Az informatikai biztonság alapjai

Pintér-Huszti Andrea

2022. november 1.

Tartalom

Hash függvények

Kriptográfiai hash függvények

Definíció

A $H : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^n$, $n \in \mathbb{N}$ függvényt hash függvénynek nevezzük.

Tetszőleges véges hosszú üzenethez n hosszú üzenetet rendelünk.

- kriptográfiai hash pl.: MD5, SHA-1, SHA-256, SHA-512, SHA-3(Keccak, 2015)
- adatintegritás ellenőrzése: Hash függvénnyel ellenőrizhetjük, hogy egy állomány változott -e vagy sem. Az állomány hash értéke szeparáltan tárolt. Kiszámítjuk az állomány hash értékét és összevetjük a tárolt hash értékkel. Ha különböznek, akkor az állomány módosult.
- A hash értéket lenyomatnak is hívjuk.
- **lavinahatás**: Egy bit változása az inputban, jelentős változást eredményez az outputban. (pl. az output fele)

Elvárások

A hash függvények nem injektívek.

Definíció

Az $(x, x') \in \{0,1\}^* \times \{0,1\}^*$ a H hash függvény egy ütközése, ha $x \neq x'$ és $h(x) = h(x')$.

Három jellemző:

Ne lehessen egy adott hash-hez üzenetet találni

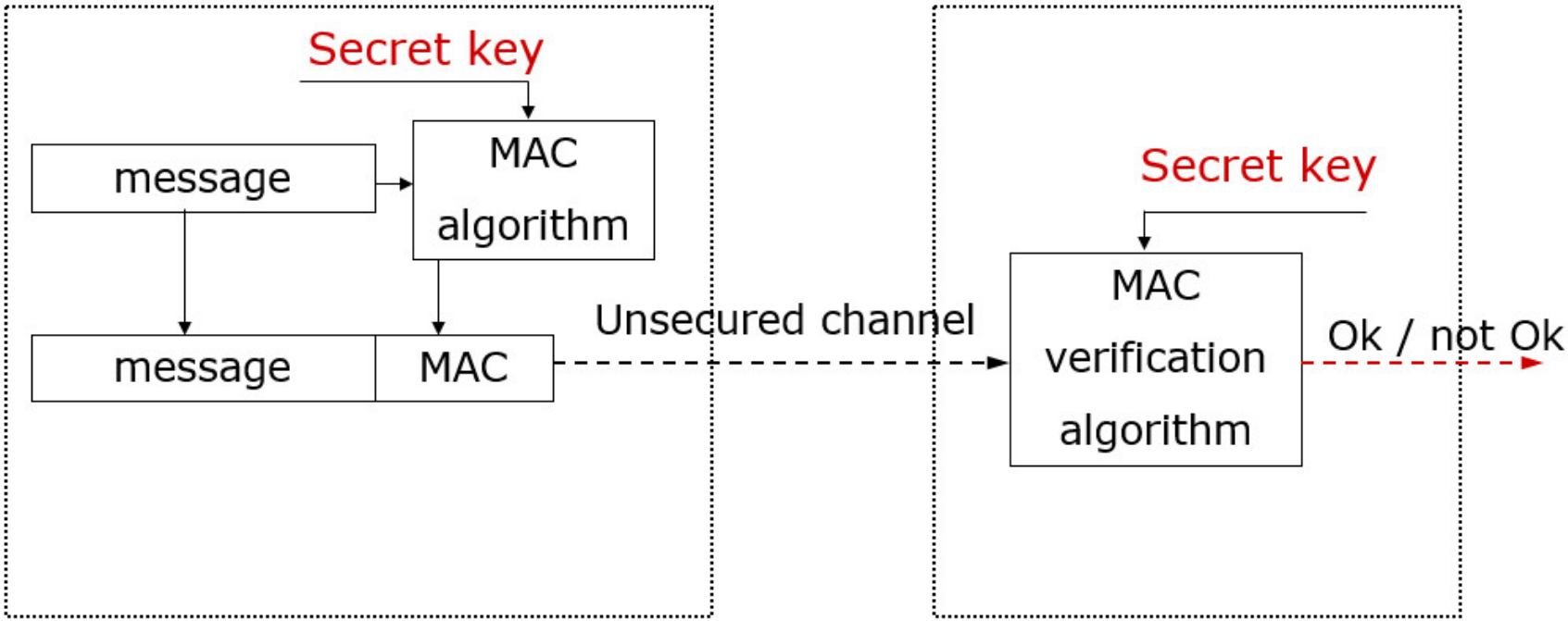
- **Őskép ellenálló**: Adott $y \in Y$ értékhez, nehéz olyan $x \in X$ értéket megadni, hogy $H(x) = y$.
- **Második őskép ellenálló**(gyengén ütközésmentes): Adott x értékhez nehéz olyan x' értéket találni, hogy $x \neq x'$ és $H(x) = H(x')$.

