz az **algorithmus aszimptotikus hatékonyságával**.
- Általában az aszimptotikusan hatékonyabb algoritmus lesz a jobb a végrehajtási sebesség vonatkozásában.
- Kis bemenet esetén néha nem a hatékony algoritmus a hatékony.



# Jelölések

- Egy **algoritmus aszimptotikus futási idejét** olyan függvénynek tekintjük, amelynek értelmezési tartománya a természetes számok halmaza, azaz a bemenet lehetséges mérete.
- Egy adott  $g(n)$  függvény esetén  $\Theta(g(n))$  -nel jelöljük azon függvények halmazát, amelyek esetén létezik  $c_1, c_2$  és  $n_0$  pozitív állandó, úgy, hogy minden  $n \geq n_0$  esetén teljesül a következő egyenlőtlenség

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n).$$



# Kis gyakorlás kis pontatlansággal

- Igazoljuk, hogy  $n^2/2 - 3n = \Theta(n^2)$ !
- Keressük meg a megfelelő  $c_1, c_2$  és  $n_0$  konstansokat!

$$c_1 n^2 \leq \frac{1}{2} n^2 - 3n \leq c_2 n^2$$

- Mivel  $n$  nem lehet nulla, így osszuk végig az egyenlőtlenséget  $n^2$ -tel.





# Kis gyakorlás kis pontatlansággal

$$c_1 \leq \frac{1}{2} - \frac{3}{n} \leq c_2$$

- A jobb oldali egyenlőség igaz  $n \geq 1$  és  $c_2 \geq 1/2$  esetén.
- A bal oldali egyenlőtlenség igaz  $n \geq 7$  és  $c_1 \leq 1/14$  esetén.
- Ezek alapján  $n_0=7$ ,  $c_1=1/14$ ,  $c_2=1/2$  megfelelő választás.
- Ezzel készen vagyunk a bizonyítással.



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# O-jelölés

- A  $\Theta$ -jelölés aszimptotikus alsó és felső korlátot ad a függvényre.
- Amikor csak az aszimptotikus felső korlát jön szóba, akkor használjuk az O-jelölést.
- Egy adott  $g(n)$  függvény esetén  $O(g(n))$ -nel jelöljük azon függvények halmazát, amelyek esetén létezik  $c$  és  $n_0$  pozitív állandó, úgy, hogy minden  $n \geq n_0$  esetén teljesül a következő egyenlőtlenség  $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ .
- Könnyű látni, hogy  $f(n) = \Theta(g(n))$  maga után vonja  $f(n) = O(g(n))$  teljesülését.
- $\Theta(g(n))$  részhalmaza az  $O(g(n))$ -nek.



# $\Omega$ -jelölés

- Ahogy az  $O$ -jelölés aszimptotikus felső korlátot, úgy az  $\Omega$ -jelölés aszimptotikus alsó korlátot ad a függvényre.
- Egy adott  $g(n)$  függvény esetén  $\Omega(g(n))$ -nel jelöljük azon függvények halmazát, amelyek esetén létezik  $c$  és  $n_0$  pozitív állandó, úgy, hogy minden  $n \geq n_0$  esetén teljesül a következő egyenlőtlenség  $0 \leq cg(n) \leq f(n)$ .
- Bármely két  $f(n)$  és  $g(n)$  függvény esetén  $f(n) = \Theta(g(n))$  akkor és csak akkor, ha  $f(n) = O(g(n))$  és  $f(n) = \Omega(g(n))$ .





# $o$ - és $\omega$ -jelölés

- Ellenben az  $O$ -jelöléssel az  $o$ -jelölés aszimptotikusan nem éles felső korlátot jelöl.
- Ellenben az  $\Omega$ -jelöléssel az  $\omega$ -jelölés aszimptotikusan nem éles felső korlátot jelöl.



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Függvények összehasonlítása

- Transzitivitás

ha  $f(n)=\Theta(g(n))$  és  $g(n)=\Theta(h(n))$ , akkor  $f(n)=\Theta(h(n))$ .

- Reflexivitás

$$f(n)=\Theta(f(n))$$

- Szimmetria

$f(n)=\Theta(g(n))$  akkor és csakis akkor, ha  $g(n)=\Theta(f(n))$



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés közvetlen kiválasztással

- Első menetben az adatok közül az elsőt összehasonlítjuk az összes többi adattal és ha kisebbet találunk nála, akkor felcseréljük.
- Az első menet végére az első adat a legkisebb lesz.
- Ezek után megismételjük a fenti lépéseket a második adattal, így a második menet végére a második adat lesz a második legkisebb.
- Ezt ismételjük, amíg eljutunk az utolsó adathoz.

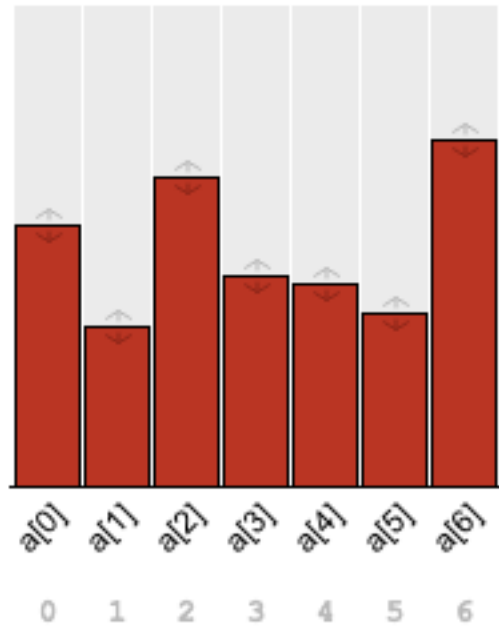


# Rendezés közvetlen kiválasztással

```
def kivalasztasos_rendezes(tomb,n):  
    for i in range(n-1):  
        for j in range(i+1,n):  
            if tomb[i]>tomb[j]:  
                tmp=tomb[j]  
                tomb[j]=tomb[i]  
                tomb[i]=tmp
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



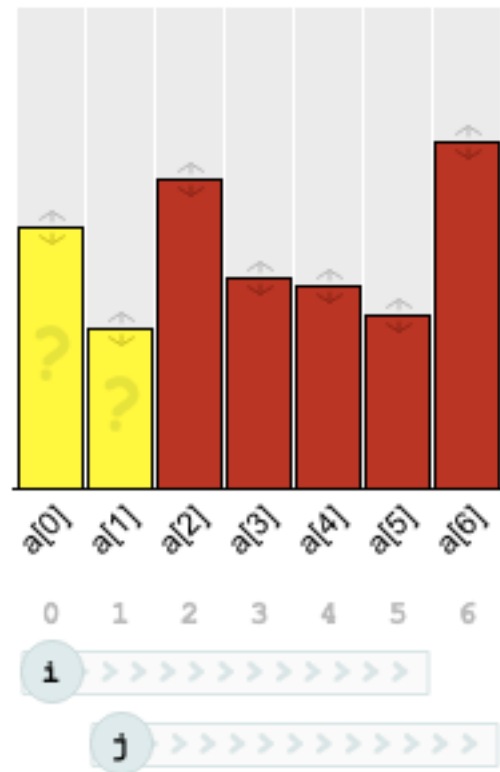
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással

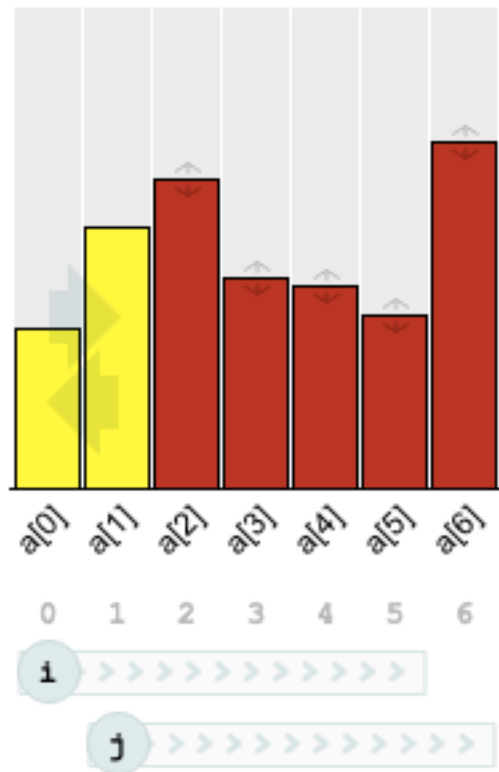


```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```





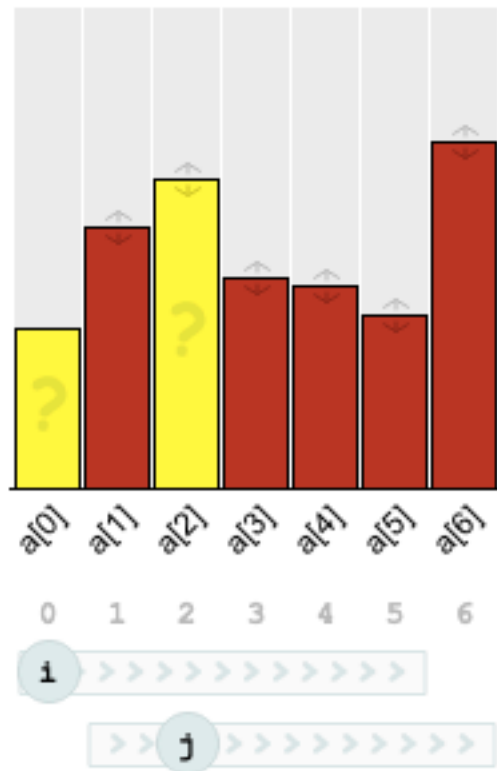
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



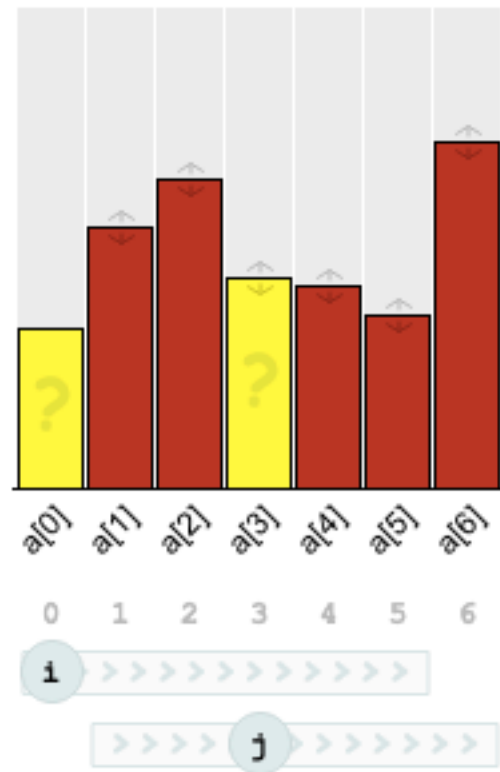
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

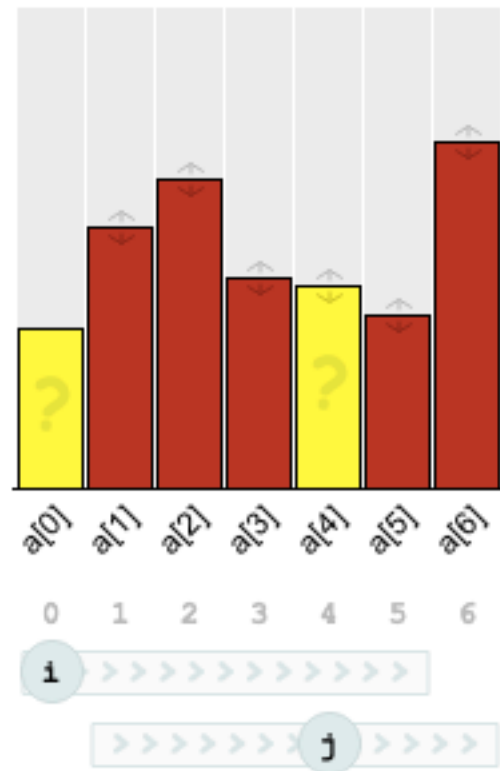
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF  $a[i] > a[j]$  THEN  
      swap  $a[i]$   $a[j]$ 
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



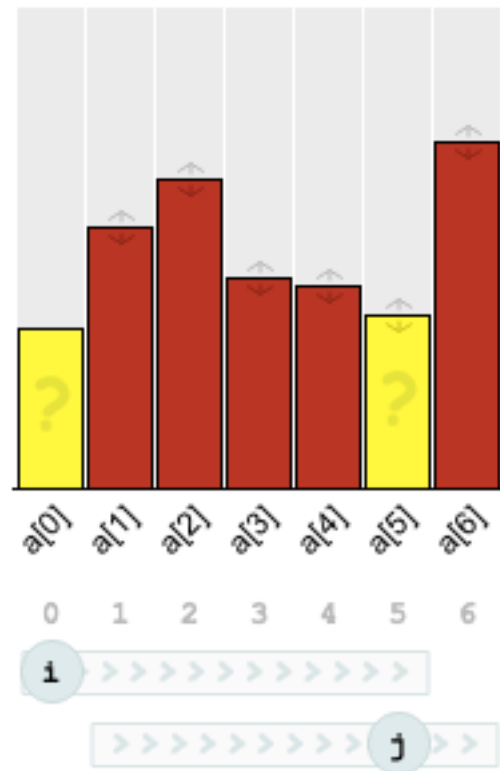
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással

