

2. szeminárium: Költségvetési korlát

- A fogyasztó gazdasági elmélete igen egyszerű: \rightarrow a közgazdászok feltételezik, hogy a fogyasztók **a számukra megfizethető legjobb jószágkosarat** választják.
- Hogy ennek az elméletnek tartalmat adhassunk, pontosabban le kell írunk:
 - mit értünk azon, hogy „legjobb”,
 - és mit azon, hogy „megfizethető”.
- Ebben a fejezetben azt fogjuk megvizsgálni, hogy miképpen lehet leírni azt, ami a fogyasztó számára **megfizethető**;
- a következő fejezetben pedig arra fogunk összpontosítani, hogy miképpen határozza meg a fogyasztó a számára legjobbat.

endogén változók:

a két termék (ezek mennyiségek, pl. db, liter, kg) $\rightarrow x_1, x_2$ vagy x, y

exogén változók:

a jövedelem $\rightarrow m$ vagy I

a termékek árai $\rightarrow p_1, p_2$ vagy p_x, p_y

ezek adottságok

a költségvetési korlát:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \quad \text{vagy}$$

$$p_x x + p_y y = I$$

- ahol $p_x x \rightarrow$ az a pénzösszeg, amelyet a fogyasztó az x jószágra költ
 $p_y y \rightarrow$ az a pénzösszeg, amelyet a fogyasztó az y jószágra költ
- a **költségvetési egyenes** azoknak a jószágkosaraknak a halmaza, amelyek pontosan I -be (m -be) kerülnek

a költségvetési halmaz:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$

$$p_x x + p_y y \leq I$$

- a fogyasztó számára **megfizethető jószágkosarak** tehát azok, amelyek nem kerülnek többbe, mint I (vagy másképp jelölve: m).

ábrázolás, meredekség:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$p_y y = I - p_x x$$

$$y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

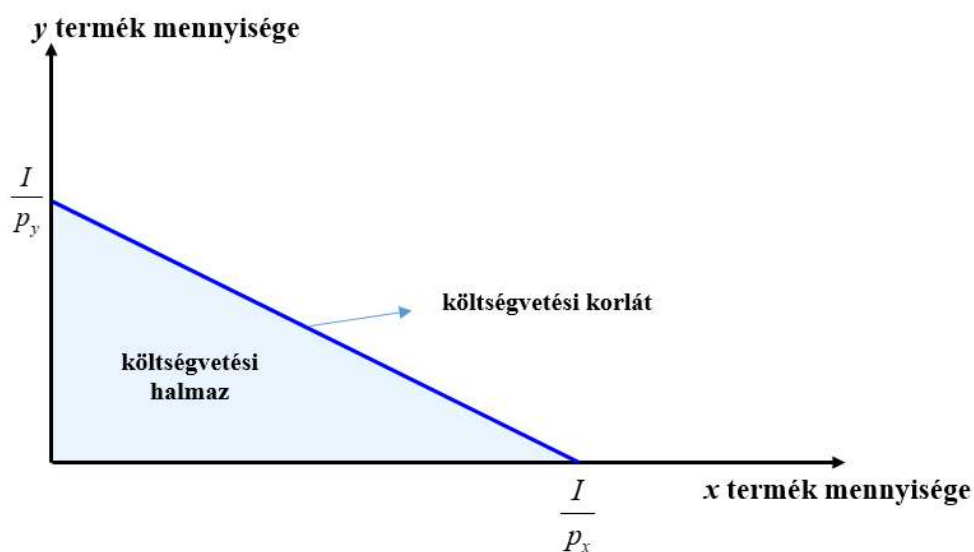
- a költségvetési korlát meredeksége: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{p_x}{p_y}$
- megmutatja, hogy mennyi y termékről kell lemondanunk, hogy egy egység x termékkel többet tudjunk megvenni a jövedelmünkéből

<p>ha $x = 0$, akkor:</p> $y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $y = \frac{I}{p_y}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(x; y) = \left(0; \frac{I}{p_y} \right)$ <p>az y tengelymetszet</p>	<p>ha $y = 0$, akkor:</p> $y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $0 = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $\frac{p_x}{p_y} x = \frac{I}{p_y}$ $x = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_y}{p_x} = \frac{I}{p_x}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(x; y) = \left(\frac{I}{p_x}; 0 \right)$ <p>az x tengelymetszet</p>
--	--

- ha a fogyasztó a teljes jövedelmét az x termék fogyasztására költi: $x = \frac{I}{p_x}$ és $y = 0$
- ha a fogyasztó a teljes jövedelmét az y termék fogyasztására költi: $x = 0$ és $y = \frac{I}{p_y}$

a fentiekből is látszik, hogy a költségvetési egyenes meredeksége abszolút értékben:

$$\frac{\frac{I}{p_y}}{\frac{I}{p_x}} = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_x}{I} = \frac{p_x}{p_y}$$



Berde 22. o. → 1. feladat

Lajos ebédelni indul a büfébe 2000 Ft-tal a zsebében, ez az az összeg, amit a mai ebédjére szán. Lajost a büfé kínálatától csak két termék, a rántott hús és a sült krumpli érdekli. Tegyük fel, hogy egy szelet rántott hús 300 Ft, 10 dkg sült krumpli pedig 200 Ft. Határozzuk meg Lajos költségvetési halmazát és írjuk fel költségvetési egyenesének egyenletét!

jövedelem $I = 2000$

a rántott hús legyen $\rightarrow x$

a sült krumpli legyen $\rightarrow y$

1 szelet rántott hús ára $\rightarrow p_x = 300$

10 dkg sült krumpli ára $\rightarrow p_y = 200$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

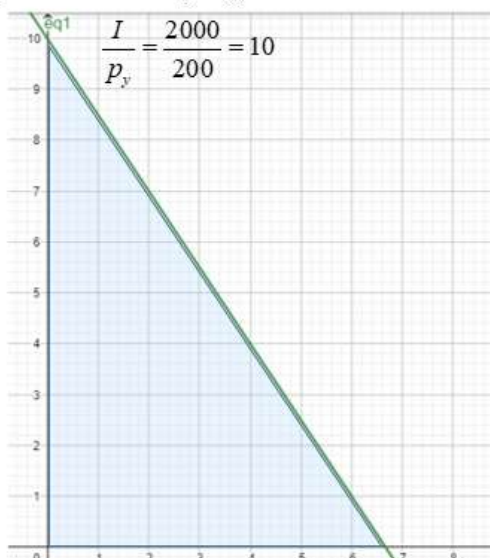
$$300x + 200y = 2000$$

A költségvetési halmaz

$$p_x x + p_y y \leq I$$

$$300x + 200y \leq 2000$$

y termék mennyisége



$$\frac{I}{p_x} = \frac{2000}{300} = 6.67$$

Berde 22. o. → 3.a-j) feladat

Egy fogyasztó jövedelme 100e Ft. Két terméket fogyaszt, élelmiszert, (x_1) és ruházati cikket, (x_2). Az élelmiszer (átlag)ára 10e Ft, a ruházati cikk (átlag)ára 50e Ft.

