6. szeminárium: Piaci kereslet, rugalmasság

Piaci kereslet

Berde 40. o. → 69. feladat

Egy piacon két fogyasztó van jelen. Egyikük kereslete a $D_1(p) = 100 - p$, a másik fogyasztó kereslete pedig a $D_2(p) = 300 - 2p$ egyéni keresleti függvénnyel jellemezhető.

a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a piaci keresleti függvényt!
b) Milyen ártartományban lesz csupán egyetlen fogyasztó a piacon?
c) Milyen árak mellett nem lehet egyáltalán eladni a terméket ezen a piacon?

az első fogyasztó keresleti függvénye: $D_1(p) = 100 - p$
a második fogyasztó keresleti függvénye: $D_2(p) = 300 - 2p$

---

a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a piaci keresleti függvényt!

Az egyéni keresleti függvények

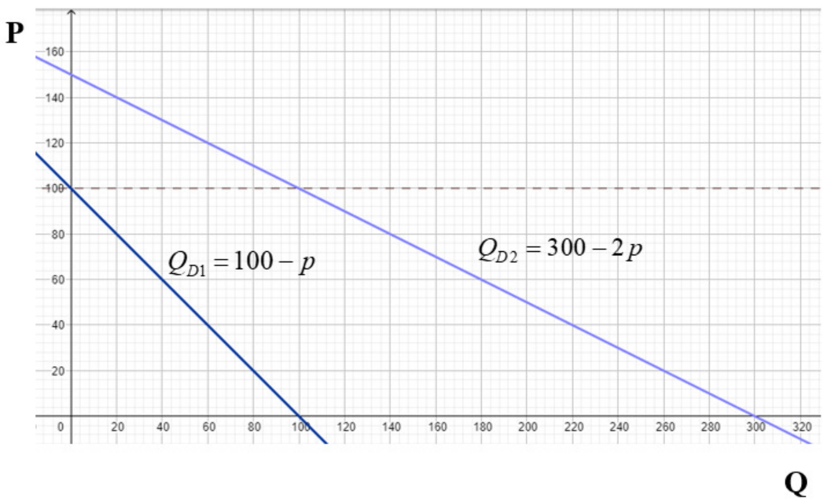
$D_1(p)$ → $Q_{D1} = 100 - p$

$D_2(p)$ → $Q_{D2} = 300 - 2p$

Az ábrázoláshoz alakítsuk őket inverz keresleti függvényekké!

1. fogyasztó	**2. fogyasztó**
$Q_{D1} = 100 - p$ $\mathbf{p = 100 - Q_{D1}}$	$Q_{D2} = 300 - 2p$ $2p + Q_{D2} = 300$ $2p = 300 - Q_{D2}$ $\mathbf{p = 150 - \frac{1}{2} Q_{D2}}$
ha $p = 0$, akkor $Q_{D1} = 100$ → $\mathbf{(100;0)}$ ha $Q_{D1} = 0$, akkor $p = 100$ → $\mathbf{(0;100)}$	ha $p = 0$, akkor $Q_{D1} = 300$ → $\mathbf{(300;0)}$ ha $Q_{D1} = 0$, akkor $p = 150$ → $\mathbf{(0;150)}$

Az egyéni keresleti függvények:



Az piaci keresleti függvény

- a piaci keresleti függvényt úgy kapjuk meg, ha összegezzük az adott árak mellett a keresett mennyiségeket → azaz $Q(p)$ alakban tudjuk összegezni a függvényeket
- 150 pénzegység felett nincs kereslete a terméknek → ez **a keresletet elfojtó ár**
- 150 és 100 pénzegység között a második fogyasztó keresleti függvénye érvényesül
- 0 és 100 pénzegység között pedig az 1. és a 2. fogyasztó keresleti függvényének az összege:

$D_1(p)$ → $Q_{D1} = 100 - p$

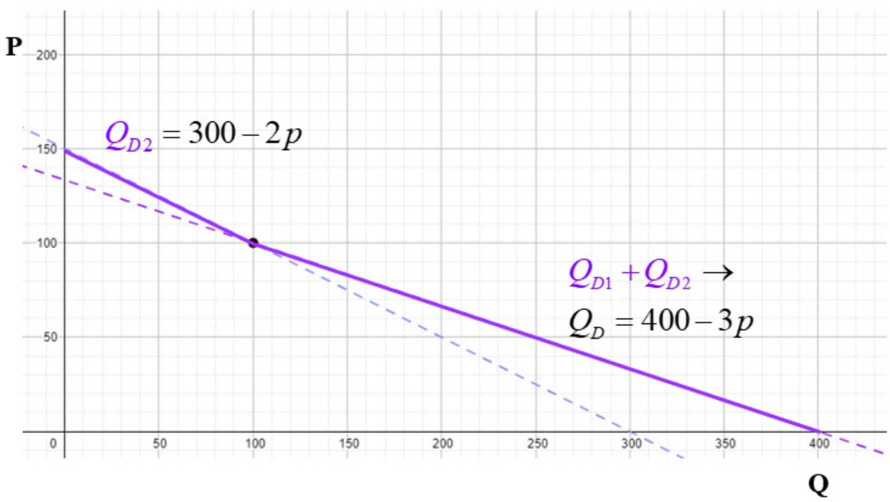
$D_2(p)$ → $Q_{D2} = 300 - 2p$

ha $0 \le p < 100$ akkor → $Q_{D1} + Q_{D2} = (100 - p) + (300 - 2p) = \mathbf{400 - 3p}$

Pl. ha $p = 50$ → $Q_D = (100 - p) + (300 - 2p) = 100 - 50 + 300 - 2 \cdot 50 = 50 + 200 = \mathbf{250}$ → $(\mathbf{250;50})$

A piaci keresleti függvény:

$$D(p)_{market} = \begin{cases} 0, & \text{ha } p \ge 150 \\ 300 - 2p, & \text{ha } 100 \le p < 150 \\ 400 - 3p, & \text{ha } 0 \le p < 100 \end{cases}$$



b) Milyen ártartományban lesz csupán egyetlen fogyasztó a piacon?

ha $100 \leq p < 150$

c) Milyen árak mellett nem lehet egyáltalán eladni a terméket ezen a piacon?

ha $p \geq 150$

Berde 40. o. → 70. feladat

Egy falusi lóvásáron három ember érdeklődik az eladó lovak iránt. A keresletüket a lovak árának függvényében rendre a következő függvények írjak le: $D_1(p) = 15 - p$; $D_2(p) = 20 - 0.5p$; $D_3(p) = 10 - 2p$. Határozzuk meg és ábrázoljuk a lovak iránti piaci keresletet ebben a faluban!

az első fogyasztó keresleti függvénye: $D_1(p) = 15 - p$
a második fogyasztó keresleti függvénye: $D_2(p) = 20 - 0.5p$
a harmadik fogyasztó keresleti függvénye: $D_3(p) = 10 - 2p$

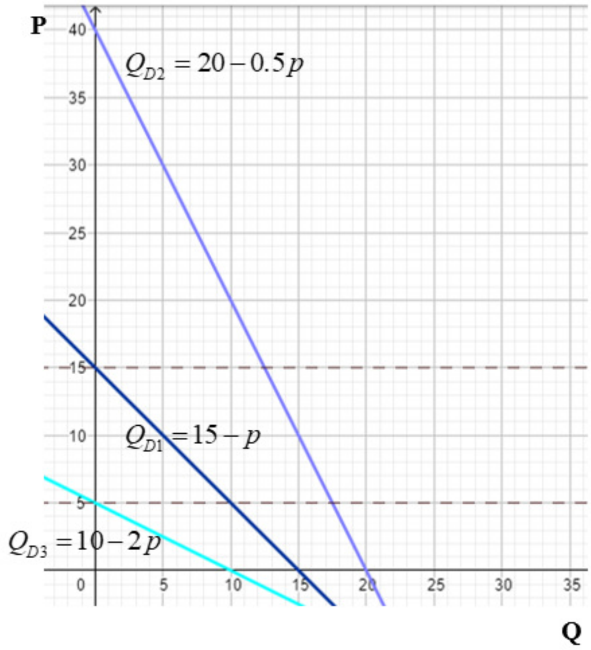
Az egyéni keresleti függvények

$D_1(p)$ → $Q_{D1} = 15 - p$
$D_2(p)$ → $Q_{D2} = 20 - 0.5p$
$D_3(p)$ → $Q_{D3} = 10 - 2p$

Az ábrázoláshoz alakítsuk őket inverz keresleti függvényekké!