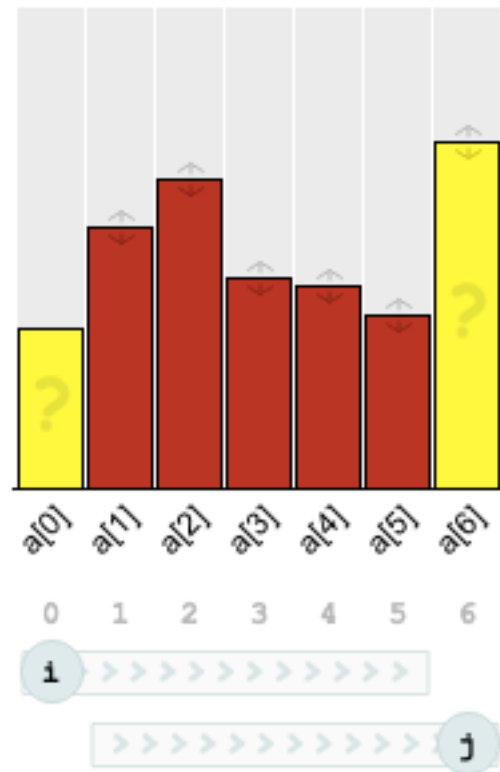


```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés közvetlen kiválasztással

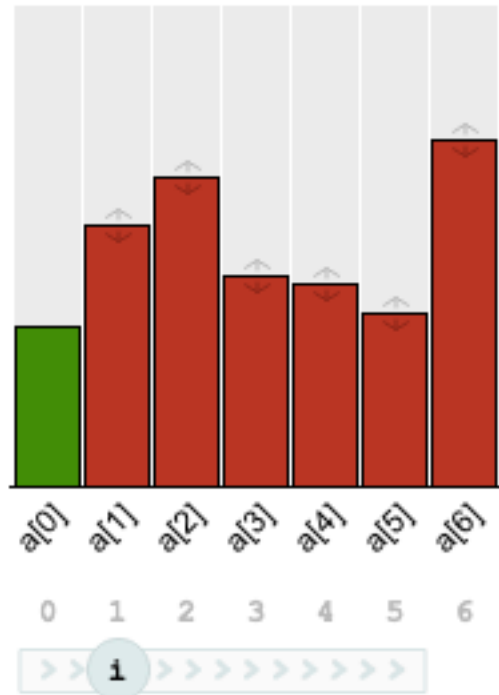


```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```





# Rendezés közvetlen kiválasztással



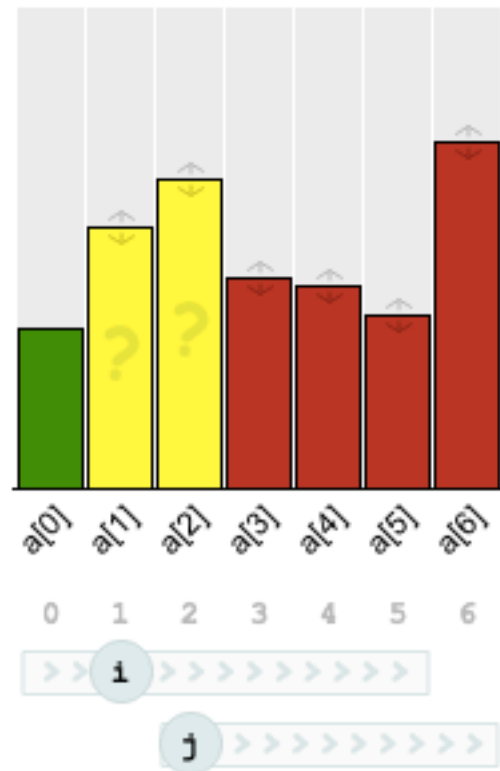
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással

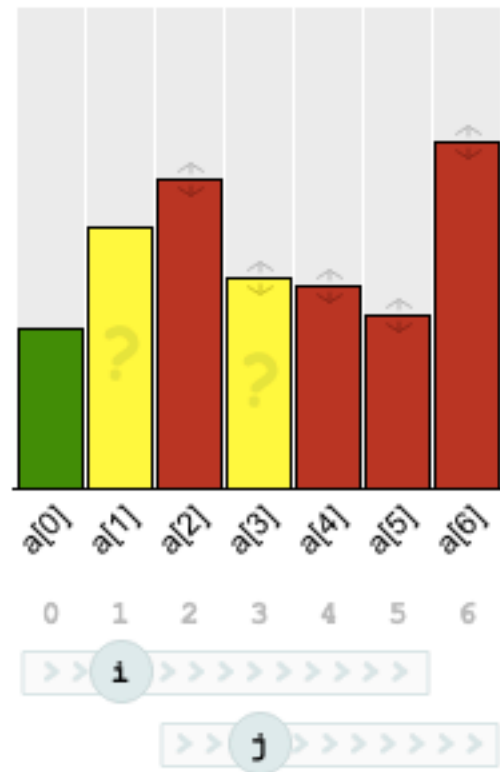


```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés közvetlen kiválasztással



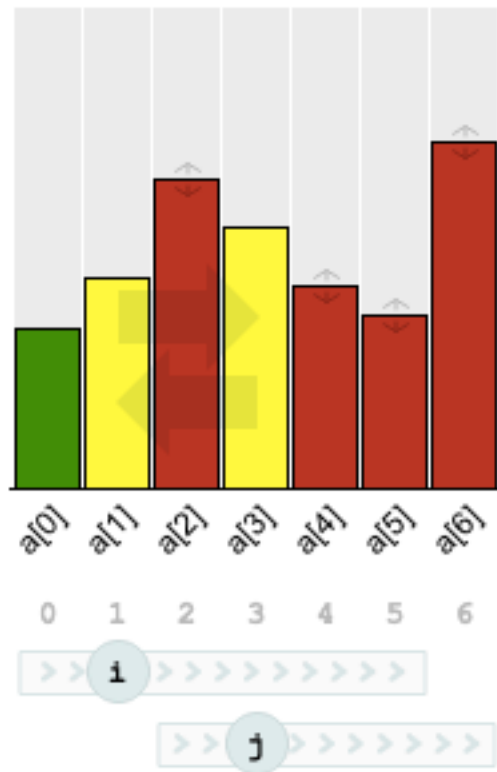
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



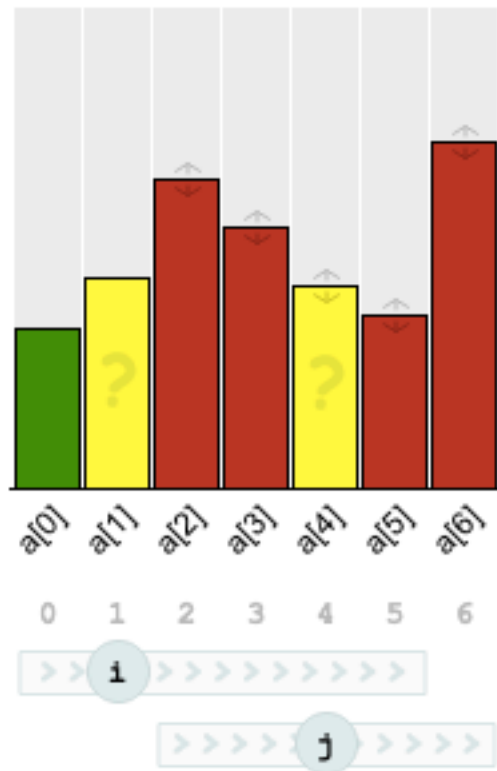
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

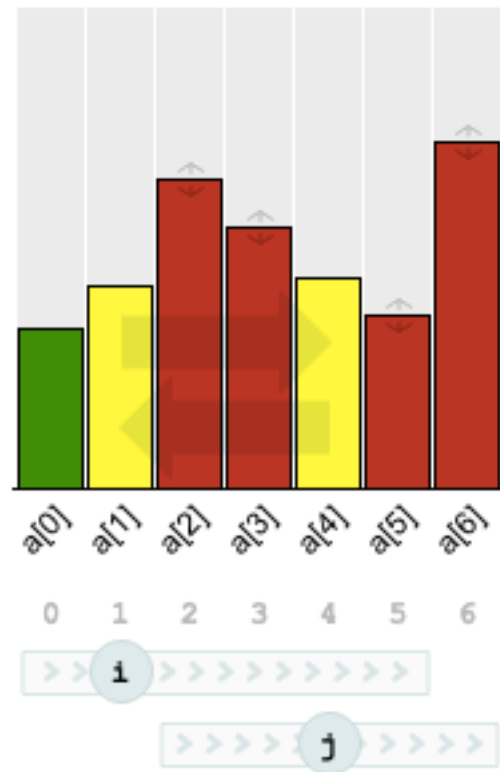
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```

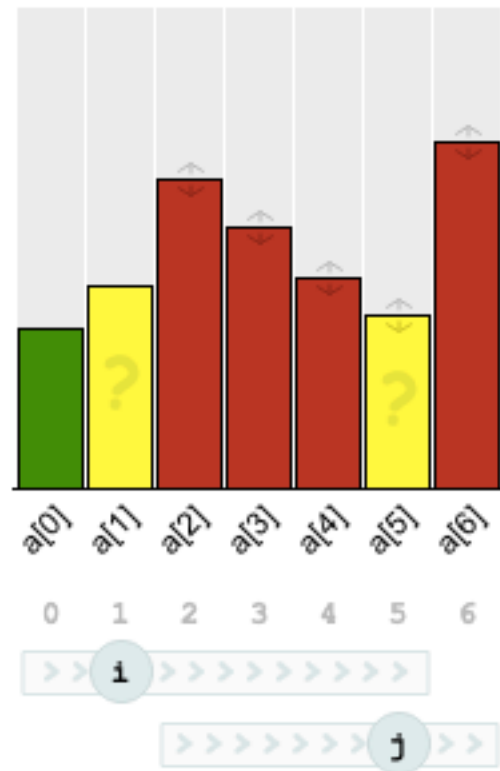


**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>



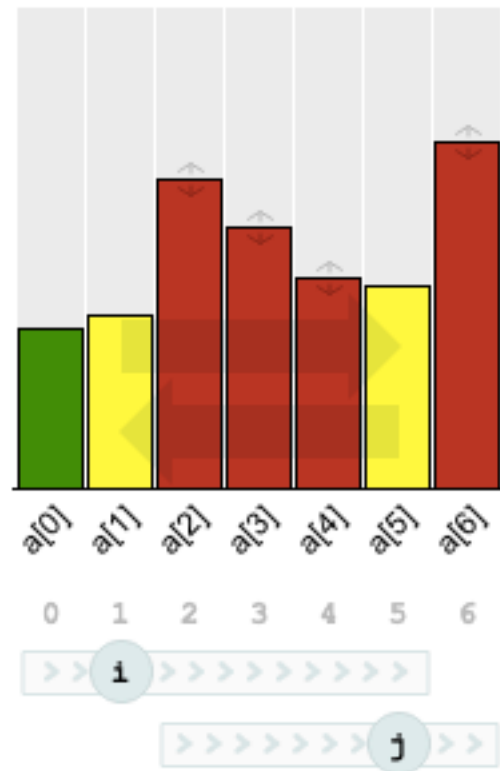
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással

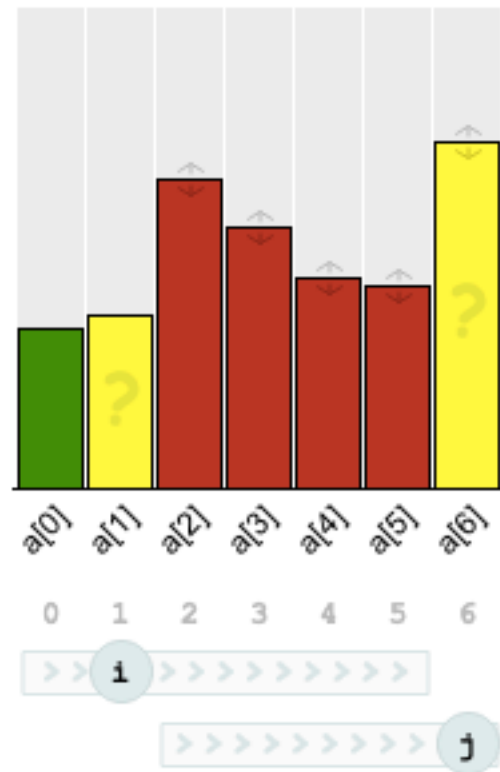


```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

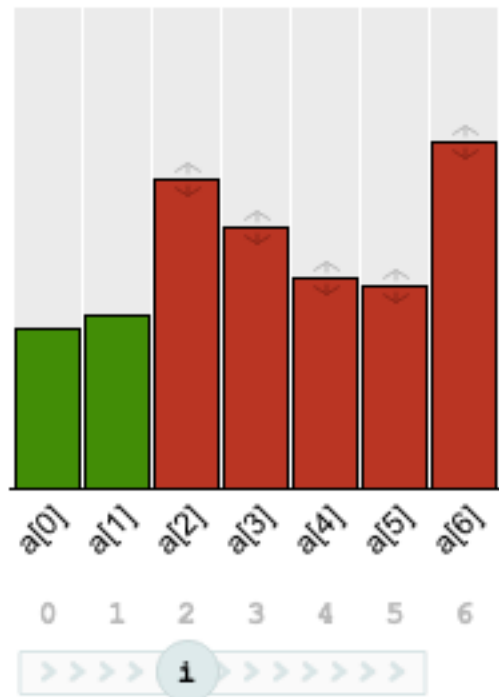
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



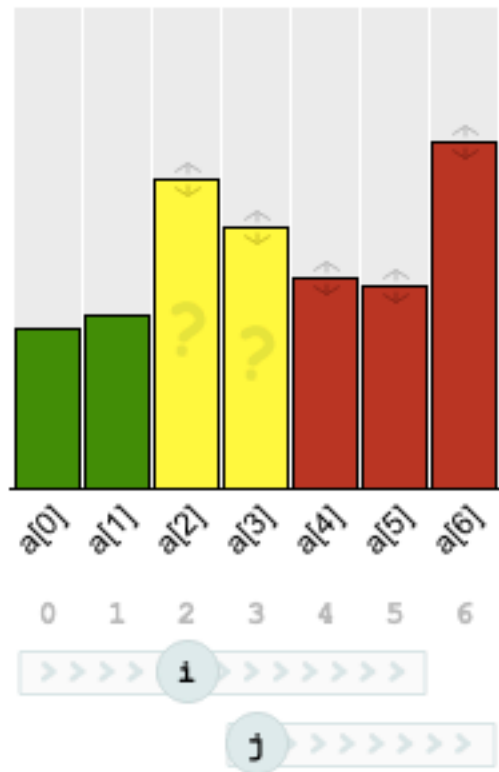
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással

