

Operációkutatás 1 - Feladat gyűjtemény

Rácz Anett

1. Grafikusan megoldható feladatok

1. Juli néni gofrit és palacsintát árul a strandon. Két alapanyag szükséges ezek előállításához: tej és liszt. Minden eladott gofri után 50 forint és minden eladott palacsinta után 40 forint profitja lesz. Egy gofrihoz 10 dkg liszt, 13 cl tej szükséges. Egy palacsintához 8 dkg liszt, 6.5 cl tej szükséges. Viszont Juli néninek végesek a készletei, így lisztből csak 8 kg, tejből 84.5 dl áll rendelkezésre. Mennyi palacsintát és mennyi gofrit csináljon, hogy maximális legyen a profitja?
2. Giapetto Fafaragó Cége kétfajta, fából készült játékot gyárt: katonákat és vonatokat. Egy katonát 27\$-ért lehet eladni, és előállításához 10\$ értékű nyersanyag szükséges és minden legyártott katona 14\$-ral növeli Giapetto költségeit. Egy vonat 21\$-ért adható el, előállításához 9\$ értékű nyersanyag szükséges és minden legyártott vonat 10\$-ral növeli Giapetto költségeit. A vonatok és a katonák gyártása kétféle szakmunkát igényel: Felületkezelő és fafaragó munkát. Egy katona előállítása 2 óra felületkezelő munkát és 1 óra fafaragó munkát igényel. Egy vonathoz 1 óra felületkezelés és 1 óra fafaragás szükséges. Giapettonak korlátlan mennyiségű nyersanyag áll rendelkezésére, viszont csupán 100 felületkezelő óra és 80 fafaragó óra áll a rendelkezésére. A vonatok iránti kereslet korlátlan, viszont a katonákból 40-nél többet nem tud eladni. Adj tanácsot Giapettonak, hogy hány katonát és hány vonatot gyártson, hogy a bevétele a legtöbb legyen!
3. Egy kis ruházati vállalat női kosztümöket és konfekció öltönyöket gyárt. Minden kosztümön 4 \$ haszna van, míg minden öltönyön 3 \$. Minden öltöny illetve kosztüm egy óra szabást igényel. Egy kiszabott kosztümöt 2, míg egy kiszabott öltönyt 1 óra alatt lehet megvarrni. Heti termelési terv elkészítéséhez tudjuk, hogy egy héten maximum 40 óra fordítható szabásra és 60 varrásra. Az anyagból rendelkezésre álló mennyiség feltételezésünk szerint korlátlan. Adjunk tanácsot a cégnek, hogy a maximális profithoz mennyi kosztümöt és öltönyt készítsen egy héten!
4. A Bevco cég egy Oranj nevű narancs ízesítésű üdítőitalt gyárt narancsszóda és narancslé kombinálásával. Egy deka narancsszóda 0.5 dkg cukrot, 1 mg C-vitamint tartalmaz, míg 1 dkg narancslé 0.25 dkg cukrot és 3 mg C-vitamint. A Bevconak 1 dkg narancsszóda 2 centbe, 1dkg narancslé pedig

3 centbe kerül. A Bevco marketing osztálya elhatározta, hogy minden 10 dekás Oranj-palack legalább 20 mg C-vitamint és legfeljebb 4 dkg cukrot tartalmazhat. Lineáris programozás segítségével határozzuk meg, hogy a Bevco cég hogyan tud eleget tenni a marketing osztály követelményeinek minimális költség mellett?