1. fogyasztó	**2. fogyasztó**
$Q_{D1} = 15 - p$ $\mathbf{p = 15 - Q_{D1}}$	$Q_{D2} = 20 - 0.5p$ $0.5p + Q_{D2} = 20$ $0.5p = 20 - Q_{D2}$ $\mathbf{p = 40 - 2Q_{D2}}$
ha $p = 0$, akkor $Q_{D1} = 15$ → $\mathbf{(15;0)}$ ha $Q_{D1} = 0$, akkor $p = 15$ → $\mathbf{(0;15)}$	ha $p = 0$, akkor $Q_{D1} = 20$ → $\mathbf{(20;0)}$ ha $Q_{D1} = 0$, akkor $p = 40$ → $\mathbf{(0;40)}$
3. fogyasztó	
$Q_{D3} = 10 - 2p$ $2p + Q_{D3} = 10$ $2p = 10 - Q_{D3}$ $\mathbf{p = 5 - \frac{1}{2}Q_{D3}}$	
ha $p = 0$, akkor $Q_{D1} = 10$ → $\mathbf{(10;0)}$ ha $Q_{D1} = 0$, akkor $p = 5$ → $\mathbf{(0;5)}$	

Az egyéni keresleti függvények:



Az piaci keresleti függvény

- a piaci keresleti függvényt úgy kapjuk meg, ha összegezzük az adott árak mellett a keresett mennyiségeket → azaz $Q(p)$ alakban tudjuk összegezni a függvényeket
- 40 pénzegység felett nincs kereslete a terméknek → ez **a keresletet elfojtó ár**
- 15 és 40 pénzegység között a 2. fogyasztó keresleti függvénye érvényesül
- 5 és 15 pénzegység között az 1. és a 2. fogyasztó keresleti függvényének az összege érvényesül
- 0 és 5 pénzegység között az 1., a 2. és a 3. fogyasztó keresleti függvényének az összege érvényesül

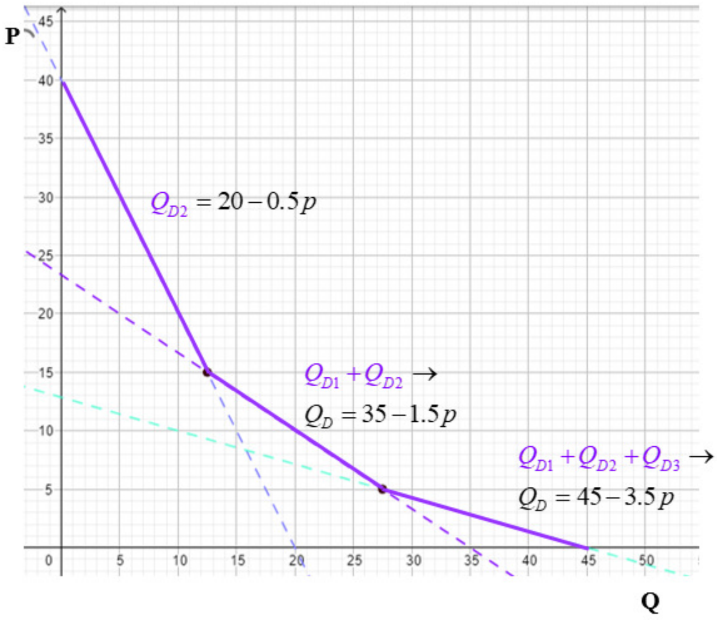
$D_1(p)$ → $Q_{D1} = 15 - p$
$D_2(p)$ → $Q_{D2} = 20 - 0.5p$
$D_3(p)$ → $Q_{D3} = 10 - 2p$

ha $5 \leq p < 15$ akkor → $Q_{D1} + Q_{D2} = (15 - p) + (20 - 0.5p) = \mathbf{35 - 1.5p}$
ha $0 \leq p < 5$ akkor → $Q_{D1} + Q_{D2} + Q_{D3} = (15 - p) + (20 - 0.5p) + (10 - 2p) = \mathbf{45 - 3.5p}$

Pl. ha $p = 5$ → $Q_D = (15 - p) + (20 - 0.5p) + (10 - 2p) = (15 - 5) + (20 - 0.5 \cdot 5) + (10 - 2 \cdot 5)$
$Q_D = (15 - 5) + (20 - 0.5 \cdot 5) + (10 - 2 \cdot 5) = 10 + 17.5 + 0 = \mathbf{27.5}$
→ $(\mathbf{27.5; 5})$
ha $p = 15$ → $Q_D = 35 - 1.5p = 35 - 1.5 \cdot 15 = \mathbf{12.5}$
→ $(\mathbf{12.5; 15})$

A piaci keresleti függvény:

$$D(p)_{market} = \begin{cases} 0\,, & \text{ha } p \geq 40 \\ 20 - 0.5p\,, & \text{ha } 15 \leq p < 40 \\ 35 - 1.5p\,, & \text{ha } 5 \leq p < 15 \\ 45 - 3.5p\,, & \text{ha } 0 \leq p < 5 \end{cases}$$



Rugalmasság

saját árrugalmasság: megmutatja, hogy ha 1%-kal megváltozik a vizsgált jószág ára, hány százalékkal változik meg a vizsgált jószág keresett mennyisége

$$\varepsilon = \frac{\text{a keresett mennyiség \%-os változása}}{\text{az ár \%-os változása}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{\frac{Q_1 - Q_0}{Q_0}}{\frac{P_1 - P_0}{P_0}}}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{\frac{Q_1 - Q_0}{Q_0} \cdot 100}{\frac{P_1 - P_0}{P_0} \cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0} \cdot 100}{\frac{\Delta P_1}{P_0} \cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}}{\frac{\Delta P_1}{P_0}}$$

ahol $\Delta Q_1 = Q_1 - Q_0$ és $\Delta P_1 = P_1 - P_0$

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{Q} \cdot \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}} \qquad \boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}}$$

keresztárrugalmasság: megmutatja, hogy ha 1%-kal megváltozik egy **másik termék** ára (Δp_y), hány százalékkal változik meg **a vizsgált jószág** (ΔQ_x) keresett mennyisége

- tökéletes helyettesítőknél → pozitív
- tökéletes kiegészítőknél → negatív
- független termékeknél → nulla

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\text{a vizsgált jószág keresett mennyiségének \%-os változása}}{\text{a másik jószág árának \%-os változása}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\Delta Q_x\%}{\Delta P_y\%} = \frac{\frac{Q_{x,1} - Q_{x,0}}{Q_{x,0}}}{\frac{P_{y,1} - P_{y,0}}{P_{y,0}}}}$$

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\Delta Q_x\%}{\Delta P_y\%} = \frac{\frac{Q_{x,1}-Q_{x,0}}{Q_{x,0}}\cdot 100}{\frac{P_{y,1}-P_{y,0}}{P_{y,0}}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_{x,1}}{Q_{x,0}}\cdot 100}{\frac{\Delta P_{y,1}}{P_{y,0}}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_{x,1}}{Q_{x,0}}}{\frac{\Delta P_{y,1}}{P_{y,0}}}$$

ahol $\Delta Q_{x,1} = Q_{x,1} - Q_{x,0}$ és $\Delta P_{y,1} = P_{y,1} - P_{y,0}$

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_y}{P_y}} = \frac{\Delta Q_x}{Q_x}\cdot\frac{P_y}{\Delta P_y} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}$$

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(P_x, P_y)}{\partial P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}}$$

jövedelem rugalmasság: megmutatja, hogy ha a jövedelem 1%-kal megváltozik, hány százalékkal változik a vizsgált jószág keresett mennyisége

$$\varepsilon_I = \frac{\text{a keresett mennyiség \%-os változása}}{\text{a jövedelem \%-os változása}}$$

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\Delta Q\%}{\Delta I\%} = \frac{\frac{Q_1-Q_0}{Q_0}}{\frac{I_1-I_0}{I_0}}}$$

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta Q\%}{\Delta I\%} = \frac{\frac{Q_1-Q_0}{Q_0}\cdot 100}{\frac{I_1-I_0}{I_0}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}\cdot 100}{\frac{\Delta I_1}{I_0}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}}{\frac{\Delta I_1}{I_0}}$$

ahol $\Delta Q_1 = Q_1 - Q_0$ és $\Delta I_1 = I_1 - I_0$

$$\varepsilon_I = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta I}{I}} = \frac{\Delta Q}{Q}\cdot\frac{I}{\Delta I} = \frac{\Delta Q}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q}$$

- lehet a keresleti függvénynél vizsgálni:

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\Delta Q_x}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_I = \frac{\Delta Q}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q}}$$

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p, I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q}}$$

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x}}$$

- lehet az Engel-görbénél is vizsgálni, pl. x jószágra vonatkozóan:

$$\boxed{\varepsilon_{I,x} = \frac{\Delta x}{\Delta I} \cdot \frac{I}{x}} \quad \boxed{\varepsilon_{I,x} = \frac{\partial E(I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{x}}$$

