Adatbázisrendszerek

A funkcionális függés és jellemzői

Tegyük fel, hogy a relációs adatbázissémánknak *n* attribútuma van: $A_1, A_2, \ldots A_n$;

és gondoljunk az egész adatbázisunkra úgy, hogy azt egyetlen univerzális $R = \{A_1, A_2, \ldots A_n\}$ relációsémával írjuk le.

Milyen problémákat találunk az alábbi relációban?

Neptun_kód	Név	Kurzuskód	Kurzusnév	dátum	vizsgaszám	Jelentkezés_ideje
ABC123	Kis Kanál	ICK1234_04	Adatkezelés	2020.jan.5	1	2019.dec.3
XZY987	Nem Fél	NGK534_02	Matek	2020.jan.7	2	2019.dec.1
ABC123	Kis Fáni	ICK1234_04	Adatkezelés	2019.dec.18	1	2019.dec.1
XZY987	Nem Fél	ICK1234_04	Gépelés	2020.jan.14	1	2019.dec.15

Funkcionális függés (functional dependency, FD)

A funkcionális függés egy olyan megszorítás, amely az adatbázis két attribútumhalmaza között áll fenn.

Tegyük fel, hogy a relációs adatbázissémánknak *n* attribútuma van:

$A_1, A_2, \dots A_n$; és gondoljunk az egész adatbázisunkra úgy, hogy azt egyetlen univerzális $R = \{A_1, A_2, \dots A_n\}$ relációsémával írjuk le.

Az R séma két attribútumhalmaza, X és Y között,
$X \rightarrow Y$-nal jelölt funkcionális függés előírja az alábbi megszorítást azokra a lehetséges rekordokra, amelyek egy R fölötti r relációt alkothatnak: bármely két, r -beli t_1 és t_2 rekord esetén, amelyekre $t_1[X] = t_2[X]$ teljesül, teljesülnie kell $t_1[Y] = t_2[Y]$-nak is.

Funkcionális függés

Más szavakkal: egy R relációsémában X akkor és csak akkor határozza meg funkcionálisan Y-t, ha valahányszor r (R) két rekordja megegyezik az X értékeken, szükségszerűen megegyezik az Y értékeken is.

Megjegyzés

Ha egy R-re előírt megszorítás szerint bármely r (R) relációpéldányban nem szerepelhet több, mint egy rekord egy adott X attribútumhalmaz értékeiként – azaz X egy szuperkulcsa R-nek –, következik $X \rightarrow Y$ az R attribútumainak bármely Y részhalmazára (mivel a kulcsmegszorításból következik, hogy egyetlen legális r (R) állapotban sem lehet két olyan rekord, amelyeknek azonosak lennének az X értékeik).

Ha $X \rightarrow Y$ teljesül R-ben, még semmit sem tudunk mondani arról, hogy $Y \rightarrow X$ is teljesül-e R-ben. Ha mind $X \rightarrow Y$, mind $Y \rightarrow X$ teljesül R-ben, akkor **kölcsönös funkcionális függés**ről beszélünk.

Ha sem $X \rightarrow Y$, sem $Y \rightarrow X$ nem teljesül, akkor azt mondjuk, hogy X és Y **funkcionálisan független** attribútumhalmazok.

Funkcionális függés

Jelölés

Funkcionális függések felírásakor a halmazt jelölő nyitó és záró zárójelek, valamint a halmaz elemeit elválasztó vesszők megállapodás szerint elhagyhatók, ha az attribútumokat egybetűs nevekkel azonosítjuk.

(Egyelemű halmazok esetén általában egyébként is elhagyjuk a halmazt jelölő zárójeleket.)

Pl.: $\{A,B\} \rightarrow \{C\}$ helyett $AB \rightarrow C$

$\{A,B,C\} \rightarrow \{D,E\}$ helyett $ABC \rightarrow DE$

Ha X és Y attribútumhalmazokat jelölnek, akkor a funkcionális függések mindkét oldalán alkalmazható az XY egyszerűsítés a két attribútumhalmaz uniójának jelölésére.

$X \cup Y \rightarrow Z$ helyett $XY \rightarrow Z$

A funkcionális függések tulajdonságai

1. a reflexivitás szabálya: Ha $X \supseteq Y$, akkor $X \to Y$.
2. az augmentivitás szabálya: $\{X \to Y\} \models XZ \to YZ$.
3. a tranzitivitás szabálya: $\{X \to Y,\ Y \to Z\} \models X \to Z$.
4. a dekompozíció szabálya: $\{X \to YZ\} \models X \to Y$.
5. az additivitás szabálya: $\{X \to Y,\ X \to Z\} \models X \to YZ$.
6. a pszeudotranzitivitás szabálya: $\{X \to Y,\ WY \to Z\} \models WX \to Z$.

Egy $X \to Y$ funkcionális függés **triviális** ha $X \supseteq Y$, egyébként **nemtriviális**.

Megjegyzés

Bár $X \to A$ és $X \to B$ az additivitás szabálya miatt implikálja $X \to AB$-t, azonban sem $X \to A$-ból, sem $Y \to B$-ből nem következik, hogy $XY \to AB$. Mint ahogy $XY \to A$ sem implikálja szükségképpen sem $X \to A$-t, sem $Y \to A$-t.

