9. szeminárium: Tökéletes verseny

Általánosan:

$\boxed{\text{profit} = \text{teljes bevétel} - \text{teljes költség}}$

$\boxed{\pi = TR - TC}$

$\pi = TR - (FC + VC)$

$\pi = TR - TC$ → maximalizáljuk, azaz deriváljuk Q szerint, és egyenlővé tesszük nullával

$MR - MC = 0$

$\boxed{MR = MC}$ → ez általánosságban igaz

Tökéletes verseny esetén:

tökéletes verseny esetén → $p = MR$, így:

$p = MR = MC$

$\boxed{p = MC}$

$TR = p \cdot Q$

$$MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = \frac{\partial}{\partial Q}(p \cdot Q) = p$$

MR → megmutatja, hogy ha egy egységgel nő az értékesített mennyiség, mennyivel nő a teljes bevétel

$p = MR$ → tökéletes verseny esetén, ha egy egységgel többet ad el a vállalat, azért mindig a piaci árat kapja

p → az output piaci ára

$MR = \dfrac{\partial TR}{\partial Q}$ → határbevétel

$MC = \dfrac{\partial TC}{\partial Q}$ → határköltség

fedezeti pont:

$AC = MC$

$AC_{\min}$

üzembezárási pont:

$AVC = MC$

$AVC_{\min}$

$\pi > 0$, ha	$p > AC_{\min}$	a fedezeti pont felett
$\pi = 0$, ha	$p = AC_{\min}$	a fedezeti pontban

$\pi < 0$, ha $p < AC_{\min}$ a fedezeti pont alatt

- a vállalat rövid távon veszteséget minimalizál, ha → $AVC_{\min} \leq p \leq AC_{\min}$
- közömbös, hogy termel-e a vállalat, ha → $p = AVC_{\min}$, azaz $\pi = -FC$
- nem termel, ha → $p < AVC_{\min}$, azaz $\pi < -FC$

<u>Rövid távon akkor termel a vállalat, ha:</u>
$TR \geq VC$ azaz, ha
$p \geq AVC_{\min}$

<u>Rövid távon NEM termel a vállalat, ha:</u>
$TR < VC$ azaz, ha
$p < AVC_{\min}$
$\pi < -FC$

$TR \geq VC$ → osszunk be Q-val

$$\frac{TR}{Q} \geq \frac{VC}{Q}$$

($AR \geq AVC$)

$$\frac{p \cdot Q}{Q} \geq AVC$$

$p \geq AVC$ → ez az üzembezárási pont

Berde 207. o. → 5. feladat

Egy tökéletes versenypiacon tevékenykedő vállalat költségfüggvénye $c(y) = 232 + 4y + 2y^2$. Ha a piaci ár 20 forint, mennyi a vállalat optimális profitja rövid távon?

$$c(y) = 232 + 4y + 2y^2$$
$$p = 20$$

$$\pi = ?$$

A profit:

$\boxed{\text{profit} = \text{teljes bevétel} - \text{teljes költség}}$

$$\pi = TR - TC$$
$$\pi = p \cdot y - TC$$
$$\pi = 20 \cdot y - \left(232 + 4y + 2y^2\right)$$
$$\pi = 20 \cdot y - 232 - 4y - 2y^2$$

szükség van az y értékére

Tökéletes verseny esetén a profitmaximalizálás feltétele:

$\boxed{p = MC}$

$$MC = \frac{\partial c(y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(232 + 4y + 2y^2\right) = 0 + 4 + 2 \cdot 2y = 4 + 4y$$
$$MC = 4 + 4y$$

$$p = MC$$
$$p = 4 + 4y$$
$$20 = 4 + 4y$$
$$16 = 4y$$
$$\mathbf{y = 4}$$

Helyettesítsük be a profitfüggvénybe:

$$\pi = p \cdot y - 232 - 4y - 2y^2$$
$$\pi = 20 \cdot 4 - 232 - 4 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 = 80 - 232 - 16 - 32 = -200$$
$$\boldsymbol{\pi = -200}$$

A vállalat optimális profitja rövid távon:

- ha negatív a profit, mindig meg kell vizsgálni, hogy érdemes-e termelnie a vállalatnak
- a vállalat akkor termel rövid távon, ha $TR \geq VC$
- a vállalat nem termel, ha $TR < VC$ azaz, ha $\pi < -FC$

$$TR = p \cdot y = 20 \cdot 4 = \mathbf{80}$$
$$VC = 4y + 2y^2 = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 = 16 + 32 = \mathbf{48}$$
$$FC = \mathbf{232}$$

- ha a vállalat nem termel, azaz $y = 0$-át választ, akkor is ki kell fizetnie a fix költségeket → így a profit $\pi = -FC \Rightarrow \boldsymbol{\pi = -232}$

- ha a vállalat termel, akkor a profit → $\boldsymbol{\pi = -200}$
- a $TR \geq VC$ → mivel $80 > 48$

Mivel a vállalat rosszabbul járna, ha nem termelne, így az optimális profit $\boldsymbol{\pi = -200}$.

Berde 208. o. → 12. feladat

Egy tökéletesen versenyző vállalat teljes költségfüggvénye:
$TC(q) = 4q^2 + 20q + 40000$. Milyen ártartományban termel a vállalat rövid távon még veszteség esetén is?

$$TC(q) = 4q^2 + 20q + 40000$$

a) Milyen ártartományban termel a vállalat rövid távon még veszteség esetén is?