5. Egy cég gépeket és emberi erőt szeretne alkalmazni munkák elvégzésére. A gépek áramot fogyasztanak, a munkásoknak bért kell fizetni. Minden megvett gép 8000-rel csökkenti a bérkiadásokat és 6000-rel növeli a villanyszámlát. Minden felvett munkás 4000-rel növeli a bérkiadásokat és 12000-rel csökkenti a villanyszámlát. A bérekre összesen 32000-ünk van, a villanyszámlára maximum 72000 lehet. A munkavégzési képessége egy gépnek 8 egység egy embernek pedig 4 egység. Célunk, hogy a munkavégzés maximális legyen. Adjunk tanácsot, hogy hány gépet és hány embert alkalmazzon a cég! (Az elvégzendő munka feltételezzük, hogy korlátlan.)
6. Egy autógyár személy- és teherautókat gyárt. A gyártás során minden járműnek végig kell mennie a festő- és a karosszéria összeszerelő műhelyen. Ha a festőműhely csak teherautókat festene, akkor napi 40 darabot tudna lefesteni. Ha viszont csak személyautókat, akkor naponta 60 darabot tudna elkészíteni. A karosszéria műhely napi kapacitása csak teherautók esetén napi 50, csak személyautók esetén napi 50. Minden eladott teherautó 300 \$-ral, minden eladott személyautó 200 \$-ral járul hozzá a profithoz. A kereskedők azt szeretnék, ha a gyár naponta legalább 30 teherautót és 20 személyautót gyártson.
7. A Dorian autógyártó cég luxusautókat és teherautókat gyárt. A vállalat úgy gondolja, hogy a vásárlói legnagyobb valószínűséggel magas jövedelmű nők és férfiak. A fogyasztói csoportok megnyerése érdekében a cég tévé-hirdetési kampányt indít. Egy perces reklámhelyeket vásárolhat két különböző műsor közben. Kabaré illetve futballmeccs alatt. A statisztikai adatok alapján az alábbi műsorok nézői:

	Nézettség	
	Kabaré alatt	Futballmeccs alatt
Magas Jövedelmű Nő	7 millió	2 millió
Magas Jövedelmű Férfi	2 millió	12 millió
Reklámok ára percenként	50 000	100 000

A cég elvárása, hogy a reklámjait legalább 28 millió magas jövedelmű nő és 24 millió magas jövedelmű férfi lássa. Alkalmazzunk lineáris programozást annak megválaszolására, hogy milyen arányban vegyen a cég reklám percek a két műsor alatt, hogy minimális költség mellett teljesüljenek az elvárásaik!

8. A Bloomington sörfőzde pilzenit és angol világos sört állít elő. A pilzeni eladási ára 5\$, az angol világosé 2\$ hordónként. Egy hordó pilzeni előállításához 5 font kukorica és 2 font komló szükséges. Egy hordó angol sörhöz 2 font kukorica és 1 font komló kell. Rendelkezésre áll 60 font kukorica és 25 font komló. Fogalmazzunk meg LP-t a profit maximalizálására! Oldjuk meg grafikusán a feladatot!
9. Jones farmer kétféle süteményt süt (csokoládés és vaníliás), hogy kiegészítse jövedelmét. Egy csokoládés sütemény 1 \$-ért, egy vaníliás 50 centért adható el. Minden csokoládés süteménybe kell 4 tojás és 20 percig kell sütni. Minden vaníliás sütibe kell 1 tojás és 40 percig kell sütni. Rendelkezésre áll 8 óra sütési idő valamint 30 tojás. Fogalmazzunk meg LP-t a profit maximalizálására és oldjuk meg grafikusán a feladatot. (Törtszámú sütemény megengedett.) Szoftver segítségével adjunk választ arra az esetre is amikor csak egész számú sütemények lehetségesek.
10. Egy bútorgyártó cég tömör fából és préselt lapból készít asztalokat. Egy tömörfa asztalból származó haszon 1 \$ egy préselt lapból 2 dollár, az elvárásuk, hogy legalább 6 \$ haszon keletkezzen! Egy préselt lap asztalhoz 1 kg fűrészporra van szükség, a tömörfa asztal gyártásánál 1 kg fűrészpor, mint melléktermék keletkezik, a gyárnak tartálékban maximum 3 kg felhasználható fűrészpora van. Mindkét asztal gyártásához 1-1 tubus ragasztó is kell, amiből 10 tubus áll a rendelkezésre! A marketing osztály szerint minden legyártott tömörfa asztal 2 ponttal növeli a gyár termékeinek népszerűségét, színvonalát, míg egy legyártott préselt asztal 3 ponttal csökkenti! Adjunk tanácsot hány tömörfa és hány préselt asztalt készítsen a cég, hogy a színvonal maximális legyen!
11. Egy festékgyártó vállalat kétfajta festéket gyárt, kültérit és beltérit. A gyártáshoz kétféle alapanyagot használnak fel A-t és B-t. A beltéri festékhez kell 2 tonna az A anyagból és 1 tonna a B alapanyagból, míg a kültéri festék előállításához kell 1 tonna az A anyagból és 2 tonna a B anyagból. A készlet A-ból 6, B-ből 8 tonna. A piackutatás azt mutatja, hogy a kereslet a beltéri festékek iránt legfeljebb 1 tonnával több, mint a kültéri festékekre, továbbá a belső festék nem haladhatja meg a 2 tonnát. A kereskedelmi ára 1 tonna belső festéknek 2000\$, a kültérinek pedig 3000\$. Adjunk napi termelési tervet a gyártónak grafikus módszert használva.
12. Egy bútoripari kisvállalkozás kétféle bútort gyárt: komódot és tálalószelekrényt. Egy tálalószelekrény előállításához 2 egységnyi faanyagra, 2 egység üvegre és 3 óra szakmunkára van szükség, míg egy komód előállításához 4 egység faanyagra és 2 óra szakmunkára. A rendelkezésre álló kapacitások: 160 egység faanyag, 120 óra szakmunka és 60 egység üveg. Hogyan tudná maximalizálni a vállalkozás a bevételeit, ha egy tálalószelekrényt 60 Euróért, egy komódot 80 Euróért tudnak értékesíteni?
13. Egy tej-gazdaságban két fajta állatot tartanak tehenet és kecskét. Jelenleg 10 tehen és 20 kecske van az állományban. Az állatokat elsősorban a