A funkcionális függések tulajdonságai

1. A reflexivitás szabálya szerint egy attribútumhalmaz mindig meghatározza önmagát, vagy saját maga bármilyen részhalmazát.
2. Az augmentivitás szabálya szerint egy funkcionális függés mindkét oldalának ugyanazzal az attribútumhalmazzal történő bővítése újabb érvényes funkcionális függést eredményez.
3. A tranzitivitás szabálya szerint a funkcionális függések tranzitívak.
4. A dekompozíció szabálya azt mondja, hogy egy funkcionális függés jobb oldaláról eltávolíthatunk attribútumokat.
5. Az additivitás szabálya szerint funkcionális függések egy

   $$\{X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \dots, X \rightarrow A_n\}$$

   halmazát összevonhatjuk egyetlen

   $$X \rightarrow \{A_1, A2, \dots, A_n\}$$

   funkcionális függéssé.

A reflexivitás bizonyítása

Ha $X \supseteq Y$, akkor $X \rightarrow Y$.

Tegyük fel, hogy $X \supseteq Y$, és hogy léteznek t_1 és t_2 rekordok R valamely r relációjában úgy, hogy $t_1[X] = t_2[X]$.

Ekkor

$t_1[Y] = t_2[Y]$, mivel $X \supseteq Y$; ezért $X \rightarrow Y$-nak teljesülnie kell r-ben.

Az augmentivitás bizonyítása (indirekt módon)

$\{X \to Y\} \models XZ \to YZ.$

Tegyük fel, hogy $X \to Y$ fennáll R egy r relációjában, de $XZ \to YZ$ nem áll fenn. Ekkor léteznie kell t_1 és t_2 rekordoknak úgy, hogy

1. $t_1[X] = t_2[X]$,
2. $t_1[Y] = t_2[Y]$,
3. $t_1[XZ] = t_2[XZ]$ és
4. $t_1[YZ] \neq t_2[YZ]$.

Ez nem lehetséges, mert (3)-ból kapjuk, hogy

5. $t_1[Z] = t_2[Z]$,

míg (2)-ből és (5)-ből kapjuk, hogy

6. $t_1[YZ] = t_2[YZ]$,

ami ellentmond (4)-nek.

A tranzitivitás bizonyítása

$\{X \to Y,\ Y \to Z\} \models X \to Z.$

Tegyük fel, hogy

1. $X \to Y$ és
2. $Y \to Z$

fennáll egy r relációban. Ekkor tetszőleges t_1 és t_2 r-beli rekordokra, melyekre igaz, hogy $t_1[X] = t_2[X]$, (1) miatt kapjuk, hogy

3. $t_1[Y] = t_2[Y]$;

így (3)-ból és a (2)-es feltevésünkből azt is kapnunk kell, hogy

4. $t_1[Z] = t_2[Z]$;

ezért $X \to Z$-nek fenn kell állnia r-ben.

A dekompozíció bizonyítása

$\{X \to YZ\} \models X \to Y$

1. $X \to YZ$ adott.
2. $YZ \to Y$, felhasználva a reflexivitás szabályát, és tudva, hogy $YZ \supseteq Y$.
3. $X \to Y$, alkalmazva a tranzitivitás szabályát (1)-re és (2)-re.

Az additivitás bizonyítása

$\{X \to Y,\ X \to Z\} \models X \to YZ.$

1. $X \to Y$ adott.
2. $X \to Z$ adott.
3. $X \to XY$, alkalmazva az augmentivitás szabályát (1)-re, azt X-szel bővítve; megjegyezve, hogy $XX = X$.
4. $XY \to YZ$, alkalmazva az augmentivitás szabályát (2)-re, azt Y-nal bővítve.
5. $X \to YZ$, alkalmazva a tranzitivitás szabályát (3)-ra és (4)-re.

A pszeudotranzitivitás bizonyítása

$\{X \rightarrow Y,\ WY \rightarrow Z\} \models WX \rightarrow Z.$

1. $X \rightarrow Y$ adott.
2. $WY \rightarrow Z$ adott.
3. $WX \rightarrow WY$, alkalmazva az augmentivitás szabályát (1)-re, azt W-vel bővítve.
4. $WX \rightarrow Z$, alkalmazva a tranzitivitás szabályát (3)-ra és (2)-re.

Az Armstrong-axiómák

- William Ward Armstrong 1974-ben bizonyította be, hogy a reflexivitás, az augmentivitás és a tranzitivitás szabálya együtt **helyes** és **teljes**.
- Helyesség alatt azt értjük, hogy ha adott egy R relációsémán fennálló funkcionális függéseknek egy F halmaza, akkor bármilyen függés, amely levezethető F-ből a három szabály segítségével, fenn fog állni R minden olyan r relációjában, amely kielégíti az F-beli függéseket.
- Teljesség alatt azt értjük, hogy a három szabályt mindaddig ismételten alkalmazva, míg már nem kapunk újabb függéseket, előállítható az F-ből levezethető összes lehetséges függés teljes halmaza. Más szavakkal, F-ből kiindulva kizárólag a három szabály alkalmazásával meghatározható az F+ függések halmaza, amit F lezártjának hívunk.
- **A reflexivitás, az augmentivitás és a tranzitivitás szabályait együtt Armstrong-axiómáknak nevezzük.**