- rövid távon a vállalat veszteség esetén az üzembezárási pont és a fedezeti pont között fog termelni:

  $p_{üzembezárás} \leq p \leq p_{fedezet}$

  $AVC_{\min} \leq p \leq AC_{\min}$
- fedezeti pont → $AC = MC$, azaz ahol $p = AC_{\min}$
- üzembezárási pont → $AVC = MC$, azaz ahol $p = AVC_{\min}$

Határozzuk meg a szükséges költségfüggvényeket:

AC → átlagköltség

$\boxed{AC = \frac{TC}{Q}}$ → az egységre eső teljes költség

$$TC(q) = 4q^2 + 20q + 40000 \qquad / :q$$

$$\frac{TC}{q} = \frac{4q^2 + 20q + 40000}{q}$$

$$\frac{TC}{q} = \frac{4q^2}{q} + \frac{20q}{q} + \frac{40000}{q}$$

$$\frac{TC}{q} = 4q + 20 + \frac{40000}{q}$$

$$\mathbf{AC = 4q + 20 + \frac{40\,000}{q}}$$

AVC → átlagos változó költség

$\boxed{AVC = \frac{VC}{Q}}$ → egy egységre eső változó költség

$$AVC = \frac{4q^2 + 20q}{q} = \frac{q(4q + 20)}{q} = 4q + 20$$

$$\mathbf{AVC = 4q + 20}$$

MC → Marginal Cost → határköltség

$\boxed{MC = \frac{dTC}{dQ}}$

$$TC(q) = 4q^2 + 20q + 40000$$

$$MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d}{dq}\left(4q^2 + 20q + 40\,000\right) = 2 \cdot 4q + 20 + 0 = 8q + 20$$

MC = 8q + 20

A fedezeti pont:

$AC = MC$

$4q + 20 + \frac{40\,000}{q} = 8q + 20 \qquad / -20$

$4q + \frac{40\,000}{q} = 8q \qquad / -4q$

$\frac{40\,000}{q} = 4q \qquad / \cdot q$

$40\,000 = 4q^2 \qquad /:4$

$10\,000 = q^2 \qquad / \sqrt{\ }$

q = 100

VAGY

$$\frac{dAC}{dq} = \frac{d}{dq}\left(4q + 20 + 40\,000q^{-1}\right) = 4 + 0 - 1 \cdot 40\,000q^{-1-1} = 4 - 40\,000q^{-2} = 4 - \frac{40\,000}{q^2}$$

$4 - \frac{40\,000}{q^2} = 0$

$4 = \frac{40\,000}{q^2} \qquad / \cdot q^2$

$4q^2 = 40\,000 \qquad /:4$

$q^2 = 10\,000 \qquad / \sqrt{\ }$

q = 100

$MC = 8q + 20 = 8 \cdot 100 + 20 = \mathbf{820}$

$\mathbf{p_{fedezet} = 820}$

Az üzembezárási pont:

$AVC = MC$

$4q + 20 = 8q + 20 \qquad / -20$

$4q = 8q \qquad / -4q$

$0 = 4q \qquad /:4$

q = 0

VAGY

$\frac{dAVC}{dq} = \frac{d}{dq}(4q+20) = 4$ → nyilván $4 \neq 0$, ez most speciális eset, mivel ez egy lineáris egyenes, → nincs minimuma, így az y tengelymetszetre kell fókuszálni, → ez pedig $q = 0$-nál van

$MC = 8q + 20 = 8 \cdot 0 + 20 = \mathbf{20}$

$\mathbf{p_{üzembezárás} = 20}$

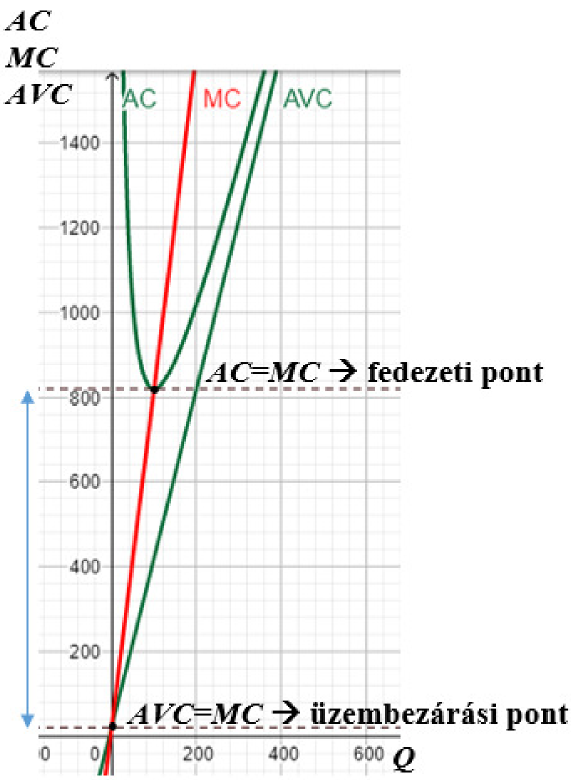
Az ártartomány, amelyben a vállalkozás rövid távon még veszteségesen is termel:

$AVC_{\min} \leq p \leq AC_{\min}$

$p_{üzembezárás} \leq p \leq p_{fedezet}$

$\mathbf{20 \leq p \leq 820}$

Az ártartomány, amelyben a vállalkozás rövid távon még veszteségesen is termel: $\mathbf{20 \leq p \leq 820}$.



Megjegyzés: a profit a két szélső pontban:

- ha $q = 0$ és $p = 20$ → üzembezárási pont

$\boxed{\pi = TR - TC}$

$\pi = p \cdot q - TC$

$\pi = p \cdot q - (4q^2 + 20q + 40\,000)$

$\pi = 20 \cdot 0 - 4 \cdot 0^2 - 20 \cdot 0 - 40\,000$

$\mathbf{\pi = -40\,000}$

- ha $q = 100$ és $p = 820$ → fedezeti pont

$\pi = p \cdot q - \left(4q^2 + 20q + 40\,000\right)$

$\pi = 820 \cdot 100 - 4 \cdot 100^2 - 20 \cdot 100 - 40\,000$

$\pi = 82\,000 - 40\,000 - 2000 - 40\,000$

π = 0

- a rövid távú kínálati görbe az üzembezárási pontból indul → így ebben az esetben a teljes MC görbe lesz a rövid távú kínálati görbéje a vállalatnak

Berde 209. o. → 21. a) b) c) e) feladat

Egy tökéletesen versenyző vállalat költségfüggvénye: $c(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 5$.

a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a vállalat határköltségfüggvényét, és átlagos változóköltség-függvényét!
b) Milyen árak esetén lenne a vállalat kínálata rövid távon 0?
c) Mi az a legkisebb pozitív mennyiség, amit hajlandó termelni a vállalat?
d) Milyen ár mellett termelne $y = 6$-ot?
e) Határozzuk meg a vállalat rövid távú kínálati függvényét!

