Nội dung chính

1. Đồ thị và các khái niệm liên quan
2. Cài đặt đồ thị
3. Một số bài toán tiêu biểu
   - Đi qua/duyệt đồ thị
     - BFS, DFS
   - Sắp xếp topo trên đồ thị định hướng không có chu trình
   - Tìm đường đi ngắn nhất
     - Từ một đỉnh nguồn
     - Giữa mọi cặp đỉnh

1. Đồ thị và các khái niệm liên quan

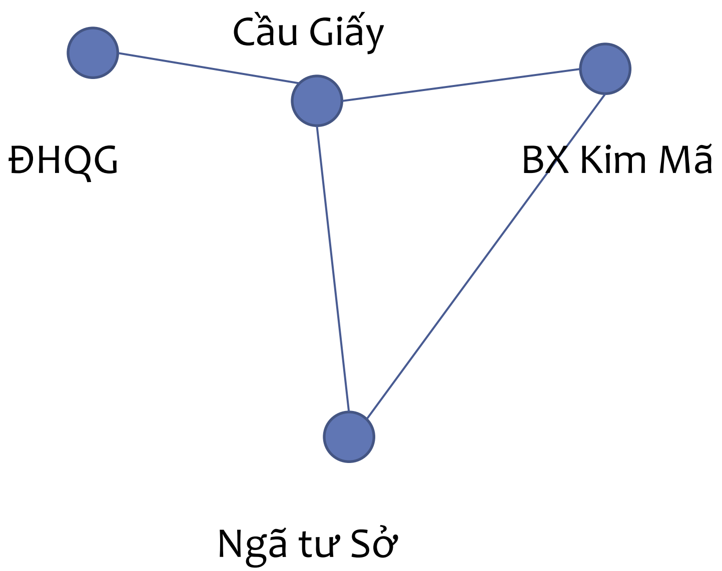
Định nghĩa: Đồ thị

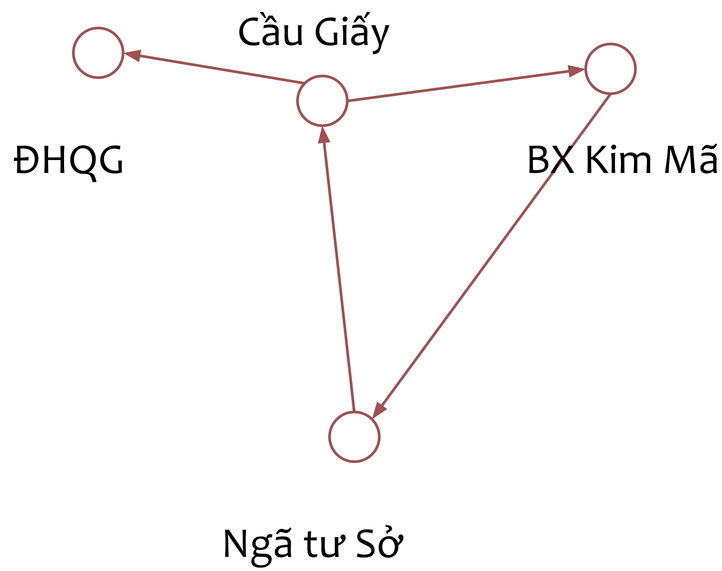
Không phải là
đồ thị hàm số!

- Đồ thị là một mô hình toán học
  - được sử dụng để biểu diễn một tập đối tượng có quan hệ với nhau theo một cách nào đó.
- Định nghĩa hình thức
  - Đồ thị G được xác định bởi một cặp (V, E), trong đó
  - V là tập đỉnh
  - E là tập các cạnh nối cặp đỉnh $E \subseteq \{(u,v) \mid u, v \in V\}$
- Đồ thị vô hướng
  - quan hệ định nghĩa bởi mỗi cạnh là quan hệ đối xứng
  - $E \subseteq \{\{u,v\} \mid u, v \in V\}$
- Đồ thị định hướng
  - $(u, v) \neq (v, u)$


NCST
HỒ TÂY
Bưởi
Nghĩa Tân
ĐH Quốc Gia
Cầu Giấy
QUẬN CẦU GIẤY
QUẬN BA ĐÌNH
KS. Daewoo
Long Biên
Chương Dương
Láng Trung
Ô CHỢ DỪA
ĐỐNG ĐA
Ngã Tư Sở
Bách Khoa
Ngã Tư Vọng
Chợ Mơ
Vĩnh Tuy
Cầu Mai Động
Trần Khánh Dư
Ô CẦU DỀN
QUẬN THANH XUÂN
SÔNG HỒNG
CHÚ GIẢI - LEGEND
Trung tâm KHTN & CNQG
National Centre for Natural Science and Technology