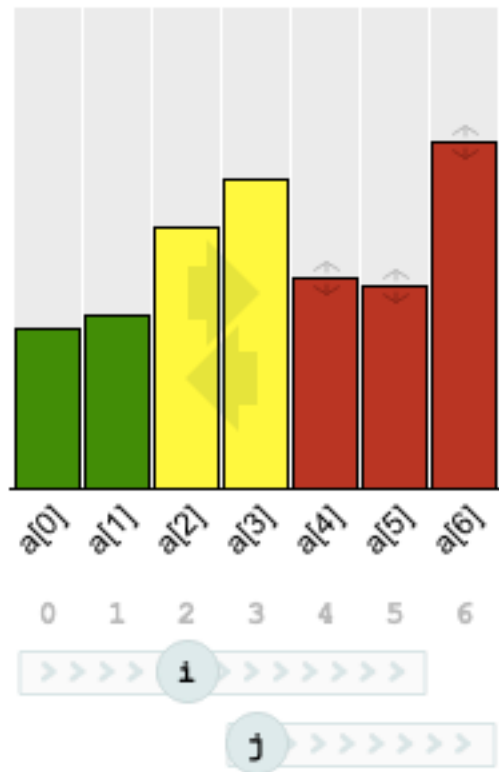


```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```

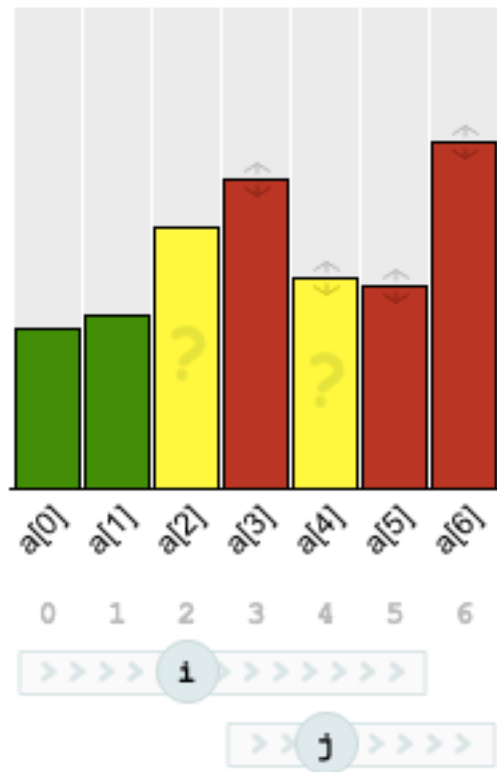


**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>



# Rendezés közvetlen kiválasztással



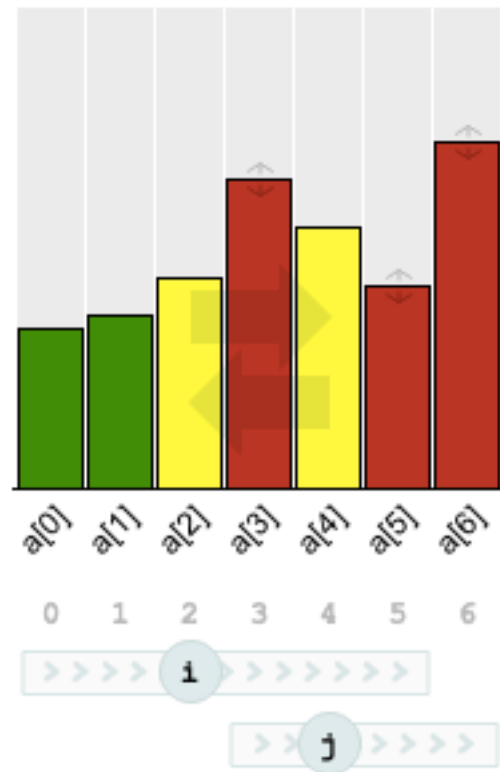
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



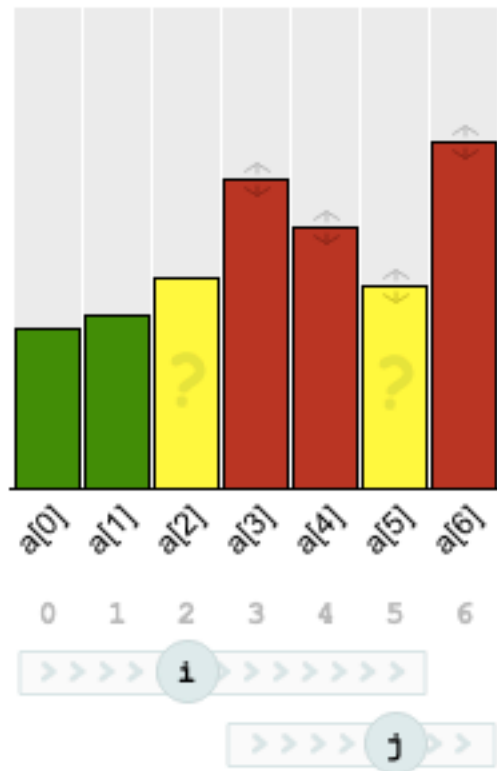
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



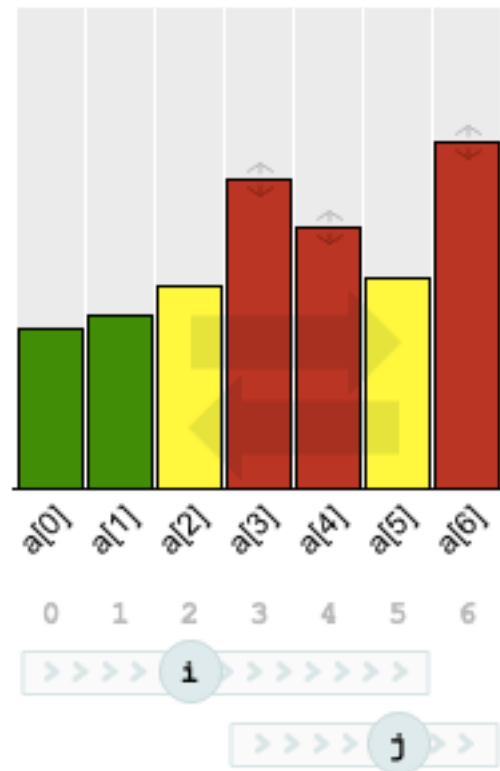
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással

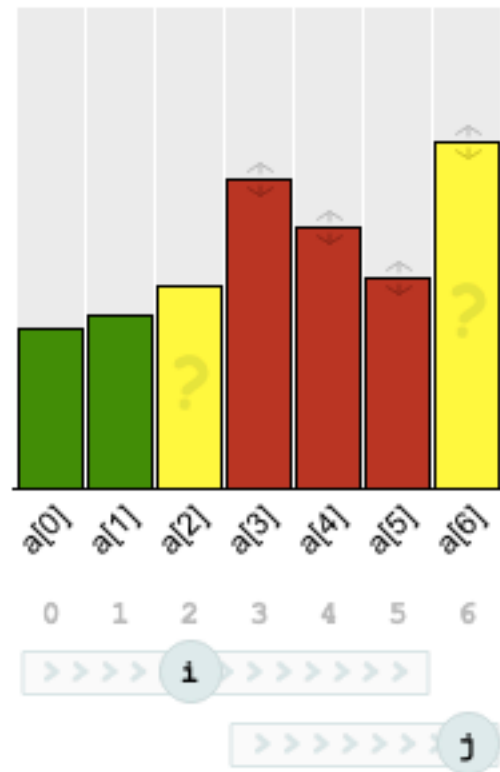


```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

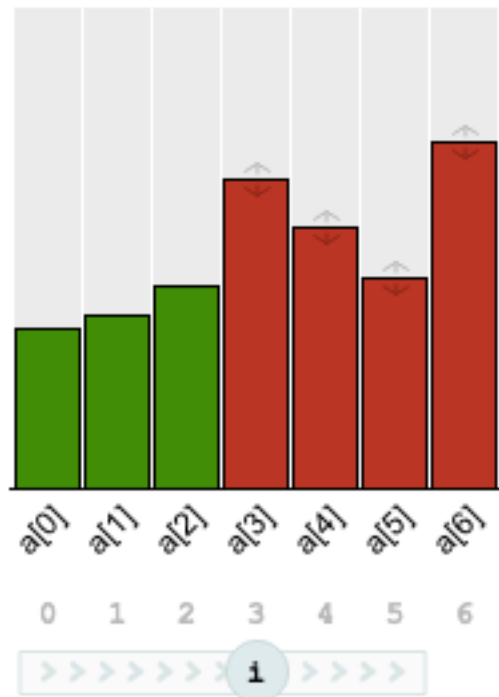
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



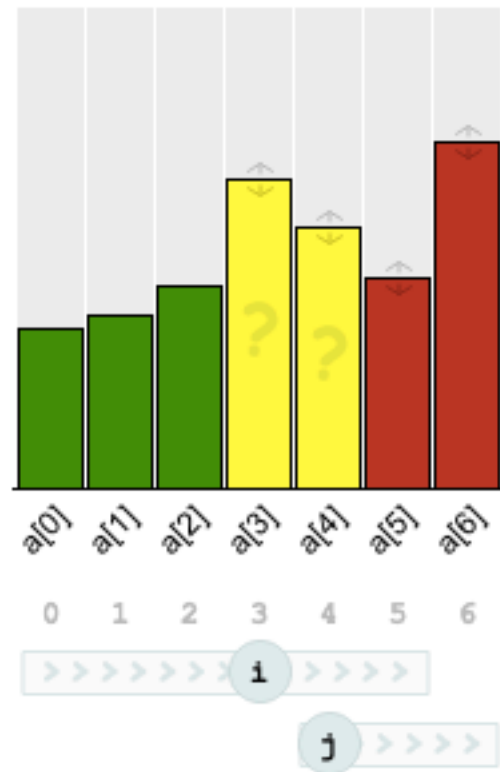
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



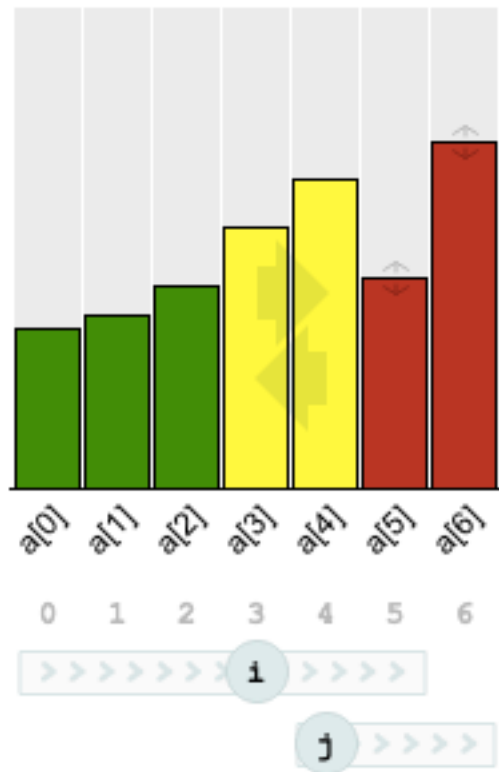
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```

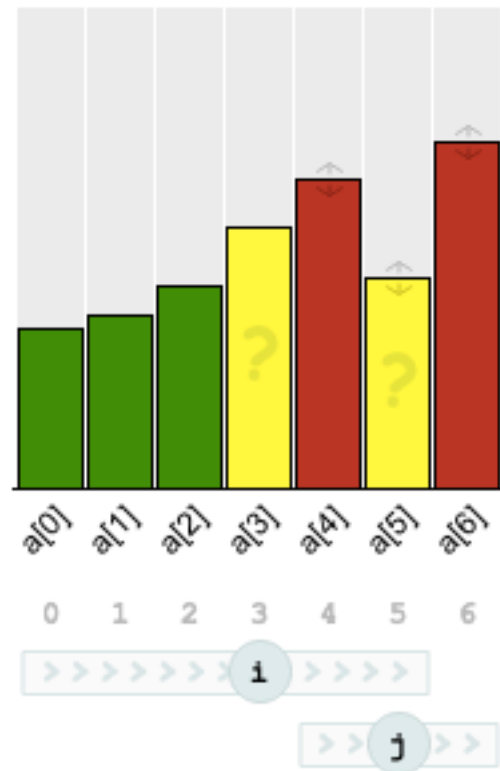


**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>



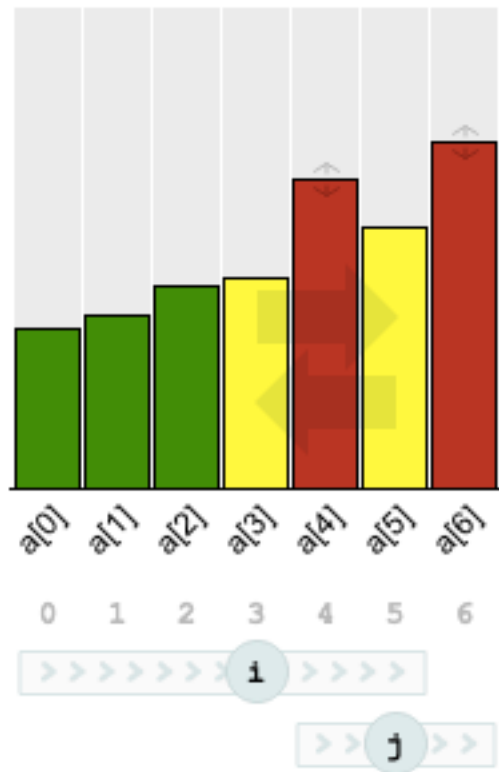
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



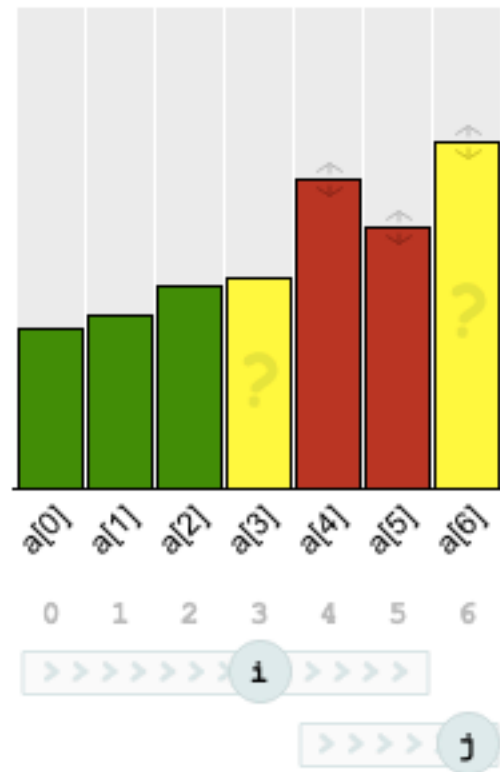
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

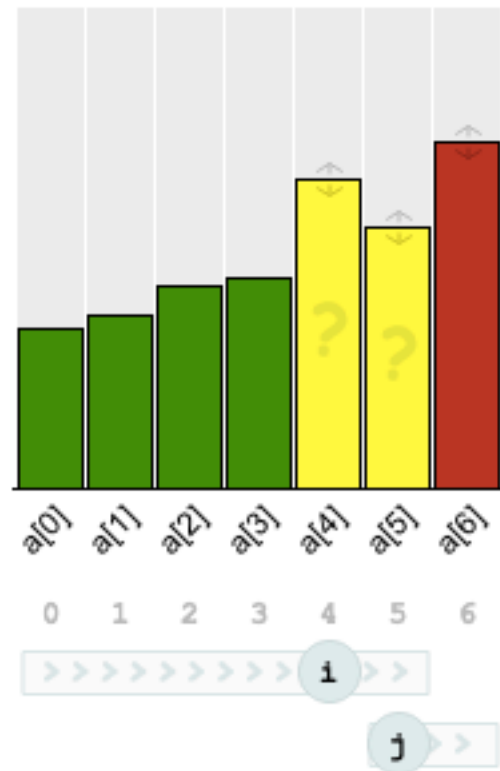
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