$c(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 5$

a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a vállalat határköltségfüggvényét, és átlagos változóköltség-függvényét!

VC → Variable Cost → változó költség

- a teljes költségfüggvény azon része, mely y-tól függ

$c(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 5$

$FC = 5$

$\mathbf{VC = y^3 - 6y^2 + 20y}$

AVC → Average Variable Cost → átlagos változó költség

$\boxed{AVC = \frac{VC}{y}}$ → egy egységre eső változó költség

$$AVC = \frac{y^3 - 6y^2 + 20y}{y} = \frac{y\left(y^2 - 6y + 20\right)}{y} = y^2 - 6y + 20$$

$\mathbf{AVC = y^2 - 6y + 20}$

MC → Marginal Cost → határköltség

$\boxed{MC = \frac{dTC}{dy}}$

$c(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 5$

$$MC = \frac{dTC}{dy} = \frac{d}{dy}\left(y^3 - 6y^2 + 20y + 5\right) = 3y^2 - 2 \cdot 6y + 20 + 0 = 3y^2 - 12y + 20$$

$\mathbf{MC = 3y^2 - 12y + 20}$

A vállalat átlagos változó költségfüggvénye: $\mathbf{AVC = y^2 - 6y + 20}$,
a határköltség függvénye: $\mathbf{MC = 3y^2 - 12y + 20}$.

Az ábrázoláshoz teljes négyzetté kell alakítani a függvényeket:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$AVC = y^2 - 6y + 20$

$y^2 - 6y \rightarrow a^2 - 2ab$ → azaz $a = y$, keressük a b paramétert

$6y \rightarrow 2ab$ → osszuk be $2a$-val, azaz most $2y$-al, hogy megkapjuk a b-t

$\frac{6y}{2y} = 3 \rightarrow b$ → tehát $b = 3$

$(y-3)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2 = y^2 - 6y + 9$

$AVC = y^2 - 6y + 9 - 9 + 20 = (y^2 - 6y + 9) - 9 + 20 = (y-3)^2 + 11$

$\mathbf{AVC = (y-3)^2 + 11}$

- ez a parabola az x tengelyen mentén el van tolva 3 egységgel jobbra, y tengely mentén pedig 11 egységet felfelé

$MC = 3y^2 - 12y + 20$

$MC = 3(y^2 - 4y) + 20$

$y^2 - 4y \rightarrow a^2 - 2ab$ → azaz $a = y$, keressük a b paramétert

$4y \rightarrow 2ab$ → osszuk be $2a$-val, azaz most $2y$-al, hogy megkapjuk a b-t

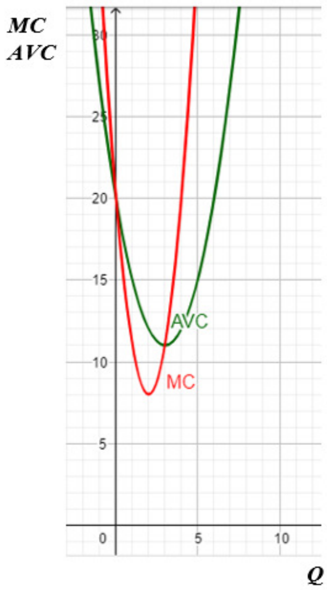
$\frac{4y}{2y} = 2 \rightarrow b$ → tehát $b = 2$

$(y-2)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 2 + 2^2 = y^2 - 4y + 4$

$MC = 3(y^2 - 4y + 4 - 4) + 20 = 3\left[(y-2)^2 - 4\right] + 20 = 3(y-2)^2 - 12 + 20 = 3(y-2)^2 + 8$

$\mathbf{MC = 3(y-2)^2 + 8}$

- ez a parabola az x tengelyen mentén el van tolva 2 egységgel jobbra, az y tengely mentén pedig 8 egységet felfelé, és háromszorosára van megnyújtva



b) Milyen árak esetén lenne a vállalat kínálata rövid távon 0?

- a vállalat kínálati függvénye az MC görbe üzembezárási pont feletti része → az üzembezárási pont, ahol $AVC = MC$
- az üzembezárási pont alatt a vállalat kínálata 0 → ahol $p < AVC_{\min}$

Az üzembezárási pont:

$AVC = MC$

$y^2 - 6y + 20 = 3y^2 - 12y + 20 \qquad / -y^2$

$-6y + 20 = 2y^2 - 12y + 20 \qquad / +6y$

$20 = 2y^2 - 6y + 20 \qquad / -20$

$0 = 2y^2 - 6y$

$0 = y(2y - 6)$

Egy szorzat akkor lesz nulla, ha vagy az egyik, vagy a másik tényező nulla:

$y_1 = 0$ → a 0 nem lehet üzembezárási pont

$2y - 6 = 0$

$2y = 6$

$\mathbf{y_2 = 3}$

$AVC_{\min} = y^2 - 6y + 20 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 20 = 9 - 18 + 20$

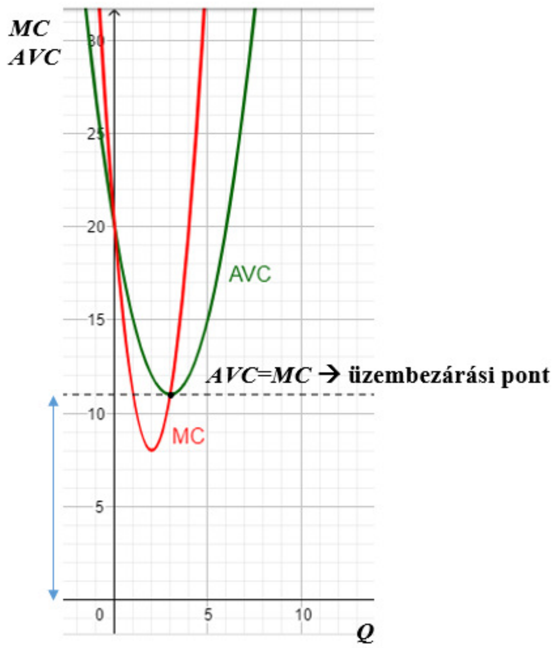
$\mathbf{AVC_{\min} = 11}$

⇩

$p < AVC_{\min}$

$\mathbf{p < 11}$

A vállalat kínálata rövid távon 0, ha az ár kisebb, mint 11 ($p < 11$).



c) Mi az a legkisebb pozitív mennyiség, amit hajlandó termelni a vállalat?

y = 3

A legkisebb pozitív mennyiség, amit hajlandó termelni a vállalat **y = 3** .

d) Milyen ár mellett termelne $y = 6$-ot?