Ne lehessen egy adott üzenettel azonos hash-ű másik üzenetet találni

- **Ütközésmentes**(erősen ütközésmentes): Nehéz olyan $x, x' \in X$ értékeket találni, hogy $H(x) = H(x')$.

Ne lehessen két tetszőleges különböző üzenetet találni, amelyek ugyanazt a hash-t adják

Üzenethitelesítés - Message Authentication Codes (MAC)



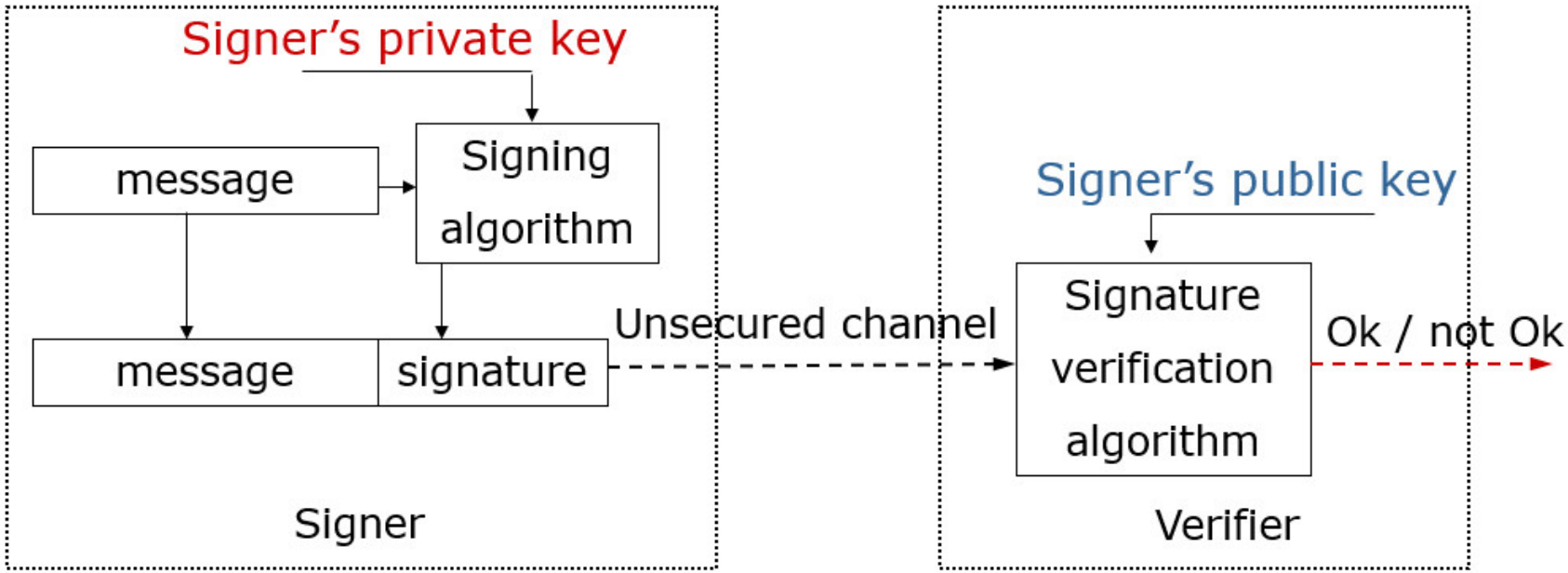
Jellemzők:

- Hitelesség (forrása az, amit megjelöltek, adatintegritás)

Üzenethitelesítés

pl.: $HMAC_K(m) = H((K' \oplus opad)||H((K' \oplus ipad)||m))$, ahol
H: hash függvény, m: üzenet,
K: titkos kulcs, K': másik titkos kulcs, mely K-ból származtatott
$||$: konkatenáció jele, $opad$: külső konstans, $ipad$: belső konstans.

Digitális aláírási sémák



Biztonsági jellemzők:

- Hitelesség (forrása az, amit megjelöltek, adatintegritás)
- letagadhatatlanság

Formális definíció

Definíció

A digitális aláírási séma egy $DS = (Key, Sign, Ver)$ *hármas, ahol*

- *Key: A Key kulcsgeneráló algoritmus a* k *biztonsági paraméterre kiszámítja a* (PK, SK) *kulcspárt, ahol* PK *nyilvános és* SK *titkos.*
- *Sign: A Sign aláíró algoritmus az* SK *titkos kulcshoz és az* $m \in \{0,1\}^*$ *üzenetre generál egy* $s = Sign_{SK}(m)$ *aláírást.*
- *Ver: A Ver ellenőrző algoritmus a* PK *nyilvános kulcsra, az* m *üzenetre, és az* s *aláírásra IGAZ vagy HAMIS értéket ad vissza. IGAZ esetén az aláírás érvényes, HAMIS esetén érvénytelen.*

$\mathcal{M}$: üzenetek halmaza

$\mathcal{S}$: aláírások halmaza

Támadó célja

- **Teljes feltörés**: A támadó ki tudja számolni az aláíró fél titkos kulcsát.
- **Univerzális hamisítás**: A támadó bármilyen üzenethez képes érvényes aláírást generálni.
- **Szelektív hamisítás**: A támadó képes egy általa választott üzenethez aláírást generálni.
- **Egzisztenciális hamisítás**: A támadó képes egy aláírt üzenetet generálni.