Ví dụ: đồ thị vô hướng – định hướng

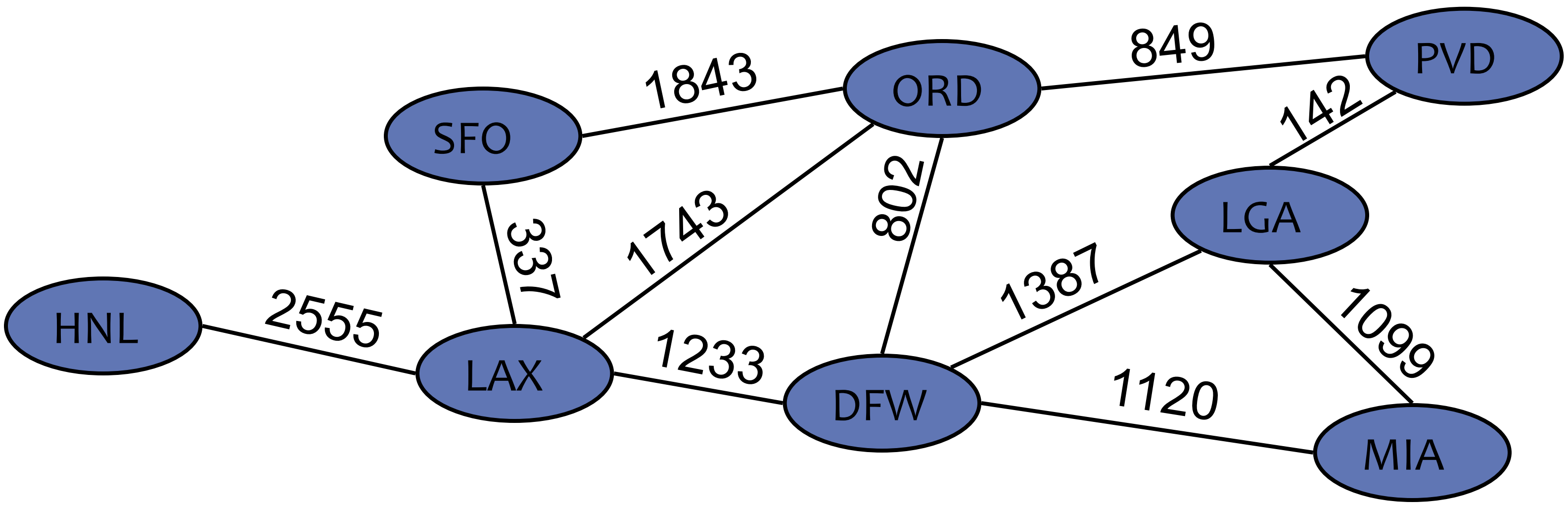




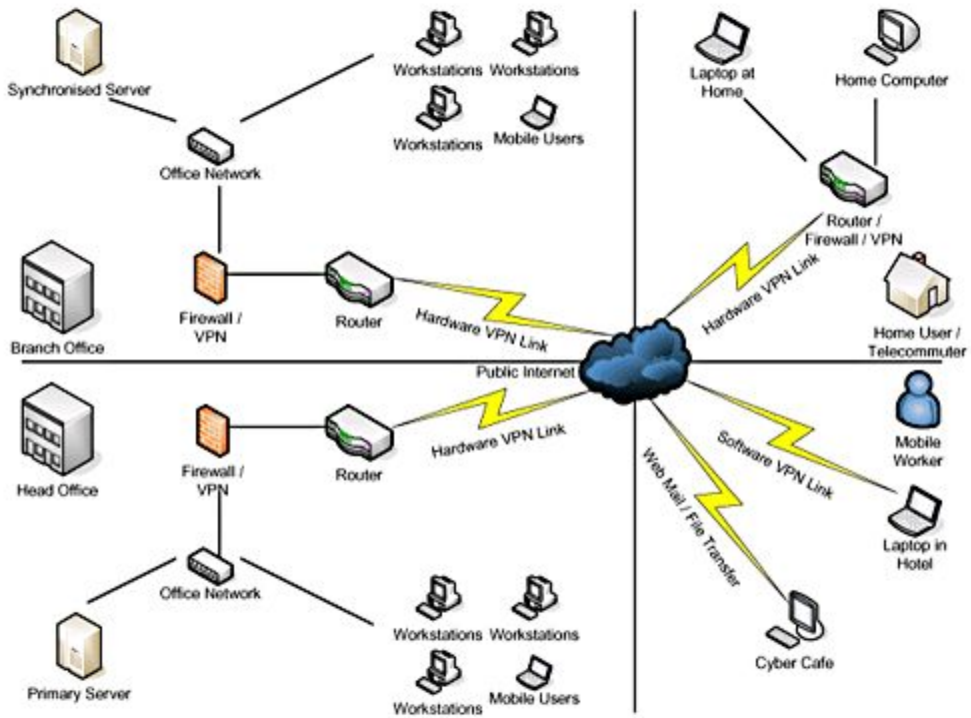
Ví dụ

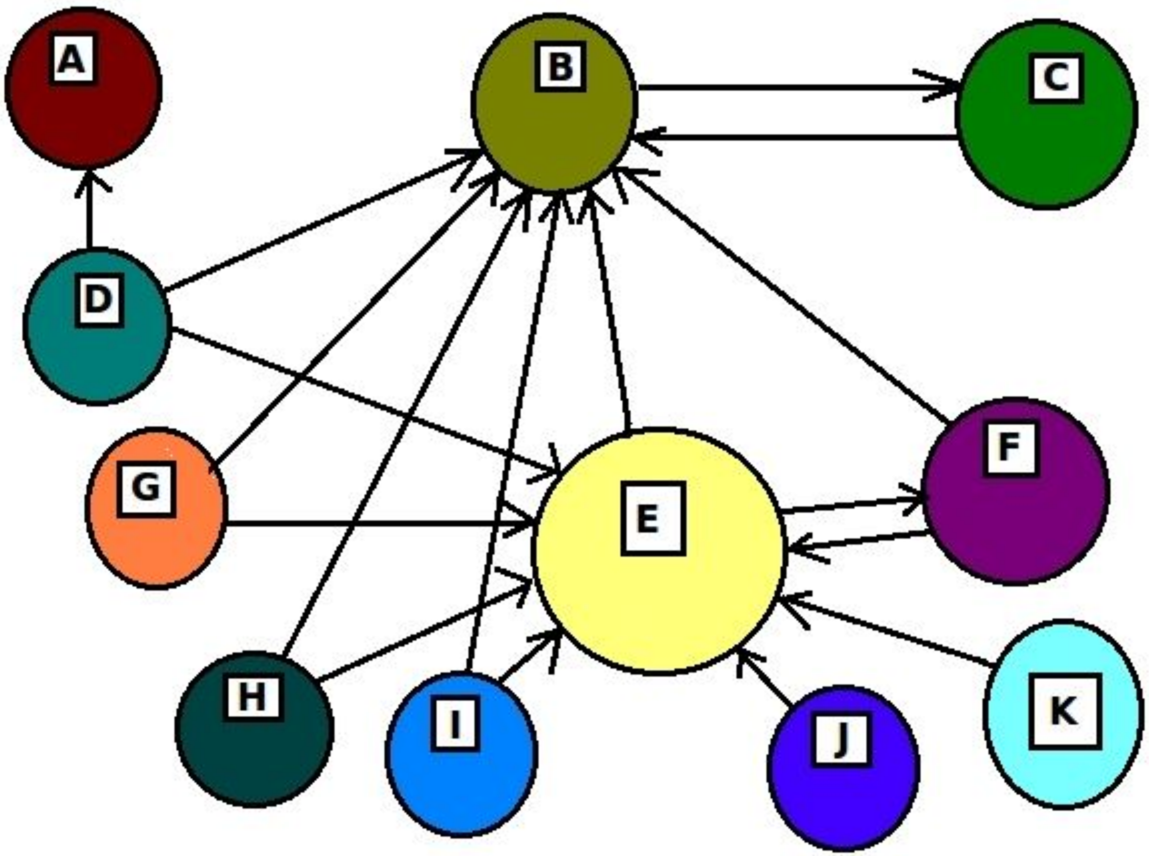
- Mạng vận tải (transportation networks)
- Mạng liên lạc (communication networks)
- Mạng thông tin (information networks)
- Mạng xã hội (social networks)
- Mạng phụ thuộc (dependency networks)

