

### 3. szeminárium: Preferenciák, hasznosság

- a preferenciák leírására **közömbösségi görbéket** fogunk alkalmazni
- a fogyasztó számára közömbös fogyasztói kosarakat reprezentáló görbe
- **a preferenciák különböző szintjeit reprezentáló közömbösségi görbék nem metszhetik egymást!**

**szigorúan preferált**  $\rightarrow (x_A, y_A) \succ (x_B, y_B)$  vagy  $A \succ B$

**közömbös**  $\rightarrow (x_A, y_A) \sim (x_B, y_B)$  vagy  $A \sim B$

**gyengén preferált**  $\rightarrow (x_A, y_A) \succeq (x_B, y_B)$  vagy  $A \succeq B$

#### Általános tulajdonságok

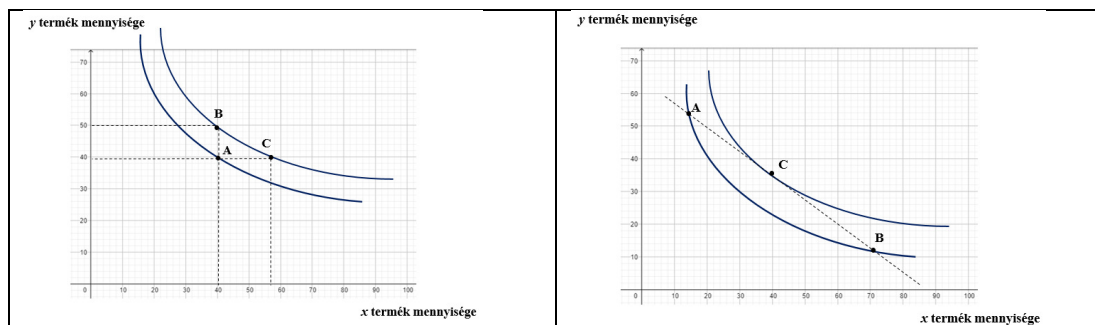
**1. Teljesség**  $\rightarrow$  feltesszük, hogy bármely két kosár összevethető egymással

**2. Reflexivitás**  $\rightarrow$  feltesszük, hogy bármely kosár legalább olyan jó, mint saját maga  $\rightarrow$   
 $(x_A, y_A) \succeq (x_A, y_A)$

**3. Tranzitivitás**  $\rightarrow$  ha  $A \succeq B$  és  $B \succeq C$ , akkor  $A \succeq C$

#### Jól viselkedő preferenciák tulajdonságai

- **monotonitás**  $\rightarrow$  ami több, az jobb  $\rightarrow$  emiatt negatív meredekségűek
- a fogyasztó az átlagot részesíti előnyben a szélsőségekkel szemben  $\rightarrow$  emiatt konvexek, azaz „C” alakúak



#### Hasznosság

- a **hasznossági függvény** az egyik módja annak, hogy minden lehetséges fogyasztási kosárnak értéket tulajdonítsunk  $\rightarrow$  oly módon, hogy a jobban preferált kosarak nagyobb,  $\rightarrow$  a kevésbé preferáltak kisebb számot kapnak.
- geometriailag a hasznossági függvény egy eljárás arra, hogy a **közömbösségi görbéket beszámozzuk**
- a hasznossági értékadás tulajdonságai közül egyedül az a fontos, hogy ez **milyen sorrendbe rendezi** a jószágkosarakat  $\rightarrow$  **ordinális hasznosság**
- a **monoton transzformáció** az az eljárás, amelynek során a számok egy halmazát egy másik számhalmazzá transzformáljuk oly módon, hogy megtartjuk a számok sorrendjét  $\rightarrow$  pl. pozitív számmal való szorzás, bármely szám hozzáadása

## Példák preferenciatípusokra

### 1. tökéletes helyettesítés

- tekintsük a piros és a kék ceruzák esetét → a fogyasztó számára csak **a ceruzák együttes száma** számít
- a hasznosság mértéke tehát természetes módon kifejeződik a ceruzák teljes számában

$$x + y$$

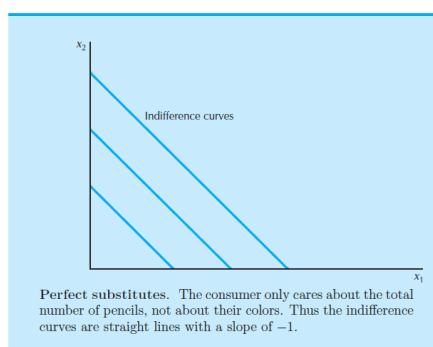
$$U = a \cdot x + b \cdot y$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = a$$

és

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = b$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b}$$



Varian [2010] 39.o.

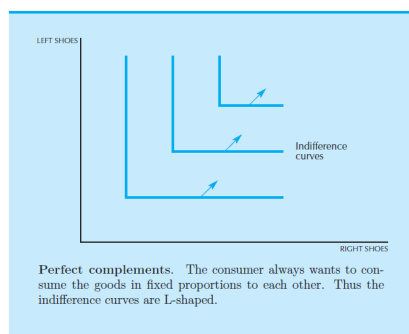
### 2. tökéletes kiegészítés

- ez a ballábas és a jobblábas cipők esete
- az ilyen preferenciák esetében a fogyasztót csak a cipőpárok száma érdekli, → ezért hasznossági függvényül a **cipőpárok számát** választjuk

$$\min\{x; y\}$$

$$U(x, y) = \min\{a \cdot x; b \cdot y\}$$

$$|MRS| = \begin{cases} 0, & \text{ha } x > y \\ \infty, & \text{ha } x < y \\ \text{nem értelmezhető,} & \text{ha } x = y \end{cases}$$



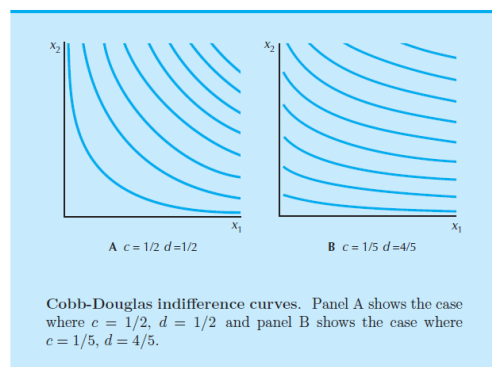
Varian [2010] 40.o.

### 3. Cobb-Douglas preferenciák

$$U(x, y) = A \cdot x^a y^b$$

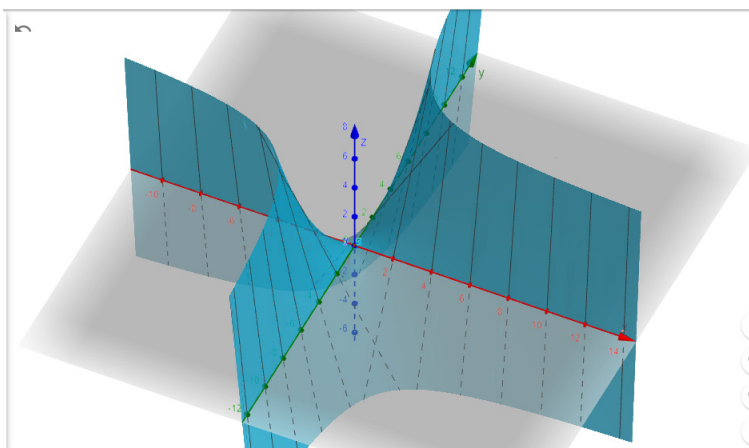
$$U(x, y) = x^a y^b$$

$$|MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x}$$

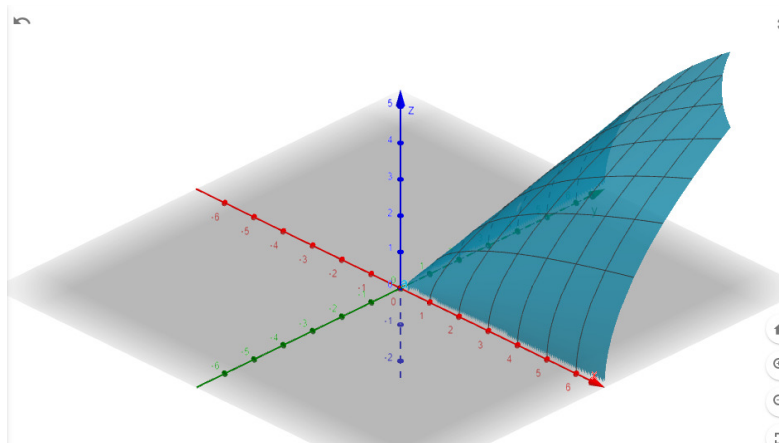


Varian [2010] 64.o.

$$\text{ha } U(x, y) = xy$$

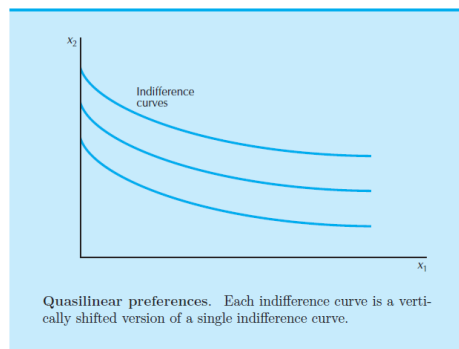


$$\text{ha } U(x, y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$



#### 4. Kvázilineáris preferenciák

- tegyük fel, hogy a fogyasztó olyan közömbösségi görbékkel rendelkezik, amelyek egymás függőlegesen eltolásai



