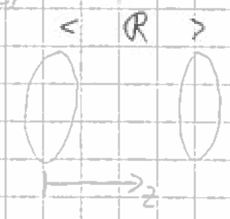
MOT - Spulen

distance of second coil



$$B(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2+z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(R^2+(z-R)^2)^{3/2}} \right)$$

$$\frac{dB}{dz} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \cdot \left(\frac{-\frac{3}{2}}{(R^2+z^2)^{5/2}} \cdot 2z - \frac{-\frac{3}{2} \cdot 2(z-R)}{(R^2+(z-R)^2)^{5/2}} \right)$$

$$\frac{dB}{dz}\left(z=\frac{R}{2}\right) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \cdot \left(\frac{-3 \cdot \frac{R}{2}}{(\frac{5}{4} R^2)^{5/2}} + \frac{3(-\frac{R}{2})}{(\frac{5}{4} R^2)^{5/2}} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 N I \cancel{R^2}}{2} \cdot \frac{3\cancel{R}}{(\frac{5}{4})^{5/2} R^{5}} \sim \boxed{\frac{I}{R^2}}$$

Siehe auch Joost Sillier Masterarbeit

Magnetfeld allgemein

Biot - Savart → Dom-Röhre:

Ganz allgemein:

Stromdichte bei $\vec r_2$

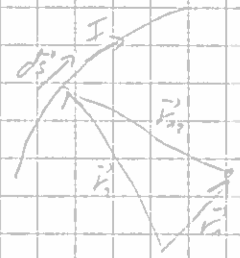
Einheitsvektor von $\vec r_2$ nach $\vec r_1$ $= \frac{\vec r_{21}}{r_{21}}$

$$\mathcal{B}(\vec r_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec j(\vec r_2) \times \vec e_{21}}{r_{12}^2}\, dV_2 \qquad (1)$$

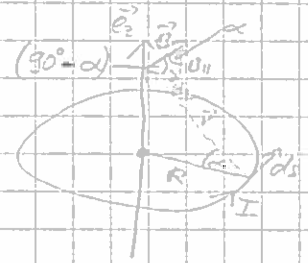
Abstand $\vec r_2$ nach $\vec r_1$ $= \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$

für dünne Leiter: $\vec j(\vec r_2)\, dV_2 = \vec j(\vec r_2) \cdot dA_2 \cdot d\vec s_2 = I \cdot d\vec s_2$

$$\mathcal{B}(\vec r_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \int \frac{d\vec s \times \vec e_{21}}{r_{12}^2} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int \frac{\vec e_{21} \times d\vec s}{r_{12}^2} \qquad (2)$$



Kreisförmige Stromschleife mit Radius R und Achsabstand z



$r_{21} = \sqrt{R^2 + z^2}$, $\vec e_{21} \times d\vec s = ds \cdot \vec n$

wobei $\vec n = \cos\alpha \cdot \vec e_z + \sin\alpha \cdot \vec e_\varrho$ in Zylinderkoordinaten

Alle $\vec e_\varrho$ - Anteile gleichen sich aus.

$$d\vec{\mathcal{B}} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{\vec e_{21} \times d\vec s}{r_{12}^2} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{ds}{r_{12}^2} \cdot \vec n$$

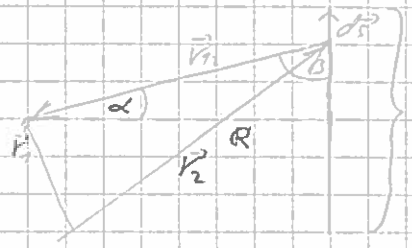
$\cos\alpha = \frac{R}{r_{21}}$

$$d\mathcal{B}_\parallel = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\cos\alpha}{r_{12}^2}\, ds = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R}{r_{12}^3}\, ds$$

$$\mathcal{B}_\parallel = \oint |d\mathcal{B}_\parallel| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R}{r_{12}^3} \cdot \oint ds = \frac{\mu_0 I R^2 \cdot 2\pi}{4\pi\, r_{12}^3} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2+z^2)^{3/2}}$$

<u>Gerades Leiterstück (vereinfacht)</u>

$$\alpha_{max} = \arctan\left(\frac{\ell}{2R}\right) = -\alpha_{min}$$

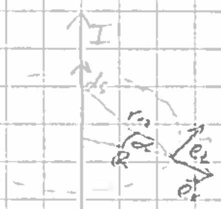


Wichtig!

$$\vec{e}_{12} \times \vec{ds} = -\underbrace{\sin\beta}_{=\cos\alpha} \cdot \underbrace{|\vec{e}_{12}|}_{=1}\,\underbrace{|\vec{ds}|}_{=ds} \cdot \vec{e}_t \quad \text{mit } -\vec{e}_t = \vec{e}_{12} \times \vec{e}_z$$