- $E(I)$ → az Engel-görbe, az x mennyisége a jövedelem függvényében
- pl. $x = \frac{I}{250}$ → ez az Engel-görbe
- $I = 250x$ → ez az inverz Engel-görbe (jövedelem a mennyiség függvényében), ezt ábrázoljuk

- rugalmasság pontbeli tulajdonság

Lineáris keresleti függvény saját árrugalmassága

<u>A lineáris keresleti függvény:</u>

$D(p) = a - bp$

$\mathbf{Q = a - bp}$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}}$$

<u>A keresleti függvény p szerinti parciális deriváltja:</u>

$$\frac{\partial D(p)}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}\left(a - bp\right) = -b$$

<u>Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:</u>

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -b \cdot \frac{p}{Q} = -b \cdot \frac{p}{a - bp}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon = \frac{-bp}{a - bp}}}$$

<u>ha $p = 0$:</u>

$$\varepsilon = \frac{-bp}{a - bp} = \frac{-b \cdot 0}{a - b \cdot 0} = 0$$

$\boldsymbol{\varepsilon = 0}$

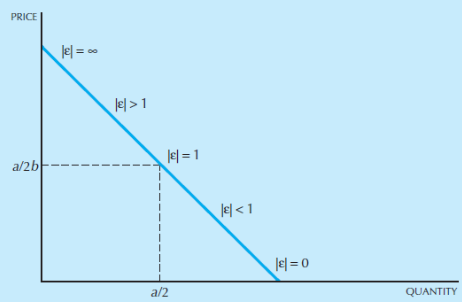
ha $Q = 0$:

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -b \cdot \frac{p}{Q} = -b \cdot \frac{p}{0}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \infty^{-}}$$

hol lesz a rugalmasság -1

<table>
<tr>
<td>$\varepsilon = \frac{-bp}{a-bp}$
$-1 = \frac{-bp}{a-bp}$
$-a + bp = -bp$
$2bp = a$
$\boxed{\mathbf{p = \frac{a}{2b}}}$</td>
<td>$\varepsilon = \frac{-bp}{a-bp}$
$\varepsilon = -b \cdot \frac{p}{Q}$
$-1 = -b \cdot \frac{p}{Q}$ /fejezzük ki Q-t
$-Q = -bp$
$Q = bp$ /helyettesítsük be $p = \frac{a}{2b}$-t
$Q = b \cdot \frac{a}{2b}$
$\mathbf{Q = \frac{a}{2}}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$\mathbf{(Q,p) = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2b}\right)}$ → ez a keresleti görbe felezőpontja</td>
</tr>
</table>



The elasticity of a linear demand curve. Elasticity is infinite at the vertical intercept, one halfway down the curve, and zero at the horizontal intercept.

Varian [2010] 276.o.

Állandó rugalmasságú keresleti görbe

$D(p) = A \cdot p^{\varepsilon}$

$\boxed{Q = A \cdot p^{\varepsilon}}$ → az ilyen alakú keresleti függvények rugalmassága ε

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}}$$

A keresleti függvény p szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(p)}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}\left(A \cdot p^{\varepsilon}\right) = \varepsilon \cdot A \cdot p^{\varepsilon-1}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = \varepsilon \cdot A \cdot p^{\varepsilon-1} \cdot \frac{p}{A \cdot p^{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon \cdot A \cdot p^{\varepsilon-1} \cdot p}{A \cdot p^{\varepsilon}}$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon \cdot A \cdot p^{\varepsilon-1} \cdot p}{A \cdot p^{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon \cdot A \cdot p^{\varepsilon}}{A \cdot p^{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon}$$

A jószágok csoportosítása a különböző rugalmasságok alapján

A különböző rugalmasságok alapján a jószágokat különbözőképpen csoportosítjuk:

- általánosságban a következőt tudjuk elmondani:
  - ha $|\varepsilon| > 1$ → akkor a termék rugalmas keresletű
  - ha $|\varepsilon| = 1$ → ekkor egységnyi rugalmasságú
  - ha $|\varepsilon| < 1$ → a jószág rugalmatlan keresletű

- a saját árrugalmasságok esetén megkülönböztetünk:
  - $\varepsilon < 0$ → (negatív rugalmasság) esetén **közönséges jószágokat**
  - $\varepsilon > 0$ → (pozitív rugalmasság) esetén **Giffen-javakat**

- a keresztárrugalmasság esetén:
  - $\varepsilon_{cross} > 0$ → (pozitív rugalmasság) esetén **helyettesítő jószágokat**
  - $\varepsilon_{cross} < 0$ → (negatív rugalmasság) esetén **kiegészítő jószágokat**
  - független termékek esetén $\varepsilon_{cross} = 0$

- jövedelemrugalmasság esetén:
  - $\varepsilon_I > 0$ → (pozitív rugalmasság) esetén **normál jószágokat**
  - $\varepsilon_I < 0$ → (negatív rugalmasság) esetén **inferior jószágokat**
  - $\varepsilon_I > 1$ → esetén **luxus jószágokat**

Giffen-javak: az adott jószág árának csökkenése a jószág keresletének csökkenését okozza

Berde 41. o. → 78. feladat

Határozzuk meg a saját ár-, a kereszt ár- és jövedelemrugalmasságokat a következő keresleti függvények esetén!

a) $D_1\left(p_x, p_y, I\right) = 5\dfrac{I \cdot p_y}{p_x^{\,2}}$

b) $D_2\left(p_x, p_y, I\right) = 16\dfrac{I \cdot p_y^{\,2}}{p_x^{\,3}}$

c) $D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 2\dfrac{3I - 4p_y}{p_x}$

saját árrugalmasság → $\boxed{\varepsilon = \dfrac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \dfrac{P}{Q}}$ $\boxed{\varepsilon = \dfrac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \dfrac{P}{Q}}$

keresztárrugalmasság → $\boxed{\varepsilon_{cross} = \dfrac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \cdot \dfrac{P_y}{Q_x}}$ $\boxed{\varepsilon_{cross} = \dfrac{\partial D(P_x, P_y)}{\partial P_y} \cdot \dfrac{P_y}{Q_x}}$

jövedelemrugalmasság → $\boxed{\varepsilon_I = \dfrac{\Delta Q_x}{\Delta I} \cdot \dfrac{I}{Q_x}}$ $\boxed{\varepsilon_I = \dfrac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \dfrac{I}{Q_x}}$

a) $D_1\left(p_x, p_y, I\right) = 5\dfrac{I \cdot p_y}{p_x^{\,2}}$

Saját árrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_1\left(p_x, p_y, I\right) = 5\frac{I \cdot p_y}{p_x^{\,2}} = 5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}$$

Az árrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_x szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x)}{\partial P_x} = \frac{\partial}{\partial p_x}\left(5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}\right) = (-2) \cdot 5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2-1} = (-10) \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{Q_x} = (-10) \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot \frac{p_x}{5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}} = -\frac{10 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot p_x}{5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}}$$

$$\varepsilon = -\frac{10 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot p_x}{5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}} = (-2)\frac{I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}}{I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}} = -2$$

$\boldsymbol{\varepsilon = -2}$

$\Downarrow$

közönséges jószág

Keresztárrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_1\left(p_x, p_y, I\right) = 5\frac{I \cdot p_y}{p_x^2} = 5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}$$

A keresztárrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_y szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} = \frac{\partial}{\partial p_y}\left(5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}\right) = 5 \cdot I \cdot 1 \cdot p_x^{-2}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{Q_x} = 5 \cdot I \cdot 1 \cdot p_x^{-2} \cdot \frac{p_y}{5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}} = \frac{5 \cdot I \cdot 1 \cdot p_x^{-2} \cdot p_y}{5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}} = 1$$

$\boldsymbol{\varepsilon_{cross} = 1}$

$\Downarrow$

helyettesítő jószág

Jövedelemrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_1\left(p_x, p_y, I\right) = 5\frac{I \cdot p_y}{p_x^2} = 5 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-2}$$

A jövedelemrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x}}$$

A keresleti függvény I szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x,P_y,I)}{\partial I}=\frac{\partial}{\partial I}\left(5\cdot I\cdot p_y\cdot p_x^{-2}\right)=5\cdot 1\cdot p_y\cdot p_x^{-2}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_I=\frac{\partial D(p_x,p_y,I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q_x}=5\cdot 1\cdot p_y\cdot p_x^{-2}\cdot\frac{I}{5\cdot I\cdot p_y\cdot p_x^{-2}}=\frac{5\cdot 1\cdot p_y\cdot p_x^{-2}\cdot I}{5\cdot I\cdot p_y\cdot p_x^{-2}}=1$$