- a) Ábrázoljuk a fogyasztó költségvetési halmazát, írjuk fel a költségvetési korlát egyenletét!
- b) Hány egységet vásárolhat maximum az egyes termékekből, ha a teljes jövedelmét az adott termékre költi?
- c) Hány egység élelmiszerről kell lemondania egy egység ruházati cikkért cserébe?
A következő kérdéseknél mindig az eredeti állapotból induljunk ki! Amikor csak lehetséges, készítsünk magunknak ábrát is!
- d) Ha a fogyasztó jövedelme 150e Ft-ra változik, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
- e) Ha az élelmiszer ára 25e Ft-ra nő, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
- f) Ha a ruházati cikk ára 20e Ft-ra csökken, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?
- g) Ha a drágább termék ára 150e Ft-ra, az olcsóbbiké pedig 30e Ft-ra nő, akkor mennyivel kell növelni a fogyasztó jövedelmét, hogy az eredeti állapothoz képest a költségvetési halmaza ne változzon?
- h) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az árak is és a jövedelem is kétszeresére nőnek?
- i) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 2e Ft mennyiségi adót vetnek ki?
- j) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 25% értékarányos adót vetnek ki?
- k) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre 5 egység fogyasztásig 2e Ft mennyiségi adót, az 5 egység feletti részre pedig 25%-os értékadót vetnek ki?
- l) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre a fogyasztó 5 egység fogyasztása felett 2e Ft mennyiségi kedvezményt kap?
- m) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerből 6,5 egységnél többet nem lehet fogyasztani?
- n) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha a fogyasztó az eredeti jövedelme mellé kap 100e pénzegység értékű étkezési utalványt (amit csak élelmiszerre lehet költeni)?
- o) Tegyük fel, hogy a ruházati cikkért a fogyasztónknak nem kell fizetnie, sőt fogyasztásáért egységenként 10e Ft-ot kap (pl. egy cég szponzorálja a fogyasztót, ha hordja, és ezzel reklámozza a ruháit). Hogy néz ki ebben az esetben a költségvetési egyenes?

a) Ábrázoljuk a fogyasztó költségvetési halmazát, írjuk fel a költségvetési korlát egyenletét!

Az adatok ezer forintban értendők.

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$x + 5y = 10$$

A költségvetési halmaz:

$$p_x x + p_y y \leq I$$

$$10x + 50y \leq 100$$

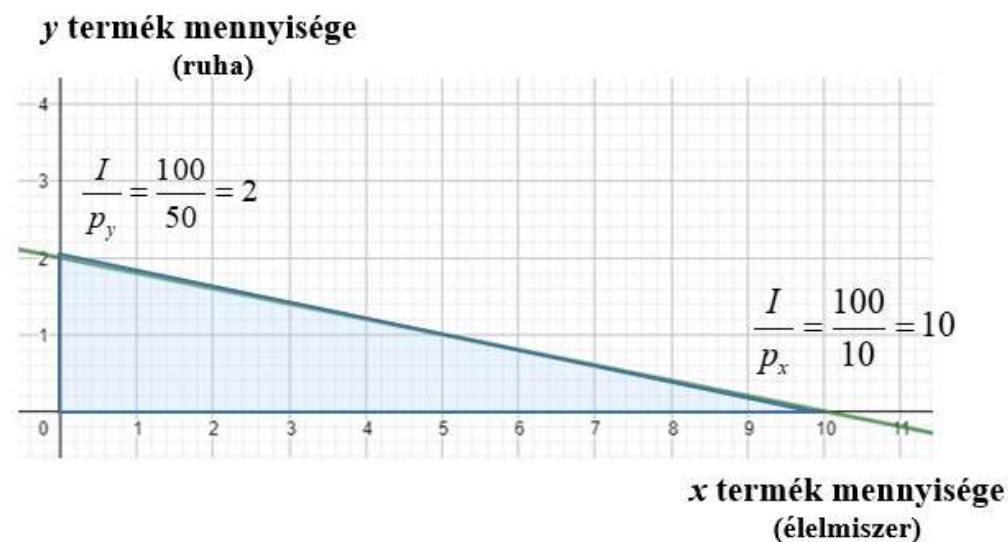
$$x + 5y \leq 10$$

Ábrázoláshoz:

$$x + 5y = 10$$

$$5y = 10 - x$$

$$y = 2 - \frac{1}{5}x$$



b) Hány egységet vásárolhat maximum az egyes termékekből, ha a teljes jövedelmét az adott termékre költi?

Ezt a költségvetési korlát y és x tengellyel vett metszéspontjában látjuk.

- ha csak ruházati cikket fogyaszt: $x = 0$ és $y = \frac{I}{p_y}$
- ha csak élelmiszert fogyaszt: $x = \frac{I}{p_x}$ és $y = 0$

$$p_x x + p_y y = I$$

$$p_y y = I - p_x x$$

$$y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

<p>ha $x = 0$, akkor:</p> $y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $y = \frac{I}{p_y}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(x; y) = \left(0; \frac{I}{p_y} \right)$ <p>az y tengelymetszet</p>	<p>ha $y = 0$, akkor:</p> $y = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $0 = \frac{I}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$ $\frac{p_x}{p_y} x = \frac{I}{p_y}$ $x = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_y}{p_x} = \frac{I}{p_x}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(x; y) = \left(\frac{I}{p_x}; 0 \right)$ <p>az x tengelymetszet</p>
--	--

- ha csak ruházati cikket fogyaszt: $\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2$
- ha csak élelmiszert fogyaszt: $\frac{I}{p_x} = \frac{100}{10} = 10$

Ha a fogyasztó a teljes jövedelmét ruházati cikkekre költi, akkor maximum 2 egységnyt vásárolhat belőle;

ha a fogyasztó a teljes jövedelmét élelmiszerre költi, akkor abból maximum 10 egységnyt vásárolhat.

c) Hány egység élelmiszerről kell lemondania egy egység ruházati cikkért cserébe?

- a ruha (y) élelmiszerben (x) kifejezett „árára” vagyunk kíváncsiak $\left(\frac{x}{y}\right)$
- ezt a költségvetési korlát meredekségéből látjuk, ami $\rightarrow -\frac{p_x}{p_y}$
- minket a meredekségnek csak az abszolút értéke érdekel: $\frac{p_x}{p_y} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$
élelmiszer $\rightarrow x$
ruházati cikk $\rightarrow y$
- $\frac{1}{5}$ y termékről (ruházati cikk) kell lemondani, hogy 1 egységgel több x terméket (élelmiszer) tudjunk megvásárolni $\rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)$
- 5 x termékről (élelmiszer) kell lemondani, hogy 1 egységgel több y terméket (ruházati cikk) tudjunk megvásárolni $\rightarrow \left(\frac{x}{y}\right)$

VAGY

- a meredekség $\rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$
- egy egységgel több ruhát szeretnénk, tehát $\rightarrow \Delta y = 1$, így \rightarrow
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$$
$$\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{5}$$
$$\Delta x = 5$$

5 egység élelmiszerről kell lemondania a fogyasztónak egy egység ruházati cikkért cserébe.

A következő kérdéseknél mindig az eredeti állapotból induljunk ki! Amikor csak lehetséges, készítsünk magunknak ábrát is!

d) Ha a fogyasztó jövedelme 150e Ft-ra változik, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?

jövedelem $I = 150$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 150$$

$$x + 5y = 15$$

A költségvetési halmaz:

$$p_x x + p_y y \leq I$$

$$10x + 50y \leq 150$$

$$x + 5y \leq 15$$

Ábrázoláshoz:

$$x + 5y = 15$$

$$5y = 15 - x$$

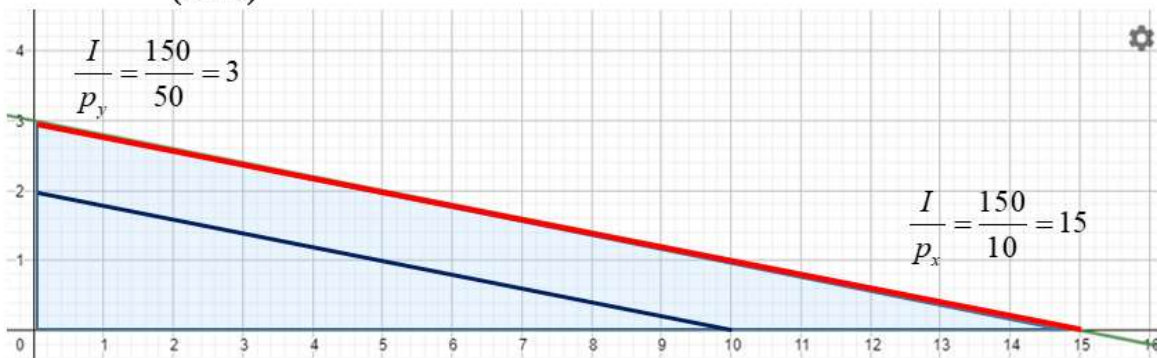
$$y = 3 - \frac{1}{5}x$$

vagy

<p>ha $x = 0$, akkor:</p> $x + 5y = 15$ $0 + 5y = 15$ $y = 3$ $(x; y) = (0; 3)$	<p>ha $y = 0$, akkor:</p> $x + 5y = 15$ $x + 5 \cdot 0 = 15$ $x = 15$ $(x; y) = (15; 0)$
--	---