Varian [2010] 63.o.

$$U(x, y) = \sqrt{x} + y \quad \text{vagy} \quad U(x, y) = \ln x + y$$

- ebben az esetben a hasznossági függvény az  $y$  jószágban lineáris, de nem lineáris az  $x$  jószágban  $\rightarrow$  így a **kvázilineáris hasznosság** elnevezés „részben lineáris” hasznosságot jelent

#### Helyettesítési határárány

**helyettesítési határárány:** a közömbösségi görbe pontbeli meredeksége a  $\rightarrow$  MRS  $\rightarrow$  Marginal Rate of Substitution  $\rightarrow$  az MRS mutatja azt az arányt, amelyben a **fogyasztó az egyik jószágot a másikkal hajlandó helyettesíteni**

- tulajdonképpen a közömbösségi görbe meredeksége (MRS) a fogyasztó **fizetési határhajlandóságát** mutatja
- a **szigorúan konvex közömbösségi görbék** esetében a helyettesítési határárány csökken, ha  $x$  nő
- azaz minél többel rendelkezünk egy jószágból, annál inkább hajlandók vagyunk lemondani róla a másik jószágért cserébe

**határhaszon:** pl. az  $x$  jószág mennyiségének egy kismértékű  $\Delta x$  változására visszavezethető  $\Delta U$  hasznosságváltozást méri, miközben  $y$  jószág mennyisége konstans  
megmutatja, hogyha ceteris paribus az egyik jószág mennyiségét (végtelen) kis mértékben megváltoztatjuk, akkor mennyivel változik a hasznosság

$$MU_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{U(x + \Delta x, y) - U(x, y)}{\Delta x} \quad \text{vagy} \quad MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x}$$

$$MU_y = \frac{\Delta U}{\Delta y} = \frac{U(x, y + \Delta y) - U(x, y)}{\Delta y} \quad \text{vagy} \quad MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y}$$

- változzon a fogyasztás mindkét jószágból olyan  $(\Delta x, \Delta y)$  mértékben, hogy az összhason változatlan maradjon!
- ekkor a fogyasztás változása a közömbösségi görbe mentén való mozgást jelent
- ekkor igaz, hogy

$$MU_x \cdot \Delta x + MU_y \cdot \Delta y = \Delta U = 0$$

$$\text{mivel } MU_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

- kifejezve a közömbösségi görbe meredekségét, a következőhöz jutunk:

$$\mathbf{MRS} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{\mathbf{MU}_x}{\mathbf{MU}_y}$$

$$MU_x \cdot \Delta x + MU_y \cdot \Delta y = \Delta U = 0$$

$$MU_x \cdot \Delta x + MU_y \cdot \Delta y = 0$$

$$MU_y \cdot \Delta y = -MU_x \cdot \Delta x$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{MU_x}{MU_y}$$

- az MRS előjele negatív, hiszen ha több  $x$  jószágra teszünk szert, akkor **kevesebb**  $y$  jószágunknak kell lennie abban az esetben, ha tartani akarjuk ugyanazt a hasznossági szintet

## Tökéletes helyettesítés

- tekintsük a piros és a kék ceruzák esetét → a fogyasztó számára csak **a ceruzák együttes száma** számít
- a hasznosság mértéke tehát természetes módon kifejeződik a ceruzák teljes számában

$$U = a \cdot x + b \cdot y$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = a \quad \text{és} \quad MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = b$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b}$$

- tegyük fel, hogy a fogyasztó 2y jószág fogyasztását hajlandó feláldozni plusz 1x jószág fogyasztásáért cserébe
- ez azt jelenti, hogy az **x jószág** kétszer olyan értékes a fogyasztó számára, mint az **y jószág**
- $x \leq y \rightarrow 2x = y$

$$U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$$

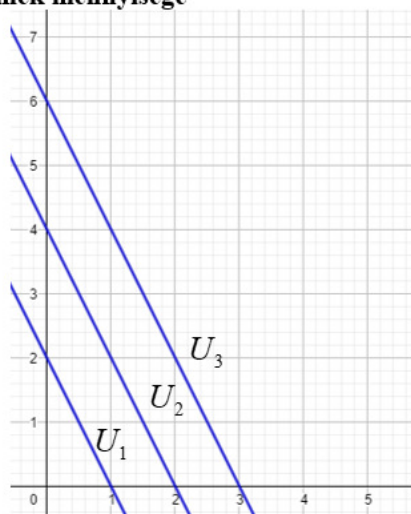
$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 2 \quad \text{és} \quad MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = 1$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2$$

- tekintsük a következő hasznosságokat:

| $U_1 = 2$                   | $U_2 = 4$                   | $U_3 = 6$                   |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$ | $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$ | $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$ |
| $2 = 2x + y$                | $4 = 2x + y$                | $6 = 2x + y$                |
| $y = 2 - 2x$                | $y = 4 - 2x$                | $y = 6 - 2x$                |

**y termék mennyisége**



**x termék mennyisége**

## Tökéletes kiegészítés

- ez a ballábas és a jobblábas cipők esete
- az ilyen preferenciák esetében a fogyasztót csak a cipópárok száma érdekli,  $\rightarrow$  ezért hasznossági függvényül a **cipópárok számát** választjuk
- csak az a lényeg, hogy a bal és jobb lábas cipőből hány pár jön ki  $\rightarrow$  ha van 2 jobb lábas és egy bal lábas, vagy négy ballábas és egy jobb lábas cipő, attól még csak egy darab pár cipőnk van, amit használni tudunk
- a cipópárok száma megállapítható a jobblábas cipők ( $x$ ) és a ballábas cipők ( $y$ ) minimumában
- ahány pár cipőnk van, az lesz egyben az  $x$  jobblábas és az  $y$  ballábas cipők számának minimuma is
- így a tökéletes kiegészítés hasznossági függvényének formulája:

$$U(x, y) = \min \{a \cdot x; b \cdot y\}$$

$$|MRS| = \begin{cases} 0, & \text{ha } x > y \\ \infty, & \text{ha } x < y \\ \text{nem értelmezhető,} & \text{ha } x = y \end{cases}$$

- tegyük fel, hogy a fogyasztó 1 db  $x$  jószágot csak 2 db  $y$  jószággal együtt hajlandó fogyasztani

| $x$ termék mennyisége | $y$ termék mennyisége |
|-----------------------|-----------------------|
| 1                     | $2 \cdot 1 = 2$       |
| 2                     | $2 \cdot 2 = 4$       |
| 3                     | $2 \cdot 3 = 6$       |

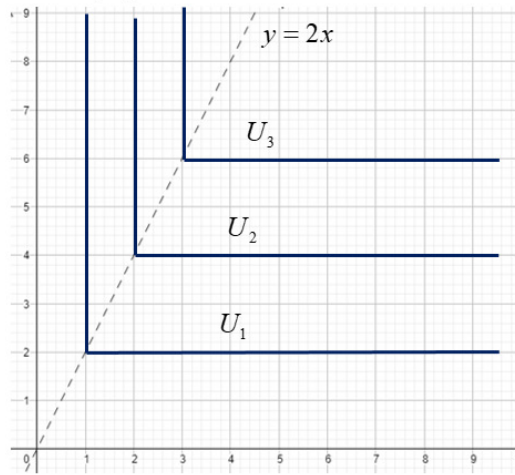
- mi annak az egyenesnek az egyenlete, ami összeköti a különböző hasznossággal rendelkező közömbösségi görbék minimum pontjait  $\rightarrow$  ez lesz a sarokpontok/ töréspontok egyenlete  $\rightarrow$  azaz nézzük meg, hol egyenlők egymással a minimum függvény  $x$  és  $y$  argumentumai a megadott arányok esetén  $\rightarrow$
- $x \leq y \rightarrow$  hogy lesznek egyenlők?  $\rightarrow 2x = y$
- a minimumpontok/ sarokpontok/ töréspontok egyenlete  $\rightarrow y = 2x$
- ez kerül be a minimum függvénybe,  $\rightarrow$  így ekkor a hasznossági függvény formája:

$$U(x, y) = \min \{2x; y\}$$

- tekintsük a következő hasznosságokat:

| $U_1 = 2$                             | $U_2 = 4$                             | $U_3 = 6$                             |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $U(x, y) = \min \{2x; y\}$            | $U(x, y) = \min \{2x; y\}$            | $U(x, y) = \min \{2x; y\}$            |
| $U(1, 2) = \min \{2 \cdot 1; 2\} = 2$ | $U(2, 4) = \min \{2 \cdot 2; 4\} = 4$ | $U(3, 6) = \min \{2 \cdot 3; 6\} = 6$ |