$\boldsymbol{\varepsilon_I=1}$

⇩

normál jószág

- tulajdonképpen ezek Cobb-Douglas keresleti függvények → a kitevők fognak kijönni a rugalmasságoknál →
  $D_1\left(p_x,p_y,I\right)=5\cdot I^{1}\cdot p_y^{1}\cdot p_x^{-2}$

b) $D_2\left(p_x,p_y,I\right)=16\dfrac{I\cdot p_y^{2}}{p_x^{3}}$

Saját árrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_2\left(p_x,p_y,I\right)=16\frac{I\cdot p_y^{2}}{p_x^{3}}=16\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-3}$$

Az árrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon=\frac{\partial D(p_x,p_y,I)}{\partial p_x}\cdot\frac{p_x}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_x szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x)}{\partial P_x}=\frac{\partial}{\partial p_x}\left(16\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-3}\right)=(-3)\cdot 16\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-3-1}=(-48)\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-4}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon=\frac{\partial D(p_x,p_y,I)}{\partial p_x}\cdot\frac{p_x}{Q_x}=(-48)\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-4}\cdot\frac{p_x}{16\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-3}}=-\frac{48\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-4}\cdot p_x^{1}}{16\cdot I\cdot p_y^{2}\cdot p_x^{-3}}$$

$$\varepsilon = -\frac{48 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-4} \cdot p_x^{\,1}}{16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}} = (-3)\frac{I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}}{I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}} = -3$$

ε = −3

közönséges jószág

Keresztárrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_2\left(p_x, p_y, I\right) = 16\frac{I \cdot p_y^{\,2}}{p_x^{\,3}} = 16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}$$

A keresztárrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_y szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} = \frac{\partial}{\partial p_y}\left(16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}\right) = 2 \cdot 16 \cdot I \cdot p_y^{\,1} \cdot p_x^{-3} = 32 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{Q_x} = 32 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot \frac{p_y}{16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}} = \frac{32 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot p_y}{16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}}$$

$$\varepsilon_{cross} = \frac{32 \cdot I \cdot p_y \cdot p_x^{-3} \cdot p_y}{16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}} = 2\frac{I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}}{I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}} = 2$$

ε_{cross} = 2

helyettesítő jószág

Jövedelemrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_2\left(p_x, p_y, I\right) = 16\frac{I \cdot p_y^{\,2}}{p_x^{\,3}} = 16 \cdot I \cdot p_y^{\,2} \cdot p_x^{-3}$$

A jövedelemrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x}}$$

A keresleti függvény I szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial I} = \frac{\partial}{\partial I}\left(16 \cdot I \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3}\right) = 16 \cdot 1 \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3} = 16 \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x} = 16 \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3} \cdot \frac{I}{16 \cdot I \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3}} = \frac{16 \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3} \cdot I}{16 \cdot I \cdot p_y{}^2 \cdot p_x{}^{-3}} = 1$$

$\boldsymbol{\varepsilon_I = 1}$

$\Downarrow$

normál jószág

- tulajdonképpen ezek Cobb-Douglas keresleti függvények → a kitevők fognak kijönni a rugalmasságoknál →
  $D_2\left(p_x, p_y, I\right) = 16 \cdot I^{\mathbf{1}} \cdot p_y{}^{\mathbf{2}} \cdot p_x{}^{\mathbf{-3}}$

c) $D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 2\frac{3I - 4p_y}{p_x}$

Saját árrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 2\frac{3I - 4p_y}{p_x} = 2 \cdot p_x{}^{-1} \cdot \left(3I - 4p_y\right) = \left(2p_x{}^{-1} \cdot 3I\right) - \left(2p_x{}^{-1} \cdot 4p_y\right)$$

$$D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 6Ip_x{}^{-1} - 8p_y p_x{}^{-1}$$

Az árrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_x szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x)}{\partial P_x} = \frac{\partial}{\partial p_x}\left(6Ip_x{}^{-1} - 8p_y p_x{}^{-1}\right) = \frac{\partial}{\partial p_x}\left(6Ip_x{}^{-1}\right) - \frac{\partial}{\partial p_x}\left(8p_y p_x{}^{-1}\right)$$

$$\frac{\partial D(P_x)}{\partial P_x} = (-1)\cdot 6Ip_x^{-2} - (-1)\cdot 8p_y p_x^{-2} = (-6Ip_x^{-2}) + 8p_y p_x^{-2} = -\left(6Ip_x^{-2} - 8p_y p_x^{-2}\right)$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_x}\cdot\frac{p_x}{Q_x} = -\left(6Ip_x^{-2} - 8p_y p_x^{-2}\right)\cdot\frac{p_x}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}} = -\frac{\left(6Ip_x^{-2} - 8p_y p_x^{-2}\right)\cdot p_x}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}}$$

$$\varepsilon = -\frac{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}} = -1$$

$\boldsymbol{\varepsilon = -1}$

$\Downarrow$

közönséges jószág

Keresztárrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}$$

A keresztárrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}}$$

A keresleti függvény p_y szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} = \frac{\partial}{\partial p_y}\left(6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}\right) = \frac{\partial}{\partial p_y}\left(6Ip_x^{-1}\right) - \frac{\partial}{\partial p_y}\left(8p_y p_x^{-1}\right)$$

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial P_y} = 0 - 1\cdot 8\cdot p_x^{-1} = -8p_x^{-1}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial p_y}\cdot\frac{p_y}{Q_x} = -8p_x^{-1}\cdot\frac{p_y}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}} = -\frac{8p_x^{-1}p_y}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}}$$

$$\varepsilon_{cross} = -\frac{8p_y p_x^{-1}}{2p_x^{-1}\left(3I - 4p_y\right)} = -\frac{4p_y}{3I - 4p_y}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_{cross} = -\frac{4p_y}{3I - 4p_y}}$$

Jövedelemrugalmasság

A keresleti függvény:

$$D_3\left(p_x, p_y, I\right) = 6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}$$

A jövedelemrugalmasság e keresleti függvény esetén:

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x}}$$

A keresleti függvény I szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial I} = \frac{\partial}{\partial I}\left(6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}\right) = \frac{\partial}{\partial I}\left(6Ip_x^{-1}\right) - \frac{\partial}{\partial I}\left(8p_y p_x^{-1}\right)$$

$$\frac{\partial D(P_x, P_y, I)}{\partial I} = 6 \cdot 1 \cdot p_x^{-1} - 0 = 6p_x^{-1}$$

Helyettesítsük be a változókat az árrugalmasság formulájába:

$$\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_x} = 6p_x^{-1} \cdot \frac{I}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}} = \frac{6p_x^{-1} \cdot I}{6Ip_x^{-1} - 8p_y p_x^{-1}}$$

$$\varepsilon_I = \frac{6p_x^{-1} \cdot I}{2p_x^{-1} \cdot \left(3I - 4p_y\right)} = \frac{3I}{3I - 4p_y}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_I = \frac{3I}{3I - 4p_y}}$$

Berde 41. o. → 77.a,b feladat

Határozzuk meg és értelmezzük a következő keresleti függvények saját árrugalmasságát a $p=20$ ár esetén!

a) $D(p)=200-4p$

b) $D(p)=\dfrac{150}{p}$

c) Milyen ár mellett lesz egységnyi $|\varepsilon|=1$ a rugalmasság az első kereslet esetén?

$\boxed{\varepsilon=\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\dfrac{P}{Q}}$ vagy $\boxed{\varepsilon=\dfrac{\partial D(P)}{\partial P}\cdot\dfrac{P}{Q}}$

- a Q helyére az egész függvényt helyettesítjük be
- $D(P)=Q_D$ → a keresleti függvény → mennyiség (Q) az ár (P) függvényében
- $\Delta Q\%=\dfrac{Q_2-Q_1}{Q_1}$ vagy $\Delta Q\%=\dfrac{Q_2}{Q_1}-1$
- $\Delta P\%=\dfrac{P_2-P_1}{P_1}$ vagy $\Delta P\%=\dfrac{P_2}{P_1}-1$

a) Határozzuk meg és értelmezzük a következő keresleti függvények saját árrugalmasságát a $p=20$ ár esetén: $D(p)=200-4p$!

$D(p)=200-4p$ → deriváljuk p szerint

$$\frac{\partial D(p)}{\partial p}=\frac{\partial}{\partial p}(200-4p)=0-4=-4$$

$$\varepsilon=\frac{\partial D(P)}{\partial P}\cdot\frac{P}{Q}=(-4)\cdot\frac{p}{200-4p}=\frac{-4p}{4\cdot(50-p)}=-\frac{p}{50-p}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon=-\frac{p}{50-p}}$$

ha $p=20$:

$$\varepsilon=-\frac{p}{50-p}=-\frac{20}{50-20}=-\frac{20}{30}=-\mathbf{\frac{2}{3}}$$

A keresleti görbe rugalmassága $\mathbf{p=20}$ esetén: $\boldsymbol{\varepsilon=-\frac{2}{3}}$.