- ha csak ruházati cikket (y) fogyaszt: $\frac{I}{p_y} = \frac{150}{50} = 3 \rightarrow (x; y) = (0; 3)$
- ha csak élelmiszert (x) fogyaszt: $\frac{I}{p_x} = \frac{150}{10} = 15 \rightarrow (x; y) = (15; 0)$

**y termék mennyisége
(ruha)**



**x termék mennyisége
(élelmiszer)**

e) Ha az élelmiszer ára 25e Ft-ra nő, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 25$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$25x + 50y = 100$$

$$2.5x + 5y = 10$$

A költségvetési halmaz:

$$p_x x + p_y y \leq I$$

$$25x + 50y \leq 100$$

$$2.5x + 5y \leq 10$$

Ábrázoláshoz:

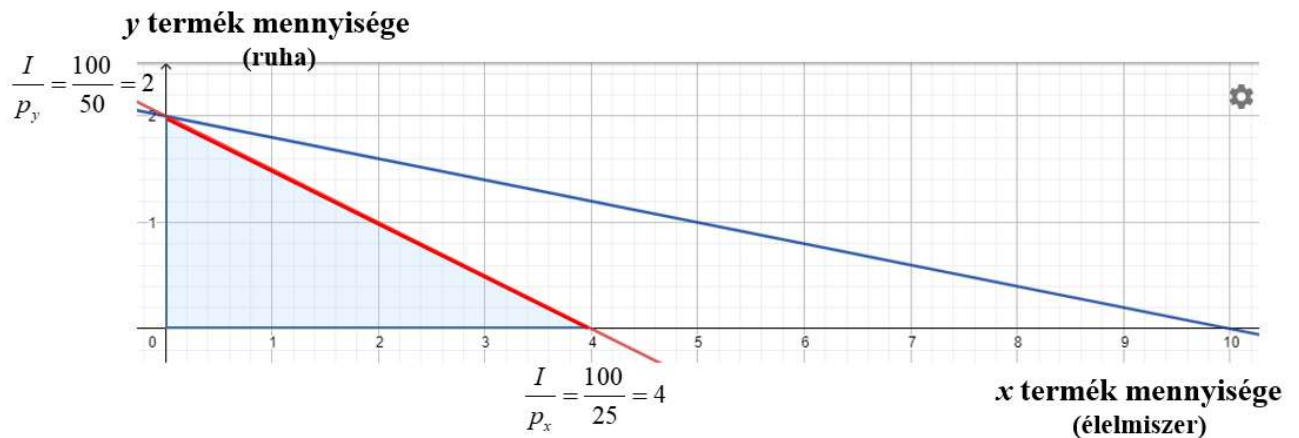
$$2.5x + 5y = 10$$

$$5y = 10 - 2.5x$$

$$y = 2 - \frac{1}{2}x$$

vagy meghatározzuk a tengelymetszeteket \rightarrow

- ha csak ruházati cikket (y) fogyaszt: $\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2 \rightarrow (x; y) = (0; 2)$
- ha csak élelmiszert (x) fogyaszt: $\frac{I}{p_x} = \frac{100}{25} = 4 \rightarrow (x; y) = (4; 0)$



f) Ha a ruházati cikk ára 20e Ft-ra csökken, hogyan változik meg a költségvetési halmaza?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 20$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 20y = 100$$

$$x + 2y = 10$$

A költségvetési halmaz:

$$p_x x + p_y y \leq I$$

$$10x + 20y \leq 100$$

$$x + 2y \leq 10$$

Ábrázoláshoz:

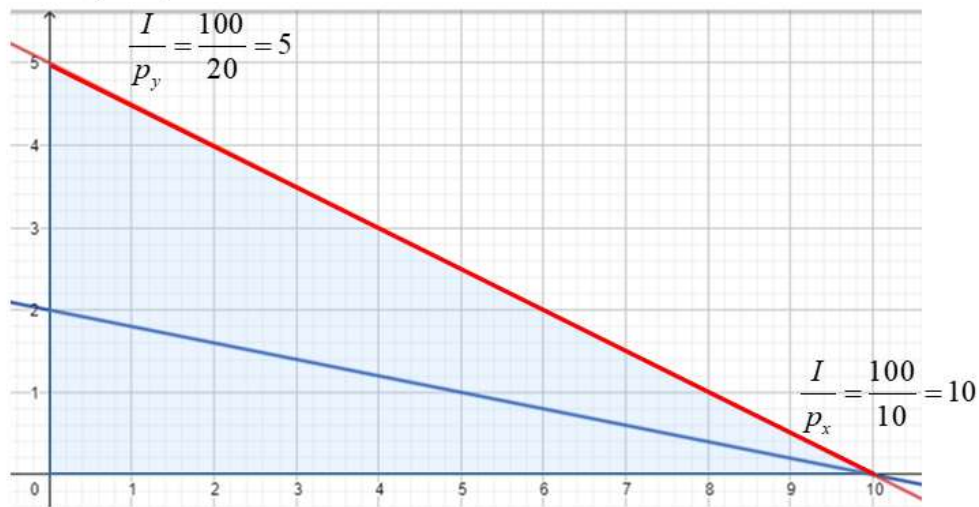
$$x + 2y = 10$$

$$2y = 10 - x$$

$$y = 5 - \frac{1}{2}x$$

- ha csak ruházati cikket (y) fogyaszt: $\frac{I}{p_y} = \frac{100}{20} = 5 \rightarrow (x; y) = (0; 5)$
- ha csak élelmiszert (x) fogyaszt: $\frac{I}{p_x} = \frac{100}{10} = 10 \rightarrow (x; y) = (10; 0)$

**y termék mennyisége
(ruha)**



**x termék mennyisége
(élelmiszer)**

g) Ha a drágább termék ára 150e Ft-ra, az olcsóbbiké pedig 30e Ft-ra nő, akkor mennyivel kell növelni a fogyasztó jövedelmét, hogy az eredeti állapothoz képest a költségvetési halmaza ne változzon?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x^1 = 10 \rightarrow p_x^2 = 30$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y^1 = 50 \rightarrow p_y^2 = 150$

jövedelem?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$30x + 150y = ?$$

Mivel mindkét ár a háromszorosára változott, így a változatlan költségvetési halmaz eléréséhez a jövedelemnek is háromszorosára kell változnia $\rightarrow I = 300$.

VAGY

A költségvetési korlát x és y tengellyel vett metszéspontja változatlan kell, hogy maradjon.