tejtermelés miatt nevelik. Egy tehén átlagosan 10 l, míg egy kecske 3 l tejet ad naponta. A tehéntej ára literenként 100 Ft, míg a kecsketejé 150 Ft. Egy tehén tartásához 5, míg egy kecskéhez 4 egység terület szükséges, a gazdák összesen 160 egységnyi területen tarthatják az állatokat. Az élelmezés szempontjából egy tehénre naponta 5 \$-t míg egy kecskére 3-at kell költeni. Élelmezésre összesen napi 500 \$ jut a gazdaságban. Adjunk tanácsot a gazdáknak, hogyan változtassák meg a jelenlegi állományt (el is adhat állatot, vehet is állatot), hogy a feltételeikhez mérten optimális legyen a tej eladás szempontjából!

2. Többváltozós feladatok

14. Egy állattenyésztő 4 féle táppal eteti állatait, amiknek különböző az összetétele. Ahhoz, hogy a "bio" minősítést megkapja a gazdaságára, az állatok takarmányában maximalizálva vannak bizonyos összetevők. Az alábbi táblázat tartalmazza, hogy egy egységnyi táp milyen mennyiségben tartalmazza ezeket az összetevőket, és hogy a bevitt mennyiség mennyi lehet legfeljebb. Kérdés, hogy melyik tápból mennyit adjon az állatainak. A cél a tápérték maximalizálása, a minősítési előírások megtartása mellett.

	Színezék	Tartósítószer	Antibiotikum	Tápérték
T_1	3 mg	10 mg	9 mg	4
T_2	5 mg	4 mg	5 mg	5
T_3	4 mg	7 mg	2 mg	2
T_4	1 mg	2 mg	2 mg	1
Legfeljebb adható mennyiség	130 mg	70 mg	65 mg	

15. Az étrendem azt írja elő, hogy minden étel, amit megeszem, a négy "alapvető élelmiszercsoport" egyikéhez tartozzék. A következő négyféle étel áll a rendelkezésemre: csokis sütemény, csokifagylalt, kóla és ananászos túró torta. Az előírás szerint naponta el kell fogyasztanom legalább 500 kalóriát, 6 deka csokoládét, 10 deka cukrot és 8 dkg zsiradékot. Az alábbi táblázat tartalmazza az élelmiszerek tápértékét, árát.