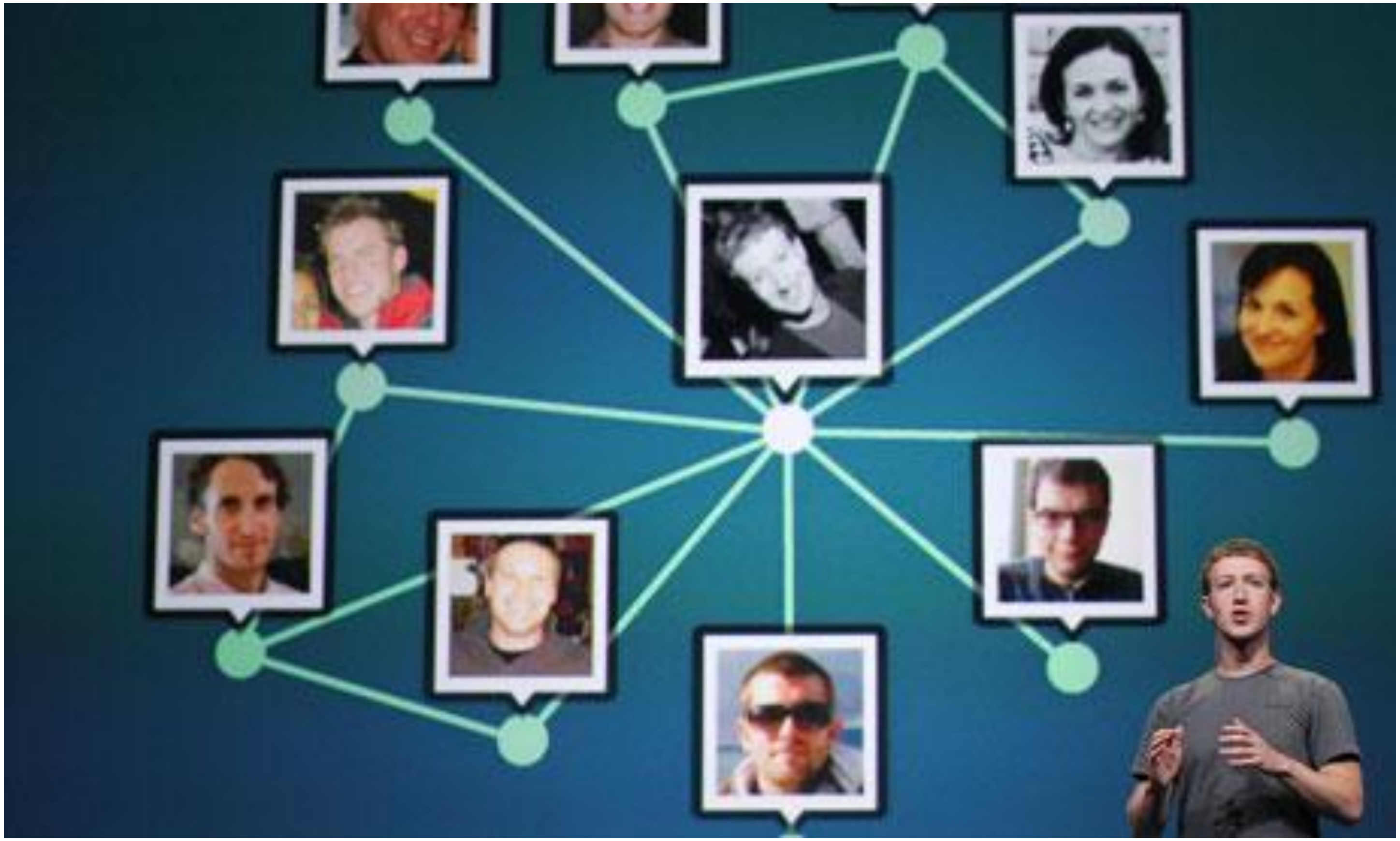
Định hướng hay vô hướng?