**y termék mennyisége**



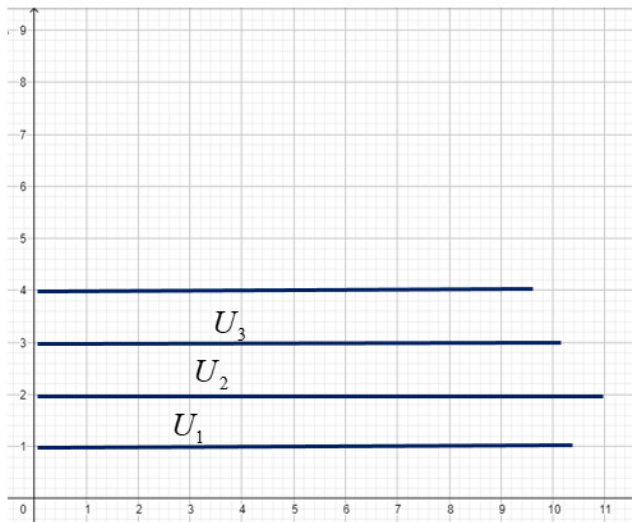
**x termék mennyisége**

**Ha  $x$  jószág semleges, és  $y$  jószág hasznos**

$$U(x, y) = y$$

$$|MRS| = 0$$

**y termék mennyisége**



**x termék mennyisége**



## Berde 24. o. → 7. feladat

Három barátnő, Anna, Bori és Cili különböző preferenciákkal rendelkeznek a sonka és a sajt vonatkozásában. Ha a 30 dkg sonkát ( $x$ ) és 60 dkg sajtot ( $y$ ) tartalmazó jóságkosárát (legyen ez az A kosár) a 40 dkg sonkát és 40 dkg sajtot tartalmazó kosárral (legyen ez a B kosár) hasonlítjuk össze, akkor preferenciáik a következők: Anna számára  $A \succ B$ , Bori számára  $A \prec B$ , Cili számára  $A \sim B$ . Tudjuk még, hogy mindegyikük számára mindkét jószágból a több az jobb, és hogy az átlagos összetételű kosarat preferálják a szélsőséges összetételűhöz képest.

- Ábrázoljuk a három barátnő néhány lehetséges közömbösségi görbéjét!
- Mit tudunk az adott információk alapján a három barátnőnek a sonkára és sajtra vonatkozó helyettesítési arányáról az  $x = 30$  és  $x = 40$  között (azaz a sonka mennyiségének 10 dkg-al történő növelése érdekében mennyi sajtról hajlandók lemondani, ha 30 dkg sonkával rendelkeznek)?

sonka  $\rightarrow x$

sajt  $\rightarrow y$

Anna számára  $\rightarrow A \succ B$

Bori számára  $\rightarrow A \prec B$

Cili számára  $\rightarrow A \sim B$

30 dkg sonka  $\rightarrow x_A$

60 dkg sajt  $\rightarrow y_A$

A (30;60)

40 dkg sonka  $\rightarrow x_B$

40 dkg sajt  $\rightarrow y_B$

B (40;40)

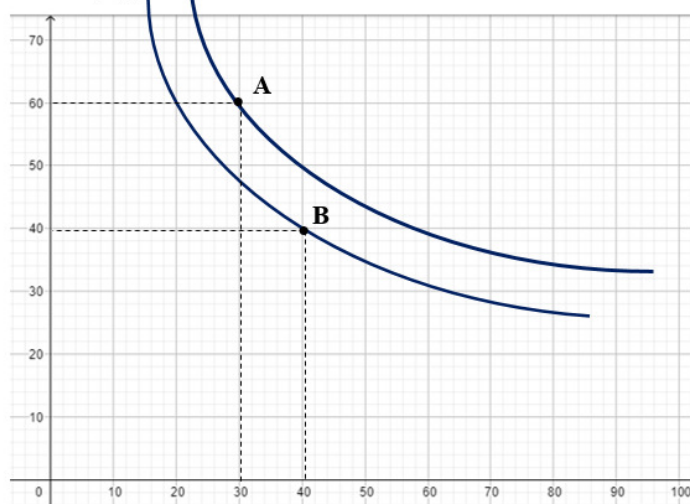
---

lehetséges közömbösségi görbék? RS=?

**a) Ábrázoljuk a három barátnő néhány lehetséges közömbösségi görbéjét!**

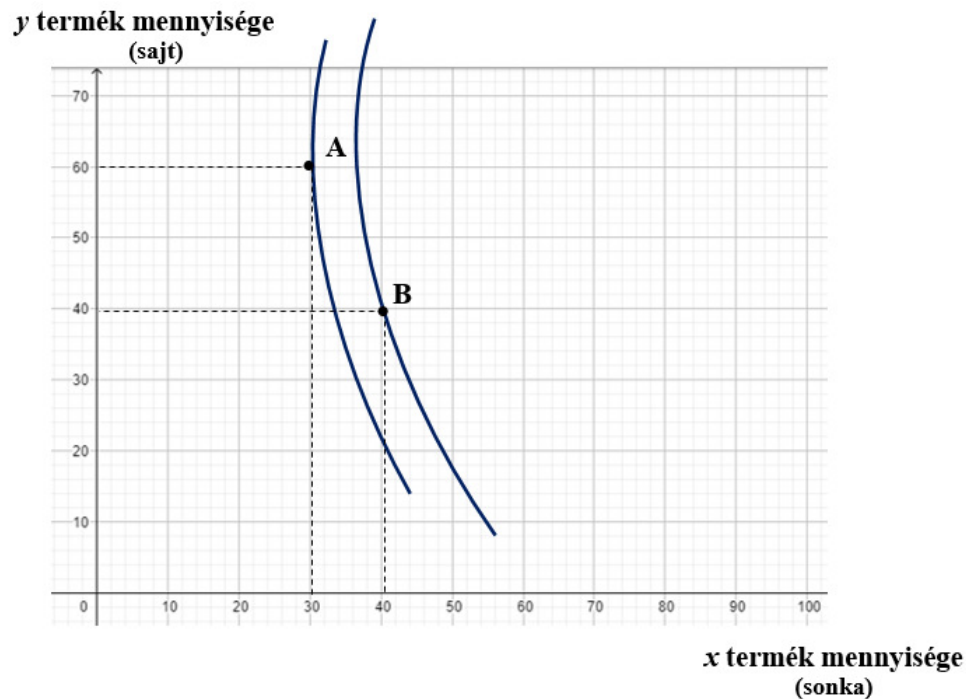
**1. Anna közömbösségi görbéi  $\rightarrow A \succ B$**

$y$  termék mennyisége  
(sajt)

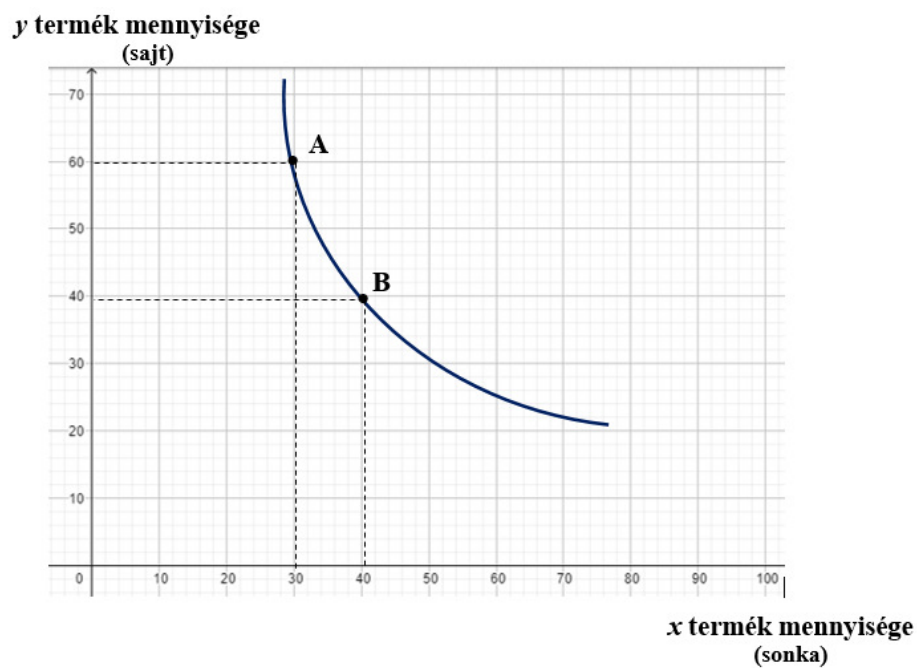


$x$  termék mennyisége  
(sonka)