	Kalória	Csokoládé	Cukor	Zsiradék	Ár
Csokis sütemény	400	3	2	2	50
Csokifagylalt	200	2	2	4	20
Kóla	150	0	4	1	30
Ananászos t.torta	500	0	4	5	80
Előírás	min 500	min 6	min 10	min 8	

16. A Steelco acélipari cég 100 tonna acél gyártására kapott megrendelést. A szállítmány nikkeltartalma legalább 3,5 tonna, széntartalma legfeljebb 3 tonna, mangán tartalma pedig pontosan 4 tonna kell hogy legyen. A cég bevétele 20 \$ / tonna. A cég négyféle ötvözzel tudja teljesíteni a

megrendelést, ezek kémiai összetétele látható az alábbi táblázatban. A cég maximalizálni akarja a megrendelésből származó nyereséget (bevétel-költség). Írjuk fel a megfelelő LP modellt és oldjuk meg!

	1. ötvözet	2. ötvözet	3. ötvözet	4. ötvözet
Nikkel	6%	3%	2%	1%
Szén	3%	2%	5%	6%
Mangán	8%	3%	2%	1%
Költség/tonna	12 \$	10\$	8\$	6\$

3. Szállítási feladatok

17. A Powerco cégnek három elektromos erőműtelepe van, ezek négy város energia-szükségletét látják el. Az egyes erőművek a következő mennyiségű kWh elektromos energiát képesek szolgáltatni: 1.erőmű: 35 millió; 2.erőmű: 50 millió; 3.erőmű: 40 millió. Az egyszerre megjelenő csúcsfogyasztási igények ezekben a városokban: 1.város: 45 millió; 2 város: 20 millió; 3.város: 30 millió; 4.város: 30 millió. 1 millió kW áram szállítása valamelyik erőműből valamelyik városba attól függ, hogy milyen távolságra kell szállítani. Fogalmazzunk meg LP-t, mely minimalizálja annak költségét, hogy mindegyik város csúcsfogyasztási igénye ki legyen elégítve.

Honnan	Hová				Szolgáltatás
	1. város	2. város	3. város	4. város	
1. erőmű	8	6	10	9	35
2. erőmű	9	12	13	7	50
3. erőmű	14	9	16	5	40
Igény	45	20	30	30	

18. Oldjuk meg a következő 3 raktár - 4 bolt szállítási feladatot!

	B1	B2	B3	B4	
R1	8	2	4	7	30
R2	7	4	3	2	40
R3	2	5	5	9	50
	20	16	42	42	

19. Oldjuk meg a következő 4 raktár - 5 bolt szállítási feladatot!

	B1	B2	B3	B4	B5	
R1	8	7	3	4	2	12
R2	6	2	7	5	10	17
R3	7	5	3	3	1	25
R4	4	9	9	8	2	35
	28	30	7	15	9	

20. Egy sütödének 3 üzeme van V1, V2, V3 városban. A boltok ahova szállítani szeretne (B1, B2, B3, B4) a következő táblázat szerinti távolsága vannak. Oldjuk meg hurokszerkesztéssel az alábbi feladatot!

	B1	B2	B3	B4	
V1	5	7	10	1	32
V2	4	2	6	4	16
V3	3	9	3	8	9
	16	7	8	26	

21. Egy sütőipari kisvállalkozás 3 pékségben (A, B és C) süt kenyeret, naponként rendre 40, 15 és 35 kilogrammot. Négy falu (I., II., III., IV) kisboltját látják el kenyérrel, a boltok napi igénye 20 kg, 30 kg, 30 kg, 10 kg. Az egyes pékségek és boltok közötti szállítási költségek az alábbi költségmátrixban adóttak. Adjuk meg az optimális szállítási tervet!

	I.	II.	III.	IV.	
A	2	3	5	6	40
B	2	1	3	5	15
C	3	8	4	6	35
	20	30	30	10	

22. Oldja meg az alábbi szállítási problémát

	I.	II.	III.	IV.	
A	6	2	7	3	25
B	5	1	3	6	32
C	4	9	8	10	8
	12	23	18	12	

4. Hozzárendelési feladatok

23. Egy asztalosműhely, melyben 5 alkalmazott (I., II., III., IV., V.) dolgozik, 5 különböző bútordarab (A, B, C, D, E) elkészítésére kap megrendelést.