Tökéletes verseny esetén:

$\boxed{p = MC}$

$p = 3y^2 - 12y + 20$

$p = 3 \cdot 6^2 - 12 \cdot 6 + 20 = 108 - 72 + 20 = 56$

p = 56

A vállalat p = 56 mellett termelne y = 6-ot.

e) Határozzuk meg a vállalat rövid távú kínálati függvényét!

- a rövid távú kínálati görbe az üzembezárási pontból indul → így az üzembezárási pont alatt 0 lesz a kínálat, felette pedig az MC görbe

$p = MC = 3y^2 - 12y + 20$

$p = 3y^2 - 12y + 20$

$p = 3(y-2)^2 + 8$ → ha $p \geq 11$, akkor ez az inverz rövid távú kínálati függvény

$$p = 3(y-2)^2 + 8 \qquad /-8$$

$$p - 8 = 3(y-2)^2 \qquad /:3$$

$$\frac{p-8}{3} = (y-2)^2 \qquad /\sqrt{}$$

$$\sqrt{\frac{p-8}{3}} = y - 2 \qquad /+2$$

$$\sqrt{\frac{p-8}{3}} + 2 = y$$

$\mathbf{y = \sqrt{\frac{p-8}{3}} + 2}$ → ha $p \geq 11$, akkor ez a rövid távú kínálati függvény

$$\mathbf{S(p)} = \begin{cases} \mathbf{0,} & \mathbf{ha\ p < 11} \\ \mathbf{y = \sqrt{\frac{p-8}{3}} + 2,} & \mathbf{ha\ p \geq 11} \end{cases}$$

A vállalat rövid távú kínálati függvénye $\mathbf{y = \sqrt{\frac{p-8}{3}} + 2}$, ha $\mathbf{p \geq 11}$, egyébként 0.

Berde 207. o. → 4. feladat

Egy tökéletesen versenyző vállalat költségfüggvénye $c(y) = 200 + 6y^2$. Ha a piaci ár 60 forint, akkor rövid távon mi a vállalat optimális termelése?

$$c(y) = 200 + 6y^2$$
$$p = 60$$

$y_{opt} = ?$ rövid távon

- a vállalat profitmaximalizálásra törekszik
- a vállalat annyit fog termelni, mely termelés esetén fennáll, hogy: $\boxed{p = MC}$ → ez a profitmaximalizálás feltétele tökéletes verseny esetén
- rövid távon veszteséget minimalizál, ha → $AVC_{\min} \le p \le AC_{\min}$ → ekkor $\pi < 0$
- de nem termel, ha → $p < AVC_{\min}$, azaz $\pi < -FC$

$$\boxed{p = MC}$$

<u>A határköltség:</u>

$$MC = \frac{dc(y)}{dy} = \frac{d}{dy}\left(200 + 6y^2\right) = 0 + 2 \cdot 6y = 12y$$
$$MC = 12y$$

<u>A profitmaximalizálás feltétele:</u>

$$p = MC$$
$$60 = 12y$$

$\mathbf{y = 5}$

Termel-e a vállalt $y = 5$-nél?

$$\pi = TR - TC$$
$$\pi = p \cdot y - \left(200 + 6y^2\right) = p \cdot y - 200 - 6y^2$$
$$\pi = 60 \cdot 5 - 200 - 6 \cdot 5^2 = 300 - 200 - 150$$

$\boldsymbol{\pi = -50}$

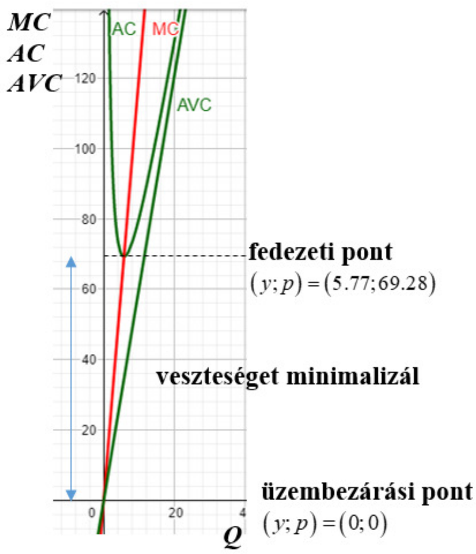
- $FC = 200$ → így akkor vonul ki, ha $\pi < -200$
- tehát termelni fog → $(y; p) = (5; 60)$

Ha a piaci ár 60 Ft, a vállalat optimális termelése rövid távon $\mathbf{y = 5}$.