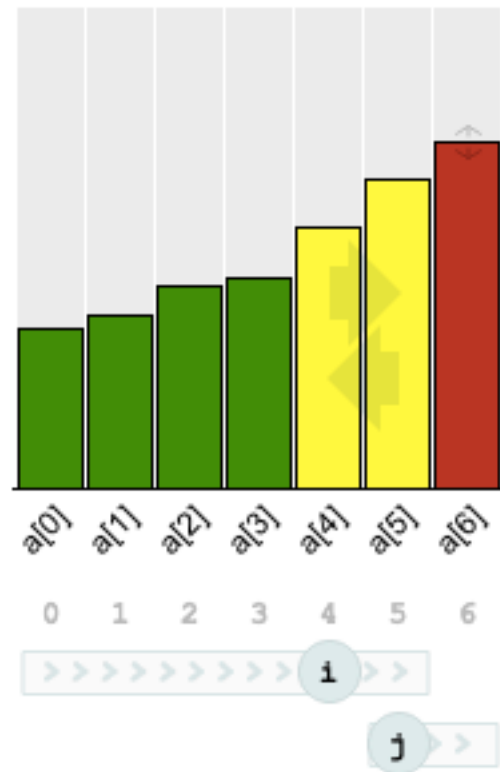
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



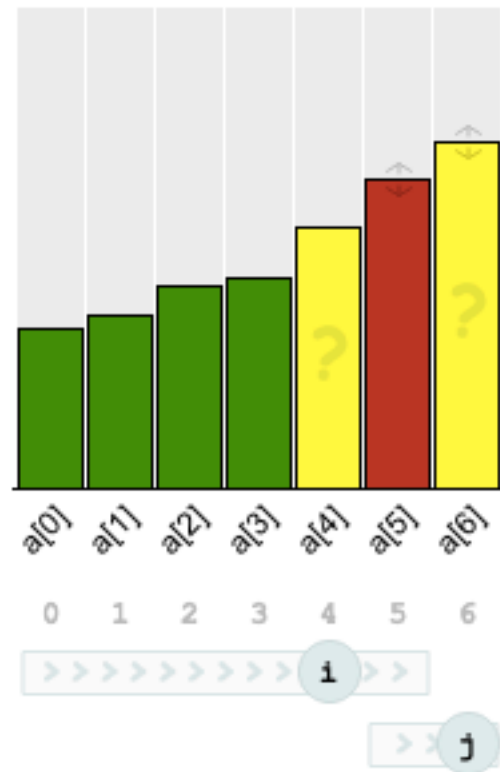
```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

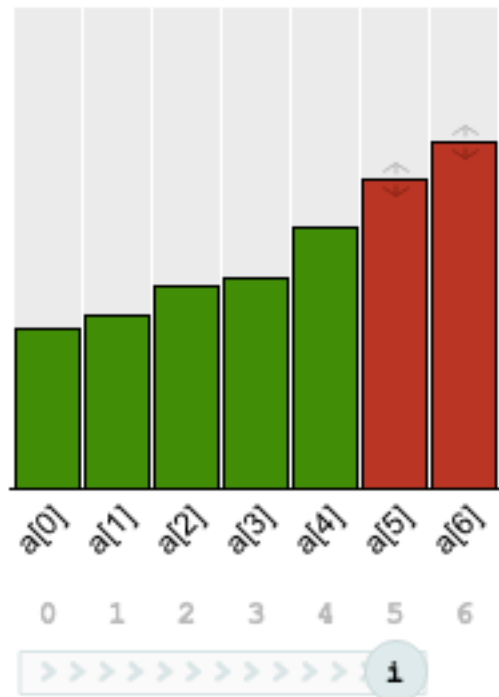
# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



# Rendezés közvetlen kiválasztással



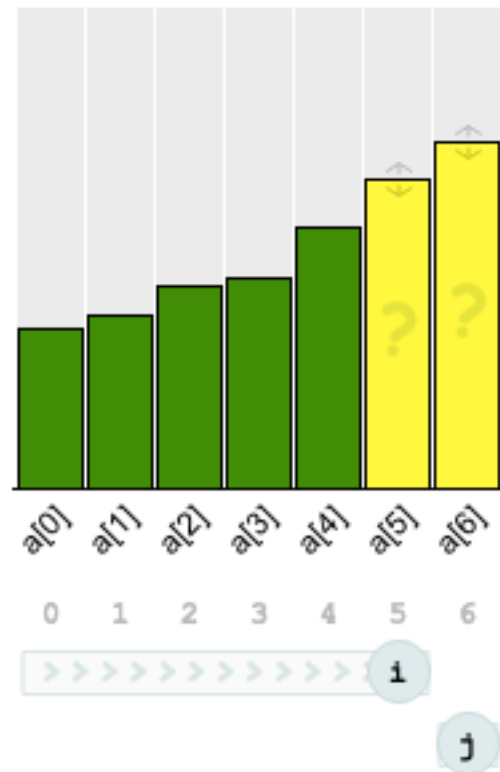
```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[i] > a[j] THEN
      swap a[i] a[j]
```

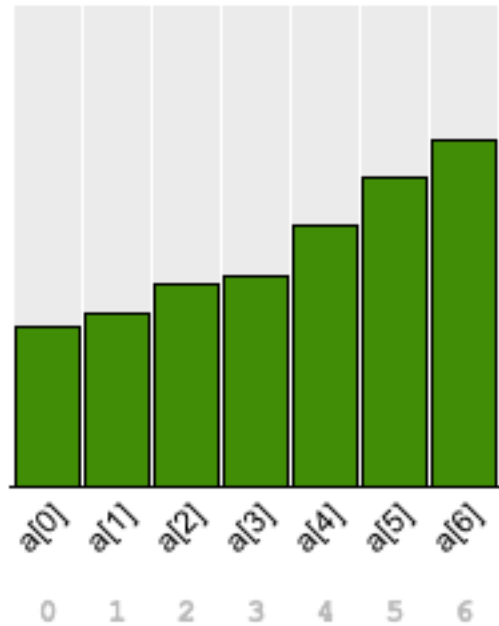


**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>



# Rendezés közvetlen kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[i] > a[j] THEN  
      swap a[i] a[j]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

Source: <http://www.algoanim.ide.sk/index.php?page=showanim&id=110>

# Szélsőérték kiválasztásos rendezés

A szélsőértéket – ez lehet minimum vagy maximum – mindig a még rendezetlen adatok között keresük meg, majd felcseréljük a még rendezetlen adatok első vagy utolsó adatával, attól függően, hogy növekvő vagy csökkenő sorba szeretnénk-e rendezni az adatokat.



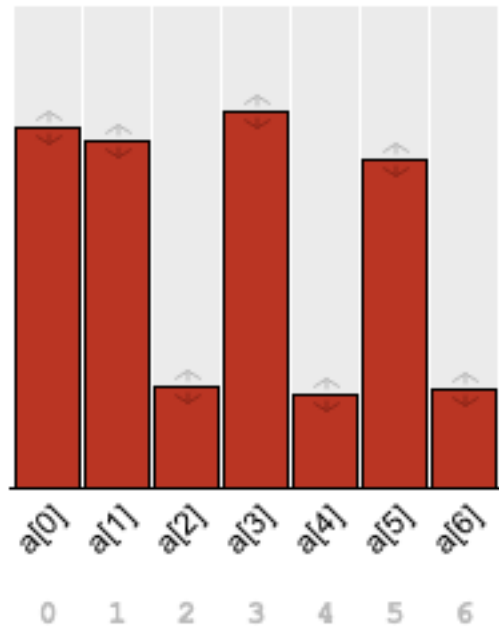
**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Szélsőérték kiválasztásos rendezés