- ha csak ruházati cikket (y) fogyaszt:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2 \rightarrow (x; y) = (0; 2)$$

$$\frac{I}{p_y} = 2$$

$$\frac{I}{150} = 2$$

$$I = 300$$

- ha csak élelmiszert (x) fogyaszt:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{100}{10} = 10 \rightarrow (x; y) = (10; 0)$$

$$\frac{I}{p_x} = 10$$

$$\frac{I}{30} = 10$$

$$I = 300$$

A fogyasztó jövedelmét 150e Ft-tal kell növelni, 300e Ft-ra.

h) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az árak is és a jövedelem is kétszeresére nőnek?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

ha kétszeresére változnak az árak és a jövedelem:

$$20x + 100y = 200$$

$10x + 50y \leq 100$	$/:10$	$20x + 100y \leq 200$	$/:20$
$x + 5y \leq 10$		$x + 5y \leq 10$	

A költségvetési halmaz nem változik.

i) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 2e Ft mennyiségi adót vetnek ki?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

mennyiségi adó az élelmiszerre $\rightarrow 2\text{e Ft}$

az élelmiszer (átlag)ára az adó bevezetése előtt $\rightarrow p_x^1 = 10$

az élelmiszer (átlag)ára az adó bevezetése után $\rightarrow p_x^2 = 10 + 2 = 12$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete az élelmiszerre bevezetett adó előtt:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$x + 5y = 10$$

A költségvetési korlát egyenlete az élelmiszerre bevezetett adó után:

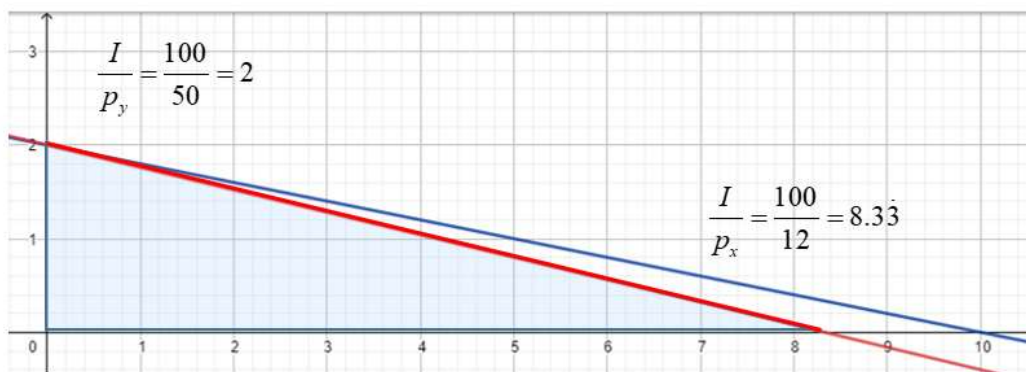
$$p_x x + p_y y = I$$

$$12x + 50y = 100$$

$$1.2x + 5y = 10$$

A mennyiségi adó 2e Ft-al megnöveli az élelmiszer árát, 12e Ft-ra $\rightarrow 10 + 2 = 12$

y termék mennyisége
(ruha)



x termék mennyisége
(élelmiszer)

j) Mi történik (hogyan változik a költségvetési halmaz), ha az élelmiszerre 25% értékarányos adót vetnek ki?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára az adó bevezetése előtt $\rightarrow p_x^1 = 10$

az élelmiszer (átlag)ára az adó bevezetése után $\rightarrow p_x^2 = 10 \cdot 1.25 = 12.5$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete az élelmiszerre bevezetett adó előtt:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$x + 5y = 10$$

A költségvetési korlát egyenlete az élelmiszerre bevezetett adó után:

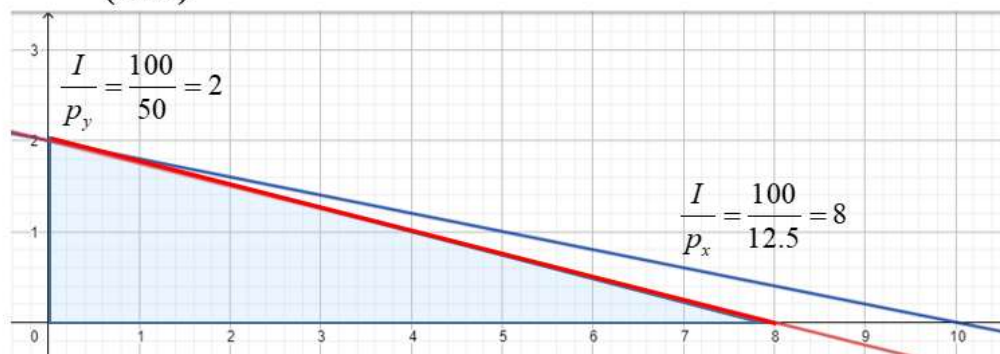
$$p_x x + p_y y = I$$

$$12.5x + 50y = 100$$

$$1.25x + 5y = 10$$

Az értékarányos adó 12.5e Ft-ra emeli meg az élelmiszer árát $\rightarrow 10 \cdot 1.25 = 12.5$

y termék mennyisége
(ruha)



x termék mennyisége
(élelmiszer)

k) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre 5 egység fogyasztásig 2e Ft mennyiségi adót, az 5 egység feletti részre pedig 25%-os értékadót vetnek ki?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

mennyiségi adó az élelmiszerre 5 egység fogyasztásig $\rightarrow 2\text{e Ft}$

25%-os értékadó az élelmiszerre az 5 egység feletti részre

az élelmiszer (átlag)ára 5 egység fogyasztásig a 2e Ft mennyiségi adóval $\rightarrow p_x^1 = 10 + 2 = 12$

az élelmiszer (átlag)ára az 5 egység feletti részre a 25%-os értékadóval $\rightarrow p_x^2 = 10 \cdot 1.25 = 12.5$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$x + 5y = 10$$

A költségvetési korlát az $x = 5$ -nél fog megtörni, ezért a költségvetési korlátunkat most két függvénnyel tudjuk leírni.

1. függvény \rightarrow ha $x \leq 5$

$$12x + 50y = 100$$

2. függvény \rightarrow ha $x > 5$

$$(10 + 2) \cdot 5 + (10 \cdot 1.25) \cdot (x - 5) + 50y = 100$$

$$12 \cdot 5 + 12.5 \cdot (x - 5) + 50y = 100$$

$$60 + 12.5x - 62.5 + 50y = 100$$

$$12.5x + 50y - 2.5 = 100$$

$$12.5x + 50y = 102.5$$

Az ábrázolásához

az y tengelymetszet az első egyenletből:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2$$



$$(x; y) = (0; 2)$$

a töréspont, ahol $x = 5$, az első egyenletből:

$$12x + 50y = 100$$

$$12 \cdot 5 + 50y = 100$$

$$60y = 50$$

$$y = 0.83\bar{3}$$



$$(x; y) = (5; 0.83)$$

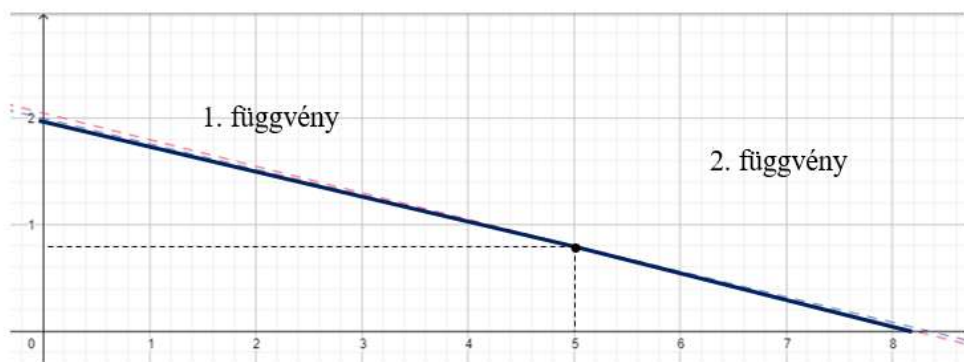
az x tengelymetszet a második egyenletből:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{102.5}{12.5} = 8.2$$



$$(x; y) = (8.2; 0)$$

**y termék mennyisége
(ruha)**



**x termék mennyisége
(élelmiszer)**

I) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerre a fogyasztó 5 egység fogyasztása felett 2e Ft mennyiségi kedvezményt kap?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

mennyiségi kedvezmény az élelmiszerre 5 egység fogyasztása felett $\rightarrow 2\text{e Ft}$

az élelmiszer (átlag)ára a kedvezmény nélkül $\rightarrow p_x^1 = 10$

az élelmiszer (átlag)ára a kedvezménnyel $\rightarrow p_x^2 = 10 - 2 = 8$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$x + 5y = 10$$

A költségvetési korlát az $x = 5$ -nél fog megtörni, ezért a költségvetési korlátunkat most két függvénnyel tudjuk leírni.