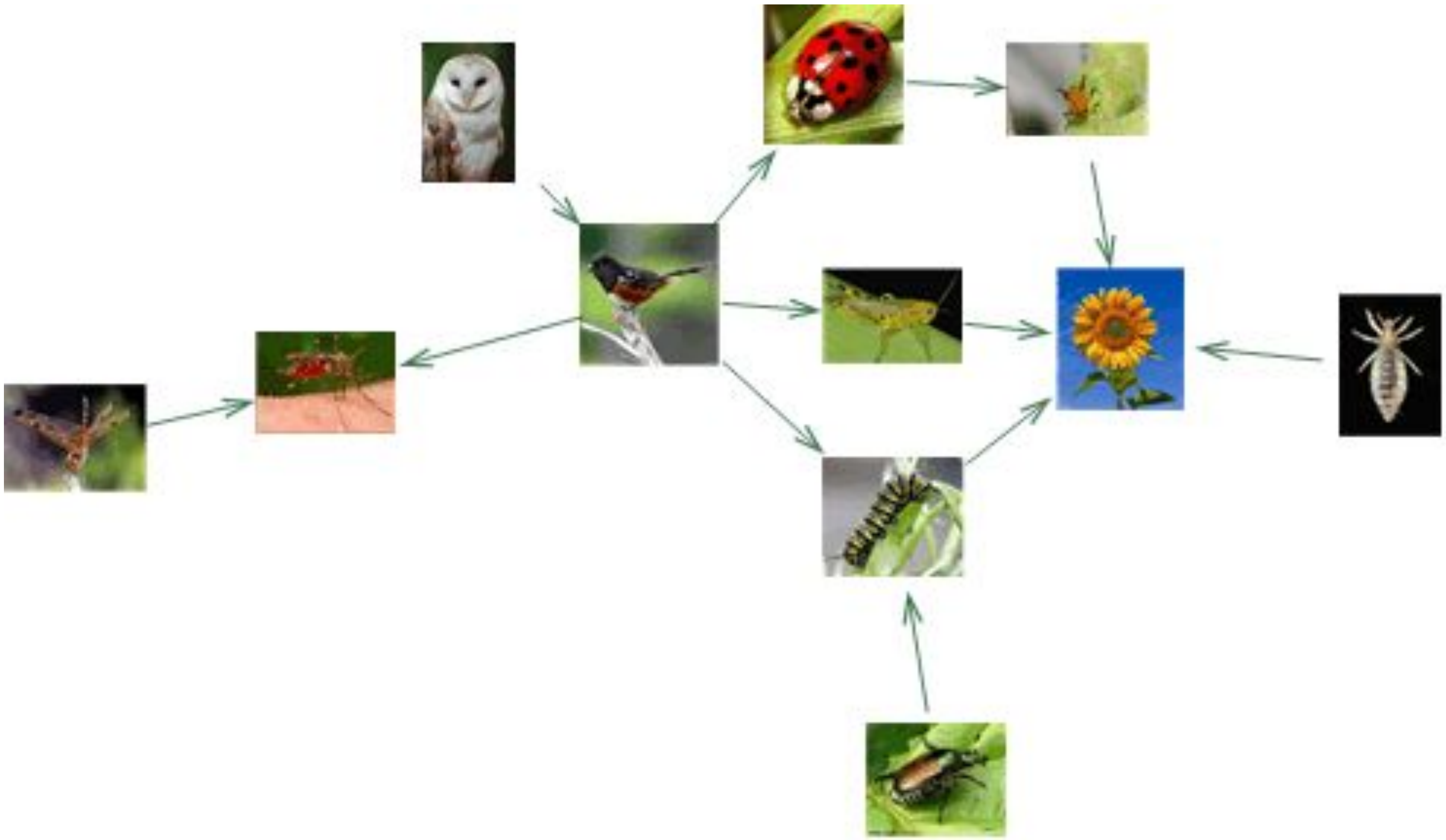


849
1843
ORD
PVD
142
SFO
LGA
802
1743
337
1387
1099
HNL
2555
1233
LAX
1120
DFW
MIA


Synchronised Server
Workstations
Workstations
Workstations
Mobile Users
Office Network
Laptop at Home
Home Computer
Router / Firewall / VPN
Branch Office
Firewall / VPN
Router
Hardware VPN Link
Hardware VPN Link
Home User / Telecommuter
Public Internet
Head Office
Firewall / VPN
Router
Hardware VPN Link
Software VPN Link
Mobile Worker
Web Mail / File Transfer
Laptop in Hotel
Office Network
Primary Server
Workstations
Workstations
Workstations
Mobile Users
Cyber Cafe


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K



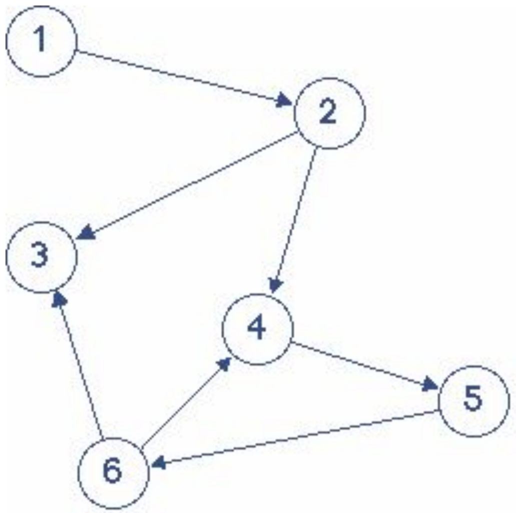


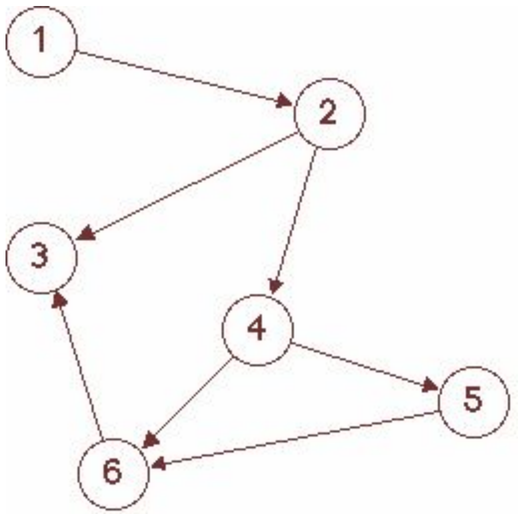
Nguồn: http://reference.wolfram.com

Định nghĩa: Đường đi

- Trong đồ thị vô hướng G=(V,E)
  - Đường đi
    - là dãy P các đỉnh $v_1, v_2, \ldots, v_k$
    - có tính chất 2 đỉnh liên tiếp v_i, v_{i+1} được nối bởi 1 cạnh trong G.
    - P được gọi là đường đi từ v_1 đến v_k
  - Chu trình là đường đi $v_1, v_2, \ldots, v_k$ với k > 2 trong đó k-1 đỉnh đầu tiên phân biệt và $v_1 = v_k$
- Với đồ thị có hướng, trong một đường đi hay chu trình, 2 đỉnh liên tiếp (v_i, v_{i+1}) phải là một cung thuộc E