```
def szelsoertek_rendezes(tomb,n):  
    for i in range(n-1):  
        index=i  
        for j in range(i+1,n):  
            if tomb[index]>tomb[j]:  
                index=j  
        tmp=tomb[i]  
        tomb[i]=tomb[index]  
        tomb[index]=tmp
```



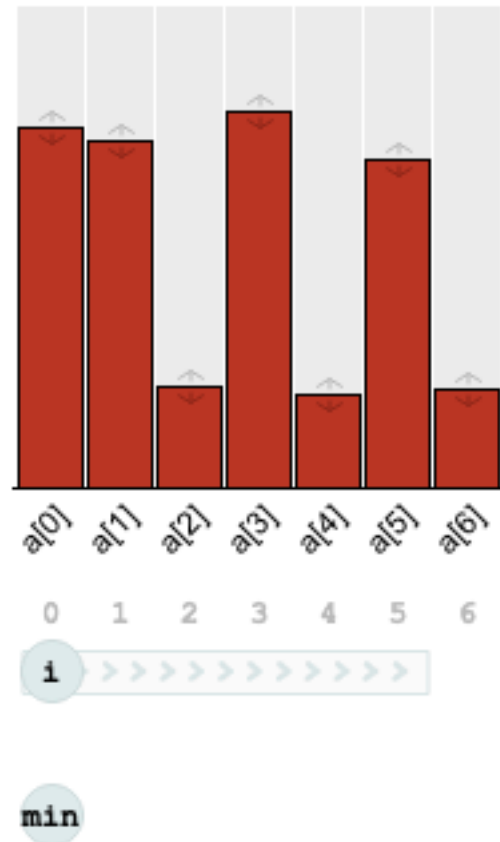
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

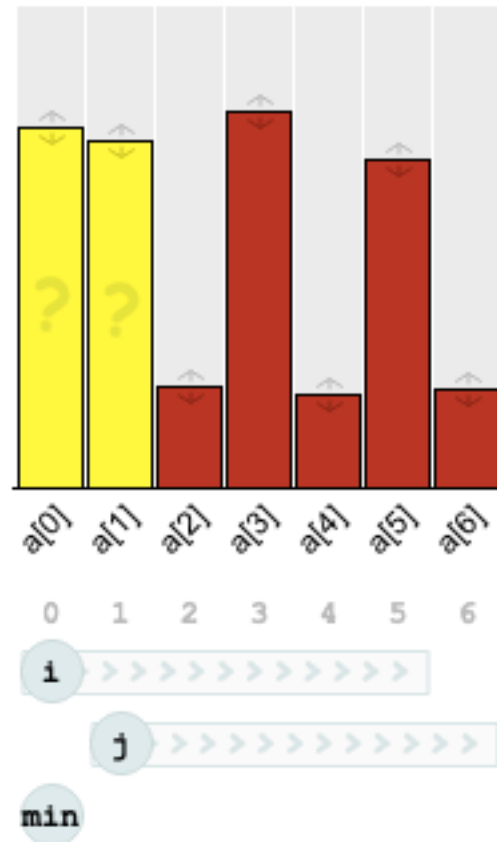


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

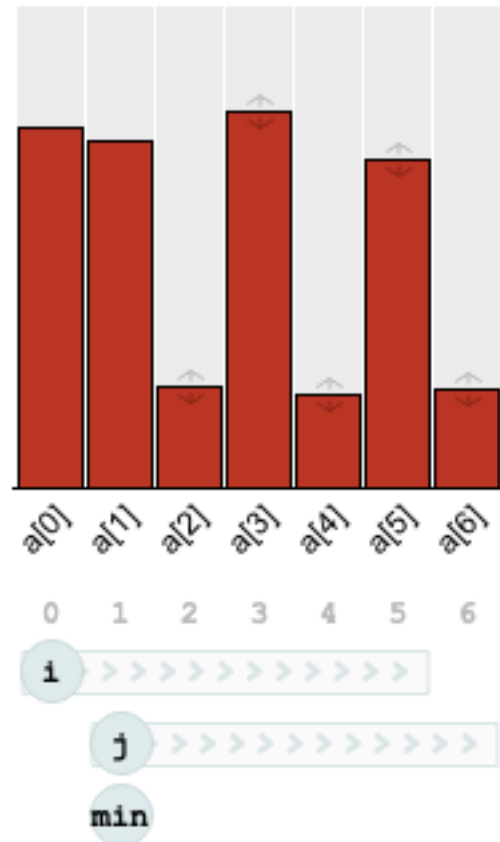


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

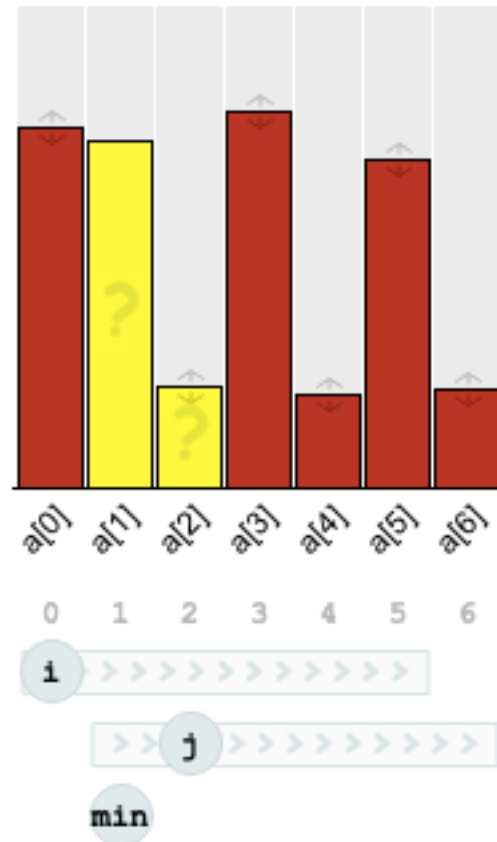
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

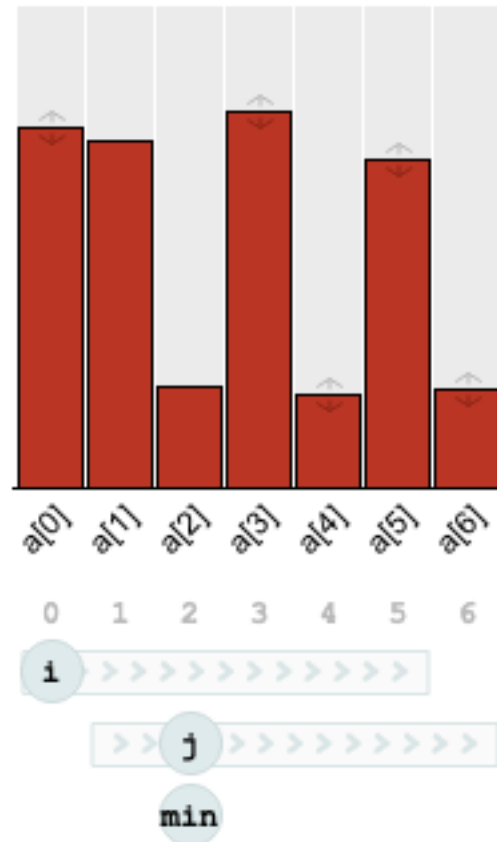


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```





# Rendezés szélsőérték kiválasztással

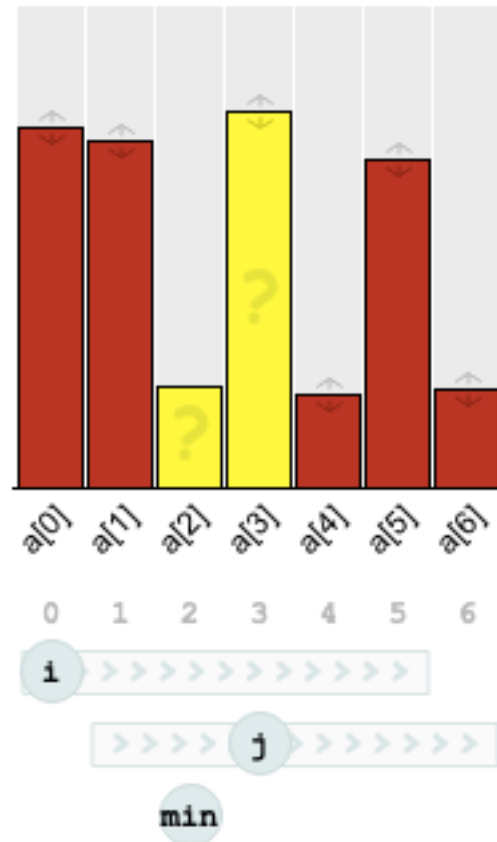


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

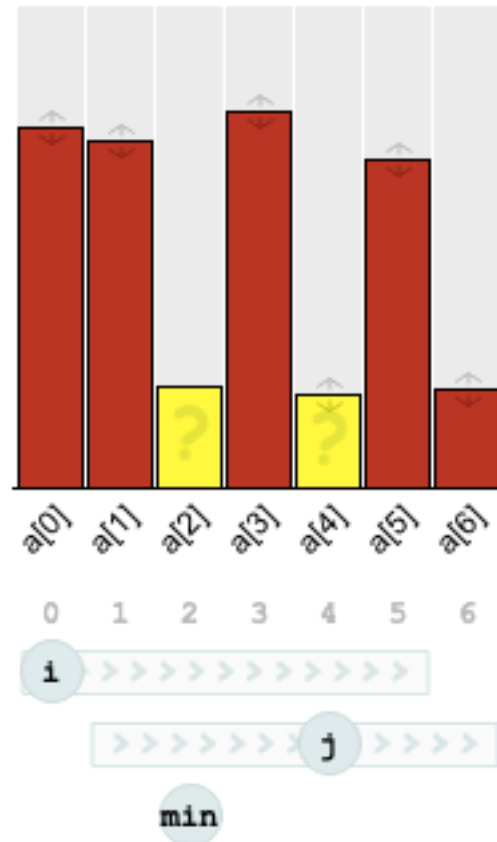


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

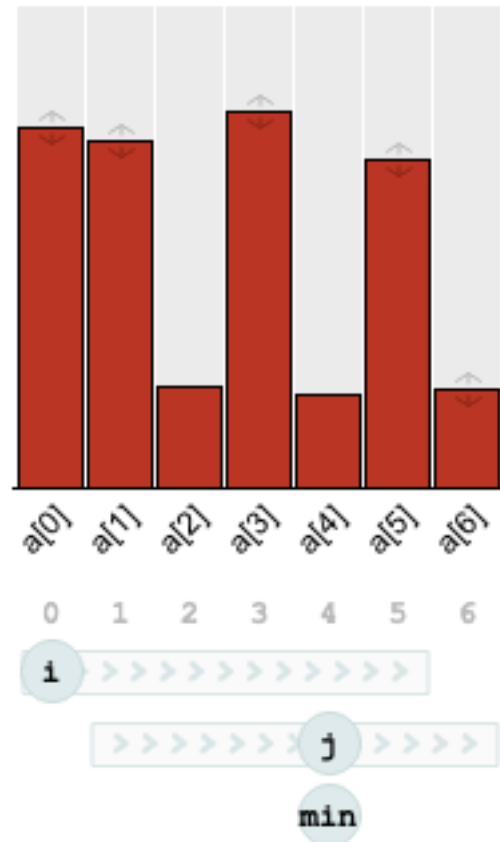


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

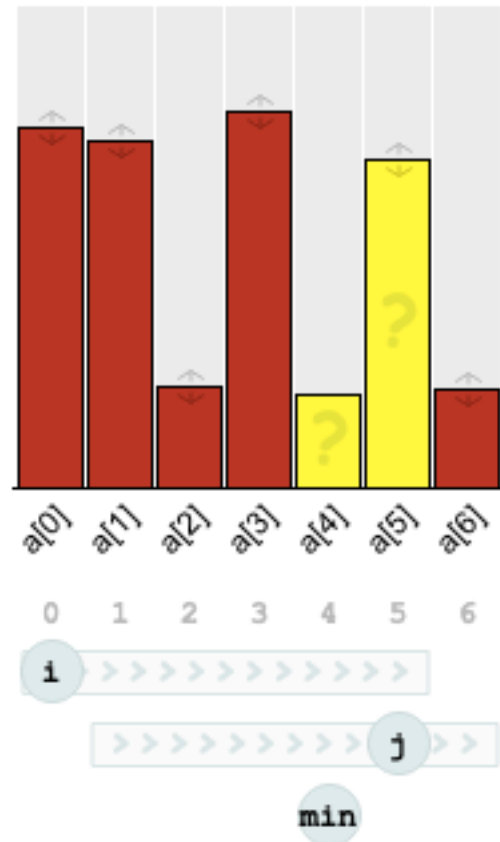
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



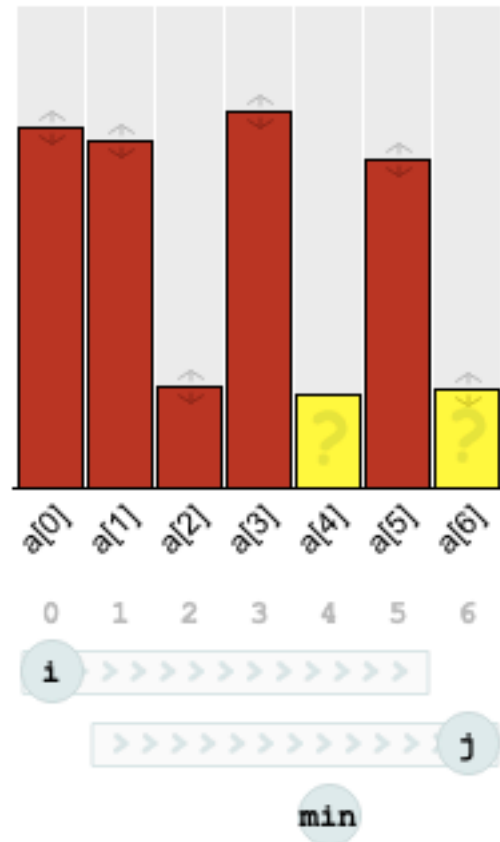
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

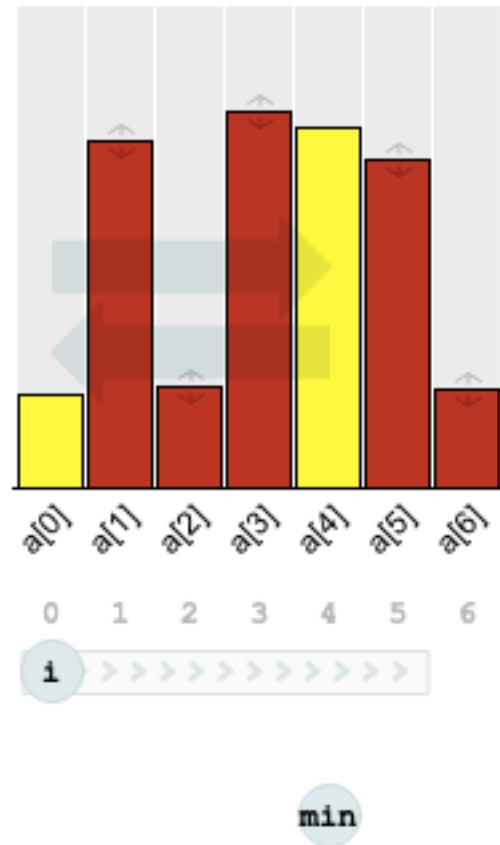


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

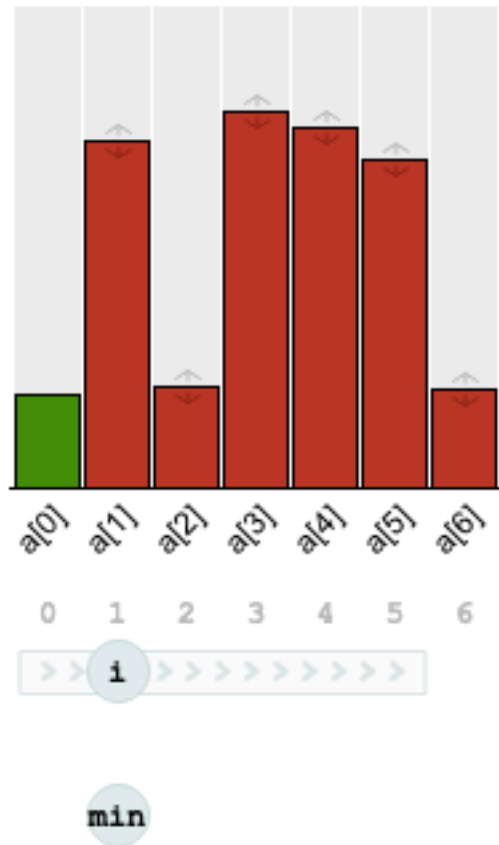


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

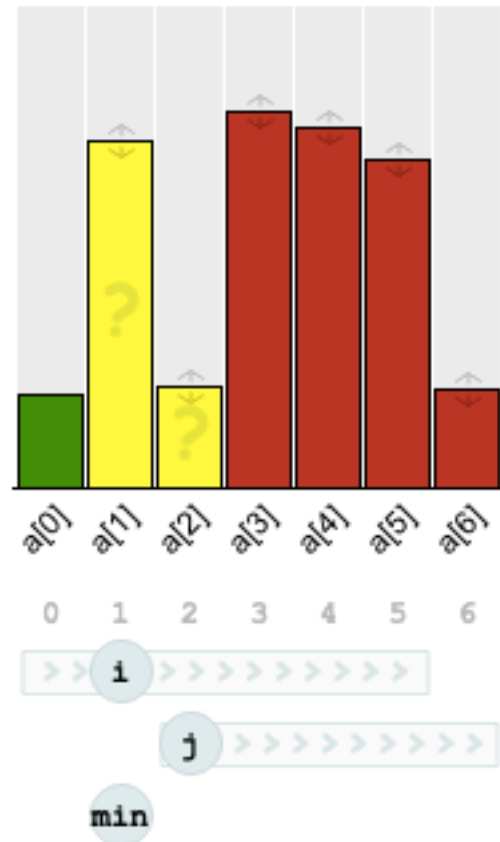


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```





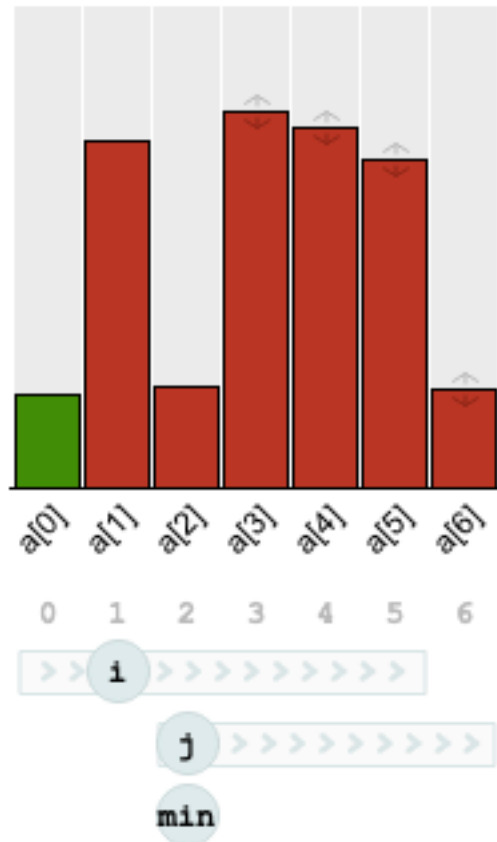
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

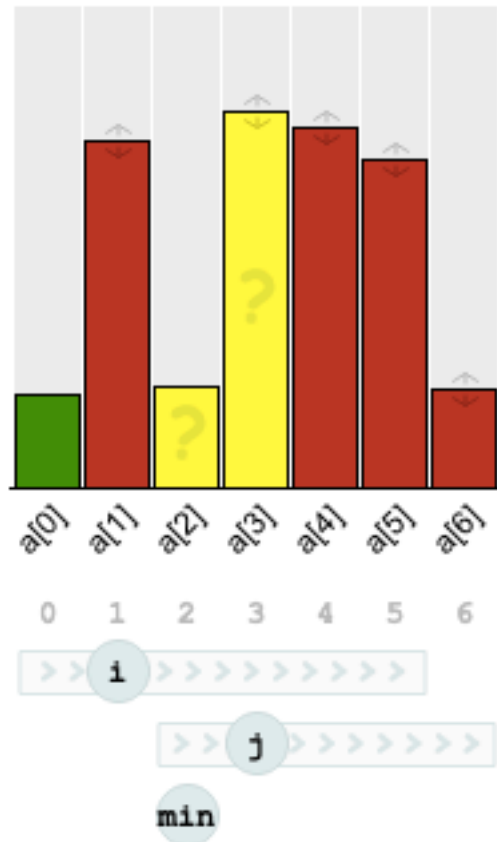


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

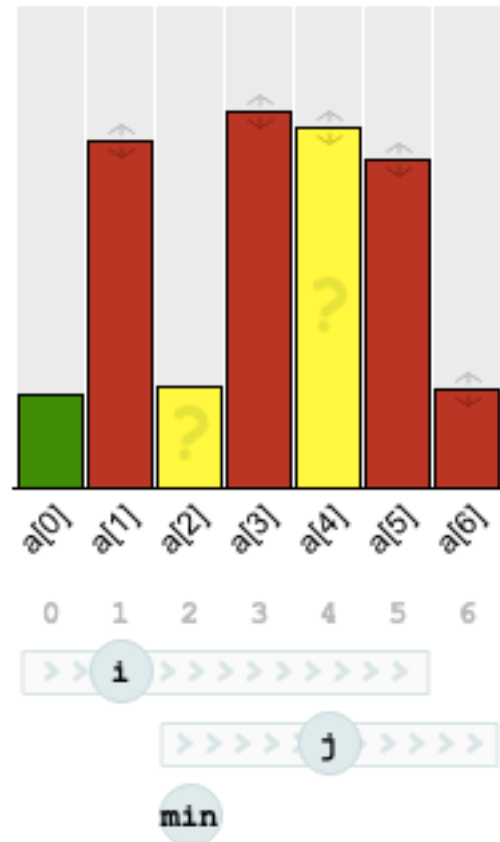


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

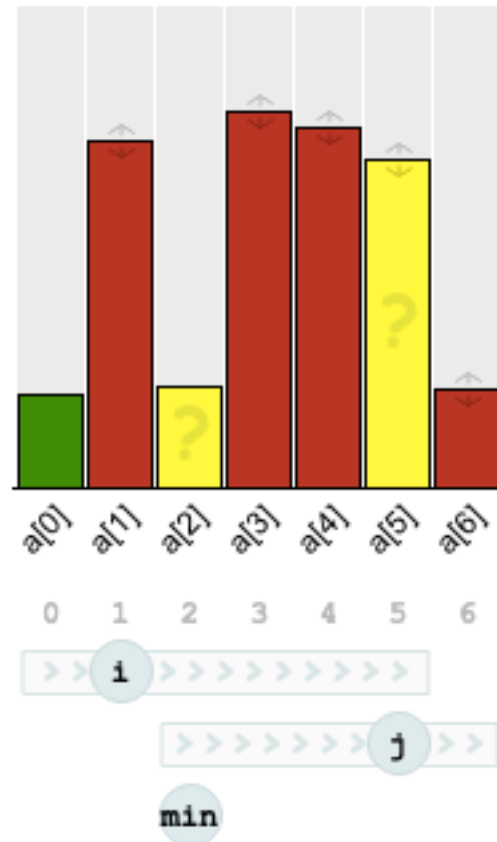


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

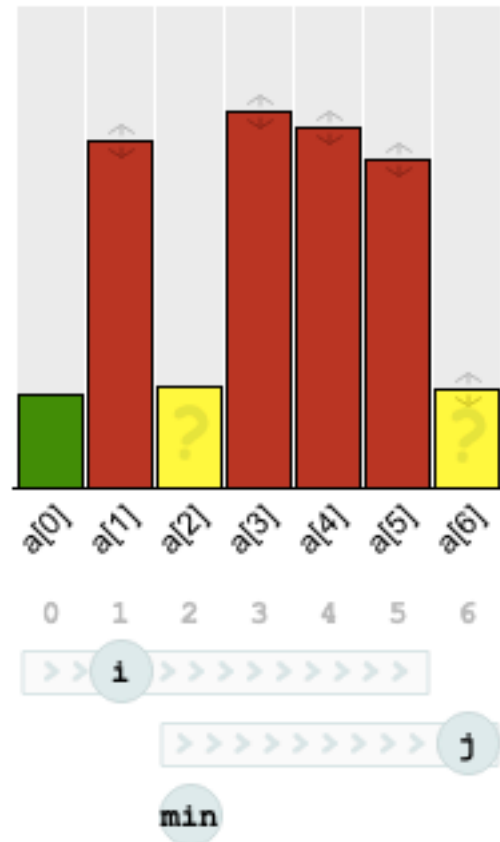


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

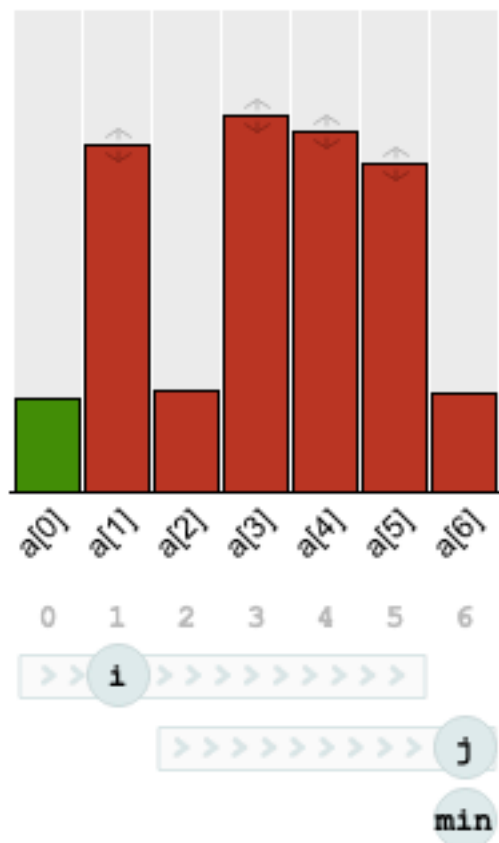


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

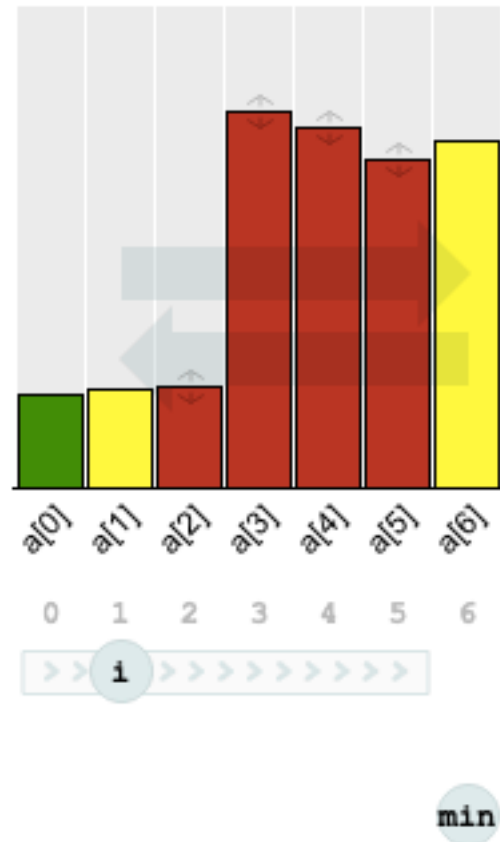
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással



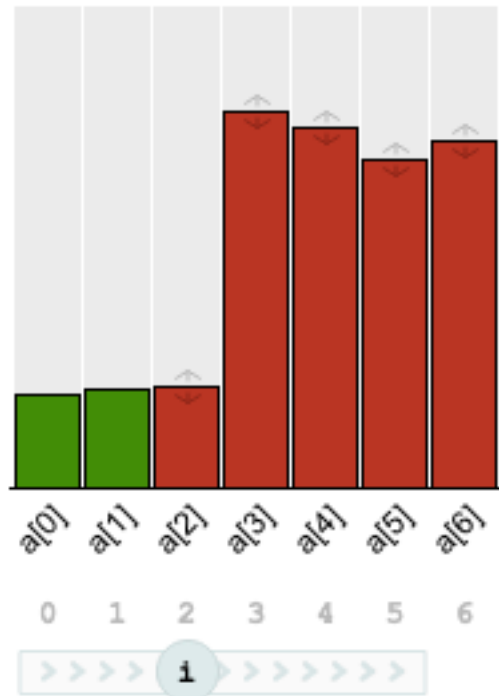
```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**