Azaz, ha az ár 20 Ft, és azt 1%-kal növelik, akkor $\mathbf{\frac{2}{3}}$%-kal esik vissza a keresett mennyiség.

Emellett az ár mellett rugalmatlan a kereslet, mivel $|\varepsilon|<1$.

b) Határozzuk meg és értelmezzük a következő keresleti függvények saját árrugalmasságát a $p = 20$ ár esetén: $D(p) = \frac{150}{p}$!

$$D(p) = \frac{150}{p}$$

$$D(p) = 150p^{-1}$$

$$\boxed{D(p) = A \cdot p^{\varepsilon}}$$

- így $\varepsilon = -1$, konstans árrugalmasságú → $p = 20$-nál is $\varepsilon = -1$ lesz → a rugalmasság független az ártól, bármely p-re -1 lesz a rugalmasság

$$\frac{\partial D(p)}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}\left(150p^{-1}\right) = -1 \cdot 150p^{-2} = -\frac{150}{p^2}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{150}{p^2} \cdot \frac{p}{\frac{150}{p}} = -\frac{150}{p^2} \cdot p \cdot \frac{p}{150} = -\frac{150}{p^2} \cdot \frac{p^2}{150} = \mathbf{-1}$$

A keresleti görbe rugalmassága bármely ár esetén: $\boldsymbol{\varepsilon} = -1$.
Azaz, ha 1%-kal nő az ár, akkor 1%-kal esik vissza a keresett mennyiség.

c) Milyen ár mellett lesz egységnyi $|\varepsilon| = 1$ a rugalmasság az első kereslet ($D(p) = 200 - 4p$) esetén?

a rugalmasság negatív → -1

$$\varepsilon = -\frac{p}{50 - p}$$

$$-1 = -\frac{p}{50 - p}$$

$$-1 \cdot (50 - p) = -p$$

$$50 - p = p$$

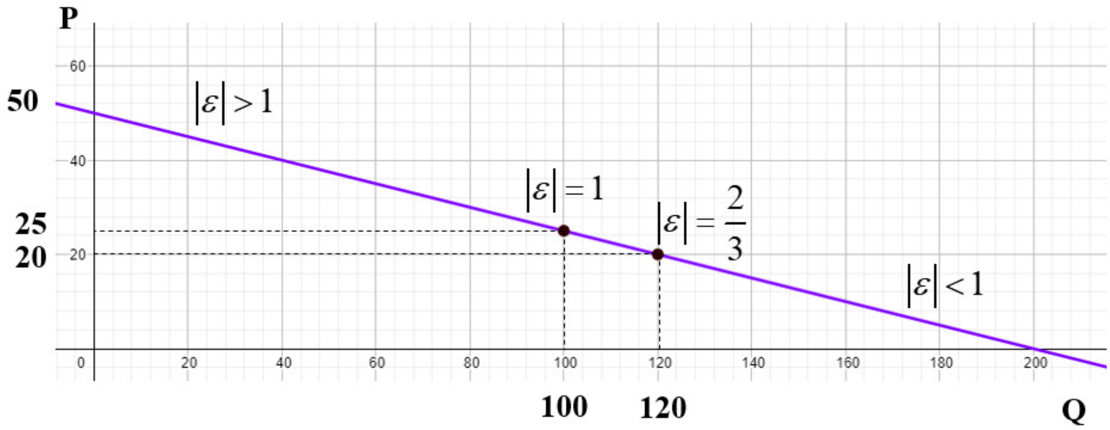
$$50 = 2p$$

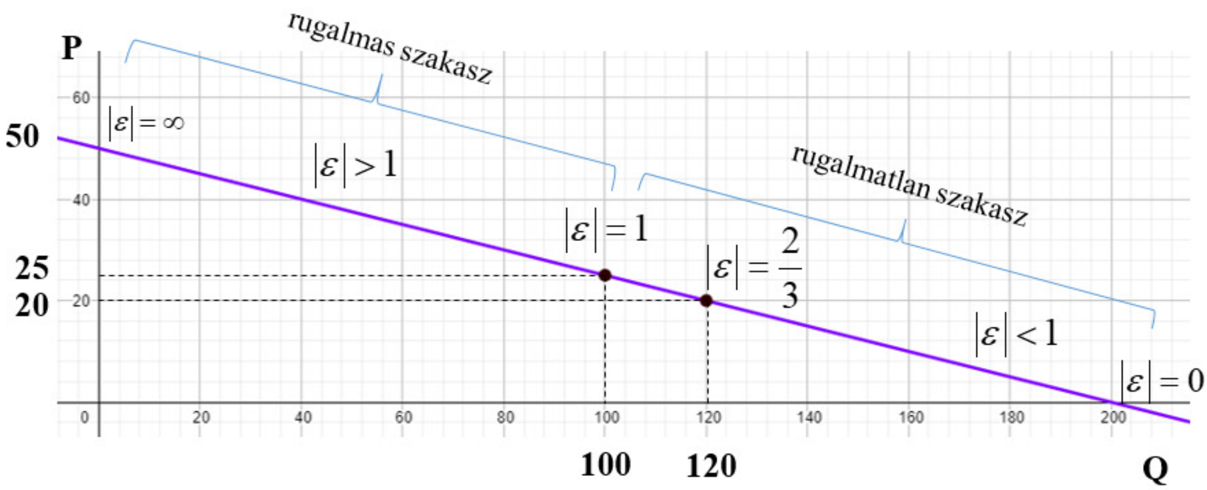
$$\mathbf{p = 25}$$

Másrészt, ahol egységnyi a rugalmasság:

$$(Q, p) = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2b}\right) = \left(\frac{200}{2}; \frac{200}{2 \cdot 4}\right) = (100; 25)$$

$\mathbf{p = 25}$-nél lesz egységnyi a rugalmasság.


P
50
25
20
$|\varepsilon|>1$
$|\varepsilon|=1$
$|\varepsilon|=\frac{2}{3}$
$|\varepsilon|<1$
100
120
Q


rugalmas szakasz
rugalmatlan szakasz
P
50
25
20
$|\varepsilon|=\infty$
$|\varepsilon|>1$
$|\varepsilon|=1$
$|\varepsilon|=\frac{2}{3}$
$|\varepsilon|<1$
$|\varepsilon|=0$
100
120
Q

Berde 41. o. → 77. a) feladat (ívrugalmasság)

Határozzuk meg és értelmezzük a következő keresleti függvény saját árrugalmasságát a $p = 20$ és $p = 25$ árak között!

$D(p) = 200 - 4p$

pontrugalmasság → $\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}}$ vagy $\varepsilon = D'(p) \cdot \frac{p}{Q(p)}$ → ebben az esetben deriválni kell a keresleti függvényt

ívrugalmasság → $\boxed{\varepsilon = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}}}{\frac{P_2 - P_1}{\frac{P_2 + P_1}{2}}}}$ (míg a pontrugalmasságnál $\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}}$)→

felezőponti módszer alkalmazása → két pont között mutatja a rugalmasságot

$$\varepsilon = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}}}{\frac{P_2 - P_1}{\frac{P_2 + P_1}{2}}} = \frac{Q_2 - Q_1}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}} \cdot \frac{\frac{P_2 + P_1}{2}}{P_2 - P_1} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{\frac{P_2 + P_1}{2}}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{\frac{P_2 + P_1}{2}}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}}}$$

míg a pontrugalmasságnál → $\varepsilon = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_1}{Q_1}$

lehet egyszerűsíteni:

$$\varepsilon = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_2 + P_1}{2} \cdot \frac{2}{Q_2 + Q_1} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_2 + P_1}{Q_2 + Q_1}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_2 + P_1}{Q_2 + Q_1}}$$