2. Bori közömbösségi görbéi  $\rightarrow A \prec B$

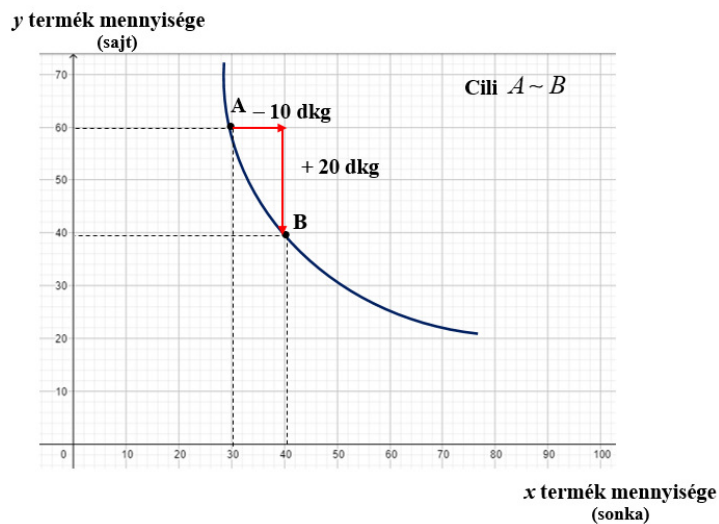


3. Cili közömbösségi görbéi  $\rightarrow A \sim B$



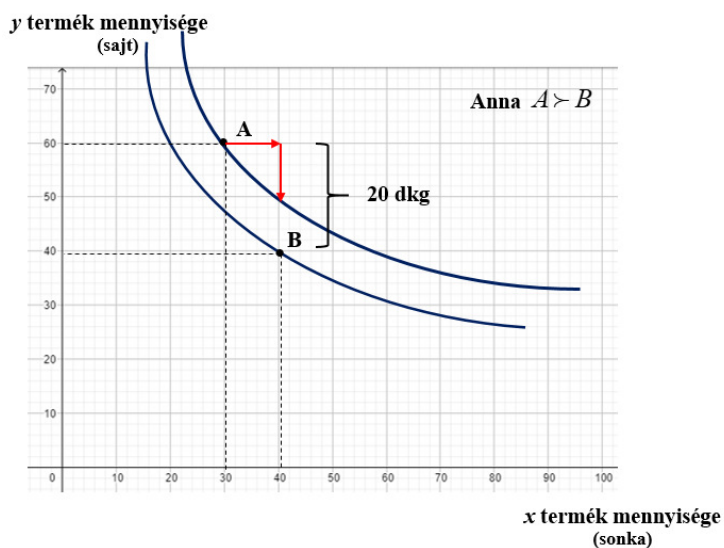
b) Mit tudunk az adott információk alapján a három barátnőnek a sonkára és sajtra vonatkozó helyettesítési arányáról az  $x = 30$  és  $x = 40$  között (azaz a sonka mennyiségének 10 dkg-al történő növelése érdekében mennyi sajtról hajlandók lemondani, ha 30 dkg sonkával rendelkeznek)?

**RS** → Rate of Substitution, helyettesítési arány; megmutatja azt az arányt, amelyben a fogyasztó az egyik jószágot a másikkal hajlandó helyettesíteni →  $|RS| = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$



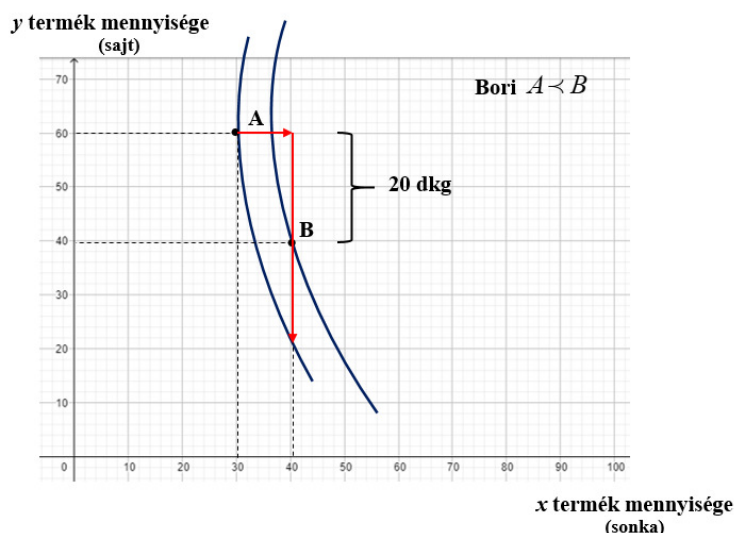
$$|RS_{Cili}| = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \left| \frac{-20 \text{ dkg sajt}}{+10 \text{ dkg sonka}} \right| = 2$$

1 dkg sonkáért 2 dkg sajtról hajlandó lemondani



$$|RS_{Anna}| = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \left| \frac{-\text{kevesebb, mint } 20 \text{ dkg sajt}}{+10 \text{ dkg sonka}} \right| < 2$$

1 dkg sonkáért kevesebb, mint 2 dkg sajtról hajlandó lemondani  
A közömbösségi görbe meredeksége kisebb, mint Cilié.



$$|RS_{Bori}| = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \left| \frac{-\text{több, mint } 20 \text{ dkg sajt}}{+10 \text{ dkg sonka}} \right| > 2$$

1 dkg sonkáért több, mint 2 dkg sajtról hajlandó lemondani  
A közömbösségi görbe meredeksége nagyobb, mint Ciliéé.

### Berde 24. o. → 8. feladat

A Coca-Cola nyereményakciót hirdet, melyen két terméke, a Coca-Cola és a Coca-Cola Light kupakjai közül összesen 5-öt beküldő fogyasztók egy Coca-Cola feliratú pólót nyerhetnek. Rajzoljuk fel egy, a pólót kedvelő, telhetetlen fogyasztó közömbösségi görbéit a kétféle Cola kupakjaira vonatkozóan! Határozzuk meg a helyettesítési háttarárányát!

Coca Cola kupak →  $x$

Coca Cola Light kupak →  $y$

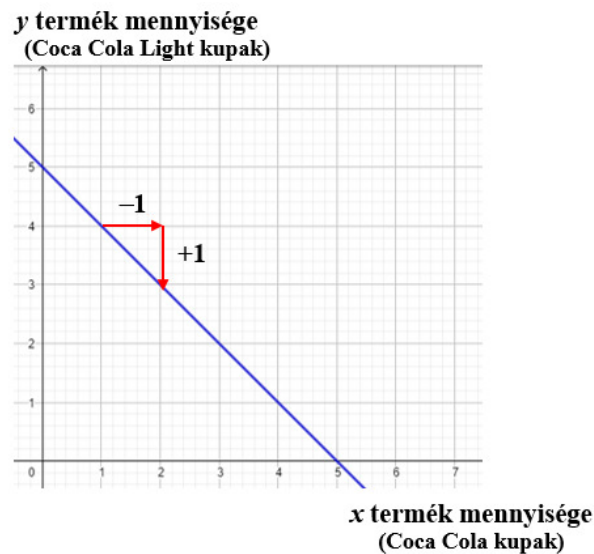
- minél több kupak, annál jobb
- nincs olyan, hogy 10 kupak elég neki → telhetetlen
- Írjuk fel azokat a kupak kombinációkat, amik egy pólót érnek! → ezek lesznek egy közömbösségi görbén

| 1 pólót érő kupak kombinációk |                 |
|-------------------------------|-----------------|
| Coca Cola                     | Coca Cola Light |
| 0                             | 5               |
| 1                             | 4               |
| 2                             | 3               |
| 3                             | 2               |
| 4                             | 1               |
| 5                             | 0               |

| 2 pólót érő kupak kombinációk |                 |
|-------------------------------|-----------------|
| Coca Cola                     | Coca Cola Light |
| 0                             | 10              |
| 1                             | 9               |
| 2                             | 8               |
| (..)                          | (..)            |
| 9                             | 1               |
| 10                            | 0               |

- Mindegy, hogy Coca Cola kupak, vagy Coca Cola Light kupak → 1 Coca Cola kupakért egy Coca Cola Light kupakot hajlandó feláldozni → azaz  $|MRS|=1$  → **tökéletes helyettesítés**

- azok az  $(x; y)$  kosarak, amelyek közömbösek a fogyasztó számára, azaz amelyek 1 pólót érnek:  
 $(0; 5) \sim (1; 4) \sim (2; 3) \sim (3; 2) \sim (4; 1) \sim (5; 0)$



- az MRS megmutatja, hogy egy  $x$ -ért hány  $y$ -t hajlandó feláldozni a fogyasztó  

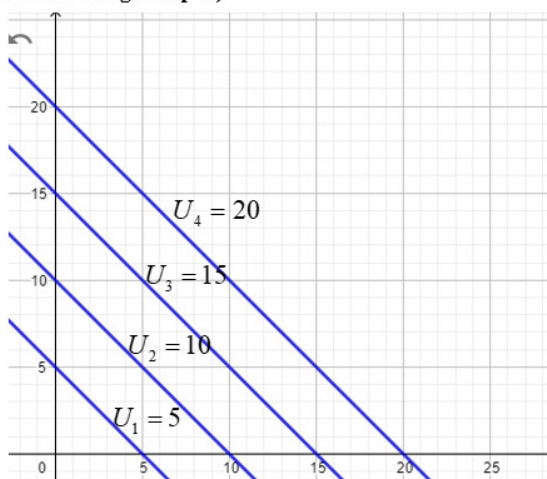
$$MRS = 1 = \frac{a}{b} \quad \rightarrow \quad a : b = 1 : 1 \quad \rightarrow \quad U = a \cdot x + b \cdot y$$
- így  $U = a \cdot x + b \cdot y$
- de jók lennének a következő hasznossági függvények is:  
 $U = 1x + 1y$   
 $U = 5x + 5y$   
 $U = 10x + 10y$
- mivel  $\frac{a}{b} = 1$ , ha  $a = b$

$x \rightarrow$  Coca Cola kupa

$y \rightarrow$  a Coca Cola Light kupak

| 1 pólót érő kupakok hasznossága       | 2 pólót érő kupakok hasznossága          |
|---------------------------------------|--|
| $U(x, y) = 1x + 1y$                   | $U(x, y) = 1x + 1y$                      |
| $U(0, 5) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 5 = 5$ | $U(0, 10) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 10 = 10$ |
| $U(1, 4) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 = 5$ | $U(1, 9) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 9 = 10$   |
| $U(2, 3) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 5$ | $U(5, 5) = 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 10$   |
| $U(3, 2) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 5$ | $U(6, 4) = 1 \cdot 6 + 1 \cdot 4 = 10$   |
| $U(4, 1) = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 5$ | $U(7, 3) = 1 \cdot 7 + 1 \cdot 3 = 10$   |
| $U(5, 0) = 1 \cdot 5 + 1 \cdot 0 = 5$ | $U(8, 2) = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 2 = 10$   |

y termék mennyisége  
(Coca Cola Light kupak)



x termék mennyisége  
(Coca Cola kupak)

**b)** Coca Cola vagy Coca Cola Light kupakokat gyűjtene inkább, ha egy üveg Coca Cola ára 350 Ft és egy üveg Coca Cola Light ára 400 Ft? Ha a fogyasztó 3500 Ft-ot költ kólára, hány pólót nyerhet?

jövedelem  $I = 3500$

Coca Cola kupak  $\rightarrow x$

Coca Cola Light kupak  $\rightarrow y$

1 üveg Coca Cola ára  $\rightarrow p_x = 350$

1 üveg Coca Cola Light ára  $\rightarrow p_y = 400$

hány pólót nyerhet?

