Numerikus matematika

Baran Ágnes

Numerikus integrálás

Numerikus integrálás Matlab-bal

Egyváltozós függvények integrálására pl az `integral` függvényt használhatjuk.

Példa

Matlab segítségével számítsuk ki az

$$\int_0^3 x\sqrt{1+x}dx$$

integrál értékét!

Megoldás.

```
>> f= @(x) x.*sqrt(1+x);
>> integral(f,0,3)
ans=
   7.7333
```

Az `integral` függvény hívása:

```
>> integral(fv,xmin,xmax)
```

ahol `fv` az integrálandó függvény (`fv` egy function handle típusú változó), `xmin` és `xmax` az alsó és felső határ.

Az `integral` függvény az `fv` függvényt vektor argumentummal fogja meghívni. Figyeljünk rá, hogy az `fv` ennek megfelelően legyen megadva (elemenkénti operátorok!).

Az `integral` függvény adaptív kvadratúrát használ, és alapértelmezésként 10^{-10} abszolút, vagy 10^{-6} relatív hibával számítja ki az integrál értékét.

A hibahatárok átállíthatóak:

```
>> integral(f,0,3,'RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-13)
```

Az előző példában nem feltétlenül szükséges külön létrehozni a `f` változót:

```
>> integral(@(x) x.*sqrt(1+x),0,3)
```

Ha a függvényt korábban egy m-fájlban definiáltuk, pl.

```
function y=myfnc(x)
   y=x.*sqrt(1+x)
end
```

akkor az `integral` függvénynek átadhatjuk a függvény nevét is (function handle-ként):

```
>> integral(@myfnc,0,3)
```

Hasonló a helyzet a Matlab beépített függvényeivel:

```
>> integral(@sin,0,pi)
```

Impropius integrálok

- Az integrálás határai lehetnek $-\infty$ és ∞ is:

```
>> f= @(x) exp(-x);
>> integral(f,0,inf)
ans =  1.0000
```

- Az sem probléma, ha a függvény az intervallum végpontjaiban nincs értelmezve:

```
>> f= @(x) 1./sqrt(1-x.^2);
>> integral(f,-1,1)
ans=
   3.1416
```

Ha nem ismert a függvény

Előfordulhat, hogy nem ismerünk egzakt képletet az integrálandó függvényre, csak bizonyos pontokban ismerjük az értékeit. Ilyenkor a `trapz` Matlab-függvényt használhatjuk.

Példa

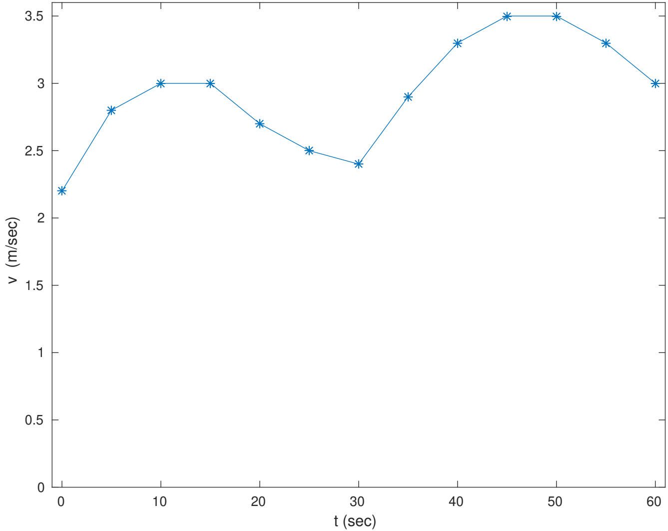
Egy jármű sebességét 1 percen keresztül mértük 5 másodperces időközönként:

t (sec)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
v (m/sec)	2.2	2.8	3	3	2.7	2.5	2.4	2.9	3.3	3.5	3.5	3.3	3

Becsüljük meg a jármű által megtett utat!

Megoldás. Tudjuk, hogy az a idő alatt megtett út:

$$S = \int_0^a v(t)dt$$


3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
v (m/sec)
0
10
20
30
40
50
60
t (sec)

A `trapz` függvény segítségével az integrál becslése:

```
>> x=0:5:60;
>> f=[ 2.2 2.8 3 3 2.7 2.5 2.4 2.9 3.3 3.5 3.5 3.3 3];
>> trapz(x,f)
ans =
     177.5000
```

```
>> y=cumtrapz(x,f);
```

Ekkor

$$y = (0, 12.5, 27, 42, 56.25, 69.25, 81.5, 94.75, 110.25, 127.25, 144.75, 161.75, 177.5)$$

Az `y` vektor *i*-edik koordinátája az *i*-edik időpillanatig megtett utat mutatja.

1. feladat

Matlab segítségével számítsa ki az alábbi határozott integrálok értékét!

(a)

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x \sin(x^2) dx$$

(b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

(c)

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} dx$$

2. feladat

Közelítse az

$$\int_{0}^{10} x \sin(5x) dx$$

integrált az `integral` függvénnyel, illetve a `trapz` függvénnyel úgy, hogy alappontoknak az

- `xi=0:10` pontokat
- `xi=[0 0.5:9.5 10]` pontokat

választja. Próbálja megmagyarázni a tapasztalt jelenséget (ábrázolja az integrálandó függvényt a megadott intervallum felett). Növelje az alappontok számát a `trapz` függvény esetén.

3. feladat

Írjon 1-1 Matlab függvényt, mely adott f, a, b és m esetén kiszámítja

$$\int_a^b f(x)dx$$

közelítését összetett trapéz, illetve összetett Simpson-képlettel, akkor, amikor az $[a, b]$ intervallumot m részintervallumra osztjuk.