Támadási módok

- **Csak a nyilvános kulcs ismert (Key-only attack)**: A támadó csak a nyilvános kulcsot ismeri.
- **Ismert üzenet alapú támadás (Known message attack)**: A támadó ismer egy ugyanazon kulccsal aláírt üzenetlistát.
- **Választott üzenet alapú támadás (Chosen message attack)**: A támadó rendelkezésére áll egy általa választott üzenetek és a hozzájuk tartozó aláírások listája.
- **Adaptívan választott üzenet alapú támadás (Adaptive chosen message attack)**: A támadó rendelkezésére áll egy általa választott üzenetek és a hozzájuk tartozó aláírások listája, ahol az üzenetet a korábban megkapott aláírások alapjám választja ki.

RSA aláírási séma

$DS = (Key, Sign, Ver)$

- *Key*:
  1. Véletlenül választunk két nagy prímet: p, q.
  2. Kiszámítjuk az RSA modulust: $n = p \cdot q$.
  3. Kiszámítjuk n Euler-féle ϕ függvény értékét: $\phi(n) = (p-1)(q-1)$.
  4. *Véletlenül választunk* egy e egészt, ahol $1 < e < \phi(n)$ és $(e, \phi(n)) = 1$.
  5. Kiszámítjuk: d: $1 < d < \phi(n)$, ahol $ed \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$.

  $PK = (n, e)$, $SK = d$ és $\phi(n), p, q$ titkos paraméterek
  $\mathcal{M} = \mathcal{S} = \mathbb{Z}_n$
- $Sign_{SK}(m) = m^d \pmod{n}$ $\forall m \in \mathcal{M}$, ahol $SK = d$.
- $Ver_{PK}(m, s) = \begin{cases} TRUE, & s^e \equiv m \pmod{n}; \\ FALSE, & \text{egyébként.} \end{cases}$

  $\forall (m, s) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}$, ahol $PK = (n, e)$.

A tankönyvi RSA aláírással szembeni támadások

- Az RSA univerzálisan hamisítható a választott üzenet alapú támadás mellett.

  Input: tetszőleges $m, PK = (n, e)$, s' egy adott m' üzenetre

  Output: s

  Algoritmus:

  1. Véletlenül választunk $r \in \mathcal{M}$
  2. Kiszámítjuk: $r' \equiv r^e \pmod{n}$
  3. Kérjük az $m' \equiv m \cdot r' \pmod{n}$ aláírását, megkapjuk s'-t.
  4. Kiszámítjuk $s \equiv s' \cdot r^{-1} \pmod{n}$

- Az RSA egzisztenciálisan hamisítható a csak nyilvános kulcs ismert támadás mellett.

  Input: $PK = (n, e)$

  Output: $(m, s) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}$

  Algoritmus:

  1. Véletlenül választjuk: $s \in \mathcal{S}$
  2. Kiszámítjuk: $m \equiv s^e \pmod{n}$

RSA-FDH (Full Domain Hash) aláírási séma

$DS = (Key, Sign, Ver)$

- *Key*:
  1. Véletlenül választunk két nagy prímet: p, q.
  2. Kiszámítjuk az RSA modulust: $n = p \cdot q$.
  3. Kiszámítjuk n Euler-féle ϕ függvény értékét: $\phi(n) = (p-1)(q-1)$.
  4. *Véletlenül választunk* egy e egészt, ahol $1 < e < \phi(n)$ és $(e, \phi(n)) = 1$.
  5. Kiszámítjuk: d: $1 < d < \phi(n)$, ahol $ed \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$.

  $PK = (n, e)$, $SK = d$ és $\phi(n), p, q$ titkos paraméterek
  $\mathcal{M} = \{0,1\}^*, \mathcal{S} = \mathbb{Z}_n$
- $Sign_{SK}(m) = H(m)^d \pmod{n}$ $\forall m \in \mathcal{M}$, ahol $SK = d$, $H : \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}_n$ hash függvény.
- $$Ver_{PK}(m,s) = \begin{cases} TRUE, & s^e \equiv H(m) \pmod{n}; \\ FALSE, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

  $\forall (m,s) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}$, ahol $PK = (n, e)$.