**Tökéletes helyettesítés ( $|MRS| = 1$ )** esetén három lehetséges esetünk van:

1.  **$|MRS| = 1$**  esetén  $\rightarrow$  ha  $p_x < p_y$  (pl.  $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{5}$ ),  $\rightarrow |MRS| > \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$  akkor a költségvetési

egyenes laposabb, meredeksége kisebb, mint a közömbösségi görbék meredeksége  $\rightarrow$  ebben az esetben az optimális kosár az lesz, amikor a **fogyasztó minden pénzét az x**

jószág vásárlására költi  $\rightarrow \left( \frac{I}{p_x}; 0 \right)$

2.  **$|MRS| = 1$**  esetén  $\rightarrow$  ha  $p_x > p_y$  (pl.  $\frac{p_x}{p_y} = \frac{5}{1}$ ),  $\rightarrow |MRS| < \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$  akkor a fogyasztó **csak**

az y jószágot fogja vásárolni  $\rightarrow \left( 0; \frac{I}{p_y} \right)$

3.  **$|MRS| = 1$**  esetén  $\rightarrow$  ha  $p_x = p_y$ ,  $\rightarrow |MRS| = \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$  akkor egy egész tartomány optimális választás lehet  $\rightarrow$  az  $x$  és  $y$  jószág bármilyen, a költségvetési korlátba éppen beleütköző kombinációja optimális lesz

Azaz:

- ha két jószág egymás tökéletes helyettesítője, akkor a fogyasztó **azt a terméket veszi meg, amelyért legalább annyit, vagy többet hajlandó fizetni, mint az adott termék relatív ára**
- ha mindkét jószágnak ugyanakkora az ára, akkor a fogyasztónak mindegy, hogy melyiket veszi meg

- a költségvetési korlát:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$350x + 400y = 3500$$

- a költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:

$$\frac{\frac{I}{p_y}}{\frac{I}{p_x}} = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_x}{I} = \frac{p_x}{p_y}$$

- mivel  **$|MRS| = 1$** , ezért az  $x$  és  $y$  termék árának viszonyát is vizsgálhatjuk:

$$p_x < p_y$$

$350 < 400 \rightarrow$  a költségvetési egyenes laposabb lesz, mint a közömbösségi görbe  $\rightarrow$  így  **$x$  terméket (Coca Cola) választja**

A költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:

$$\left| \frac{p_x}{p_y} \right| = \frac{350}{400} = 0.875$$

A helyettesítési határráta meredeksége abszolút értékben:

$$|MRS| = 1$$

Hasonlítsuk össze őket:

$$|MRS| ? \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$$

$$1 > 0.875$$

$$|MRS| > \left| \frac{p_x}{p_y} \right|$$



Mivel többet hajlandó fizetni a Coca Cola kupakokért (több  $y$ -t hajlandó adni egy  $x$ -ért), mint amennyit a költségvetési korlátjából következően képes,  $\rightarrow$  ezért CSAK Coca Cola kupakokat ( $x$ ) fog gyűjteni.

| A közömbösségi görbe meredeksége   | A költségvetési egyenes meredeksége   |
|--|---|
| $ MRS  = 1$ <span style="color: red;">&gt;</span>  | $\left  \frac{p_x}{p_y} \right  = 0.875$  |
| 1 Coca Cola Light kupakot ( $y$ ) <b>hajlandó fizetni</b> a fogyasztó 1 Coca Cola kupakért ( $x$ ) | 0.875 Coca Cola Light kupakot ( $y$ ) <b>kell fizetni a piacon</b> 1 Coca Cola kupakért ( $x$ ) |



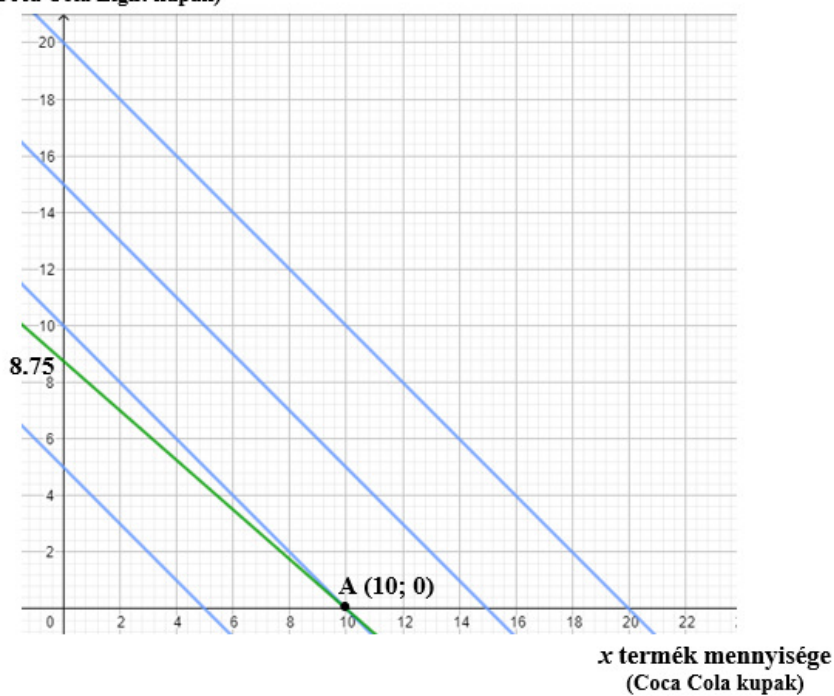
A költségvetési egyenes laposabb lesz, mint a közömbösségi görbe  $\rightarrow$  így az  $x$  terméket (Coca Cola kupak) választja  $\rightarrow A(x^*; y^*) = (10; 0)$ .

Grafikus megoldás:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{3500}{350} = 10$$

$$\frac{I}{p_y} = \frac{3500}{4500} = 0.875$$

$y$  termék mennyisége  
(Coca Cola Light kupak)





### Ellenőrzés:

- nézzük meg a hasznosságát a két lehetséges optimális kosárnak:

$$A(x; y) = (10; 0) \rightarrow \text{ekkor csak } x \text{ terméket (fagyit) fogyaszt}$$

$$B(x; y) = (0; 8.75) \rightarrow \text{ekkor csak } y \text{ terméket (jégkrémet) fogyaszt}$$

$$U(A) = x + y = 10 + 0 = 10$$

$$U(B) = x + y = 0 + 8.75 = 8.75$$

$$U(A) = 10 \quad > \quad U(B) = 8.75$$

**Az optimális választás a 10 Coca Cola kupak lesz, amit két pólóra tud beváltani a fogyasztó.**

### Berde 24. o. → 9. feladat

Makroökonómia tárgyban a diákok 2 zárthelyit írnak, az első zárthelyi könnyebb, ezért 1/3-ad, a második nehezebb, ezért 2/3-ad súllyal számít bele a jegybe.

- Rajzoljuk fel a diákok közömbösségi görbéit!
- Milyen alakúak a közömbösségi görbék, ha a 2 zárthelyi közül csak a jobbik számít?
- És ha csak a rosszabbik?

#### a) Rajzoljuk fel a diákok közömbösségi görbéit!

1. ZH pontszáma →  $x$

2. ZH pontszáma →  $y$

- tegyük fel, hogy 100 pontos a ZH
- a lényeg, hogy összeszedjük a 100 pontot, mindegy, hogy az első vagy a második ZH pontszámából → tehát az első ZH pontszáma helyettesíthető a második ZH pontszámával
- a kérdés csak az, hogy milyen arányban:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} \quad / \cdot 3$$
$$1 + 2 = 3$$

- csak a két súly egymáshoz viszonyított aránya számít a feladatban → mert a határon kell gondolkodni
- csak az számít, hogy a  $\frac{2}{3}$  kétszerese az  $\frac{1}{3}$ -nak
- ezek a határhasznok →  $a = \frac{1}{3}$        $b = \frac{2}{3}$   
vagy       $a = 1$        $b = 2$
- tökéletes helyettesítés esetén a hasznossági függvény alakja:  $U = a \cdot x + b \cdot y$
- ez esetben:  $U = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot y$       vagy  
 $U = x + 2y$
- monoton transzformáció** → a közömbösségi görbéket át lehet számozni; ez meg fogja tartani a kosarak sorrendjét

$$U = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot y \quad / \cdot 3$$

$$3U = x + 2y \quad \text{ez átírható} \rightarrow U = x + 2y \text{ formába}$$

- csak az a lényeg, hogy a jobb kosarak magasabb számot kapjanak
- nekünk csak az ordinális hasznosságra van szükségünk  $\rightarrow$  csak a sorrend számít, a kosarak közti különbségek nem (az kardinális hasznosság lenne)

Soroljunk fel 100 pontot érő  $(x; y)$  kosarakat, amik  $U_1$  hasznosságot képviselnek!

