

# Numerikus matematika gyakorló - 1. ZH

## 1. feladat

Adja meg a következő számok kettes számrendszerbeli alakját!

143, 85, 1.9375, 0.40625, 7.5625

$$\begin{array}{r} 143 = 10001111 \\ 85 = 1010101 \\ 1.9375 = 1.1111 \\ 0.40625 = 0.01101 \\ 7.5625 = 111.1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.40625 = 0.01101 \\ 7.5625 = 111.1001 \end{array}$$

## 2. feladat

$a = 2$ ,  $t = 4$ ,  $k_- = -6$ ,  $k_+ = 6$  számbázolási jellemzők mellett mi lesz a 0.15, illetve a 0.55 lebegőpontos alakja szabályos kerekítés, illetve levágás esetén? Mi lesz a 3 jobboldali lebegőpontos szomszédja? Definiálja a gépi epszont és adja meg az értékét.

$$\begin{array}{r} 0.15 = 0.0010011 \\ 0.55 = 0.10011 \cdot 2^{-1} \\ 0.15 = 0.0010011 \rightarrow \text{levágás} \\ 0.55 = 0.10011 \rightarrow \text{szabályos} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 = 11 \\ 1 = 1 \\ 0 = 0.1100 \cdot 2^2 \end{array}$$

## 3. feladat

Legfeljebb mekkora lehet a megoldás relatív hibája ( $\infty$ -normában) az  $Ax = b$  rendszer megoldásakor a lent adott  $A$  és  $b$  esetén, ha  $A$ -ról tudjuk, hogy pontosan adott, míg  $a$   $b$  vektor relatív hibája ( $\infty$ -normában legfeljebb)  $0.5 \cdot 10^{-4}$ ?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -0.982 \\ 1.173 \end{bmatrix}.$$

$$\frac{\| \delta x \|}{\| x \|} \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\| \delta b \|}{\| b \|}$$

```
>> A = [2 -2 ; -6 4];
>> c = cond(A, inf)
c =
    20.0000
>> hiba = c * (0.5 * 10 ^ (-4))
hiba =
    1.0000e-03
```

$$\frac{\| \delta x \|}{\| x \|} = 1 \cdot 10^{-3}$$

## 4. feladat

Adja meg  $\|x\|_1$ ,  $\|x\|_2$ ,  $\|x\|_\infty$ ,  $\|A\|_1$ ,  $\|A\|_\infty$  értékét, ha

$$x = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 9 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & -5 \end{bmatrix}$$

```
>> x = [-2 3 -4];
>> A = [-4 0 9 ; 1 3 2 ; -1 4 -5];
>> norma = norm(x, 1)
norma =
    9
>> norma = norm(x, 2)
norma =
    5.3852
>> norma = norm(x, inf)
norma =
    4
```

```
>> norma = norm(A, 1)
norma =
    16
>> norma = norm(A, inf)
norma =
    13
```

## 5. feladat

Oldja meg az  $Ax = b$  egyenletrendszereket Matlab-bal, ha

$$A = \begin{bmatrix} 35 & 55 & 10 \\ -14 & -58 & -22 \\ -35 & -75 & -20 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -312 \\ -450 \\ 248 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 28 & -36 & 8 \\ 14 & -30 & -14 \\ -35 & 41 & -20 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -312 \\ -450 \\ 248 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 35 & 55 & 10 \\ -14 & -58 & -22 \\ -35 & -75 & -20 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 410 \\ -650 \\ -680 \end{bmatrix}$$

```
>> A = [35 55 10 ; -14 -58 -22 ; -35 -75 -20];
>> b = [-312 -450 248]';
>> x = A \ b
Warning: Matrix is singular to working precision.
```

```
x =
     NaN
     -Inf
     Inf
>> megold_matrix = rref([A b])
megold_matrix =
    1.0000    0   -0.5000    0
    0    1.0000    0.5000    0
    0    0    0    1.0000
```

```
>> A = [28 -36 8 ; 14 -30 -14 ; -35 41 -20];
>> b = [-312 -450 248]';
>> x = A \ b
```

```
x =
   -4.0000
    8.0000
   11.0000
>> megold_matrix = rref([A b])
megold_matrix =
    1    0    0   -4
    0    1    0    8
    0    0    1   11
```

ellentmondás

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 8, \quad x_3 = 11$$

```
>> A = [35 55 10 ; -14 -58 -22 ; -35 -75 -20];
>> b = [410 -650 -680]';
>> x = A \ b
Warning: Matrix is singular to working precision.
```

```
x =
     NaN
     NaN
     NaN
>> megold_matrix = rref([A b])
megold_matrix =
    1.0000    0   -0.5000   -9.5000
    0    1.0000    0.5000   13.5000
    0    0    0    0
```

végtelen sok megoldás

## 6. feladat

Matlab-ban, az  $Ax = b$  egyenletrendszer kibővített mátrixával meghívtuk az `rref` függvényt és a lenti kimenetet kaptuk. Ezek alapján mit mondhatunk az egyenletrendszerről? (Egyenletek száma, ismeretlenek száma, megoldhatóság, megoldások száma, megoldás, az  $A$  rangja, a kibővített mátrix rangja?)