Aus (2) folgt

$$\vec{B}(\vec{r}) = +\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int \frac{\cos\alpha \, ds}{r_{12}^2}\,\vec{e}_t \qquad \left|\; \cos\alpha = \frac{R}{r_{12}}, \quad \tan\alpha = \frac{s}{R}, \quad \frac{ds}{d\alpha} = R \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}\right.$$



$$= +\frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int \frac{\cos\alpha^3}{R^2} \cdot R \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot d\alpha \cdot \vec{e}_t$$

$$= +\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \cos\alpha \, d\alpha \; \vec{e}_t$$

$$\sin(x) = \frac{\tan(x)}{\sqrt{1+\tan^2(x)}}$$

$$= +\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \Big[\sin(\alpha_{max}) \underbrace{-\sin(\alpha_{min})}_{=+\sin(\alpha_{max})}\Big]\,\vec{e}_t$$

$$= +\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\, \sin(\alpha_{max})\, \vec{e}_t \qquad \left|\; \sin(\alpha_{max}) = \sin\left(\arctan\left(\frac{\ell}{2R}\right)\right) = \frac{\frac{\ell}{2R}}{\sqrt{1+\left(\frac{\ell}{2R}\right)^2}}\right.$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot \ell}{4\pi R^2 \sqrt{1+\left(\frac{\ell}{2R}\right)^2}}\, \vec{e}_t$$

→ <u>Vereinfachung</u> sind nicht nützlich für allgemeine Berechnung

↳ nutze allgemeine Version auf nächster Seite

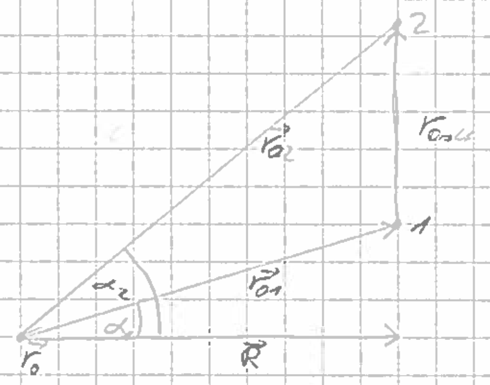
KEYSIGHT TECHNOLOGIES

DSK 11 00 (02/14)

Gerades Leiterstück allgemein:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\alpha \cdot d\alpha \; \vec{e}_t$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left[\sin(\alpha_2) - \sin(\alpha_1) \right] \vec{e}_t$$



$$\cos(\alpha_1) = \frac{|\vec{r}_{01} \times \vec{r}_{Draht}|}{|\vec{r}_{01}| \cdot |\vec{r}_{Draht}|}$$

$$\vec{r}_{01} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0$$

$$\vec{r}_{02} = \vec{r}_2 - \vec{r}_0$$

$$\vec{r}_{Draht} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{e}_R = \vec{r}_{Draht} \times (\vec{r}_{01} \times \vec{r}_{Draht})$$

Achtung $\vec{e}_R$ geht von $\vec{r}_0$ zum Draht

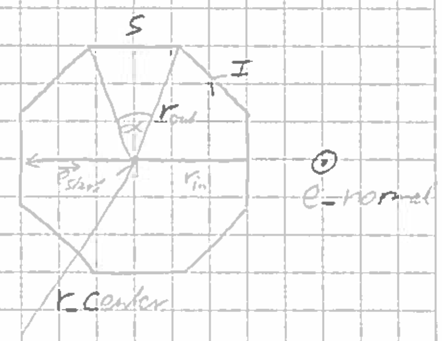
$\vec{e}_{in}$ geht vom Draht zu $\vec{r}_0$

Funktionen für regelmäßige Polygone:

$$r_{out} = \frac{S}{2 \cdot \sin\left(\frac{180}{N}\right)}$$

$$r_{out} = \frac{r_{in}}{\cos\left(\frac{180}{N}\right)}$$

$$\vec{e}_{start\_corner} = r_{out} \cdot \underline{Rot}\left(\vec{V}, \alpha/2\right) \cdot \vec{e}_{start\_side}$$



N: Anz. d. Ecken

r_{in} : Innerer Radius

r_{out} : Äußerer Radius

S : Seitenlänge

$\vec{r}_{center}$: Vektor zum Polygonmittelpunkt

$\vec{e}_{normal}$: Normalenvektor der Schleifenebene, pos. Strom fließt gemäß rechter Handregel

$\vec{e}_{start,side}$ Vektor der „Startkante"

$\vec{e}_{start,corner}$ "Startecke"