Majd soroljunk fel 120 pontot  $(x; y)$  kosarakat, amik  $U_2$  hasznosságot képviselnek

| 100 pontot érő ZH pontszámok<br>kombinációja ( $U_1$ ) |                 | 120 pontot érő ZH pontszámok<br>kombinációja ( $U_2$ ) |                 |
|--|-----------------|--|-----------------|
| 1. ZH pontszáma  | 2. ZH pontszáma | 1. ZH pontszáma  | 2. ZH pontszáma |
| 20   | 40              | 120  | 0               |
| 40   | 30              | 100  | 10              |
| 60   | 20              | 80   | 20              |
| 80   | 10              | 60   | 30              |
| 100  | 0               | 40   | 40              |
| 0  | 50              | 0  | 60              |

$$U_1 : (20; 40) \sim (40; 30) \sim (60; 20) \sim (80; 10) \sim (100; 0) \sim (0; 50)$$

$$U_2 : (120; 0) \sim (100; 10) \sim (80; 20) \sim (60; 30) \sim (40; 40) \sim (0; 60)$$

| 100 pontot érő ZH pontszámok<br>hasznossága   | 120 pontot érő ZH pontszámok<br>hasznossága     |
|---|---|
| $U_1(x, y) = 1x + 2y$                         | $U_2(x, y) = 1x + 2y$                           |
| $U_1(20, 40) = 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 = 100$ | $U_2(120, 0) = 1 \cdot 120 + 2 \cdot 0 = 120$   |
| $U_1(40, 30) = 1 \cdot 40 + 2 \cdot 30 = 100$ | $U_2(100, 10) = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 = 120$ |
| $U_1(60, 20) = 1 \cdot 60 + 2 \cdot 20 = 100$ | $U_2(80, 20) = 1 \cdot 80 + 2 \cdot 20 = 120$   |
| $U_1(80, 10) = 1 \cdot 80 + 2 \cdot 10 = 100$ | $U_2(60, 30) = 1 \cdot 60 + 2 \cdot 30 = 120$   |
| $U_1(100, 0) = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 0 = 100$ | $U_2(40, 40) = 1 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 120$   |
| $U_1(0, 50) = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 50 = 100$   | $U_2(0, 60) = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 60 = 120$     |

#### Ábrázoláshoz

$$U_1(x, y) = 1x + 2y$$

ezt lehet monoton transzformálni  $\rightarrow$

$$U_2(x, y) = 1x + 2y + 20$$

$$U_1 \rightarrow 1x + 2y = 100$$

$$U_2 \rightarrow 1x + 2y = 120$$

$$1x + 2y = 100$$

$$2y = 100 - x$$

$$y = 50 - \frac{1}{2}x$$

$$1x + 2y = 120$$

$$2y = 120 - x$$

$$y = 60 - \frac{1}{2}x$$

$$U_1(x, y) = 1x + 2y$$

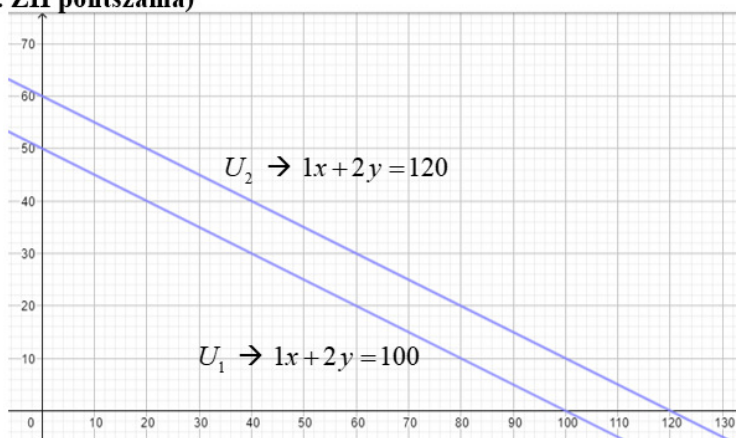
$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 1$$

és

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = 2$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \quad \text{vagy az eredeti súlyokkal} \quad |MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

**y termék mennyisége**  
(2. ZH pontszáma)



**x termék mennyisége**  
(1. ZH pontszáma)

**b) Milyen alakúak a közömbösségi görbék, ha a 2 zárthelyi közül csak a jobbik számít?**

- tekintsünk egy tetszőleges ZH pontszámot → pl. legyen az egyik ZH 40 pont
- most nézzük meg azokat a pontszámkombinációkból álló  $(x; y)$  kosarakat, melyek közömbösek a fogyasztó számára, → tehát egy közömbösségi görbén helyezkednek el
- mindegy milyen pontszámot szúrunk ki → csak az számít, hogy a fogyasztó számára közömbös kosarakat tudjunk felírni → ha csak a jobbik pontszám számít, akkor a másik ZH pontszámának kisebbnek, vagy egyenlőnek kell lennie, mint 40 pont
- tehát írjunk fel olyan kosarakat, melyekben a 40 pont lesz a jobbik pontszám

- nézzük meg ugyanezt egy 50 pontos ZH esetén

| A fogyasztó számára közömbös<br>kosarak egy 40 pontos ZH esetén ( $U_1$ ) |                 |
|---|-----------------|
| 1. ZH pontszáma   | 2. ZH pontszáma |
| 10  | 40              |
| 30  | 40              |
| 40  | 40              |
| 40  | 30              |
| 40  | 20              |
| 40  | 10              |

| A fogyasztó számára közömbös<br>kosarak egy 50 pontos ZH esetén ( $U_2$ ) |                 |
|---|-----------------|
| 1. ZH pontszáma   | 2. ZH pontszáma |
| 10  | 50              |
| 30  | 50              |
| 50  | 50              |
| 50  | 30              |
| 50  | 20              |
| 50  | 10              |

$$U_1 : (10; 40) \sim (30; 40) \sim (40; 40) \sim (40; 30) \sim (40; 20) \sim (40; 10)$$

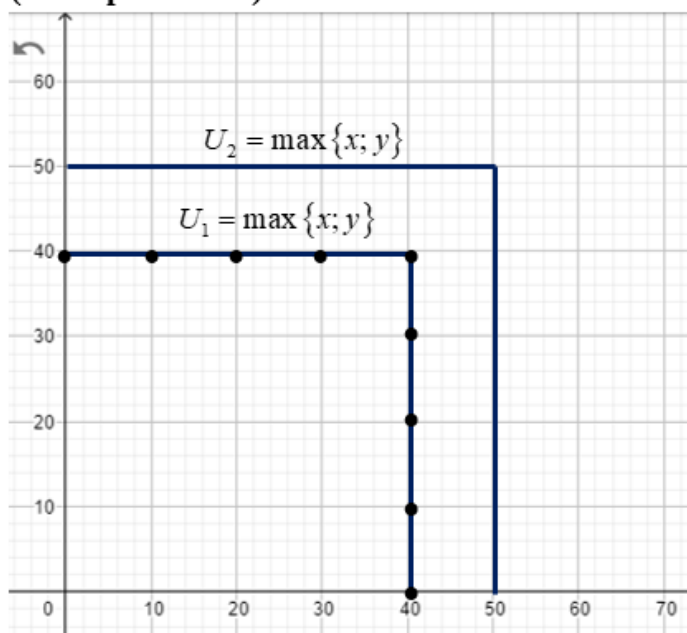
$$U_2 : (10; 50) \sim (30; 50) \sim (50; 50) \sim (50; 30) \sim (50; 20) \sim (50; 10)$$

$$U(x, y) = \max\{x; y\}$$

| A fogyasztó számára közömbös<br>kosarak hasznossága egy 40<br>pontos ZH esetén ( $U_1$ ) | A fogyasztó számára közömbös<br>kosarak hasznossága egy 50<br>pontos ZH esetén ( $U_2$ ) |
|--|--|
| $U_1(x, y) = \max\{x; y\}$   | $U_2(x, y) = \max\{x; y\}$   |
| $U_1(10, 40) = \max\{10; 40\} = 40$  | $U_2(10, 50) = \max\{10; 50\} = 50$  |
| $U_1(30, 40) = \max\{30; 40\} = 40$  | $U_2(30, 50) = \max\{30; 50\} = 50$  |
| $U_1(40, 40) = \max\{40; 40\} = 40$  | $U_2(50, 50) = \max\{50; 50\} = 50$  |
| $U_1(40, 30) = \max\{40; 30\} = 40$  | $U_2(50, 30) = \max\{50; 30\} = 50$  |
| $U_1(40, 20) = \max\{40; 20\} = 40$  | $U_2(50, 20) = \max\{50; 20\} = 50$  |
| $U_1(40, 10) = \max\{40; 10\} = 40$  | $U_2(50, 10) = \max\{50; 10\} = 50$  |

$$|MRS| = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < y \\ \infty, & \text{ha } x > y \\ \text{nem értelmezhető,} & \text{ha } x = y \end{cases}$$

**y termék mennyisége**  
(2. ZH pontszáma)



**x termék mennyisége**  
(1. ZH pontszáma)

c) Milyen alakúak a közömbösségi görbék, ha a 2 zárthelyi közül csak a rosszabbik számít?