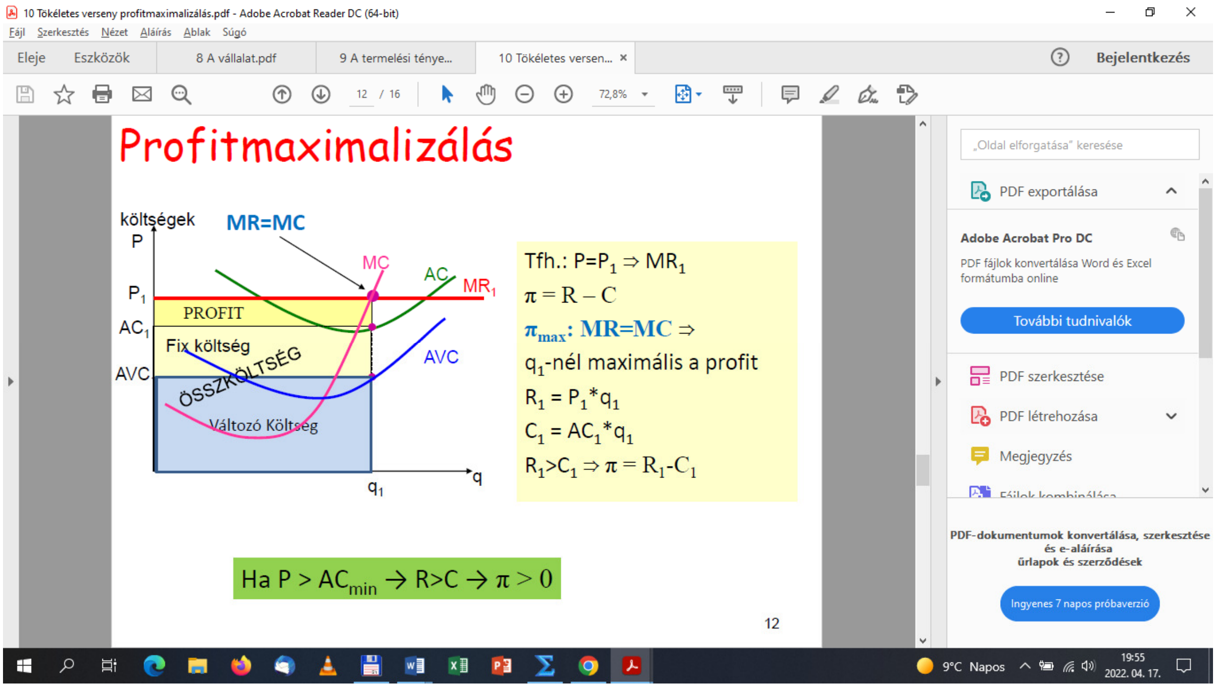
<table>
<tr>
<td>
<u>AC → átlagköltség</u>
$\boxed{AC=\frac{TC}{y}}$ → az egységre eső teljes költség
$AC=\frac{c(y)}{y}=\frac{200+6y^2}{y}$
$AC=\frac{y\left(\frac{200}{y}+6y\right)}{y}=\frac{200}{y}+6y$
$\mathbf{AC=\frac{200}{y}+6y}$
</td>
<td>
<u>AVC → átlagos változó költség</u>
$\boxed{AVC=\frac{VC}{y}}$ → egy egységre eső változó költség
$AVC=\frac{VC}{y}=\frac{6y^2}{y}=6y$
$\mathbf{AVC=6y}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
<u>A fedezeti pont:</u>
$AC=MC$
$\frac{200}{y}+6y=12y$
$\frac{200}{y}=6y$
$200=6y^2$
$33.3\dot{3}=y^2$
$\mathbf{y=5.77}$

$MC=12y=12\cdot 5.77=\mathbf{69.28}$
</td>
<td>
<u>Az üzembezárási pont:</u>
$AVC=MC$
$6y=12y$
$0=6y$
$\mathbf{y=0}$

$MC=12y=12\cdot 0=\mathbf{0}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>$(y;p)=(5.77;69.28)$</td>
<td>$(y;p)=(0;0)$</td>
</tr>
</table>



Rövid távon NEM termel a vállalat, ha:	
$TR < VC$ azaz, ha	$TR = p \cdot y = 60 \cdot 5 = 300$ $VC = 6y^2 = 6 \cdot 5^2 = 150$ $TR < VC$ → $300 > 150$ → termel
$p < AVC_{\min}$	$p < AVC_{\min}$ → $60 > 0$ → termel
$\pi < -FC$	$\pi < -FC$ → $-50 > -200$ → termel



Berde 207. o. → 6. feladat

Egy, a tökéletes verseny körülményei között működő vállalat összköltségfüggvénye: $TC(q) = FC + 2q + 3q^2$. Ha a piaci ár 20, akkor mekkora FC fix költség és mekkora termelés mellett lenne a vállalat maximális profitja –3? Termel-e ekkor rövid távon a vállalat?

$TC(q) = FC + 2q + 3q^2$
$p = 20$
$\pi_{\max} = -3$

$FC = ?\ \ y_{opt} = ?$
termel-e rövid távon a vállalat?

- a vállalat profitmaximalizálásra törekszik
- a vállalat annyit fog termelni, mely termelés esetén fennáll, hogy: $\boxed{p = MC}$ → ez a profitmaximalizálás feltétele tökéletes verseny esetén
- rövid távon veszteséget minimalizál, ha → $AVC_{\min} \le p \le AC_{\min}$ → ekkor $\pi < 0$
- de nem termel, ha → $p < AVC_{\min}$, azaz $\pi < -FC$

$\boxed{p = MC}$

A határköltség:
$$MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d}{dq}\left(FC + 2q + 3q^2\right) = 0 + 2 + 2 \cdot 3q = 2 + 6q$$
$MC = 2 + 6q$

A profitmaximalizálás feltétele:
$p = MC$
$20 = 2 + 6q$
$18 = 6q$
q = 3

Fejezzük ki a fix költséget a profitfüggvényből:
$\pi = TR - TC$
$\pi = p \cdot q - \left(FC + 2q + 3q^2\right) = p \cdot q - FC - 2q - 3q^2$
$-3 = 20 \cdot 3 - FC - 2 \cdot 3 - 3 \cdot 3^2$
$-3 = 60 - FC - 6 - 27$
$-3 = 27 - FC$
FC = 30

Termel-e a vállalt $q = 3$-nál?