1. eset

- ha a kedvezményt csak az öt feletti egységekre ($x > 5$) kapjuk meg, tehát csak azon x -ek esetén, melyek nagyobbak, mint öt $x > 5$

1. függvény \rightarrow ha $x \leq 5$

$$10x + 50y = 100$$

2. függvény \rightarrow ha $x > 5$

$$10 \cdot 5 + 8 \cdot (x - 5) + 50y = 100$$

$$50 + 8x - 40 + 50y = 100$$

$$8x + 50y + 10 = 100$$

$$8x + 50y = 90$$

- az első öt egység élelmiszer ára 10 $\rightarrow 10 \cdot 5$
- a hatodik egység élelmiszertől viszont az ár 8, de ez nem vonatkozik az első öt egységre $\rightarrow 8 \cdot (x - 5)$

Pl. 6 egység x terméket (élelmiszert) veszünk

ha nem lenne kedvezmény x -re, akkor 6 egység ára $\rightarrow 10 \cdot 6 = 60$

ha az első öt egységre nem kapunk kedvezményt, csak a 6. egységre \rightarrow

$$10 \cdot 5 = 50$$

$$8 \cdot (6 - 5) = 8$$

$$50 + 8 = 58$$

1. eset ábrázolásához

az y tengelymetszet az első egyenletből:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2$$



$$(x; y) = (0; 2)$$

a töréspont, ahol $x = 5$, az első egyenletből:

$$10x + 50y = 100$$

$$10 \cdot 5 + 50y = 100$$

$$50y = 50$$

$$y = 1$$



$$(x; y) = (5; 1)$$

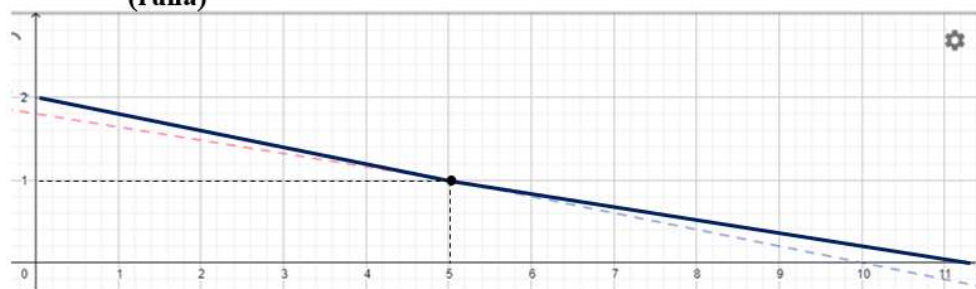
az x tengelymetszet a második egyenletből:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{90}{8} = 11.25$$



$$(x; y) = (11.25; 0)$$

y termék mennyisége
(ruha)



x termék mennyisége
(élelmiszer)

2. eset

- ha a kedvezményt valamennyi x -re érvényesíthetjük, feltéve, hogy többet vettünk élelmiszerből, mint öt egység ($x > 5$)

1. függvény \rightarrow ha $x \leq 5$

$$10x + 50y = 100$$

2. függvény \rightarrow ha $x > 5$

$$8x + 50y = 100$$

- Pl. 6 egység x terméket (élelmiszert) veszünk
 ha nem lenne kedvezmény x-re, akkor 6 egység ára $\rightarrow 10 \cdot 6 = 60$
 ha mind a 6 egység x-re megkapjuk a kedvezményt $\rightarrow 8 \cdot 6 = 48$

2. eset ábrázoláshoz:

az y tengelymetszet első egyenletből:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2$$



$$(x; y) = (0; 2)$$

a töréspont, ahol $x = 5$, szakadni fog a függvény, ezért két pont is kell az első egyenletből:

$$10x + 50y = 100$$

$$10 \cdot 5 + 50y = 100$$

$$50y = 50$$

$$y = 1$$



$$(x; y) = (5; 1)$$

a második egyenletből:

$$8x + 50y = 100$$

$$8 \cdot 5 + 50y = 100$$

$$50y = 60$$

$$y = \frac{60}{50} = 1.2$$



$$(x; y) = (5; 1.2)$$

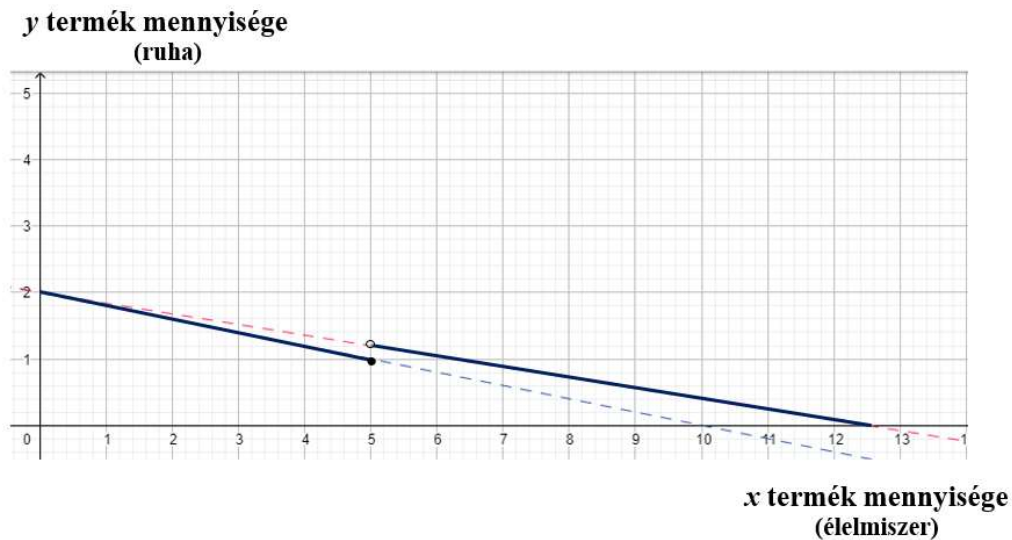
az x tengelymetszet a második egyenletből:

$$8x + 50y = 100$$

$$\frac{I}{p_x} = \frac{100}{8} = 12.5$$



$$(x; y) = (12; 0)$$



m) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha az élelmiszerből 6,5 egységnél többet nem lehet fogyasztani?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

az élelmiszerből 6.5 egységnél nem lehet többet fogyasztani $\rightarrow x \leq 6.5$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

A költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

$$\text{ha } x \leq 6.5$$

A költségvetési halmaz határa (nem része a költségvetési egyenesnek):

$$x = 6.5$$

$$\text{ha } x \geq 6.5$$

A költségvetési korlát végpontja:

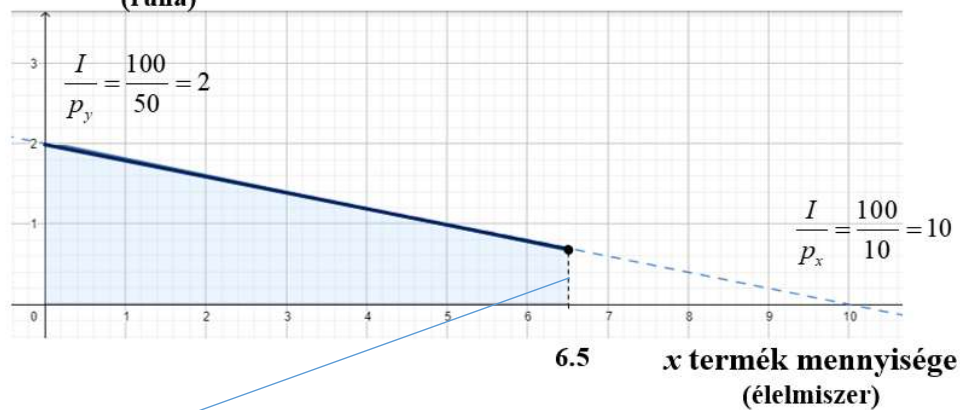
$$10 \cdot 6.5 + 50y = 100$$

$$65 + 50y = 100$$

$$50y = 35$$

$$y = 0.7 \rightarrow (x; y) = (6.5; 0.7)$$

**y termék mennyisége
(ruha)**



a szaggatott vonal része a költségvetési halmaznak, de nem része a költségvetési korlátnak

n) Mi történik (hogyan változik a költségvetési egyenes), ha a fogyasztó az eredeti jövedelme mellé kap 100e pénzegység értékű étkezési utalványt (amit csak élelmiszerre lehet költeni)?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