Ví dụ:
đồ thị có chu trình – không có chu trình

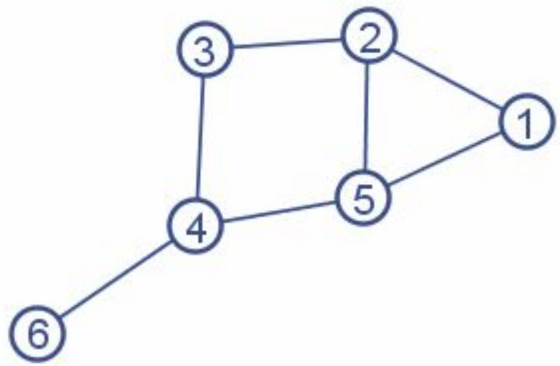


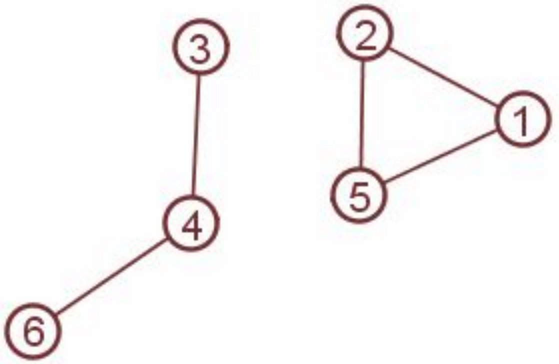


Định nghĩa: Tính liên thông

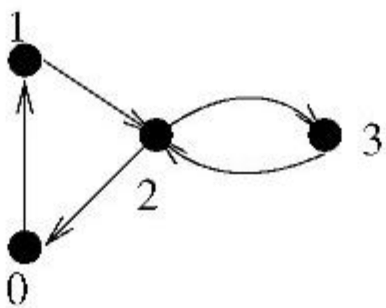
- Đồ thị vô hướng liên thông nếu tồn tại đường đi từ u đến v với mọi cặp đỉnh (u, v)
- Đồ thị có hướng
  - liên thông yếu nếu đồ thị vô hướng nền tảng của nó là đồ thị liên thông
  - liên thông mạnh nếu tồn tại một đường đi từ u đến v và một đường đi từ v đến u với mọi cặp đỉnh (u, v)

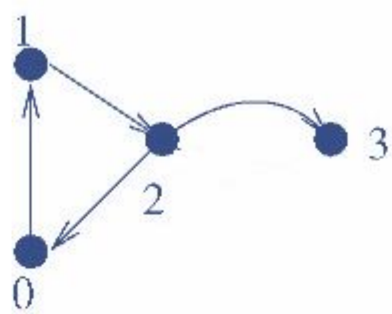
Ví dụ: đồ thị vô hướng liên thông – không liên thông

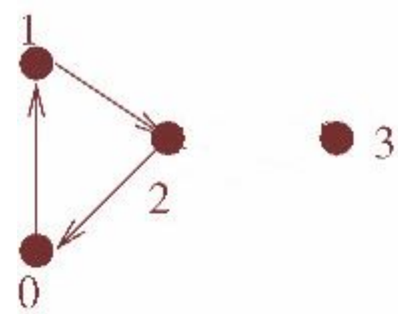




Ví dụ: đồ thị có hướng
liên thông mạnh - yếu - không liên thông

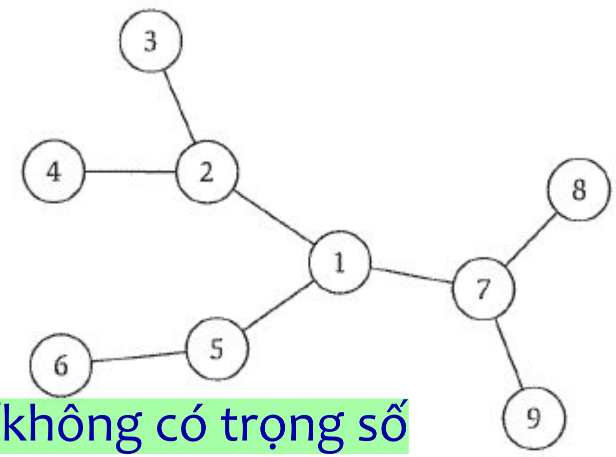


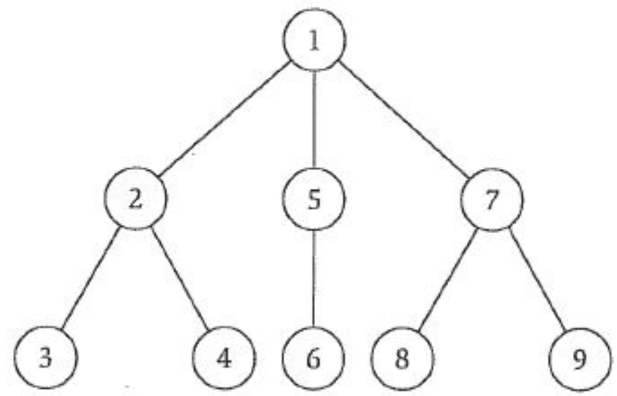




Các khái niệm khác

- Khoảng cách giữa 2 đỉnh u, v là số cạnh trên đường đi ngắn nhất từ u đến v
- Cây trong lý thuyết đồ thị: là đồ thị vô hướng liên thông không chứa chu trình