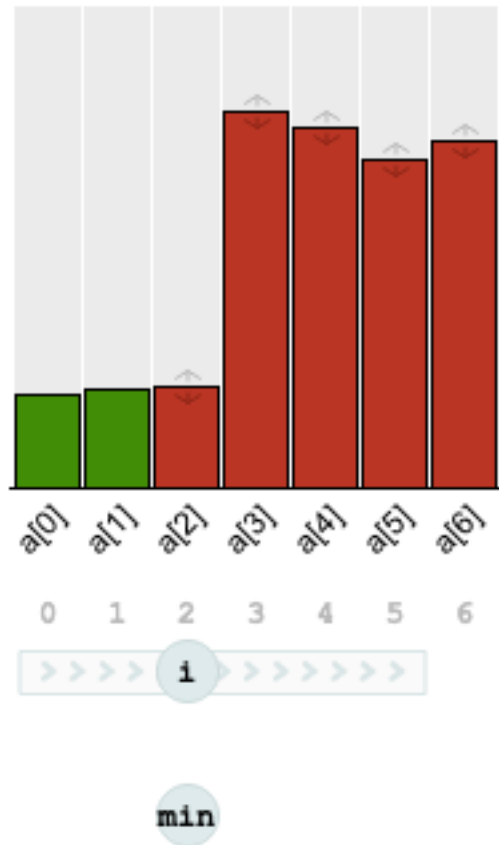
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

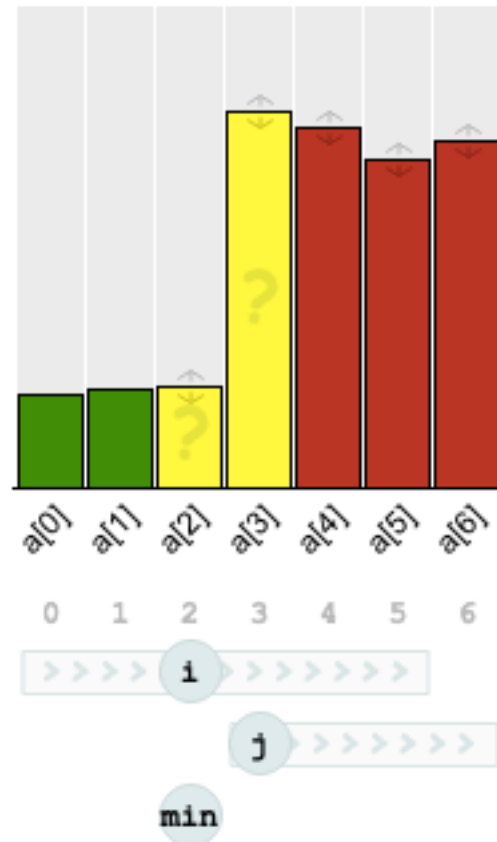


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

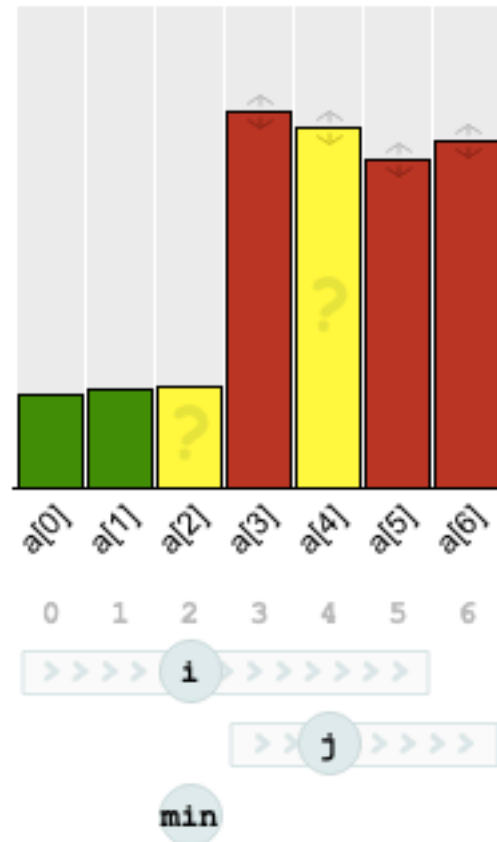


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

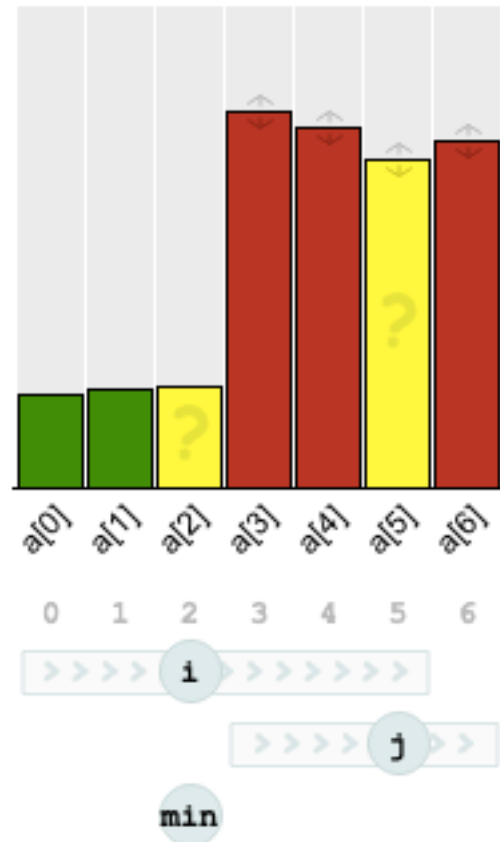


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

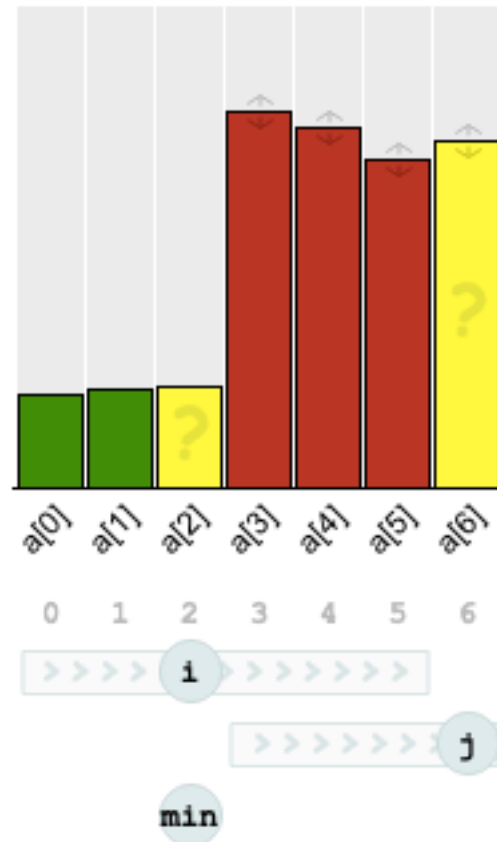
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