- $FC = 30$ → így akkor vonul ki, ha $\pi < -30$
- mivel $-3 > -30$, így termelni fog → $(q; p) = (3; 20)$

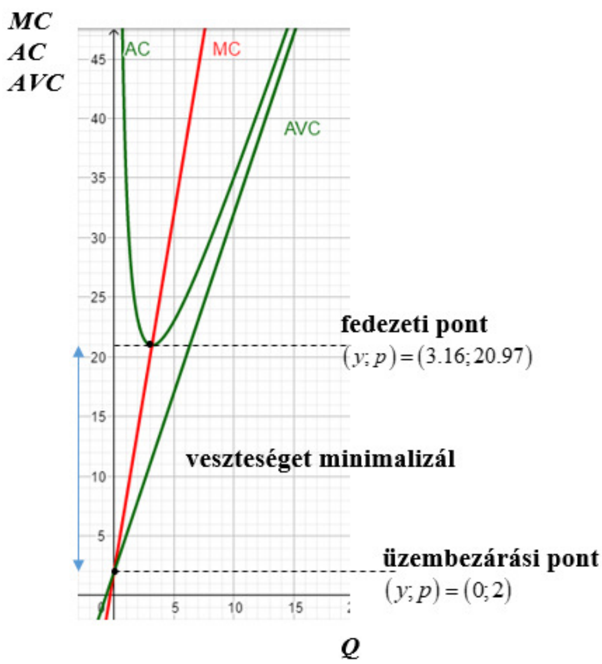
Rövid távon NEM termel a vállalat, ha:	
$TR < VC$ azaz, ha	$TR = p \cdot q = 20 \cdot 3 = 60$ $VC = 2q + 3q^2 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 = 33$ $TR < VC$ → $60 > 33$ → termel
$p < AVC_{\min}$	$p < AVC_{\min}$ → $20 > 2$ → termel
$\pi < -FC$	$\pi < -FC$ → $-3 > -30$ → termel

AVC → átlagos változó költség $\boxed{AVC = \frac{VC}{q}}$ → egy egységre eső változó költség $AVC = \frac{VC}{q} = \frac{2q+3q^2}{q} = \frac{q(2+3q)}{q} = 2+3q$ $\mathbf{AVC = 2 + 3q}$	MC → határköltség $\boxed{MC = \frac{dTC}{dQ}}$ $TC(q) = 30 + 2q + 3q^2$ $MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d}{dq}\left(30 + 2q + 3q^2\right) = 0 + 2 + 2 \cdot 3q$ $\mathbf{MC = 2 + 6q}$

Az üzembezárási pont:

$$AVC = MC$$
$$2 + 3q = 2 + 6q$$
$$3q = 6q$$
$$3q = 0$$
$$\mathbf{q = 0}$$

$$MC = 2 + 6q = 2 + 6 \cdot 0 = \mathbf{2}$$
$$(y; p) = (0; 2)$$



Ha a piaci ár 20 Ft, akkor a vállalat fix költsége 30 → FC = 30 ;
q = 3 termelés mellett lenne a vállalat maximális profitja –3;
a vállalat termelni fog ebben az esetben rövid távon, mert kisebb a vesztesége, mintha a leállás esetén csak a fix költséget fizetné.

<u>Fedezeti pont:</u>

$$AC = \frac{TC}{q} = \frac{2q + 3q^2 + 30}{q} = \frac{q\left(2 + 3q + \frac{30}{q}\right)}{q} = 2 + 3q + \frac{30}{q}$$

$$AC = 2 + 3q + \frac{30}{q}$$

$$AC = MC$$

$$2 + 3q + \frac{30}{q} = 2 + 6q$$

$$2q + 3q^2 + 30 = 2q + 6q^2$$

$$3q^2 + 30 = 6q^2$$

$$30 = 3q^2$$

$$10 = q^2$$

3.16 = q

$$MC = 2 + 6q = 2 + 6 \cdot 3.16$$

MC = p = 20.97

$$(y; p) = (3.16; 20.97)$$

Berde 207. o. → 7. feladat

Egy tökéletesen versenyző vállalat átlagköltségfüggvénye: $AC = \frac{200}{Q} + 10Q + Q^2$ A cég optimális kibocsátása 10.

a) Mekkora a piaci ár?
b) Mennyi profitot realizál a vállalat?

$$AC = \frac{200}{Q} + 10Q + Q^2$$
$$Q_{opt} = 10$$

$$p = ?\quad \pi_{\max} = ?$$

a) Mekkora a piaci ár?

- a vállalat profitmaximalizálásra törekszik
- a vállalat annyit fog termelni, mely termelés esetén fennáll, hogy: $\boxed{p = MC}$ → ez a profitmaximalizálás feltétele tökéletes verseny esetén
- rövid távon veszteséget minimalizál, ha → $AVC_{\min} \le p \le AC_{\min}$ → ekkor $\pi < 0$
- de nem termel, ha → $p < AVC_{\min}$, azaz $\pi < -FC$

$$\boxed{p = MC}$$

- MC a teljes költség függvényből állapítható meg

<u>A határköltség:</u>

$$AC = \frac{200}{Q} + 10Q + Q^2 \qquad / \cdot Q$$
$$TC = 200 + 10Q^2 + Q^3$$
$$MC = \frac{dTC}{dQ} = \frac{d}{dQ}\left(200 + 10Q^2 + Q^3\right) = 0 + 2 \cdot 10Q + 3 \cdot Q^2 = 20Q + 3Q^2$$
$$MC = 20Q + 3Q^2$$

A piaci ár $Q_{opt} = 10$ esetén:

$$MC = 20Q + 3Q^2$$
$$MC = 20Q + 3Q^2 = 20 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 = 200 + 300 = 500$$

$\mathbf{p = MC = 500}$

A piaci ár $\mathbf{Q_{opt} = 10}$ esetén $\mathbf{p = 500}$.

b) Mennyi profitot realizál a vállalat?

A profit:

$\pi = TR - TC$

$\pi = p \cdot Q - \left(200 + 10Q^2 + Q^3\right) = p \cdot Q - 200 - 10Q^2 - Q^3$

$\pi = 500 \cdot 10 - 200 - 10 \cdot 10^2 - 10^3 = 5000 - 200 - 1000 - 1000$

$\boldsymbol{\pi = 2800}$

A profit $\mathbf{Q_{opt} = 10}$ és $\mathbf{p = 500}$ esetén $\boldsymbol{\pi = 2800}$.

Berde 208. o. → 10. feladat

Egy versenyző vállalat költségfüggvénye $c(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 50$. Rövid távon milyen ártartományban termel a vállalat?