- ismét tekintsünk egy tetszőleges ZH pontszámot  $\rightarrow$  pl. legyen az egyik ZH 20 pont
- most nézzük meg azokat a pontszámkombinációkból álló  $(x; y)$  kosarakat, melyek közömbösek a fogyasztó számára,  $\rightarrow$  tehát egy közömbösségi görbén helyezkednek el
- mindegy milyen pontszámot szűrünk ki  $\rightarrow$  csak az számít, hogy a fogyasztó számára közömbös kosarakat tudjunk felírni  $\rightarrow$  ha csak a rosszabbik pontszám számít, akkor a másik ZH pontszámának nagyobbbnak vagy egyenlőnek kell lennie, mint 20 pont
- tehát írjunk fel olyan kosarakat, melyekben a 20 pont lesz a rosszabbik pontszám
- nézzük meg ugyanezt egy 30 pontos ZH esetén

| A fogyasztó számára közömbös kosarak egy 20 pontos ZH esetén ( $U_1$ ) |                 |
|--|-----------------|
| 1. ZH pontszáma  | 2. ZH pontszáma |
| 40   | 20              |
| 30   | 20              |
| 20   | 20              |
| 20   | 30              |
| 20   | 40              |
| 20   | 50              |

| A fogyasztó számára közömbös kosarak egy 30 pontos ZH esetén ( $U_2$ ) |                 |
|--|-----------------|
| 1. ZH pontszáma  | 2. ZH pontszáma |
| 50   | 30              |
| 40   | 30              |
| 30   | 30              |
| 30   | 40              |
| 30   | 50              |
| 30   | 60              |

$U_1 : (40; 20) \sim (30; 20) \sim (20; 20) \sim (20; 30) \sim (20; 40) \sim (20; 50)$

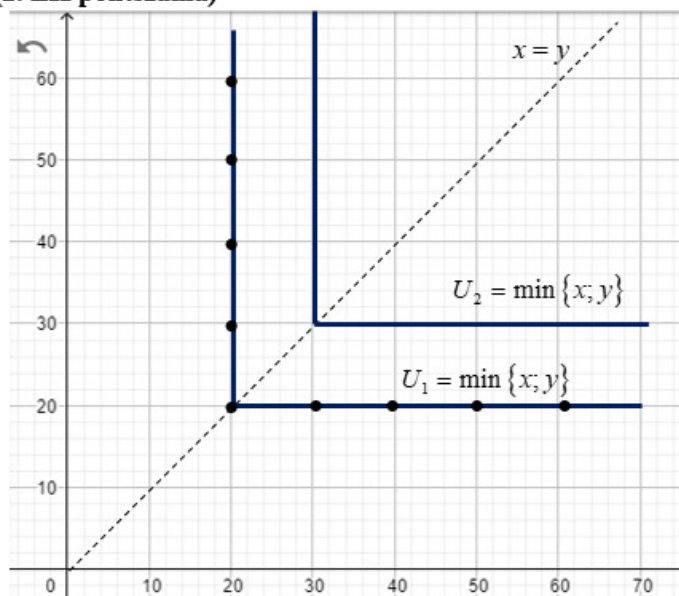
$U_2 : (50; 30) \sim (40; 30) \sim (30; 30) \sim (30; 40) \sim (30; 50) \sim (30; 60)$

$$U(x, y) = \min\{x; y\}$$

| A fogyasztó számára közömbös kosarak hasznossága egy 20 pontos ZH esetén ( $U_1$ )   | A fogyasztó számára közömbös kosarak hasznossága egy 30 pontos ZH esetén ( $U_2$ )   |
|--|--|
| $U_1(x, y) = \min\{x; y\}$<br>$U_1(40, 20) = \min\{40; 20\} = 20$<br>$U_1(30, 20) = \min\{30; 20\} = 20$<br>$U_1(20, 20) = \min\{20; 20\} = 20$<br>$U_1(20, 30) = \min\{20; 30\} = 20$<br>$U_1(20, 40) = \min\{20; 40\} = 20$<br>$U_1(20, 50) = \min\{20; 50\} = 20$ | $U_2(x, y) = \min\{x; y\}$<br>$U_2(50, 30) = \min\{50; 30\} = 30$<br>$U_2(40, 30) = \min\{40; 30\} = 30$<br>$U_2(30, 30) = \min\{30; 30\} = 30$<br>$U_2(30, 40) = \min\{30; 40\} = 30$<br>$U_2(30, 50) = \min\{30; 50\} = 30$<br>$U_2(30, 60) = \min\{30; 60\} = 30$ |

$$|MRS| = \begin{cases} 0, & \text{ha } x > y \\ \infty, & \text{ha } x < y \\ \text{nem értelmezhető,} & \text{ha } x = y \end{cases}$$

**y termék mennyisége**  
(2. ZH pontszáma)



**x termék mennyisége**  
(1. ZH pontszáma)

a preferencia típusa → tökéletes kiegészítés

## Berde 25. o. → 14. feladat

A Varga családban mindenki szereti a **paprikát** és **paradicsomot**. Apa és fia azonban kizárólag lecsó formájában hajlandó fogyasztani a két zöldséget, és a lecsó készítésénél mindig **feleannyi paradicsomot** használnak, mint **paprikát**. Anya és lánya viszont csak nyersen, zöldségsaláta formájában fogyasztják, és számukra közömbös, hogy adott mennyiségű **paprikából** vagy feleannyi **paradicsomból** készül-e a saláta.

- Ábrázoljuk a család tagjainak paprikára és paradicsomra vonatkozó preferenciáit! Milyen jószág a paprika és a paradicsom a Varga család férfi és női tagjai számára?
- Keressünk olyan hasznossági függvény(ek)e(t), amelyek leírják a fenti preferenciákat

paprika →  $y$

paradicsom →  $x$

apa és fia → lecsó készítésénél mindig feleannyi paradicsomot használnak, mint paprikát

anya és lánya → számukra közömbös, hogy adott mennyiségű paprikából vagy feleannyi paradicsomból készül-e a saláta

---

paprikára és paradicsomra vonatkozó preferenciák ábrázolás

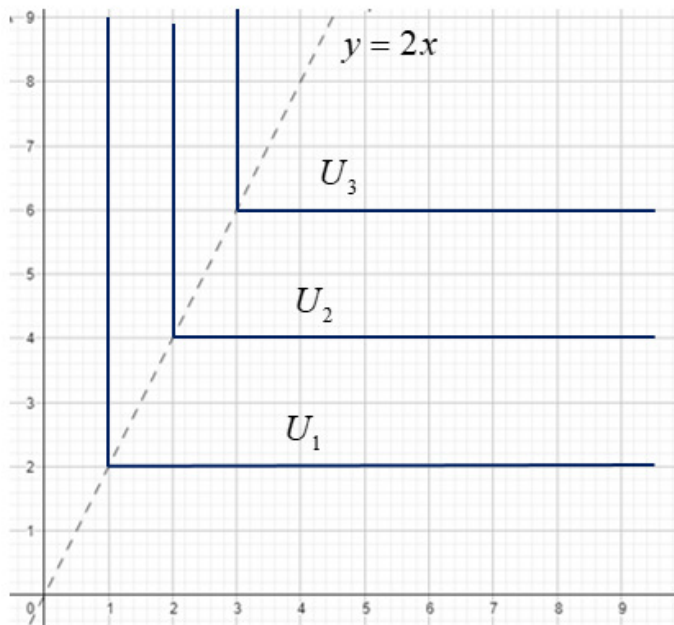
a preferenciákat leíró hasznossági függvények megadása

### Apa és fia

- lecsó készítésénél mindig feleannyi paradicsomot ( $x$ ) használnak, mint paprikát ( $y$ ) → egy  $x$  jószághoz mindig  $2y$  jószágot fogyaszt
- ez **tökéletes kiegészítés** → azaz a hasznossági függvény alakja:  $U(x, y) = \min\{a \cdot x; b \cdot y\}$
- szükség van a töréspontok egyenletére → azaz, ahol egyenlők egymással a minimum függvény  $x$  és  $y$  argumentumai a megadott arányok esetén
- $x \leq y \rightarrow 2x = y$
- így a hasznossági függvény alakja:  $U(x, y) = \min\{2x; y\}$
- tekintsük a következő hasznosságokat:

| $U_1 = 2$                            | $U_2 = 4$                            | $U_3 = 6$                            |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $U(x, y) = \min\{2x; y\}$            | $U(x, y) = \min\{2x; y\}$            | $U(x, y) = \min\{2x; y\}$            |
| $U(1, 2) = \min\{2 \cdot 1; 2\} = 2$ | $U(2, 4) = \min\{2 \cdot 2; 4\} = 4$ | $U(3, 6) = \min\{2 \cdot 3; 6\} = 6$ |

**y termék mennyisége  
(paprika)**



**x termék mennyisége  
(paradicsom)**

#### Anya és lánya

- számukra közömbös, hogy adott mennyiségű paprikából ( $y$ ) vagy feleannyi paradicsomból ( $x$ ) készül-e a saláta  $\rightarrow 2y$  vagy  $1x$
- csak a paprika és a paradicsom együttes mennyisége számít
- ez **tökéletes helyettesítés**  $\rightarrow$  azaz a hasznossági függvény alakja:  $U = a \cdot x + b \cdot y$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = a \quad \text{és} \quad MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = b$$