(a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 1 & -0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.1 & -1.1 \\ 0 & 1 & -0.4 & 1.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) 3 egyenlet, 3 ismeretlen, ellentmondásos, rang 2

b) 4 egyenlet, 3 ismeretlen, végtelen sok megoldás, rang 2

## 7. feladat

Matlab segítségével határozza meg az alábbi adatokra legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő egyenest.

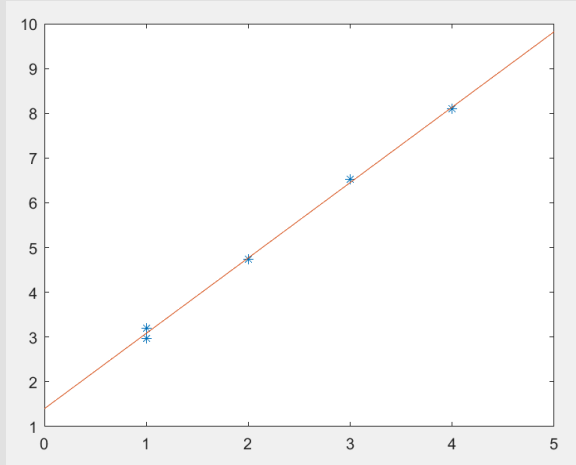
$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} t & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ f & 2.97 & 3.20 & 4.73 & 6.53 & 8.10 \end{array}$$

Ábrázolja az adatokat és az illesztett egyenest.

```
>> t = [1 1 2 3 4];
>> f = [2.97 3.20 4.73 6.53 8.10];
>> p = polyfit(t, f, 1)
```

```
p =
    1.6844    1.4003
```

```
>> xx = linspace(0, 5);
>> plot(t, f, 'r+', xx, polyval(p, xx))
```



## 8. feladat

Matlab segítségével határozza meg az alábbi adatokra legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő másodfokú polinomot.

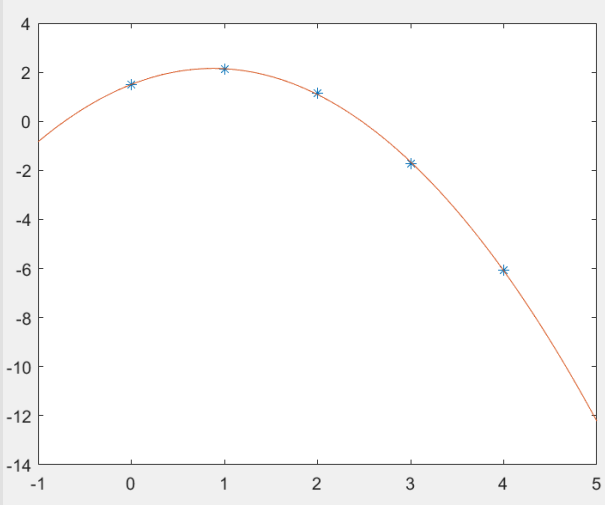
$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} t & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ f & 1.50 & 2.13 & 1.15 & -1.72 & -6.07 \end{array}$$

Ábrázolja az adatokat és az illesztett polinomot.

```
>> t = [0 1 2 3 4];
>> f = [1.50 2.13 1.15 -1.72 -6.07];
>> p = polyfit(t, f, 2)
```

```
p =
   -0.8464    1.4867    1.5031
```

```
>> xx = linspace(-1, 5);
>> plot(t, f, 'r+', xx, polyval(p, xx))
```



## 9. feladat

Milyen értéket vesz fel az alábbi adatokra legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő

$$F(t) = x_1 + x_2 \sqrt{1+t^2} + x_3 \frac{\sin(\pi t)}{t}$$

alakú modell az 1.6 helyen? Adja meg a modell paramétereit. Válaszait 2 tizedesjegyre kerekítse.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} t & 1.2 & 1.3 & 1.5 & 1.9 & 2.0 \\ f & 0.81 & 0.49 & 0.51 & 1.86 & 2.29 \end{array}$$

Ábrázolja az adatokat és az illesztett függvényt egy közös ábrán!

```
>> t = [1.2 1.3 1.5 1.9 2.0]';
>> f = [0.81 0.49 0.51 1.86 2.29]';
>> A = [ones(5,1), sqrt(1+t.^2), sin(pi*t)./t];
>> x = (A' * A) \ (A' * f)
```

```
x =
    1.1826
    0.4958
    2.3734
```

```
>> F = @(t) x(1) + x(2) * sqrt(1 + t.^2) + x(3) * (sin(pi*t) ./ t);
>> xx = linspace(1, 2.5);
>> plot(t, f, 'r+', xx, F(xx))
```