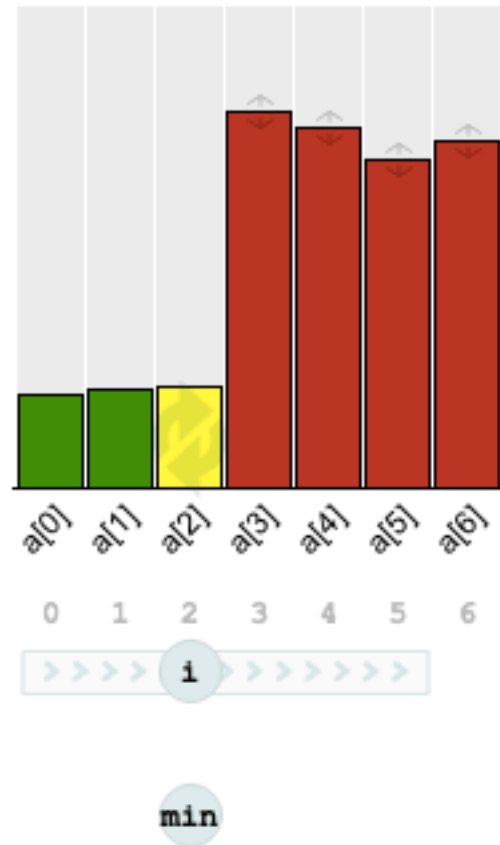


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

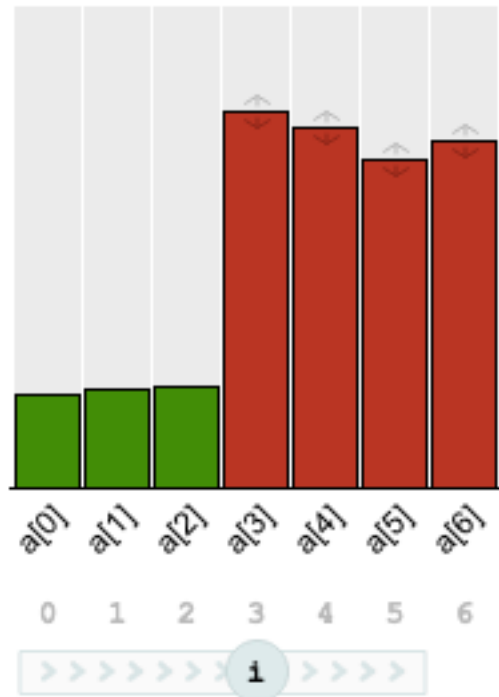


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

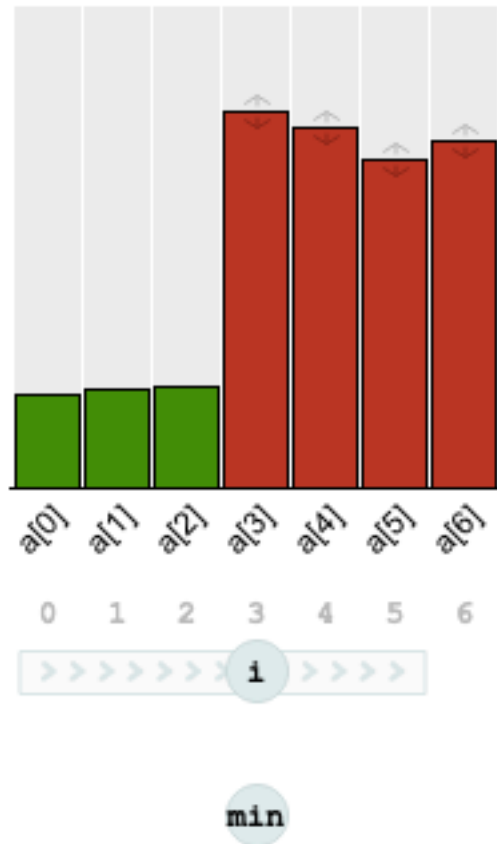


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```





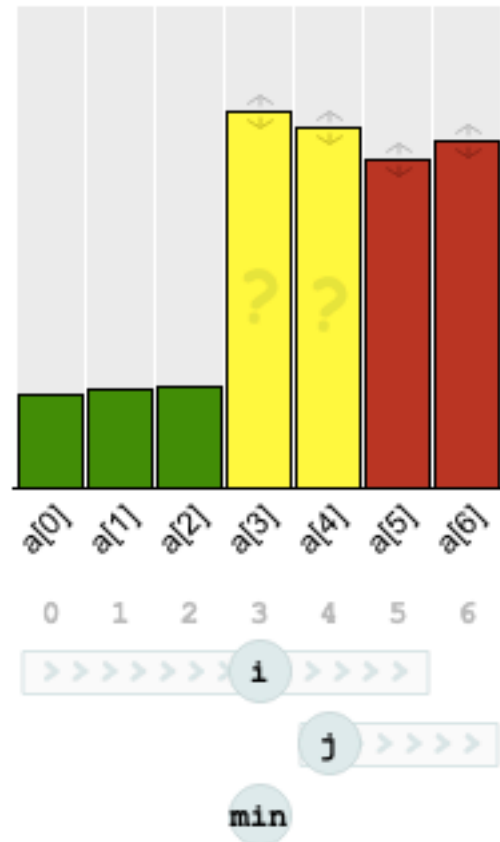
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

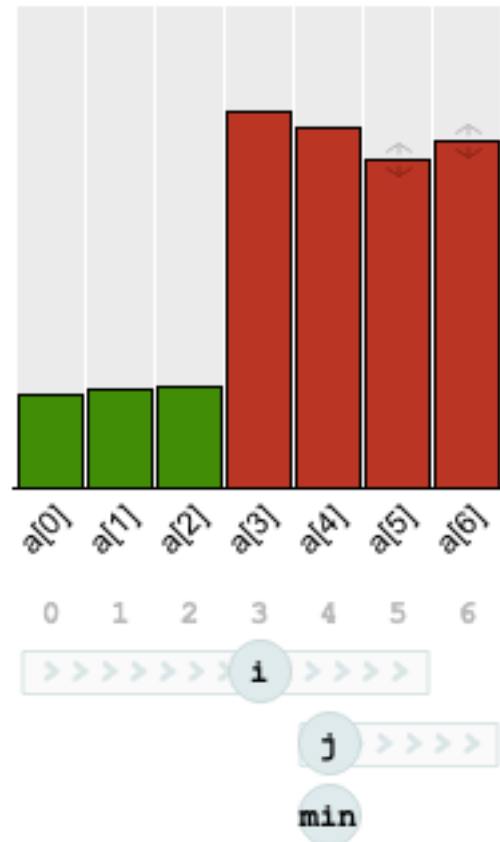


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

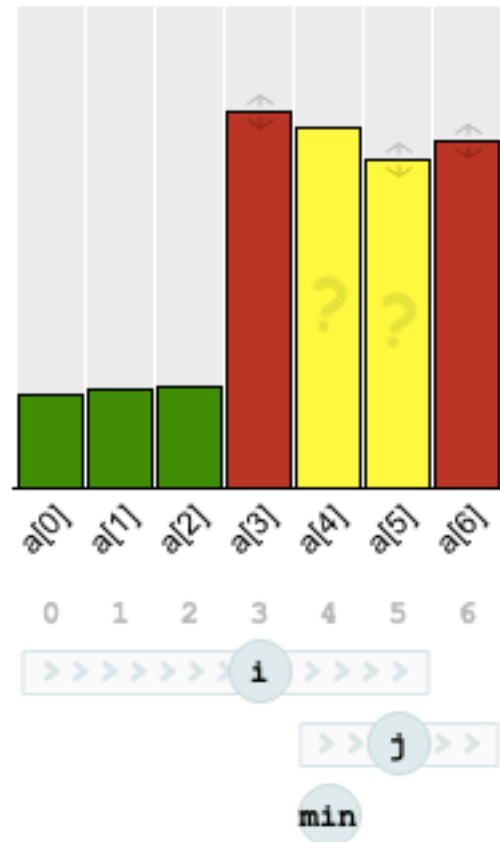
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