$c(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 50$

a) Rövid távon milyen ártartományban termel a vállalat?

- a rövid távú kínálati görbe az üzembezárási pontból indul → így az üzembezárási pont alatt 0 lesz a kínálat, felette pedig az MC görbe

VC → Variable Cost → változó költség

$VC = y^3 - 8y^2 + 30y$

AVC → átlagos változó költség

$\boxed{AVC = \frac{VC}{Q}}$ → egy egységre eső változó költség

$$AVC = \frac{y^3 - 8y^2 + 30y}{y} = \frac{y \cdot \left(y^2 - 8y + 30\right)}{y}$$

$$\mathbf{AVC = y^2 - 8y + 30}$$

MC → Marginal Cost → határköltség

$\boxed{MC = \frac{dTC}{dQ}}$

$$MC = \frac{dC}{dy} = \frac{d}{dy}\left(y^3 - 8y^2 + 30y\right) = 3y^2 - 2 \cdot 8y + 30$$

$$\mathbf{MC = 3y^2 - 16y + 30}$$

Az AVC függvény minimumpontjának helye és értéke → ez **az üzembezárási pont**

A két megoldási lehetőség:

- minimalizáljuk az AVC függvényt
- az AVC minimumpontja ott lesz, ahol metszi az MC függvényt → $AVC = MC$

1. megoldási lehetőség

- minimalizáljuk az AVC függvényt

$AVC = y^2 - 8y + 30$

$$\frac{dAVC}{dy} = \frac{d}{dy}\left(y^2 - 8y + 30\right) = 2y - 8 + 0$$

$2y - 8 = 0$

$2y = 8$

$\mathbf{y = 4}$

$AVC = y^2 - 8y + 30 = 4^2 - 8 \cdot 4 + 30 = 16 - 32 + 30$

AVC = 14

2. megoldási lehetőség

- az AVC minimumpontja ott lesz, ahol metszi az MC függvényt → $AVC = MC$

$AVC = MC$

$y^2 - 8y + 30 = 3y^2 - 16y + 30 \qquad / -30$

$y^2 - 8y = 3y^2 - 16y \qquad /+8y$

$y^2 = 3y^2 - 8y \qquad / -y^2$

$0 = 2y^2 - 8y$

$0 = 2y(y - 4)$

Egy szorzat akkor lesz nulla, ha vagy az egyik, vagy a másik tényező nulla:

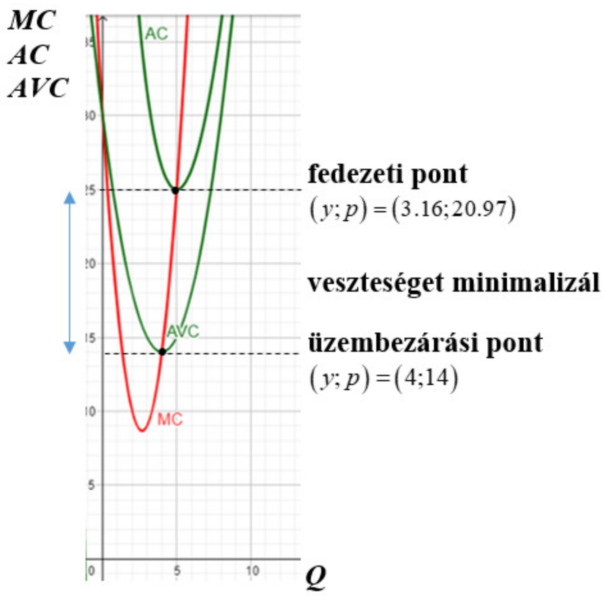
$y - 4 = 0$

$\mathbf{y_1 = 4}$

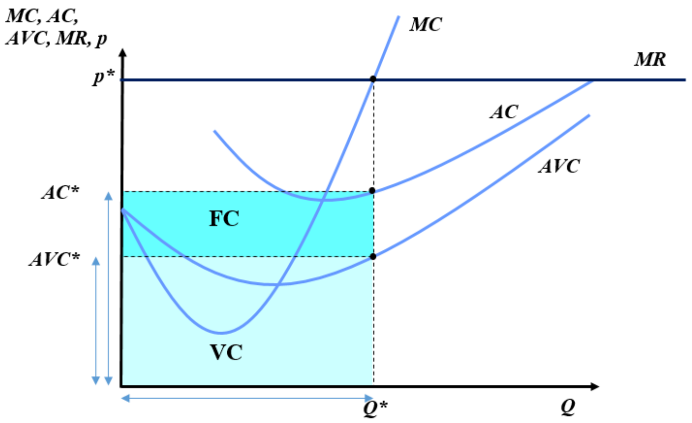
$2y = 0$

$\mathbf{y_2 = 0}$ → a nulla nem lehet üzembezárási pont

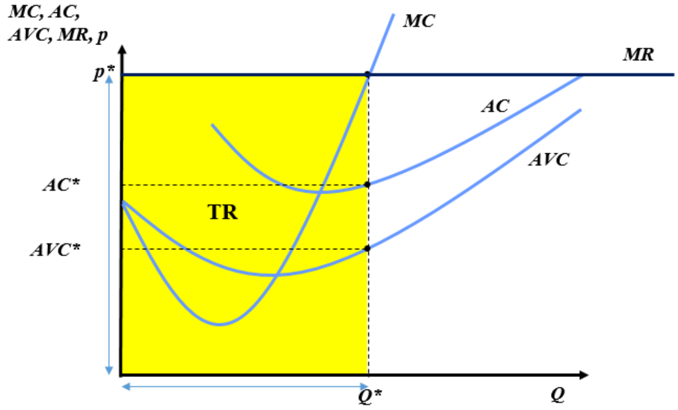
A vállalat az üzembezárási pont felett termel, azaz, ha $\mathbf{p \geq 14}$.