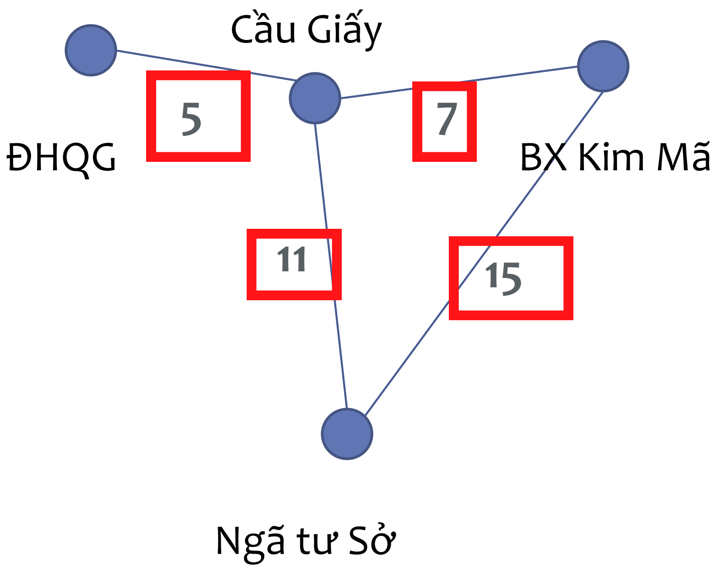


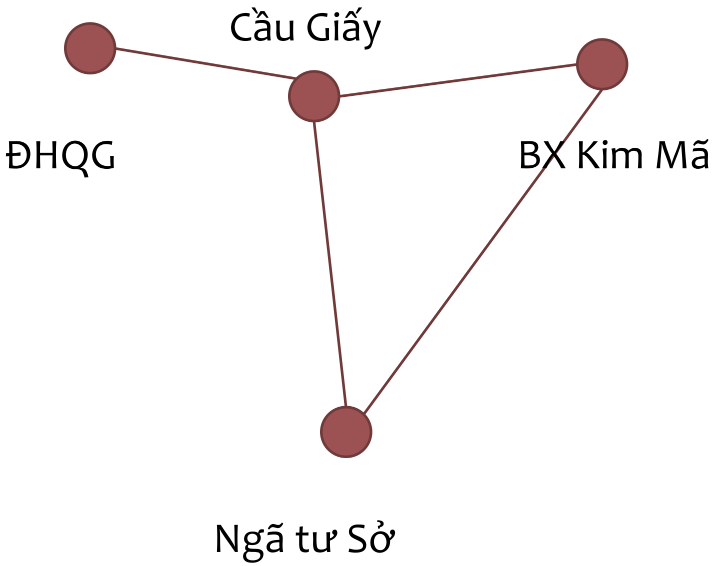


- Đồ thị có/không có trọng số
- Đồ thị có/không có nhãn

diepht@vnu

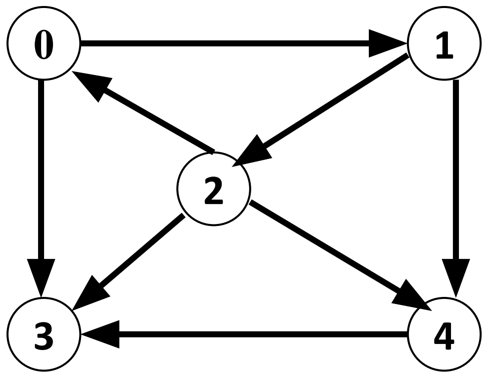
Ví dụ: đồ thị có trọng số - không trọng số



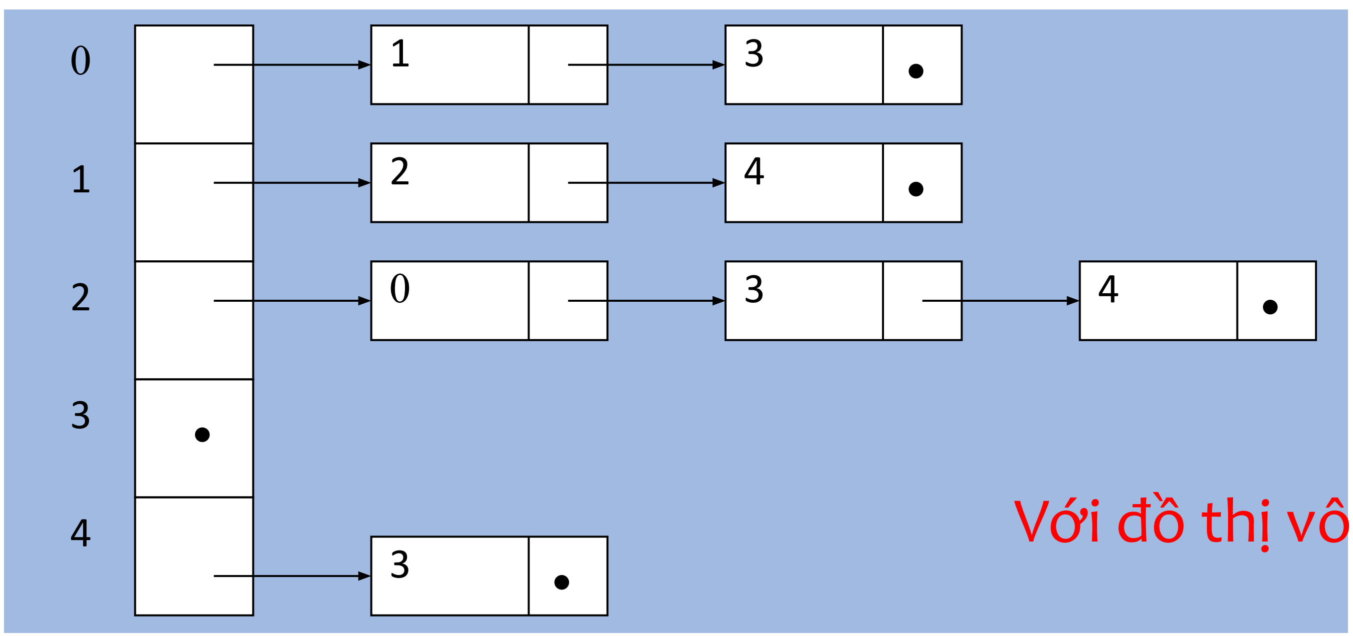


2. Cài đặt đồ thị

Hai cách cơ bản biểu diễn đồ thị

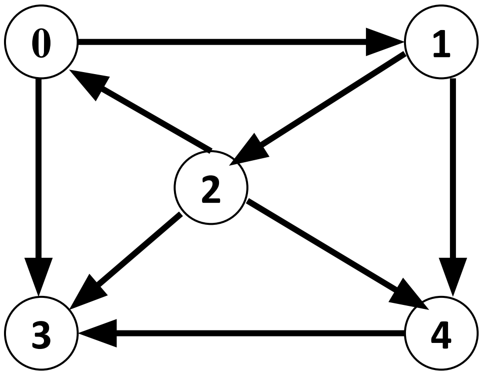


	0	1	2	3	4
0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	1
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0



Với đồ thị vô hướng?