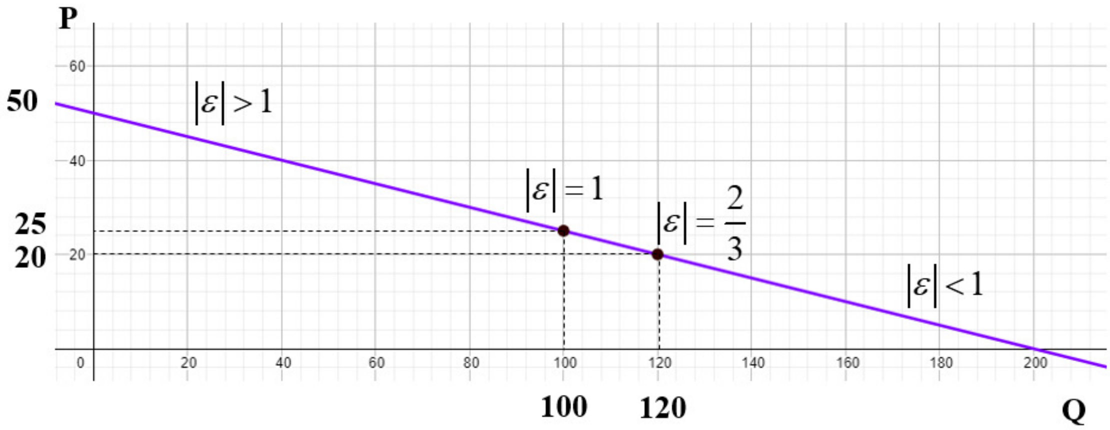
<u>A keresleti függvény:</u>

$D(p) = 200 - 4p$

<u>Az árakhoz tartozó mennyiségek:</u>

$p_1 = 20$ $\qquad Q_1 = 200 - 4p = 200 - 4 \cdot 20 = 120$

$p_2 = 25$ $\qquad Q_2 = 200 - 4p = 200 - 4 \cdot 25 = 100$



Rugalmasság $p = 20$ és $p = 25$ árak között:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\dfrac{Q_2 - Q_1}{\dfrac{Q_2 + Q_1}{2}}}{\dfrac{P_2 - P_1}{\dfrac{P_2 + P_1}{2}}} = \frac{\dfrac{100-120}{\dfrac{100+120}{2}}}{\dfrac{25-20}{\dfrac{25+20}{2}}} = \frac{-\dfrac{20}{110}}{\dfrac{5}{22.5}} = \frac{-0.18}{0.22} = \mathbf{-0.\dot{8}\dot{1}}$$

VAGY

$$\varepsilon = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \cdot \frac{P_2 + P_1}{Q_2 + Q_1}$$

$$\varepsilon = \frac{100-120}{25-20} \cdot \frac{25+20}{100+120} = \frac{-20}{5} \cdot \frac{45}{220} = \mathbf{-0.\dot{8}\dot{1}}$$

$$\varepsilon = \mathbf{-0.\dot{8}\dot{1}}$$

Ha az ár 20 és 25 között van, akkor annak 1%-os megváltozása átlagosan 0.82%-kal csökkenti az adott termék keresett mennyiségét.

Árrugalmasság

61. teszt

Ha a benzin keresletének árrugalmassága –0.5, akkor ez közelítőleg azt jelenti, hogy

a) ha 5 Ft-tal nő a benzin ára, akkor havi 10 literrel kevesebbet vásárolnak a fogyasztók; → százalékosan lehet értelmezni

b) ha 5 Ft-tal nő a benzin ára, akkor havi 2.5 literrel kevesebbet vásárolnak a fogyasztók; → százalékosan lehet értelmezni

c) ha 5 %-kal nő a benzin ára, akkor havi 10%-kal kevesebbet vásárolnak a fogyasztók;

d) <u>ha 5 %-kal nő a benzin ára, akkor 2.5 %-kal kevesebbet vásárolnak a fogyasztók.</u>

$$\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{\frac{Q_1 - Q_0}{Q_0} \cdot 100}{\frac{P_1 - P_0}{P_0} \cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0} \cdot 100}{\frac{\Delta P_1}{P_0} \cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}}{\frac{\Delta P_1}{P_0}}$$

- $\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = -0.5$ → ha benzin ára 1%-kal nő, akkor 0.5%-kal csökken a benzin keresett mennyisége
- ha benzin ára 5%-kal nő, akkor $5 \cdot 0.5\% = 2.5\%$ -kal csökken a benzin keresett mennyisége

VAGY

$\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{-10}{5} = -2$ → tehát a c) hamis

$\varepsilon = \frac{\Delta Q\%}{\Delta P\%} = \frac{-2.5}{5} = -0.5$ → a d) a jó

Kereszt-árrugalmasság

66. teszt

Egy fogyasztó számára az X terméknek az Y termék árára vonatkozó kereszt árrugalmassága -1. Ebben az esetben az Y termék árának ceteris paribus csökkenése

a) nem változtatja meg sem az X, sem az Y termék eladóinak bevételét; → mivel az ár (p_y) és a mennyiség (Q_x) megváltozásáról van szó, ez nem igaz

b) növeli az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele bizonyosan csökken; → a teszt szerint → $TR_x \uparrow$ → ez igaz lehet, ha $p_y \downarrow$ →
először eltolódik a keresleti görbe → $TR_x \uparrow = \overline{p}_x \cdot Q_x \uparrow$,
majd beindul az alkalmazkodás az új egyensúlyhoz → $TR_x = p_x \uparrow \cdot Q_x \downarrow$,
végül összességében → $TR_x \uparrow = p_x \uparrow \cdot Q_x \uparrow$
→ másrészt $TR_y \downarrow = p_y \downarrow \cdot \overline{Q}_y$, de ez hamis, mivel az Y termék piacán a keresleti görbe mentén mozgunk → $TR_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$ így a bevételre gyakorolt hatás bizonytalan

c) csökkenti az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele bizonyosan nő; → a teszt szerint → $TR_x \downarrow$, ez igaz lehet, ha $p_y \uparrow$ →
először eltolódik a keresleti görbe → $TR_x \downarrow = \overline{p}_x \cdot Q_x \downarrow$
majd beindul az alkalmazkodás az új egyensúlyhoz → $TR_x = p_x \downarrow \cdot Q_x \uparrow$,
végül összességében → $TR_x \downarrow = p_x \downarrow \cdot Q_x \downarrow$
→ másrészt $TR_y \uparrow = p_y \uparrow \cdot \overline{Q}_y$, de ez hamis, mivel az Y termék piacán a keresleti görbe mentén mozgunk → $TR_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$ így a bevételre gyakorolt hatás bizonytalan

d) <u>növeli az X termék eladóinak bevételét, miközben az Y termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat</u>; → növeli a X termék eladóinak bevételét → $TR_x \uparrow = p_x \uparrow \cdot Q_x \uparrow$, ez igaz lehet, ha $p_y \downarrow$
ha az Y termék ára csökken $p_y \downarrow$, akkor a lehetséges kimenetek:
$TR_y \uparrow = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow\uparrow$
$TR_y \downarrow = p_y \downarrow\downarrow \cdot Q_y \uparrow$
$\overline{TR}_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$

e) nem változtatja meg az Y termék eladóinak bevételét, miközben az X termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat. → mindkét termék eladóinak bevételét érinti; → az X termék eladóinak bevétele vagy nő $TR_x \uparrow = p_x \uparrow \cdot Q_x \uparrow$ vagy csökken $TR_x \downarrow = p_x \downarrow \cdot Q_x \downarrow$, attól függően, hogy p_y hogyan változik
az Y termék piacán pedig bizonytalan a hatás → vagy $TR_y ? = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$, vagy $TR_y ? = p_y \uparrow \cdot Q_y \downarrow$

- a keresztárrugalmasság esetén:
  - $\varepsilon_{cross} > 0$ → (pozitív rugalmasság) esetén **helyettesítő jószágokat**
  - $\varepsilon_{cross} < 0$ → (negatív rugalmasság) esetén **kiegészítő jószágokat**
  - független termékek esetén $\varepsilon_{cross} = 0$

$$\varepsilon_{cross} = \frac{\text{a vizsgált jószág keresett mennyiségének \%-os változása}}{\text{a másik jószág árának \%-os változása}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\Delta Q_x\%}{\Delta P_y\%} = \frac{\frac{Q_{x,1}-Q_{x,0}}{Q_{x,0}}}{\frac{P_{y,1}-P_{y,0}}{P_{y,0}}}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_{cross} = \frac{\partial D(P_x,P_y)}{\partial P_y}\cdot\frac{P_y}{Q_x}}$$

TR → Total Revenue

$TR_x = p_x \cdot Q_x$

$TR_y = p_y \cdot Q_y$

- ha $\varepsilon_{cross} = -1$ → ez azt jelenti, hogyha ceteris paribus 1%-kal nő az Y termék ára $p_y \uparrow$, akkor 1%-kal csökken az X termék keresett mennyisége $Q_x \downarrow$
- vagy, ha ceteris paribus 1%-kal csökken az Y termék ára $p_y \downarrow$, akkor 1%-kal nő az X termék keresett mennyisége $Q_x \uparrow$
- a két termék piacán az eladók bevétele:

  $TR_x = p_x \cdot Q_x$

  $TR_y = p_y \cdot Q_y$

<table>
<tr><th colspan="2">*t*-edik időpontban</th></tr>
<tr><th>Y termék piaca</th><th>X termék piaca</th></tr>
<tr><td colspan="2">• mivel $\varepsilon_{cross} < 0$, azaz a rugalmasság negatív, → ezért X és Y termékek egymást kiegészítő termékek (pl. telefon és telefontöltő)</td></tr>
<tr><td>$TR_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$</td><td>$TR_x \uparrow = \overline{p}_x \cdot Q_x \uparrow$</td></tr>
<tr><td>• az Y termék piacán a keresleti görbe mentén mozgunk → ha p_y ↓ csökken, akkor a keresett mennyiség nőni fog $Q_y \uparrow$</td><td>• viszont az X termék piacán eltolódik a keresleti görbe
• mivel az X és az Y terméket együtt fogyasztják a fogyasztók → ezért ha az Y termék esetén nő a keresett mennyiség, akkor az X termék esetén is</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

- nem lehet tudni, hogy melyik hatás dominál → így az X termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat
- a lehetséges kimenetek

$TR_y \uparrow = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow\uparrow$

$TR_y \downarrow = p_y \downarrow\downarrow \cdot Q_y \uparrow$

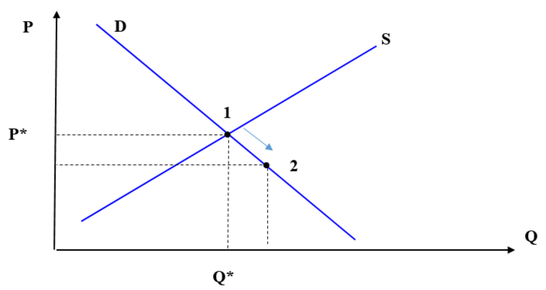
$\overline{TR}_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$

</td>
<td>

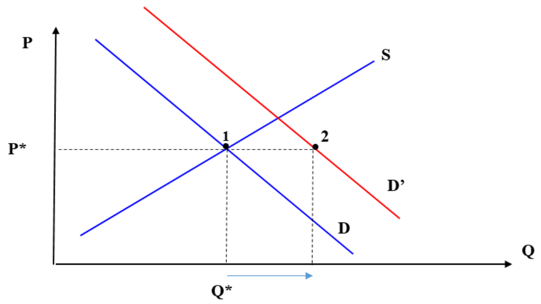
nő a keresett mennyiség $\mathbf{Q_x} \uparrow$ → csakhogy a $\overline{p}_x$ kezdetben változatlan!

- ez azt jelenti, hogy adott ár mellett nő a keresett mennyiség → tehát **a keresleti görbe jobbra felfelé tolódik** → azaz a **kereslet nő**
- a 2-es pontba jut a piac

</td>
</tr>
<tr>
<td>



</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2" align="center">**(*t+1*)-edik időpontban**</td>
</tr>
<tr>
<td align="center">**Y termék piaca**</td>
<td align="center">**X termék piaca**</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

- komparatív statikai vizsgálatot végzünk → tehát a p_y változásának hatására beállt új egyensúlyi állapotokat vizsgáljuk meg!

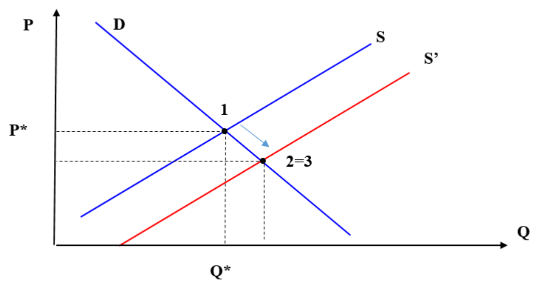
</td>
</tr>
<tr>
<td align="center">$TR_y = p_y \downarrow \cdot Q_y \uparrow$</td>
<td align="center">az alkalmazkodás során: $TR_x = p_x \uparrow \cdot Q_x \downarrow$
az új egyensúlyban: $TR_x \uparrow = p_x \uparrow \cdot Q_x \uparrow$</td>
</tr>
<tr>
<td>

- az új egyensúly valószínűleg a kínálat növekedésével áll be

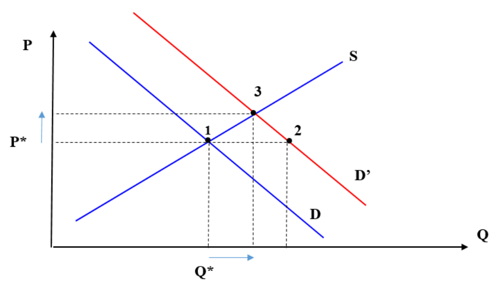
</td>
<td>

- később $p_x \uparrow$ nőni fog, míg beáll az új egyensúly
- az alkalmazkodás során $p_x \uparrow$ és $Q_x \downarrow$
- az **új egyensúlyban mind az egyensúlyi ár, mind az egyensúlyi mennyiség nagyobb** a kiinduló állapothoz képest
- a 3-as pontba jut a piac
- összefoglalva: $TR_x \uparrow = p_x \uparrow \cdot Q_x \uparrow$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

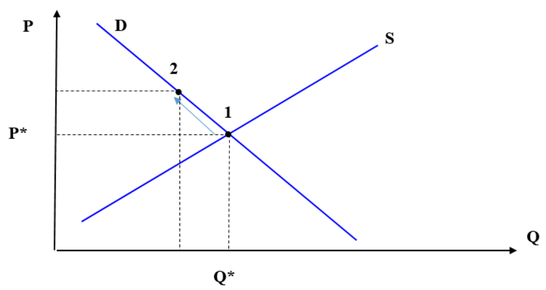
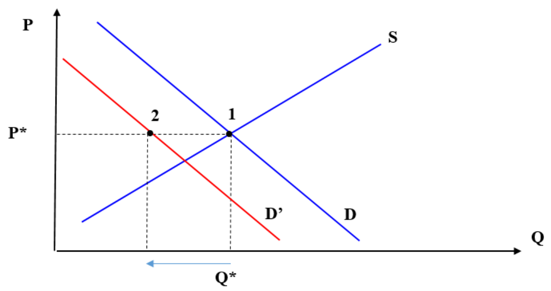


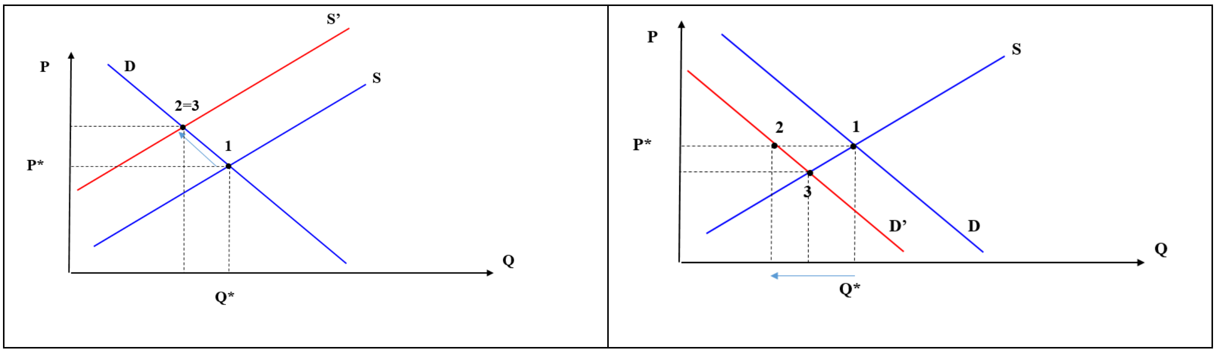
</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

VAGY

***t*-edik időpontban**	
$TR_y = p_y \uparrow \cdot Q_y \downarrow$	$TR_x \downarrow = \overline{p}_x \cdot Q_x \downarrow$
• az Y termék piacán **a keresleti görbe mentén mozgunk** → ha $p_y \uparrow$ nő, akkor a keresett mennyiség csökkenni fog $Q_y \downarrow$ • nem lehet tudni, hogy melyik hatás dominál → így az X termék eladóinak bevétele nőhet, csökkenhet vagy akár változatlan is maradhat • a lehetséges kimenetek $TR_y \downarrow = p_y \uparrow \cdot Q_y \downarrow\downarrow$ $TR_y \uparrow = p_y \uparrow\uparrow \cdot Q_y \downarrow$ $\overline{TR}_y = p_y \uparrow \cdot Q_y \downarrow$	• viszont az X termék piacán eltolódik a keresleti görbe • mivel az X és az Y terméket együtt fogyasztják a fogyasztók → ezért ha az Y termék esetén csökken a keresett mennyiség, akkor az X termék esetén is csökken a keresett mennyiség $\mathbf{Q_x} \downarrow$ → csakhogy a $\overline{p}_x$ kezdetben változatlan! • ez azt jelenti, hogy adott ár mellett csökken a keresett mennyiség → tehát **a keresleti görbe balra lefelé tolódik** → azaz a **kereslet csökken** • a 2-es pontba jut a piac
 	