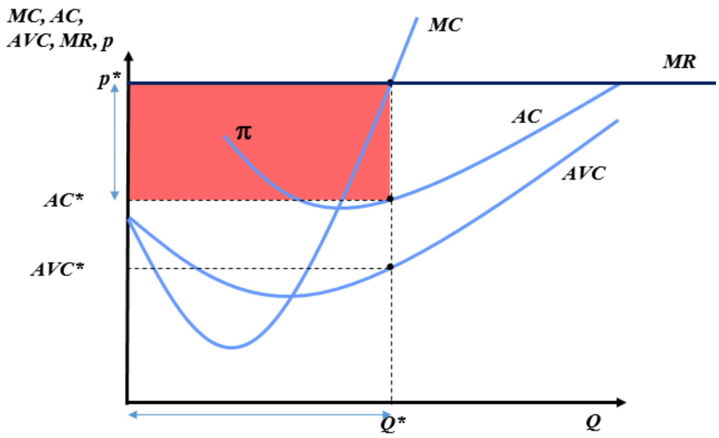
<table>
<tr><th>Összes költség</th><th>Összes bevétel</th></tr>
<tr><td>



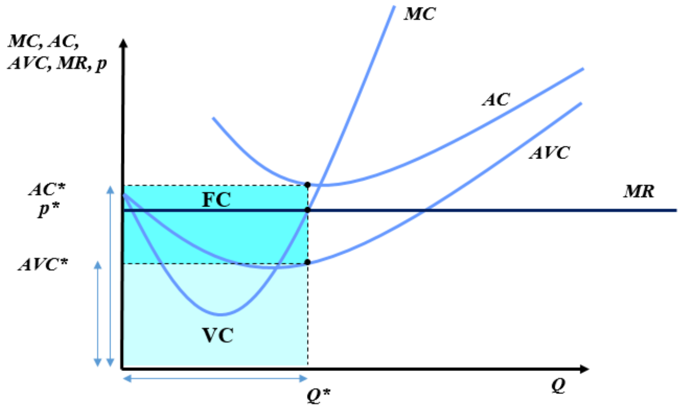
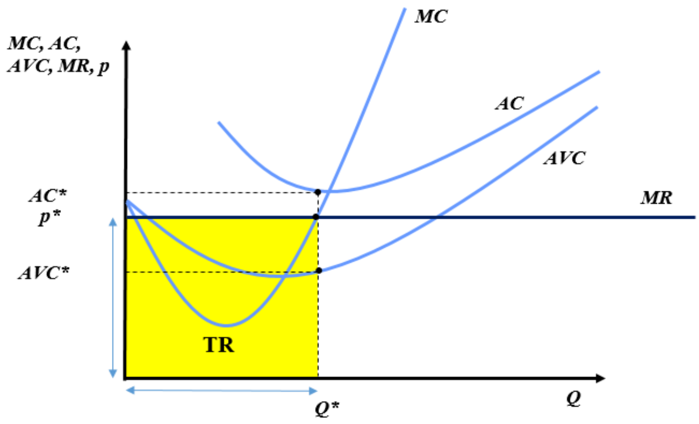
</td><td>



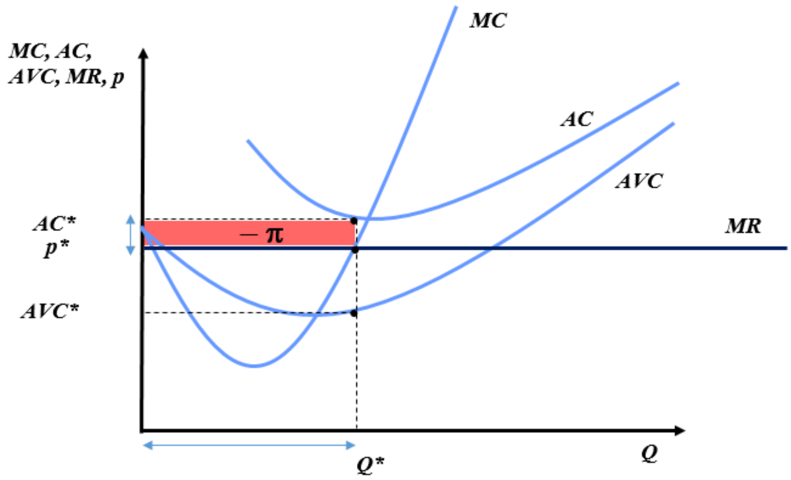
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Profit</th></tr>
<tr><td colspan="2">

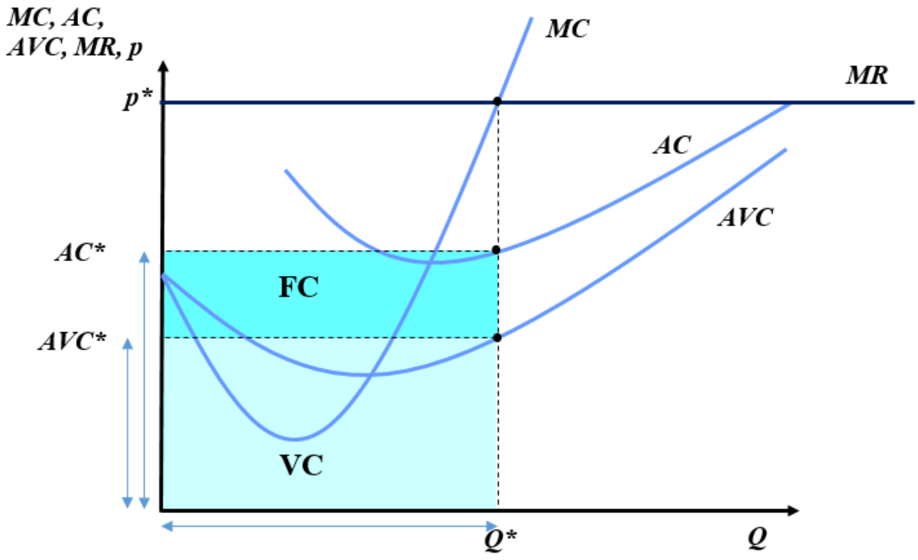


</td></tr>
</table>

Összes költség	Összes bevétel
	

Profit





$$AC \cdot q = \frac{TC}{q} \cdot q = TC$$
$$AVC \cdot q = \frac{VC}{q} \cdot q = VC$$
$$TC - VC = FC$$