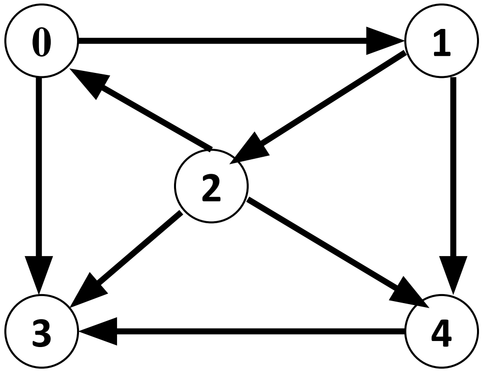
Cài đặt: Biểu diễn bằng ma trận kề

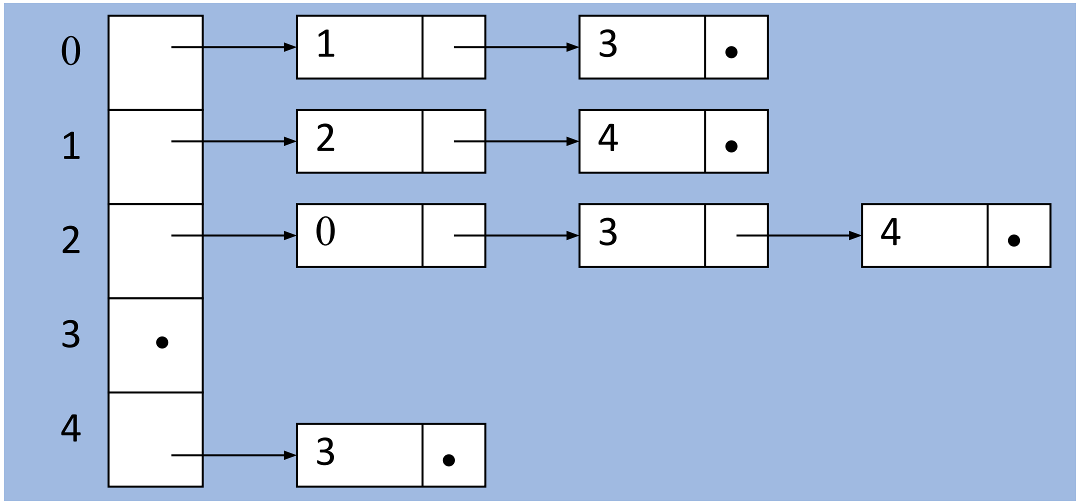


	0	1	2	3	4
0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	1
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0

```
const int N = 5;
typedef bool Graph[N][N];
…
Graph g1;
g1[0][0] = 0;
g1[0][1] = 1;
…
```

Cài đặt: Biểu diễn bằng danh sách kề






```
struct Cell{
    int vertex;
    Cell * next;
};
const int N = 5;
typedef Cell * Graph[N];
…
Graph g2;
addFirst(g2[0], 3);
addFirst(g2[0], 1);
```

So sánh 2 phương pháp biểu diễn

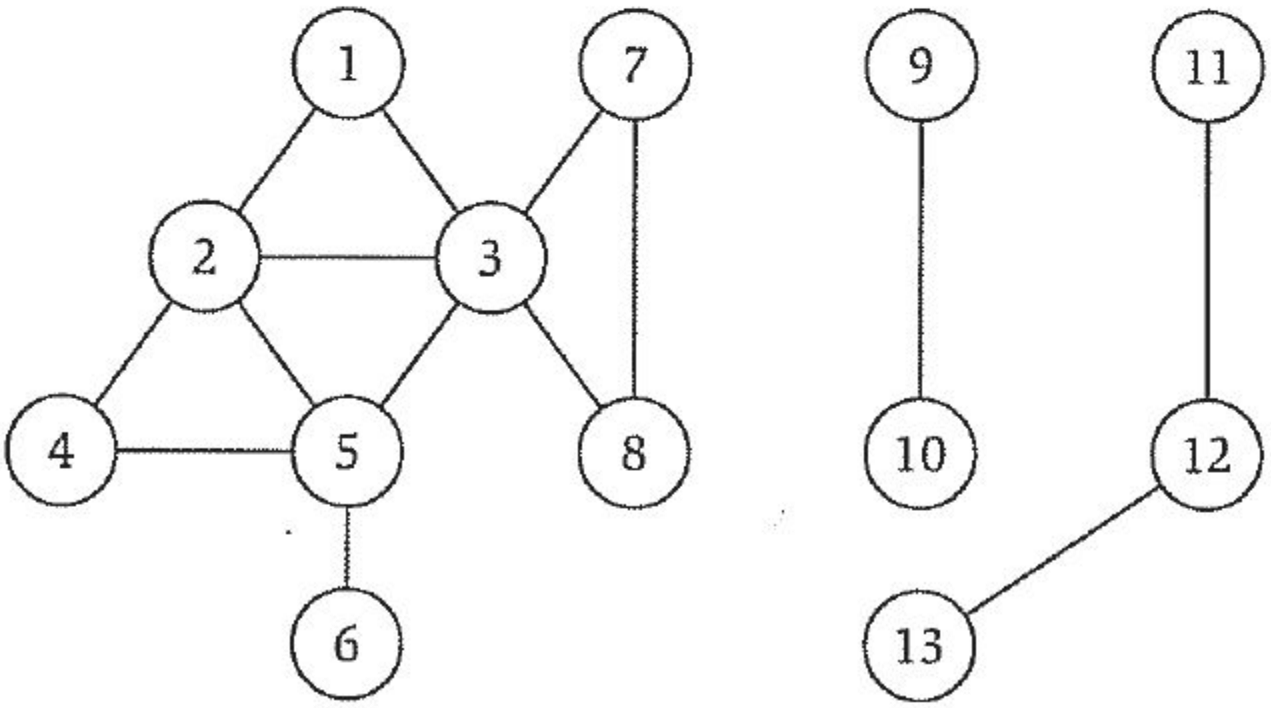
- Các yếu tố cần xét
  - Độ phức tạp thời gian của phép truy cập tới thông tin 1 cặp đỉnh u, v
  - Độ phức tạp không gian biểu diễn đồ thị
  - Độ phức tạp thời gian của phép khảo sát tập đỉnh kề với đỉnh u cho trước

3. Một số bài toán tiêu biểu

Đi qua đồ thị theo bề rộng

- Sử dụng kĩ thuật tìm kiếm theo bề rộng
  - Breadth-First Search
- Ý tưởng của tìm kiếm theo bề rộng xuất phát từ đỉnh v
  - Từ đỉnh v ta lần lượt đi thăm tất cả các đỉnh u kề đỉnh v mà u chưa được thăm.
  - Sau đó, đỉnh nào được thăm trước thì các đỉnh kề nó cũng sẽ được thăm trước.
  - Quá trình trên sẽ được tiếp tục cho tới khi ta không thể thăm đỉnh nào nữa.

