

2024. szeptember 18-i gyakorlat

Mértani sorozat: olyan sorozat, amelyben bármelyik tag és az azt megelőző tag hányadosa állandó. Ezt a hányadost kvóciensnek nevezzük.

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q \quad (n > 1)$$

A sorozat n -edik tagja:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad (n > 1)$$

A sorozat első n tagjának összege $S_0 = 0$ és $n > 0$ esetén:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad \text{ha } q \neq 1,$$

$$S_n = na_1, \quad \text{ha } q = 1.$$

Mértani sor összege:

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{a_1}{q - 1} \lim_{n \rightarrow \infty} (q^n - 1) = \frac{a_1}{q - 1}(-1) = \frac{a_1}{1 - q}, \quad \text{ha } |q| < 1.$$

Megjegyzés: Jövőérték számításnál gyakran $q = 1 + r$, jelenérték számításnál $q = \frac{1}{1 + r}$.

- 8 000 \$-t teszünk a bankba 4 évre. Az éves kamat minden évben 3%. Mennyi pénzünk lesz 4 év elteltével, ha
 - a kamatot mindig év végén írják jóvá (évenkénti tőkésítés),
 - a kamatot minden hónap végén írják jóvá (havi tőkésítés),
 - folytonos kamatozást alkalmaznak?
- Ön melyik befektetést preferálná, és miért? Számítsa ki az alábbi befektetések értékét 1, 5 és 20 év elteltével!
 - Egy 12%-os névleges kamatot fizető befektetés éves kamatos kamat esetén.
 - Egy 11.7%-os névleges kamatot fizető befektetés havi kamatos kamat esetén.
 - Egy 11.5%-os névleges kamatot fizető befektetés folytonos kamatfizetés esetén.
 - Határozza meg az éves tényleges (effektív) hozamot a (b) és (c) esetekben!
- 5 éven keresztül minden év *végén* 125 000 Ft-ot helyezünk el betétként a bankba. A kamatláb 15%. Mekkora összeget vehetünk fel az 5. év végén az utolsó befizetéskor?
- Egy életbiztosító egy 5 éves megtakarítási lehetőséget kínál nekünk. Minden év *elején* 10 000 Ft-ot fizetünk be a számlánkra, ami a futamidő során évi 4%-os kamatot fizet. Mennyi pénz lesz a megtakarítási számlánkon 5 év múlva?
- Egy apa fia születésekor elhatározza, hogy 20 éven át minden évben elhelyez egy megtakarítási számlán 100 000 Ft-ot évi 7%-os kamatra, s még aznap befizeti az első esedékes megtakarítást. Mekkora összeg gyúlik össze a számlán a fia 20. születésnapjára?
- 5 év múlva 2,5 millió Ft-ra van szüksége.
 - Mekkora összeget kell elhelyeznie a bankban, ha évi 20%-os betéti kamatra számíthat?
 - Mekkora összeget kellene minden év elején elhelyeznie, hogy ugyanezen célt elérje (szintén évi 20%-os betéti kamattal)?