Mind az 5 alkalmazott képes mind az 5 bútort elkészíteni, de különböző idő alatt. Az egyes alkalmazottaknak a bútorok elkészítéséhez szükséges időigényét (órában) az alábbi táblázat tartalmazza. Melyik alkalmazottat melyik bútor elkészítésével érdemes megbízni, ha az összmunkaidőt minimalizálni kívánjuk?

	A	B	C	D	E
I.	8	10	9	5	2
II.	5	8	7	1	3
III.	11	14	10	3	4
IV.	7	12	12	1	4
V.	11	13	12	2	3

24. 5 munkás elhelyezéséről kell dönteni 5 városban. Az alábbi táblázat tartalmazza azt, hogy az egyes munkások egyes városokban való elhelyezését hányan ellenzik. Találjuk meg a legjobb kihelyezési tervet abból a szempontból, hogy azt a legkevesebben ellenezzék! Azaz mondjuk meg melyik ember melyik városba menjen dolgozni, hogy ezt a kombinációt a legkevesebb döntéshozó ellenezze!

	Bp.	Db	Nyh.	Pécs	Vác
József	2	7	8	3	1
Béla	4	1	5	9	10
Gyula	6	5	10	2	4
István	4	2	8	10	3
János	9	3	8	3	5

25. 4 hallgató zh-ra készül, megbeszélük, hogy segítenek egymásnak és mindegyikük csak egy feladat típusból készül fel. Az alábbi táblázat tartalmazza a dolgozat 4 feladat típusát és a hallgatók eredményeit, hogy átlagosan hány százalékosra írják az adott feladatot. Összük fel a feladatokat a hallgatók között, hogy a dolgozat maximális pontszámú legyen! Az optimális hozzárendelés esetén várhatóan hány százalékos dolgozatot írnak majd a hallgatók?

	Szállítási fel.	Graf. módszer	Dualitás	Szimplex
H1	80	70	75	40
H2	50	40	80	90
H3	20	60	50	70
H4	30	40	65	80

26. Oldjuk meg az alábbi hozzárendelési feladatot magyar módszerrel!

	F1	F2	F3	F4	F5
G1	2	3	6	6	4
G2	2	4	9	8	7
G3	5	1	9	4	8
G4	3	3	2	5	6
G5	2	7	6	8	4

27. Oldjuk meg az alábbi hozzárendelési feladatot magyar módszerrel!

	F1	F2	F3	F4
G1	1	4	1	2
G2	2	8	9	12
G3	3	10	11	6
G4	2	6	7	8

28. Egy hozzárendelési feladat: Egy cég alkatrészeket gyárt, több munkagéppel rendelkeznek, de ezek a gépek különböző műszaki állapotban vannak, éppen ezért más más a fenntartási és üzemeltetési költségük. Egy alkatrész legyártása három munkamenetből áll: darabolás, hegesztés és csomagolás. Mind a 3 gép képes elvégezni ezen feladatok mindegyikét az alábbi felmerülő költségek mellett:

	1. gép	2. gép	3. gép
Darabolás	10	5	7
Hegesztés	15	10	20
Csomagolás	7	10	12

5. Egészértékű feladatok

29. Módosítsuk az I. fejezet 7 feladatát egy újabb kikötéssel, miszerint a reklámpercet csak egyperces egységekben lehet megvásárolni.

6. Modellezési feladatok

6.1. Munkaszervezési feladat

30. Egy postahivatalban a hét különböző napjain eltérő számú teljes munkaidejű alkalmazott munkájára van szükség. A következő táblázat mutatja az egyes napokra vonatkozó teljes munkaidejű munkaerő-szükségletet.