(*t+1*)-edik időpontban	
$TR_y = p_y \uparrow \cdot Q_y \downarrow$	az alkalmazkodás során: $TR_x = p_x \downarrow \cdot Q_x \uparrow$ az új egyensúlyban: $TR_x \downarrow = p_x \downarrow \cdot Q_x \downarrow$
• az új egyensúly valószínűleg a kínálat csökkenésével áll be	• később $p_x \downarrow$ nőni fog, míg beáll az új egyensúly • az alkalmazkodás során $p_x \downarrow$ és $Q_x \uparrow$ • **az új egyensúlyban mind az egyensúlyi ár, mind az egyensúlyi mennyiség kisebb** a kiinduló állapothoz képest • a 3-as pontba jut a piac • összefoglalva: $TR_x \downarrow = p_x \downarrow \cdot Q_x \downarrow$


S'
P
D
S
2=3
1
P*
Q
Q*
P
S
P*
2
1
3
D'
D
Q
Q*

Jövedelemrugalmasság

64. teszt
Ha a tej normál jószág. akkor jövedelemrugalmassága
a) negatív;
b) kisebb egynél, de pozitív;
c) abszolút értékben egynél nagyobb;
d) <u>egynél kisebb és nagyobb is lehet, de pozitív;</u>
e) éppen egységnyi.

- jövedelemrugalmasság esetén:
  - $\varepsilon_I > 0$ → (pozitív rugalmasság) esetén **normál jószágokat**
  - $\varepsilon_I < 0$ → (negatív rugalmasság) esetén **inferior jószágokat**
  - $\varepsilon_I > 1$ → esetén **luxus jószágokat**

67. teszt
Ha a kenyér keresett mennyisége 5%-kal nőtt, és a kenyér jövedelemrugalmassága -0.4, akkor a fogyasztó jövedelme
a) 0.08%-kal csökkent;
b) 4%-kal nőtt;
c) 2%-kal csökkent;
d) <u>12.5%-kal csökkent.</u>
e) Egyik válasz sem helyes.

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta Q\%}{\Delta I\%}$$

$$-0.4 = \frac{5\%}{\Delta I\%}$$

$$\Delta I\% = \frac{5\%}{-0.4} = \mathbf{-12.5\%}$$

mivel $\varepsilon_I < 0$ → (negatív rugalmasságú), ezért ez **inferior jószág**

$$\varepsilon_I = \frac{\text{a keresett mennyiség \%-os változása}}{\text{a jövedelem \%-os változása}}$$

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta Q\%}{\Delta I\%} = \frac{\frac{Q_1 - Q_0}{Q_0}\cdot 100}{\frac{I_1 - I_0}{I_0}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}\cdot 100}{\frac{\Delta I_1}{I_0}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q_1}{Q_0}}{\frac{\Delta I_1}{I_0}}$$

ahol $\Delta Q_1 = Q_1 - Q_0$ és $\Delta I_1 = I_1 - I_0$

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta Q\%}{\Delta I\%} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}\cdot 100}{\frac{\Delta I}{I}\cdot 100} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta I}{I}} = \frac{\Delta Q}{Q}\cdot\frac{I}{\Delta I} = \frac{\Delta Q}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q}$$

lehet a keresleti függvénynél vizsgálni:

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\Delta Q_x}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_I = \frac{\Delta Q}{\Delta I}\cdot\frac{I}{Q}}$$

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q_x}} \qquad \boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p, I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q}}$$

$$\boxed{\varepsilon_I = \frac{\partial D(p_x, p_y, I)}{\partial I}\cdot\frac{I}{Q_x}}$$

4. feladat

A $D(p)=250-5p$ egyenletű keresleti görbe esetén milyen ár felett árrugalmas a kereslet? Mekkora az árrugalmaság abszolút értéke a $Q=200$-hoz tartozó árnál?

a) A $D(p)=250-5p$ egyenletű keresleti görbe esetén milyen ár felett árrugalmas a kereslet?

- általánosságban a következőt tudjuk elmondani:
  - ha $|\varepsilon|>1$ → akkor a termék rugalmas keresletű
  - ha $|\varepsilon|=1$ → ekkor egységnyi rugalmasságú
  - ha $|\varepsilon|<1$ → a jószág rugalmatlan keresletű
- tehát azt keressük, hogy mely ártartományban lesz ε nagyobb, mint egy → $|\varepsilon|>1$

- egyrészt ezt lehet látni az ábrából → a kereslet felezőpontjánál lesz $|\varepsilon|=1$
- $(\mathbf{Q},\mathbf{p})=\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{2}};\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{2b}}\right)$ → ez a keresleti görbe felezőpontja → $(Q,p)=\left(\frac{250}{2};\frac{250}{2\cdot 5}\right)=(125;25)$
- a kereslet → $Q_D=250-5p$

<u>Az inverz kereslet az ábrázoláshoz:</u>

$Q_D=250-5p$

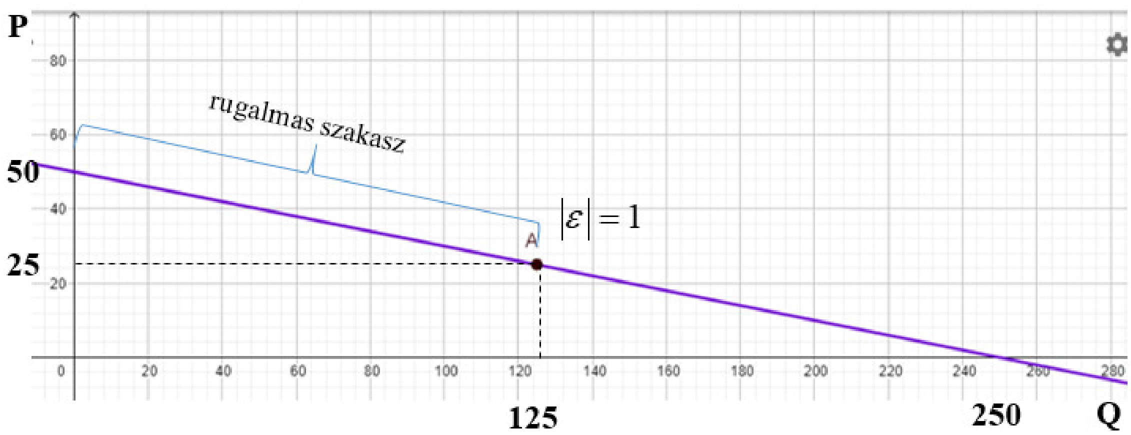
$Q_D+5p=250$

$5p=250-Q_D$

$p=50-\frac{1}{5}Q_D$

$(Q_D;p)$ → $(250;0)$ → $(0;50)$

$\mathbf{25<p\leq 50}$ → ebben az ártartományban lesz árrugalmas



VAGY

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}}$$

$$1 < |\varepsilon|$$

$$1 < \left| \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} \right|$$

$$\frac{\partial D(P)}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P}(250 - 5p) = \frac{\partial}{\partial P}250 - \frac{\partial}{\partial P}5p = 0 - 5 = -5$$

$$1 < \left| (-5) \cdot \frac{p}{250 - 5p} \right|$$

ha a kifejezés pozitív → $1 < \frac{-5p}{250 - 5p}$

$250 - 5p < -5p$ → nem értelmezhető

ha a kifejezés negatív → $1 < (-1) \cdot \frac{-5p}{250 - 5p}$

$$1 < \frac{5p}{250 - 5p}$$

$$250 - 5p < 5p$$

$$250 < 10p$$

$$25 < p$$

$25 < p \leq 50$ → ebben az ártartományban lesz a vizsgált keresleti görbe árrugalmas.

b) Mekkora az árrugalmasság abszolút értéke a $Q = 200$-hoz tartozó árnál?

Nézzük meg, hogy a $Q = 200$-hoz mekkora p tartozik:

$$p = 50 - \frac{1}{5} Q_D$$

$$p = 50 - \frac{1}{5} \cdot 200$$

$$p = 10$$

$$|\varepsilon| = \left| \frac{\partial D(P)}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q} \right| = \left| \frac{-5p}{250 - 5p} \right| = \left| \frac{-5 \cdot 10}{250 - 5 \cdot 10} \right| = \left| \frac{-50}{200} \right| = |-0.25| = 0.25$$

$\boldsymbol{|\varepsilon| = 0.25}$

$\varepsilon = -0.25$

Ha egy 1%-kal nő az ár, akkor 0.25%-kal csökken a keresett mennyiség.

A $Q = 200$-hoz tartozó árnál a rugalmasság abszolút értéke 0.25.