100 pénzegység értékű élelmiszer utalványt kapunk

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = 50$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

ha csak élelmiszert (x) vásárol, akkor elköltheti a 100 egység pénzjövedelmét, és a 100 egység élelmiszer utalványát \rightarrow így a költségvetési korlát x tengelymetszet:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{100 + 100}{10} = \frac{200}{10} = 20$$

$$(x; y) = (20; 0)$$

de ruhára csak a 100 egység pénzjövedelmét költheti \rightarrow így a költségvetési korlát y tengelymetszet:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{100}{50} = 2$$

$$(x; y) = (0; 2)$$

Az ábrázoláshoz

ha a fogyasztó pénzjövedelme 200-ra nőne

$$10x + 50y = 200$$

$$\frac{I}{p_x} = \frac{200}{10} = 20 \text{ és } \frac{I}{p_y} = \frac{200}{50} = 4$$

$$(x; y) = (20; 0) \text{ és } (x; y) = (0; 4)$$

de ruhából maximum 2 egységet vehet \rightarrow ezért meg fog törni a költségvetési korlátja \rightarrow a töréspont ott lesz, ahol az $y = 2$ (a maximális ruha mennyisége) egyenes metszi a 200 pénzjövedelmet reprezentáló költségvetési korlátot:

$$10x + 50y = 200 \quad \text{ha } y = 2$$

$$10x + 50 \cdot 2 = 200$$

$$10x + 100 = 200$$

$$10x = 100$$

$$x = 10$$

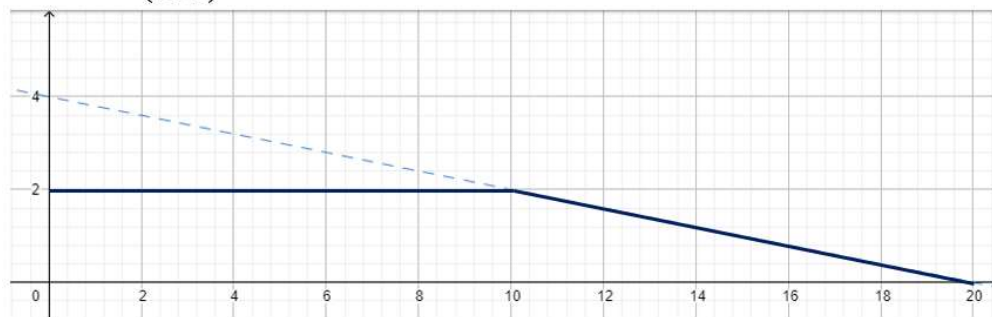
$$\text{a töréspont: } (x; y) = (10; 2)$$

így a költségvetési korlát egyenlete

$$y = 2 \quad \text{ha } x \leq 10$$

$$10x + 50y = 200 \quad \text{ha } x > 10$$

y termék mennyisége
(ruha)



x termék mennyisége
(élelmiszer)

o) Tegyük fel, hogy a ruházati cikkért a fogyasztónknak nem kell fizetnie, sőt fogyasztásáért egységenként 10e Ft-ot kap (pl. egy cég szponzorálja a fogyasztót, ha hordja, és ezzel reklámozza a ruháit). Hogy néz ki ebben az esetben a költségvetési egyenes?

jövedelem $I = 100$

élelmiszer $\rightarrow x$

ruházati cikk $\rightarrow y$

az élelmiszer (átlag)ára $\rightarrow p_x = 10$

a ruházati cikk (átlag)ára $\rightarrow p_y = -10 \rightarrow 10$ Ft-ot kap, ha fogyaszt egy egységet

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

Az eredeti költségvetési korlát egyenlete:

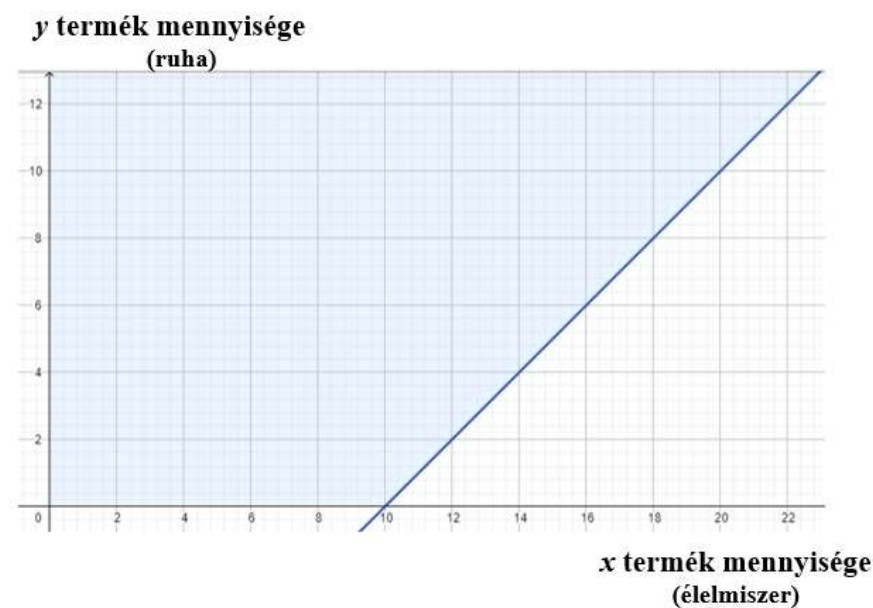
$$p_x x + p_y y = I$$

$$10x + 50y = 100$$

Az új költségvetési korlát egyenlete:

$$10x - 10y = 100$$

- ha a fogyasztó hord egy egység ruhát, abból tud venni egy egység élelmiszert
- $(x; y) = (0; 10) \rightarrow$ ha nem hord ruhát, akkor 10 egység élelmiszert tud megvenni
- $(x; y) = (1; 11) \rightarrow$ ha hord 1 egység ruhát, abból tud venni plusz 1 egység élelmiszert \rightarrow összesen 11 egységet
- $(x; y) = (2; 12) \rightarrow$ ha hord 2 egység ruhát, abból tud venni plusz 2 egység élelmiszert \rightarrow összesen 12 egységet



Berde 22. o. → 4. feladat

Egy fogyasztó költségvetési korlátjától a következő információk állnak rendelkezésünkre: amennyiben az összes jövedelmét x termék vásárlására fordítja, akkor abból 15 db-ot tud vásárolni, amennyiben az összes jövedelmét y termék vásárlására fordítja, akkor 12 darabot tud vásárolni belőle.

