

Gazdasági matematika 2. vizsgadolgozat minta

2024

A vizsga időtartama: 100 perc. A gyakorlati feladatok esetén számításait, gondolatmenetét részletezze! Számolásra kizárólag számológép használata engedélyezett. Meg nem engedett eszköz használata vagy annak birtoklása elégtelen osztályzatot eredményez.

Fontos! Ha van a teremben hallássérült hallgató, az a vizsga első 5 percében jelezze ezt az oktatóknak!

1. Lineárisan független-e \mathbb{R}^3 -ban az alábbi vektorrendszer?

7p

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. Sorolja fel milyen módszereket ismer a mátrix determinánsának kiszámítására! Mivel egyenlő az alábbi determináns?

10p

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & -1 \\ 5 & -1 & -2 & 0 \\ 7 & 10 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

3. A rangkritérium szerint milyen feltétel teljesülése esetén oldható meg egy lineáris egyenletrendszer és hány megoldása van? Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! Ez határozott vagy határozatlan?

10p

$$\begin{aligned} 2x_1 + 9x_2 - x_3 &= -3 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 1 \\ -2x_1 - 10x_2 + 16x_3 &= 8 \end{aligned}$$

4. Írja fel a Cauchy–Schwarz egyenlőtlenséget! Határozza meg a $v = (1, 2, -7)$ és $w = (0, 4, 1)$ vektorok által bezárt szög koszinuszát (a kanonikus belső szorzattal ellátott \mathbb{R}^3 euklideszi térben)! Ortogonálisak-e a vektorok? Miért?

10p

5. Definiálja az ismétlés nélküli és ismétléses kombináció fogalmát, továbbá írja fel ezek képletét! Egy adott héten egy szelvénnel játszva az ötöslottón (90 számból húznak ki 5-öt, a kihúzás sorrendje nem számít) hányféleképpen fordulhat elő, hogy pontosan három találatunk van?

10p

6. Mit értünk klasszikus valószínűségi mező alatt? Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobások összege páratlan szám lesz?

10p

7. Ha elmegyünk az állatkertbe, 0,1 valószínűséggel éppen látjuk a zsiráfetetést. (Feltételezzük, hogy a zsiráfetetés véletlenszerű időpontban történik, tehát nem tudjuk direkt akkorra időzíteni a látogatásunkat.) Mivel nagyon szeretnénk megnézni ezt az eseményt, így addig megyünk az állatkertbe véletlenszerű időpontokban, amíg nem látjuk az etetést. Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb háromszor kell meglátogatnunk ebből az okból az állatkertet?

8p

8. Mikor nevezünk 2 eseményt függetlennek? Egy dobozban 2 piros és 4 fekete golyó van. Visszafejtés nélkül kiveszünk 2 golyót. Jelentse A azt az eseményt, hogy az első kihúzott golyó fekete, B pedig azt, hogy a másodiknak kihúzott golyó fekete. Független-e A és B ?

10p

9. Egy játékos feldob egy szabályos dobókockát. Ha páratlan számot dob, veszít 100 Ft-ot, ha 6-ost dob, nyer 400 Ft-ot, ha 2-est vagy 4-est, újból dobhat. A második dobásnál 100 Ft-ot nyer, ha párost dob, 200 Ft-ot veszít, ha páratlant dob. Mennyi ebben a szerencsejátékban a nyeremény várható értéke és szórásnégyzete? Ábrázoljuk a nyeremény eloszlásfüggvényét!

10p

10. (a) Mikor nevezünk egy valószínűségi változót Poisson-eloszlásúnak? Mennyi egy ilyen eloszlású valószínűségi változó várható értéke?

(b) Mikor nevezünk egy valószínűségi változót normális eloszlásúnak? Mennyi egy ilyen eloszlású valószínűségi változó várható értéke és szórásnégyzete?

10p	
-----	--