Ví dụ BFS(1)



BFS(v)

```
Algorithm BFS(v)
// Tìm kiếm theo bề rộng xuất phát từ v.
Input: Đỉnh v chưa được thăm
Khởi tạo hàng đợi Q rỗng;
Đánh dấu đỉnh v đã được thăm;
Q.enqueue(v)
while Q.empty() ≠ TRUE
        w □ Q.dequeue()
        for (mỗi đỉnh u kề w)
                if ( u chưa được thăm)
                        Đánh dấu u đã được thăm;
                        Q.enqueue(u)
```

Thuật toán đi qua đồ thị G theo bề rộng

```
Algorithm BFSTraversal(G)
// Đi qua đồ thị G=(V, E) theo bề rộng
for (mỗi v ∈V)
        Đánh dấu v chưa được thăm;
for (mỗi v ∈V)
        if (v chưa được thăm)
                BFS(v);
```

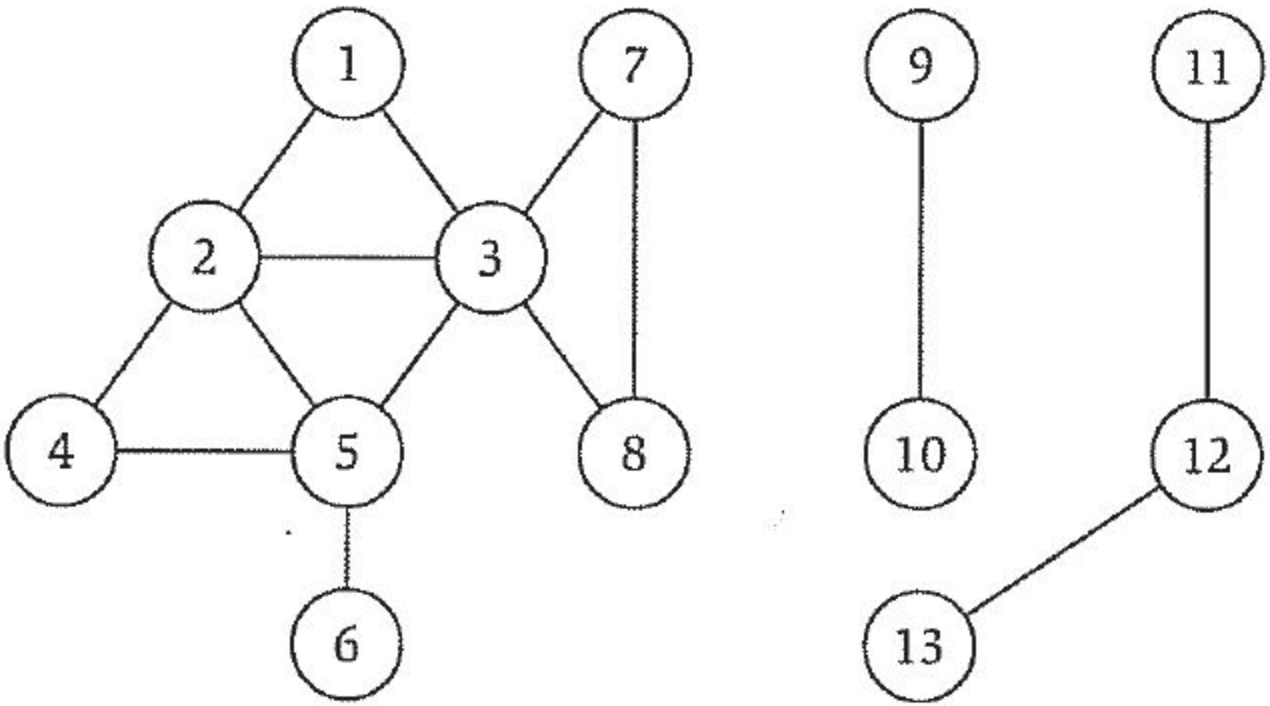
- Phân tích
- Ứng dụng
  - Vấn đề đạt tới: Giả sử v và w là hai đỉnh bất kỳ, ta muốn biết từ đỉnh v có đường đi tới đỉnh w hay không?
  - Tính liên thông và thành phần liên thông của đồ thị vô hướng

diepht@vnu

Đi qua đồ thị theo độ sâu

- Sử dụng kĩ thuật tìm kiếm theo độ sâu
  - Depth-First Search
- Ý tưởng của tìm kiếm theo độ sâu xuất phát từ đỉnh u
  - Từ đỉnh u ta đến thăm một đỉnh v kề đỉnh u. Rồi lại từ đỉnh v ta đến thăm đỉnh w kề v. Cứ thế tiếp tục chừng nào có thể được.
  - Khi đạt tới đỉnh v mà tại v ta không đi thăm tiếp được thì
    - quay lại đỉnh u và từ đỉnh u ta đi thăm đỉnh v' khác kề u (nếu có), rồi từ v' lại đi thăm tiếp đỉnh kề v',…
    - Quá trình trên sẽ tiếp diễn cho tới khi ta không thể tới thăm đỉnh nào nữa.

Ví dụ DFS(1)



DFS(v)

```
Algorithm DFS(v)
// Tìm kiếm theo độ sâu xuất phát từ v.
Input: Đỉnh v chưa được thăm
for (mỗi đỉnh u kề v)
    if ( u chưa được thăm)
        Đánh dấu u đã được thăm;
        DFS(u)
```

Thuật toán đi qua đồ thị G theo độ sâu

```
Algorithm DFSTraversal(G)
// Đi qua đồ thị G=(V, E) theo độ sâu
for (mỗi v ∈V) Đánh dấu v chưa được thăm;
for (mỗi v ∈V)
    if (v chưa được thăm)
        Thăm v và đánh dấu v đã được thăm;
        DFS(v);
```

- Phân tích
- Ứng dụng
  - Phân lớp các cung
    - Phát hiện chu trình trong đồ thị