- Ábrázoljuk a költségvetési egyenest, és határozzuk meg az egyenletét!
- Ha x jószágra 400-at költ, akkor – teljes jövedelmét elköltve – még 4 db y jószágot tud venni. Mennyi a fogyasztó jövedelme, és az egyes termékek ára?
- Hogyan változik a költségvetési egyenes, ha a fogyasztó jövedelme másfélszeresére nő, az x jószág ára háromnegyedére csökken, miközben az y jószág ára megduplázódik?

a) Ábrázoljuk a költségvetési egyenest, és határozzuk meg az egyenletét!

$$\frac{I}{p_x} = 15 \text{ db}$$

$$\frac{I}{p_y} = 12 \text{ db}$$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

$$\frac{I}{p_x} = 15 \text{ db} \rightarrow (x; y) = (15; 0)$$

$$\frac{I}{p_y} = 12 \text{ db} \rightarrow (x; y) = (0; 12)$$

$$y = a - bx$$

$$y = 12 - \frac{12}{15}x$$

$$y = 12 - \frac{4}{5}x$$

$$5y = 60 - 4x$$

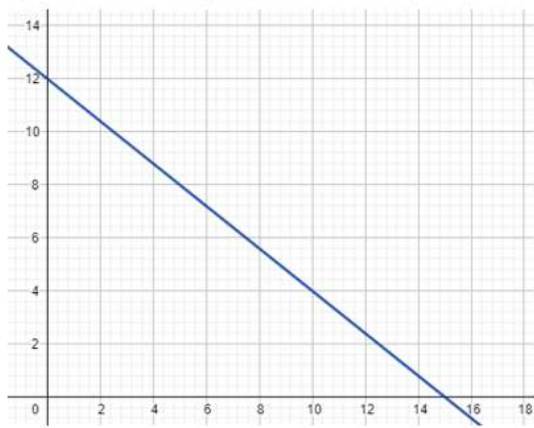
$$\mathbf{5y + 4x = 60}$$

$$p_x x + p_y y = I$$

a meredekség abszolút értékben:

$$\frac{\frac{I}{p_y}}{\frac{I}{p_x}} = \frac{I}{p_y} \cdot \frac{p_x}{I} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{p_x}{p_y} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

y termék mennyisége



x termék mennyisége

b) Ha x jószágra 400-at költ, akkor – teljes jövedelmét elköltve – még 4 db y jószágot tud venni. Mennyi a fogyasztó jövedelme, és az egyes termékek ára?

$$\frac{I}{p_x} = 15 \text{ db}$$

$$\frac{I}{p_y} = 12 \text{ db}$$

a költségvetési korlát: $5y + 4x = 60$

ha $p_x x = 400 \rightarrow$ akkor $p_y y = p_y \cdot 4 \rightarrow y = 4$

$$p_y \cdot 4 = I - 400$$

$$I = ? \quad p_x = ? \quad p_y = ?$$

1. lépés

1. $5y + 4x = 60$

2. $y = 4$

$$5y + 4x = 60$$

$$5 \cdot 4 + 4x = 60$$

$$20 + 4x = 60$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

$$p_x x = 400$$

$$p_x \cdot 10 = 400$$

$$\mathbf{p_x = 40}$$

2. lépés

$$1. 400 + p_y \cdot 4 = I$$

$$2. \frac{I}{p_y} = 12$$

$$\frac{I}{p_y} = 12$$

$$I = 12 p_y$$

$$400 + p_y \cdot 4 = I$$

$$400 + p_y \cdot 4 = 12 p_y$$

$$400 = 8 p_y$$

$$p_y = 50$$

3. lépés

$$400 + p_y \cdot 4 = I$$

$$400 + 50 \cdot 4 = I$$

$$400 + 200 = I$$

$$I = 600$$

$$I = 12 p_y$$

$$I = 12 \cdot 50 = 600$$

VAGY

$$\frac{I}{p_x} = 15 \text{ db}$$

$$\frac{I}{p_y} = 12 \text{ db}$$

a költségvetési korlát: $5y + 4x = 60$

ha $p_x x = 400 \rightarrow$ akkor $p_y y = p_y \cdot 4 \rightarrow y = 4$

$$p_y \cdot 4 = I - 400$$

$$I = ? \quad p_x = ? \quad p_y = ?$$

1. lépés

$$1. p_y \cdot 4 = I - 400$$

$$2. \frac{I}{p_y} = 12$$

$$\frac{I}{p_y} = 12$$

$$I = 12 p_y$$

$$p_y \cdot 4 = I - 400$$

$$p_y \cdot 4 = 12 p_y - 400$$

$$400 = 8 p_y$$

$$p_y = 50$$

2. lépés

$$p_x x + p_y y = I$$

$$400 + 50 \cdot 4 = I$$

$$400 + 200 = I$$

$$I = 600$$

3. lépés

$$\frac{I}{p_x} = 15$$

$$\frac{600}{p_x} = 15$$

$$600 = 15 p_x$$

$$p_x = 40$$

a költségvetési korlát: $40x + 50y = 600$

Az x jószág ára 40, az y jószág ára 50, a jövedelem 600 $\rightarrow p_x = 40$; $p_y = 50$; $I = 600$

A költségvetési korlát: $40x + 50y = 600$

c) Hogyan változik a költségvetési egyenes, ha a fogyasztó jövedelme másfélszeresére nő, az x jószág ára háromnegyedére csökken, miközben az y jószág ára megduplázódik?

$$\frac{I}{p_x} = 15 db$$

$$\frac{I}{p_y} = 12 db$$

a) a költségvetési korlát: $5y + 4x = 60$

b) költségvetési korlát: $40x + 50y = 600$

a fogyasztó jövedelme másfélszeresére nő

az x jószág ára háromnegyedére csökken

az y jószág ára megduplázódik

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

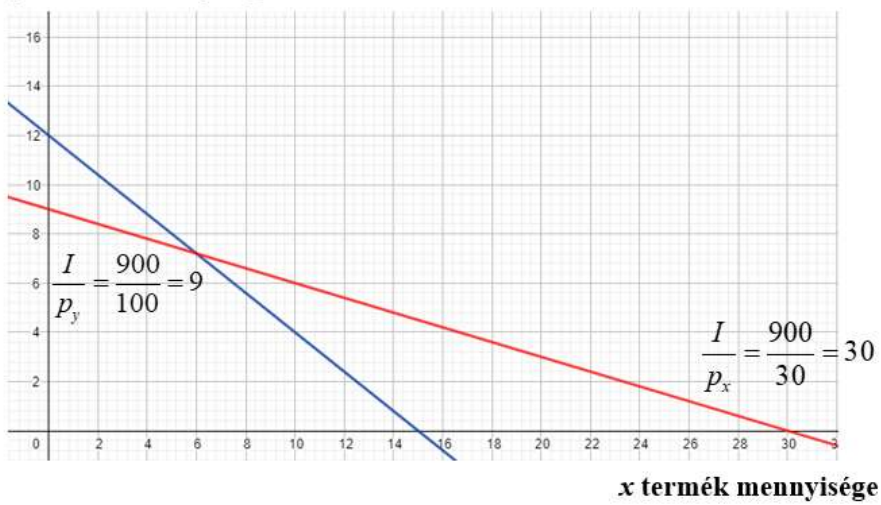
$$I \cdot 1.5 = 600 \cdot 1.5 = 900$$

$$p_x \cdot \frac{3}{4} = 40 \cdot \frac{3}{4} = 30$$

$$p_y \cdot 2 = 50 \cdot 2 = 100$$

a költségvetési korlát: $30x + 100y = 900$

y termék mennyisége



Berde 22. o. → 5. feladat

Kis Pista hetente 36 000 Ft-ot költ szórakozásra. A 36 000 Ft-ból színházba megy és kedvenc bárjában koktélt iszik. Egy koktél (y) ára 600 Ft, egy színházjegy (x) 2400 Ft-ba kerül.

- Ábrázoljuk a költségvetési korlátot, és írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!
- Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha az eddig 0 kulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?
- Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha ezek után Pista munkahelyén heti 9000 Ft értékben kultúraulványt kap, amit kizárólag színházjegyekre lehet költeni?
- Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha a kultúraulvány helyett 9000 Ft pénzbeli támogatást kap? Melyik támogatási forma előnyösebb számára és miért?
- Hogyan módosul a költségvetési egyenes az a)-beli esethez képest, ha a hét minden napján legfeljebb csak egyszer mehet színházba (egy előadást lathat), miközben tetszőleges mennyiségű koktélt fogyaszthat?

a) Ábrázoljuk a költségvetési korlátot, és írjuk fel a költségvetési egyenes egyenletét!

jövedelem $I = 36\,000$

színházjegy $\rightarrow x$

koktél $\rightarrow y$

1 színházjegy ára $\rightarrow p_x = 2400$

1 koktél ára $\rightarrow p_y = 600$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