$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b}$$

- ez azt jelenti, hogy az **x jószág** kétszer olyan értékes a fogyasztó számára, mint az **y jószág**
- a megadott arányok mellett a hasznossági függvényben szereplő összeg két tagja mikor lesz egyenlő  $\rightarrow y \underset{2}{>} x \rightarrow 2x = y$
- tegyük fel, hogy a fogyasztó  $2y$  jószág fogyasztását hajlandó feláldozni plusz  $1x$  jószág fogyasztásáért cserébe  $\rightarrow$  azaz a meredekség  $-2$

$$U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 2 \quad \text{és} \quad MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = 1$$

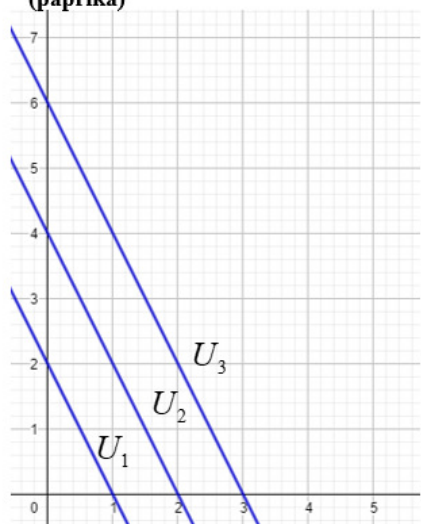
$$|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2$$

- tekintsük a következő hasznosságokat:



|   |   |   |
|---|---|---|
| $U_1 = 2$   | $U_2 = 4$   | $U_3 = 6$   |
| $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$<br>$2 = 2x + y$<br>$y = 2 - 2x$ | $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$<br>$4 = 2x + y$<br>$y = 4 - 2x$ | $U = 2 \cdot x + 1 \cdot y$<br>$6 = 2x + y$<br>$y = 6 - 2x$ |

**y termék mennyisége**  
(paprika)



**x termék mennyisége**  
(paradicsom)

### Berde 26. o. → 17. feladat

Egy fogyasztó hasznossági függvénye  $U = \sqrt{xy^3}$ .

- Határozzuk meg az  $U = 10$  hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe egyenletét!
- Határozzuk meg mindkét jószág határhaszon-függvényét és a helyettesítési határrátát!
- Az  $U = 200$  hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe mely pontjában lesz a helyettesítési határráta (abszolút értékben)  $\frac{4}{3}$ ?

**a) Határozzuk meg az  $U = 10$  hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe egyenletét!**

$$U = \sqrt{xy^3}$$

$$10 = \sqrt{xy^3} \quad / ( )^2$$

$$100 = xy^3$$

$$\frac{100}{x} = y^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{100}{x}} = y$$

**b) Határozzuk meg mindkét jószág határhaszon-függvényét és a helyettesítési határrátát!**

Ha a hasznossági függvény Cobb-Douglas alakú, akkor az MRS megkapható az  $x$  kitevője osztva az  $y$  kitevője szorozva  $\frac{y}{x}$ .

Azaz, ha  $U = A \cdot x^a \cdot y^b \rightarrow$  akkor  $|MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x}$

$$U = \sqrt{xy^3}$$

$$U = (xy^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$U = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{3 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$U = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2}} \rightarrow |MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \cdot \frac{y}{x} = \frac{y}{3x}$$

VAGY

$$U = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2}}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2}}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{3}{2} \cdot y^{\frac{1}{2}}$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{\frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}}$$

$$|MRS| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \cdot x^{-1} \cdot y^1$$

$$|MRS| = \frac{1}{3} \cdot x^{-1} \cdot y = \frac{y}{3x}$$

**c) Az  $U = 200$  hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe mely pontjában lesz a helyettesítési határráta (abszolút értékben)  $\frac{4}{3}$ ?**

$$U = \sqrt{xy^3}$$

$$|MRS| = \frac{y}{3x}$$

$$1. 200 = \sqrt{xy^3}$$

$$2. \frac{y}{3x} = \frac{4}{3}$$


---

$$\frac{y}{3x} = \frac{4}{3}$$

$$y = 3x \cdot \frac{4}{3}$$

$$y = 4x$$

$$200 = \sqrt{xy^3} \quad ( )^2$$

$$40000 = xy^3$$

helyettesítsük be az  $y = 4x$ -et:

$$40000 = xy^3$$

$$40000 = x(4x)^3$$

$$40000 = x \cdot 64x^3$$

$$40000 = 64x^4$$

$$625 = x^4 \quad / \sqrt[4]{\phantom{x}}$$

$$\mathbf{x = 5}$$

$$y = 4x$$

$$y = 4 \cdot 5$$

$$\mathbf{y = 20}$$

VAGY

$$200 = \sqrt{xy^3}$$

$$200 = \sqrt{x(4x)^3}$$

$$200 = \sqrt{64x^4}$$

$$200 = 8x^2$$

$$25 = x^2$$

$$5 = x$$

**A vizsgált hasznossági függvény  $(x;y) = (5;20)$  pontjában lesz a helyettesítési határráta  $\frac{4}{3}$ .**

**Berde 27. o. → 19. feladat**

Határozzuk meg az X és Y jóságok határhaszon-függvényeit, amennyiben különböző fogyasztók preferenciáit az alábbi hasznossági függvényekkel írhatjuk le. Írjuk fel a helyettesítési határrátákat is!

- a)  $U = xy$
- b)  $U = \ln x + \ln y$
- c)  $U = x^3 y^2$
- d)  $U = (x+2)(y-2)$
- e)  $U = 5x + y$
- f)  $U = \sqrt{x} + y$
- g)  $U = \min\{2x, 3y\}$

Azaz, ha  $U = A \cdot x^a y^b \rightarrow$  akkor  $|MRS| = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x}$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y}$$

**a)**  $U = xy$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = y$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = x$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{y}{x}$$

$$MRS = -\frac{y}{x}$$

**b)**  $U = \ln x + \ln y$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{x}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = \frac{1}{y}$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{1} = \frac{y}{x}$$

$$MRS = -\frac{y}{x}$$

**c)**  $U = x^3 y^2$

$$|MRS| = A \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3y}{2x}$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 3x^2 y^2$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = x^3 \cdot 2y$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{3x^2 y^2}{x^3 \cdot 2y} = \frac{3y}{2x} \qquad MRS = -\frac{3y}{2x}$$

**d)**  $U = (x+2)(y-2)$

emeljük ki a konstansként kezelt tagot

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} ((x+2)(y-2)) = (y-2) \cdot \frac{\partial}{\partial x} (x+2)$$

$$MU_x = (y-2) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} x + \frac{\partial}{\partial x} 2 \right) = (y-2) \cdot (1+0) = \mathbf{y-2}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} ((x+2)(y-2)) = (x+2) \cdot \frac{\partial}{\partial y} (y-2)$$

$$MU_y = (x+2) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial y} y - \frac{\partial}{\partial y} 2 \right) = (x+2) \cdot (1-0) = \mathbf{x+2}$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{\mathbf{y-2}}{\mathbf{x+2}} \qquad MRS = -\frac{y-2}{x+2}$$

**e)**  $U = 5x + y$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = 5$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = 1$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{5}{1} = \mathbf{5} \qquad MRS = -5$$

**f)**  $U = \sqrt{x} + y$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( x^{\frac{1}{2}} + y \right) = \frac{\partial}{\partial x} x^{\frac{1}{2}} + \frac{\partial}{\partial x} y = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} + 0 = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\sqrt{x} + y) = \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{x} + \frac{\partial}{\partial y} y = 0 + 1 = 1$$

$$|MRS| = \left| -\frac{MU_x}{MU_y} \right| = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad MRS = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

**g)**  $U = \min \{2x, 3y\}$

a töréspontok egyenlete:

$$2x = 3y$$

$$y = \frac{2}{3}x$$

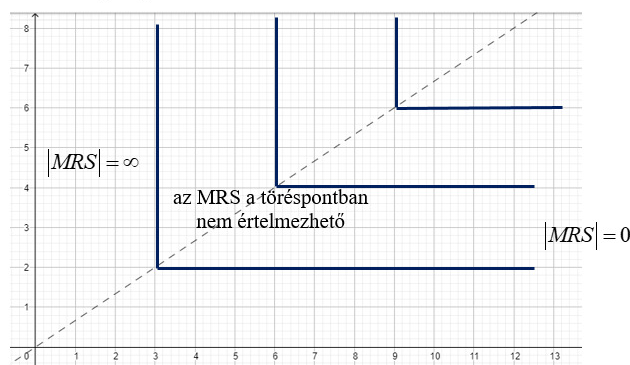
$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} 2x = 2 \quad \text{ha } x < \frac{3}{2}y$$

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} 3y = 0 \quad \text{ha } x > \frac{3}{2}y$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} 3y = 3 \quad \text{ha } y < \frac{2}{3}x$$

$$MU_y = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} 2x = 0 \quad \text{ha } y > \frac{2}{3}x$$

**y termék mennyisége**



**x termék mennyisége**

$$|MRS| = 0 \quad \text{ha } x > \frac{3}{2}y \quad \text{Pl.: ha } y = 2 \rightarrow x > \frac{3}{2}y \rightarrow x > 3$$

$$|MRS| = \infty \quad \text{ha } x < \frac{3}{2}y \quad \text{Pl.: ha } y = 4 \rightarrow x < \frac{3}{2}y \rightarrow x < 6$$

$$MRS = -\infty \text{ ha } x < \frac{3}{2}y$$

nem értelmezhető, ha  $y = \frac{2}{3}x \rightarrow$  a töréspontokban