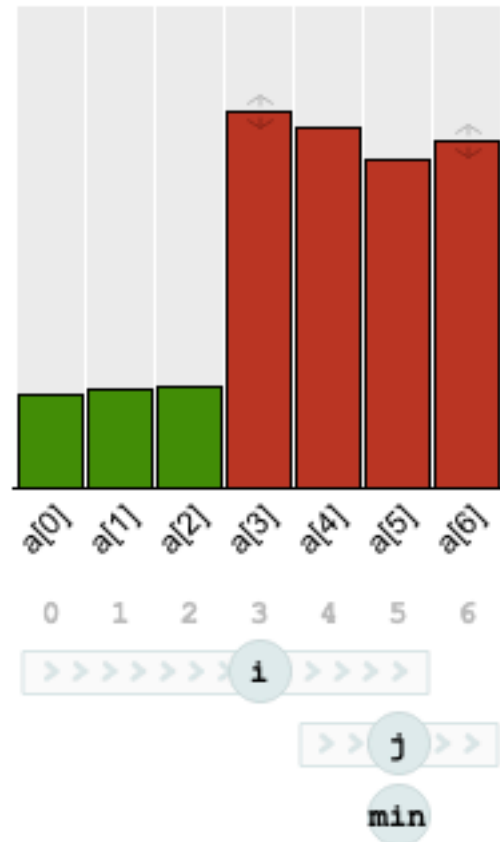


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

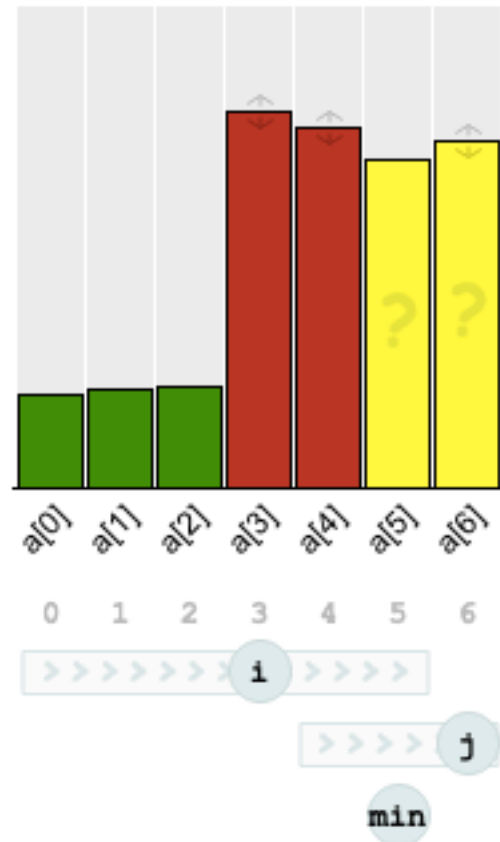


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

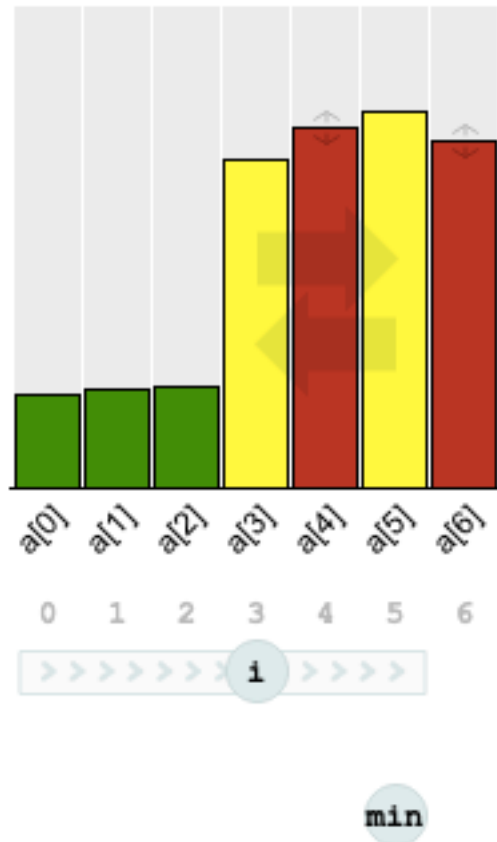


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

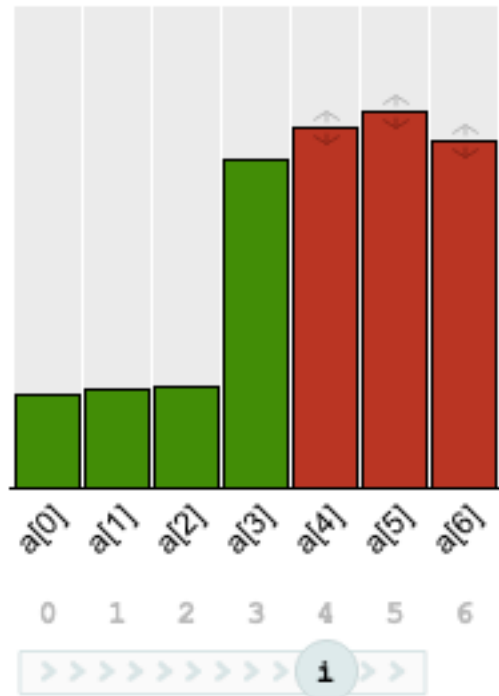


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

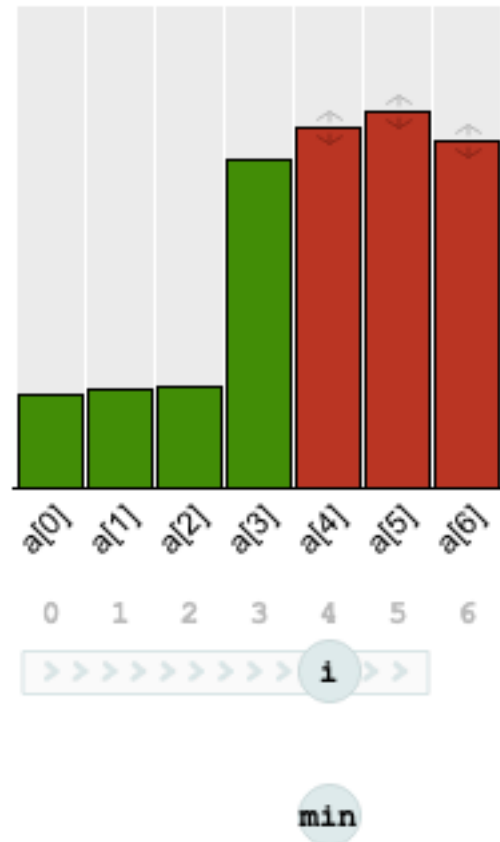


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```





# Rendezés szélsőérték kiválasztással

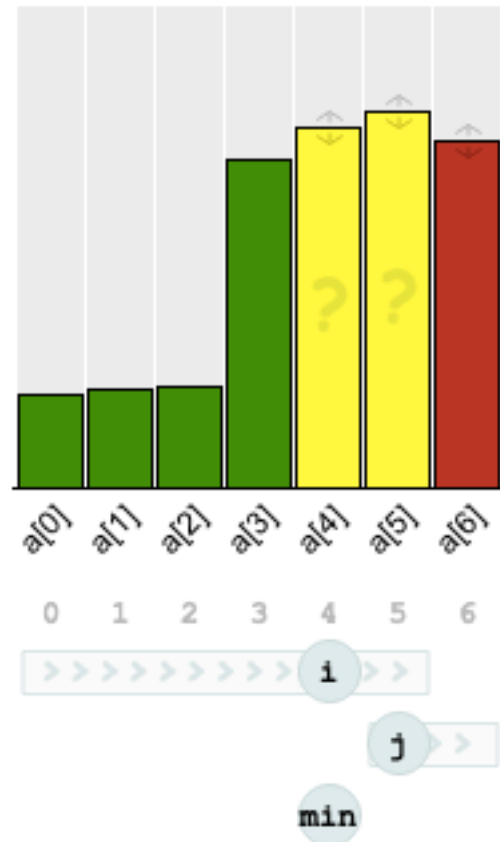


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

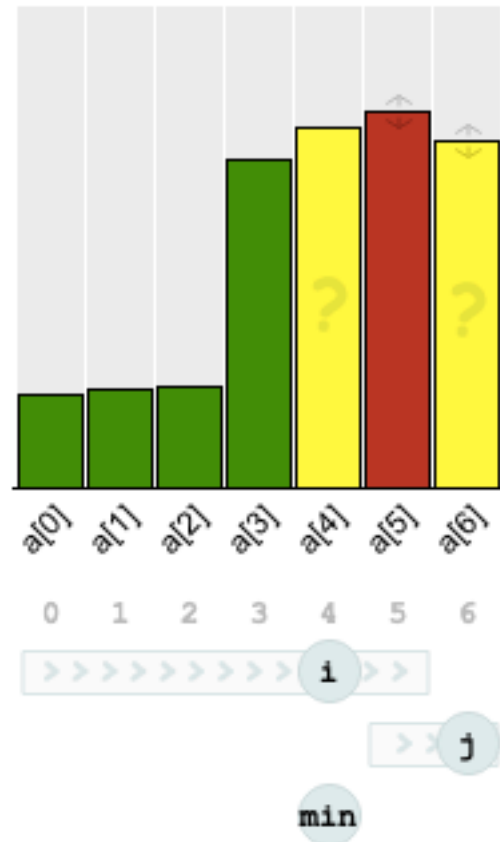


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

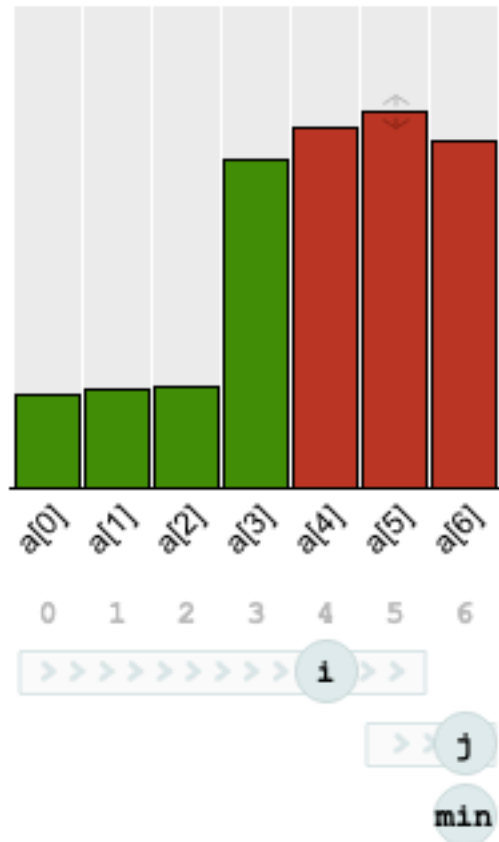


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

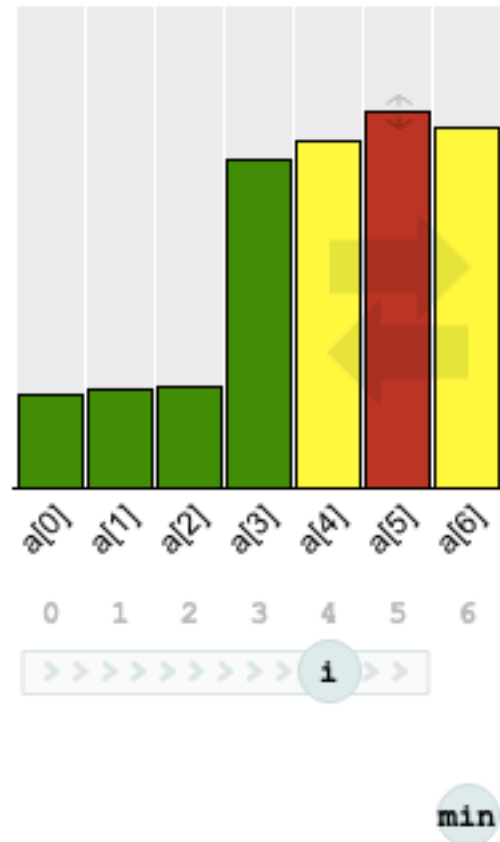
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

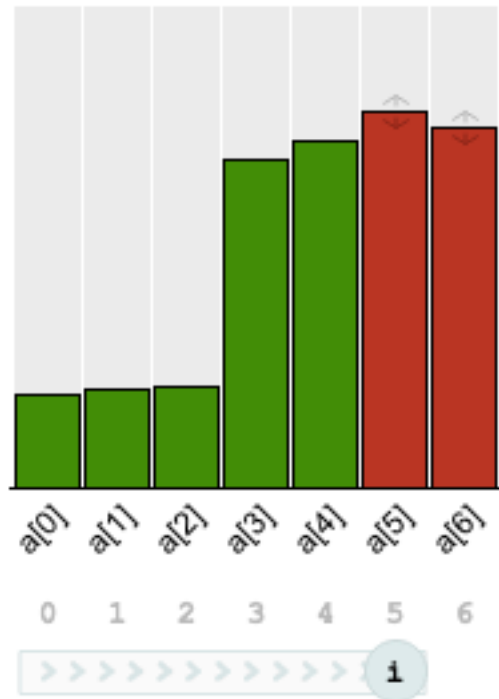


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

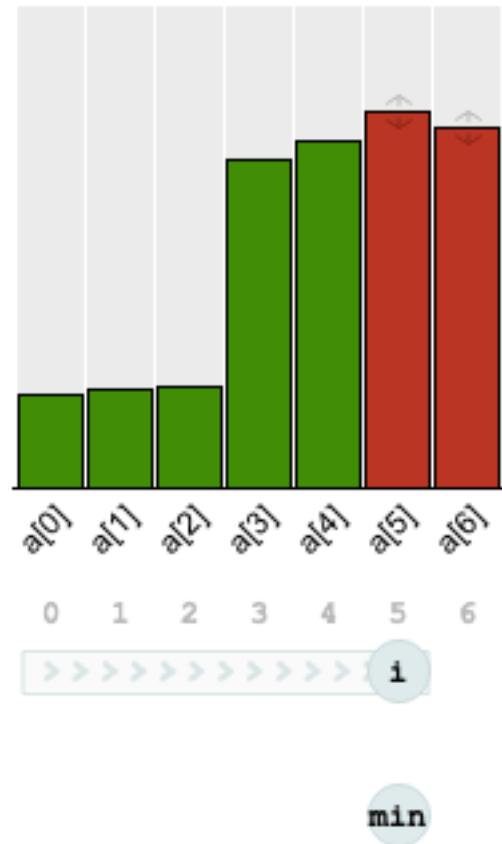
# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

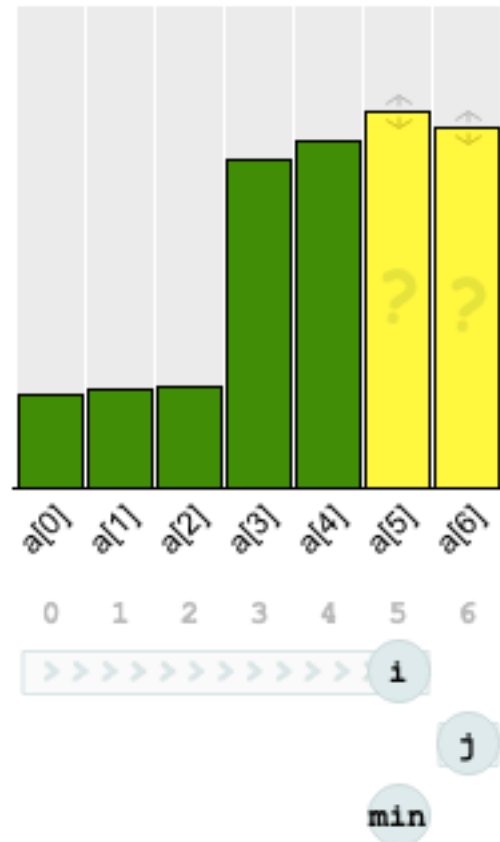


```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással



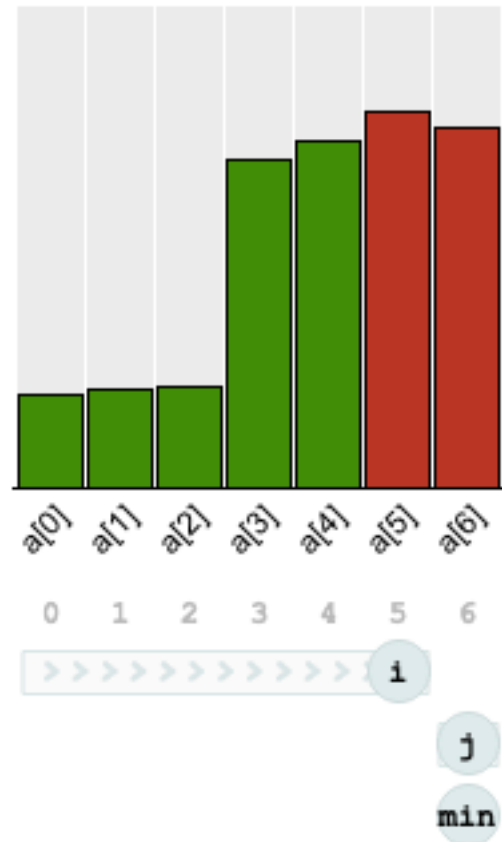
```
FOR i = 0 to 5  
  min = i  
  FOR j = i+1 to 6  
    IF a[min] > a[j] THEN  
      min = j  
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**



# Rendezés szélsőérték kiválasztással

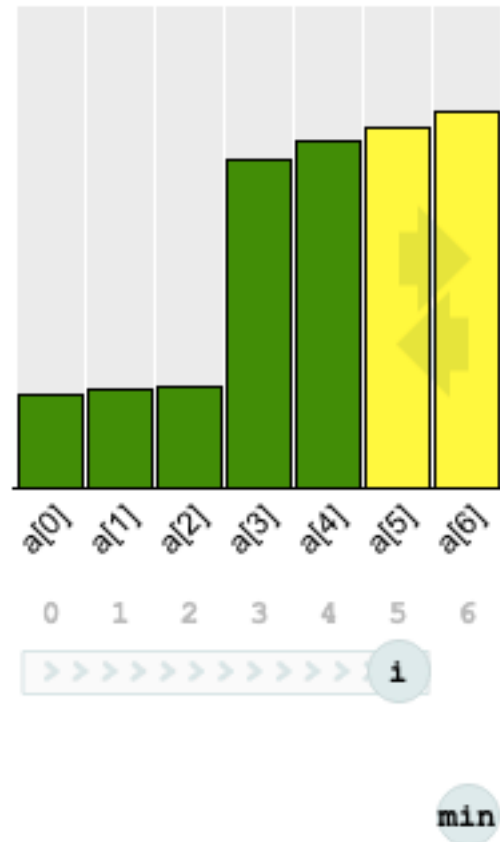


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



DEBRECENI  
EGYETEM

# Rendezés szélsőérték kiválasztással

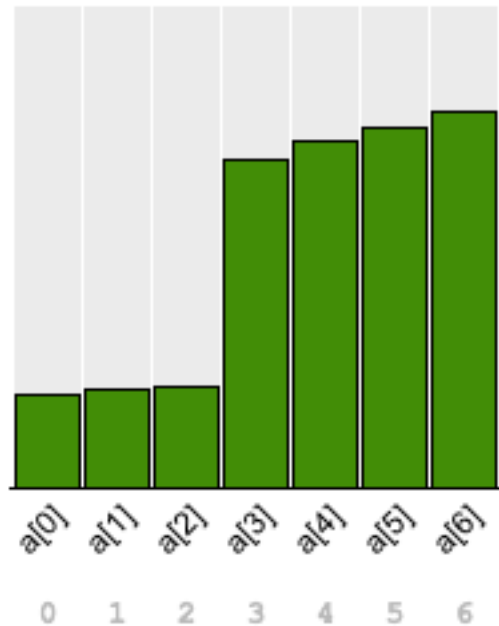


```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



**DEBRECENI**  
**EGYETEM**

# Rendezés szélsőérték kiválasztással



```
FOR i = 0 to 5
  min = i
  FOR j = i+1 to 6
    IF a[min] > a[j] THEN
      min = j
  swap a[i] a[min]
```



# A két rendezés rövid elemzése

- Szélsőérték kiválasztásos rendezés ( $N$  a bemenet mérete)
  - Helyfoglalás:  $N+1$ , azaz  $O(N)$
  - Hasonlítások száma:  $N \cdot (N-1)/2$ , azaz  $O(N^2)$
  - Mozgatások száma:  $3 \cdot (N-1)/2$ , azaz  $O(N)$
- A másik rendezés esetén az elemzés hasonlóképpen végezhető el.



Köszönöm a figyelmet!