	Teljes munkaidejű alkalmazottak száma
Hétfő	17
Kedd	13
Szerda	15
Csütörtök	19
Péntek	14
Szombat	16
Vasárnap	11

A szakszervezeti törvény értelmében minden teljes munkaidejű alkalmazottnak 5 egymást követő napon kell dolgoznia, és ezután 2 szabadnap jár. Például egy olyan alkalmazott, aki hétfőtől péntekig dolgozik, szombat-vasárnap szabadnapos lesz. A postahivatal úgy akarja a napi munkaerő szükségletét kielégíteni, hogy csak teljes munkaidejű alkalmazottakat foglalkoztat. Fogalmazzunk meg egy LP-t, amelyet a postahivatal arra tud használni, hogy a lehető legkevesebb teljes munkaidős alkalmazottat foglalkoztassa!

31. Egy kisváros rendőrségénél minden 4 órás periódusban az ügyeleti szolgálatot teljesítő rendőrök száma a következő:

	Periódus	Rendőrök száma
M1	0:00 - 4:00	8
M2	4:00 - 8:00	7
M3	8:00 - 12:00	6
M4	12:00 - 16:00	6
M5	16:00 - 20:00	5
M6	20:00 - 24:00	4

Minden rendőr két egymást követő műszakban dolgozik. Fogalmazzon meg LP-t, amely minimalizálja a város rendőreinek számát, hogy a napi ügyeletek el legyenek látva!

32. Ön elhatározta hogy beszáll az édesség üzletbe. Kétféle édesség gyártásán gondolkodik: Nehézédes és Könnyűédes. Mindkettő kizárólag cukorból, magokból és csokoládéból áll. A készletet és a tartalmazási előírásokat megtalálja az alábbi táblázatban:

	Cukor	Magok	Csokoládé	Eladási egységár
Nehézédes		legalább 10%	legalább 10%	20 cent
Könnyűédes		legalább 20%		25 cent
Készlet:	100 dkg	20 dkg	30 dkg	

33. Egészítsük ki az előző feladatot azzal az előírással, hogy a Könnyűédes keverék ezentúl cukormentes kell hogy legyen!
34. Egy vegyipari vállalat kétféle műtrágyát gyárt $M1$, $M2$. A két termék kizárólag szilíciumot és nitrogént tartalmaz. A nyersanyagot még be kell szerezniük az alábbiak szerint: Szilíciumból vásárolhatnak legfeljebb 100 kg-ot, 10\$/kg áron, nitrogénből pedig vehetnek maximum 80 kg-ot 15\$/kg áron. Az alábbi táblázat mutatja a tartalmi előírásokat és a termékek eladási egységárát:

	Szilícium	Nitrogén	Eladási egységár
M1		legalább 40%	70\$/kg
M2	legalább 70%		40\$/kg
Beszerezés:	max. 100 kg (10\$/kg)	max. 80 kg (15\$/kg)	

35. Egy péknek van készleten 30 dkg lisztje és 5 csomag élesztője. Egy kenyér sütéséhez szükséges 5 dkg liszt és 1 csomag élesztő. Egy kenyeret 30 centért tud eladni. A pék még beszerezhet további lisztet 4 cent/dkg áron, de el is adhat a készletéből ugyanilyen áron. Írjunk fel LP modellt a pék számára, ami a bevételét maximalizálja!
36. Egy édességgyártó cég kétfajta édességet készít: csokoládét és tejkarameλλάt. Egy adag csokoládé 0.25\$ míg egy egy tejkarameλλά 0.75\$ hasznat hoz. A gyártási folyamat négy lépésből áll:
- Összekeverni és főzni az összetevőket.
 - Ízfokozók és színezékek hozzáadása a karamellához majd hűtés.
 - Mazsola és mogyoró összedarabolása és hozzáadása a csokoládéhoz, majd hűtés.
 - Csomagolás. A csokoládé és tejkarameλλά becsomagolása.

A fent említett részfolyamatokra egyenként 7,5 óra (27000 sec) áll a rendelkezésre. Az alábbi táblázat mutatja, hogy az egyes folyamatokon egy csokoládé illetve egy tejkarameλλά mennyi idő alatt esik át.

	Csokoládé	Karamella	Rendelkezésre álló idő
1 főzés	15	40	27000 sec
2 Színezék/Ízfokozó		56.25	27000 sec
3 Ízesítés	18.75		27000 sec
4 Csomagolás	12	50	27000 sec
Eladási ár	0.25 \$	0.75\$	