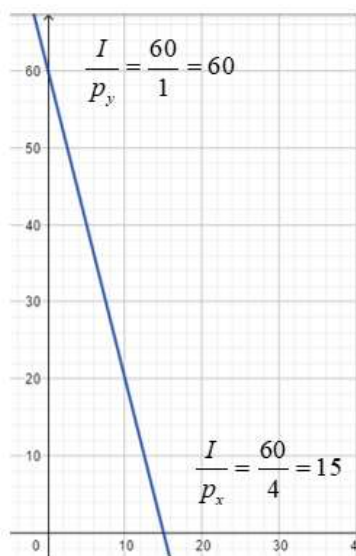
$$p_x x + p_y y = I$$

$$2400x + 600y = 36\,000 \quad /:600$$

$$4x + y = 60$$

$$y = 60 - 4x \rightarrow 4 \text{ koktélról } (y) \text{ kell lemondani } 1 \text{ színházjegyért } (x)$$

y termék mennyisége
(koktél)



x termék mennyisége
(színházjegy)

b) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha az eddig 0 kulcsos színházjegyekre 25%-os adót vetnek ki?

jövedelem $I = 36\,000$

színházjegy $\rightarrow x$

koktél $\rightarrow y$

1 színházjegy ára $\rightarrow p_x \cdot (1 + T) = 2400 \cdot 1.25 = 3000$

1 koktél ára $\rightarrow p_y = 600$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

$$p_x x + p_y y = I$$

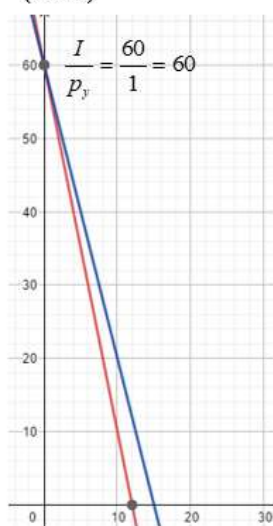
$$3000x + 600y = 36\,000 \quad /:600$$

$$5x + y = 60$$

$$y = 60 - 5x \rightarrow 5 \text{ koktélról (y) kell lemondani 1 színházjegyért (x)}$$

y termék mennyisége

(koktél)



$$\frac{I}{p_x} = \frac{60}{5} = 12$$

x termék mennyisége
(színházjegy)

c) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha ezek után Pista munkahelyén heti 9000 Ft értékben **kultúrautalványt** kap, amit kizárólag színházjegyekre lehet költeni?

jövedelem $I = 36\,000$

plusz 9000 Ft értékű kultúra utalvány

színházjegy $\rightarrow x$

koktél $\rightarrow y$

1 színházjegy ára $\rightarrow p_x = 3000$

1 koktél ára $\rightarrow p_y = 600$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

Az b) pontbeli költségvetési korlát egyenlete:

$$p_x x + p_y y = I$$

$$3000x + 600y = 36000 \quad /:600$$

$$5x + y = 60$$

$$y = 60 - 5x$$

ha csak színházjegyet (x) vásárol, akkor elköltheti a 36 000 Ft pénzüjvedelmét, és a 9000 Ft-os kultúraulványát → így a költségvetési korlát x tengelymetszet:

$$\frac{I}{p_x} = \frac{36000 + 9000}{3000} = \frac{45000}{3000} = 15$$

$$(x; y) = (15; 0)$$

de koktélra (y) csak a 36 000 Ft pénzüjvedelmét költheti → így a költségvetési korlát y tengelymetszet:

$$\frac{I}{p_y} = \frac{36000}{600} = 60$$

$$(x; y) = (0; 60)$$

Az ábrázoláshoz

ha a fogyasztó pénzüjvedelme 45 000 Ft-ra nőne

$$3000x + 600y = 45000 \quad /:600$$

$$5x + y = 75$$

$$\frac{I}{p_x} = \frac{75}{5} = 15 \text{ és } \frac{I}{p_y} = \frac{75}{1} = 75$$

$$(x; y) = (15; 0) \text{ és } (x; y) = (0; 75)$$

de koktélból maximum 60 db-ot vehet → ezért meg fog törtüni a költségvetési korlátja → a töréspont ott lesz, ahol az $y = 60$ (a maximális koktél mennyisége) egyenes metszi a 45 000 Ft pénzüjvedelmet reprezentáló költségvetési korlátot:

$$5x + y = 75 \quad \text{ha } y = 60$$

$$5x + 60 = 75$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

a töréspont: $(x; y) = (3; 60)$

így a költségvetési korlát egyenlete:

$$y = 60 \quad \text{ha } x \leq 3$$

$$5x + y = 75 \quad \text{ha } x > 3$$

$$(3000x + 600y = 45000 \quad \text{ha } x > 3)$$

y termék mennyisége
(koktél)



x termék mennyisége
(színházjegy)

d) Hogyan módosul a költségvetési egyenes, ha a kultúraltvány helyett 9000 Ft pénzbeli támogatást kap? Melyik támogatási forma előnyösebb számára és miért?

jövedelem $I = 36\,000 + 9\,000 = 45\,000$

színházjegy $\rightarrow x$

koktél $\rightarrow y$

1 színházjegy ára $\rightarrow p_x = 3000$

1 koktél ára $\rightarrow p_y = 600$

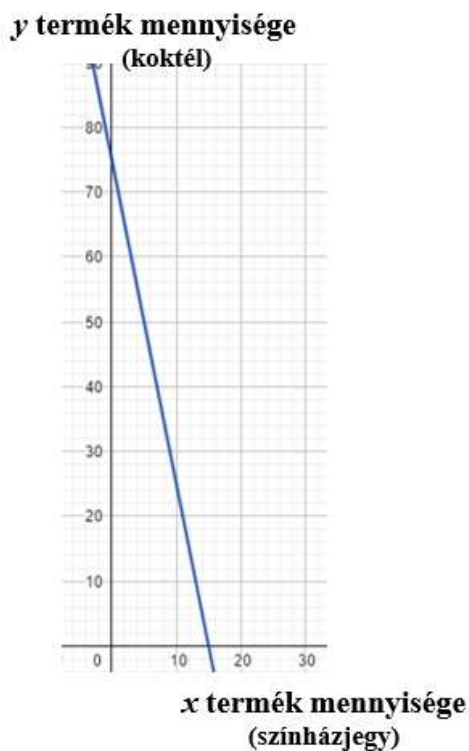
költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

$$3000x + 600y = 45000 \quad /:600$$

$$5x + y = 75$$

$$\frac{I}{p_x} = \frac{75}{5} = 15 \text{ és } \frac{I}{p_y} = \frac{75}{1} = 75$$

$$(x; y) = (15; 0) \text{ és } (x; y) = (0; 75)$$



Az pénzbeli támogatás előnyösebb, mint az utalvány. A pénzt bármire költheti a fogyasztó.

e) Hogyan módosul a költségvetési egyenes az a)-beli esethez képest, ha a hét minden napján legfeljebb csak egyszer mehet színházba (egy előadást lathat), miközben tetszőleges mennyiségű koktélt fogyaszthat?

jövedelem $I = 36\,000$

színházjegy $\rightarrow x$

koktél $\rightarrow y$

1 színházjegy ára $\rightarrow p_x = 2400$

1 koktél ára $\rightarrow p_y = 600$

költségvetési halmaz? költségvetési egyenlet?

$$p_x x + p_y y = I$$

$$2400x + 600y = 36\,000 \quad /:600$$

$$4x + y = 60$$

$$y = 60 - 4x$$

- „Kis Pista hetente 36 000 Ft-ot költ szórakozásra.” \rightarrow tehát a heti jövedelme van megadva
- a hét minden napján legfeljebb csak egyszer mehet színházba \rightarrow hetente naponta maximum egy előadást látogat \rightarrow
- tehát a megvásárolható színházjegyek (x) számának maximuma: **7 db**

$$4x + y = 60 \quad \text{ha } x \leq 7$$

A költségvetési halmaz határa (nem része a költségvetési egyenesnek):
 $x = 7$ ha $x > 7$

A költségvetési korlát végpontja:

$$4 \cdot 7 + y = 60$$

$$28 + y = 60$$

$$y = 32 \rightarrow (x; y) = (7; 32)$$

