УДК 314.15.926

Устойчивые режимы динамических систем с импульсными воздействиями¹

Л. И. Ивановский*, С. С. Сидоров**

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль 150003. E-mail: E-mail: leon19unknown@gmail.com

Аннотация. Рассматривается математическая модель системы из трех связанных, сингулярно возмущенных осцилляторов с запаздыванием. Для нее изучаются вопросы существования, устойчивости и асимптотического представления периодических решений на основании бифуркационного анализа специального двумерного отображения в зависимости от различных значений начальных параметров, а также краевых условий. Особое внимание уделяется числу сосуществующих устойчивых режимов. Данная работа состоит двух частей. Первая часть посвящена постановке задачи. В ней большое внимание уделяется математической модели и необходимым теоретическим выкладкам, подводящим к асимптотическому исследованию специального двумерного отображения. Здесь также рассказывается об особенностях численного исследования. Во второй части представлены результаты численного исследования. Здесь рассмотрены основные перестройки, происходящие в фазовом пространстве специального двумерного отображения на основе теории бифуркаций.

Ключевые слова: устойчивые режимы, фазовые перестройки, осцилляторы.

1. Постановка задачи

Журнал «Динамические системы» является научным периодическим изданием и предназначен для научных работников, преподавателей вузов, аспирантов и студентов. Для публикации принимаются оригинальные исследовательские и обзорные статьи, касающиеся теории и моделирования динамических процессов и явлений (в широком понимании этих терминов), а также смежных разделов математики. Рукописи статей принимаются редакцией журнала к рассмотрению при условии, что они не были ранее опубликованы и не представлены к публикации в иные издания. Все рукописи рецензируются.

Публикуются статьи на русском, украинском и английском языках. Объем статьи — от 4 до 20 страниц настоящего формата. На первой странице помещается аннотация (реферат) на языке статьи. К статье также прилагаются рефераты (объемом от 50 до 100 слов) на русском и английском языке, а также шифры УДК и Mathematics Subject Classification (MSC 2010): http://www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html.

Статья должна содержать ясную постановку рассматриваемой проблемы, полное обоснование всех новых утверждений и четкие указания на достоинства работы в сравнении с другими известными результатами. Желательно структурировать текст статьи, разделяя ее на логические части: введение, основное содержание и заключительные выводы. Ссылки на неопубликованные результаты, кроме диссертаций, не рекомендуются.

Редакция журнала предполагает, что авторы придерживаются общепринятых этических норм: статьи, предлагаемые для публикации в журнале «Динамические системы», нигде ранее не публиковались и не представлены для публикации в другие издания.

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-21-00158)

Журнал издается при помощи издательской системы \LaTeX 2 ε (http://www.latex-project.org/). При подготовке рукописи следует придерживаться рекомендаций, изложенных в следующем разделе.

Необходимо использовать последнюю версию стилевого файла, который можно загрузить с веб-сайта журнала: http://dynsys.crimea.edu/

Журнал индексируется в Zentralblatt MATH (http://www.zentralblatt-math.org/zmath/en/), ВИНИТИ (http://www.viniti.ru/) и РИНЦ.

Автор опубликованной статьи, с которым ведется переписка, получает один экземпляр журнала и электронную копию статьи в формате PDF. Дополнительные экземпляры журнала можно заказать в редакции.

К рукописи в виде отдельного файла в формате .doc прилагаются сведения об авторе(ах): 1) Ф.И.О. 2) Место работы (учебы), должность. 3) Уч. степень, звание (если имеются). 4) Служебный адрес. 5) Адрес для переписки (если отличается от служебного). 6) Телефон (обязательно). 7) Адрес электронной почты (обязательно).

Электронная копия исходного тех-файла ivanov.tex (названного латинскими буквами путем транслитерации фамилии первого автора статьи), итоговый ivanov.pdf, графические файлы (в формате EPS), стилевой файл stylefile.cls (если отличается от стандартных теховских стилей, например стилевой файл нашего журнала) и файл ivanov.doc, содержащий сведения для авторов, упаковываются в архив ivanov.zip (или ivanov.rar) и отсылаются электронной почтой в редакцию журнала по адресу dynsys2011@yandex.ua.

Все рукописи направляются на рецензирование анонимным экспертам.

В текст статьи могут вноситься незначительные редакционные изменения без согласования с авторами.

Автор, с которым ведется переписка, получает электронную копию готового макета статьи (корректуру) в формате PDF, которая должна быть возвращена в течение 24 часов. Корректура предоставляется для исправления возможных опечаток. Значительные изменения в тексте корректуры не допускаются.

2. Подготовка электронной рукописи

2.1. Основные ТрХнические рекомендации

Для подготовки статьи используется издательская система \LaTeX специальный стилевой файл, который можно загрузить с сайта журнала (http://dynsys.crimea.edu/).

Настоящий файл (dynsys.tex) используется как шаблон для оформления первой страницы статьи и списка цитированных источников в соответствии с унифицированными требованиями.

Внимательно прочитайте этот текст, комментарии в тех-файле образца и просмотрите сам тех-файл перед окончательным форматированием рукописи своей статьи. Желательно, чтобы статья имела четное число страниц (от 4 до 20). В исключительных случаях, по согласованию с редакцией, может быть опубликована статья большего объема.

Для подготовки исходного тех-файла в среде Windows рекомендуется использовать специализированный текстовый редактор, а для компиляции и просмотра — пакет MiKT_EX.

Стилейвой файл подключает такие стилевые пакеты (packages): amsmath, amscd, amsfonts, amsthm, euscript, fancyhdr, graphicx, float, subfigure, multicol. Эти пакеты дают возможность набрать математический текст любой сложности.

Предусмотрены следующие окружения: definition (Определение), problem (Задача), proposition (Предложение), theorem (Теорема), lemma (Лемма), corollary (Следствие), statement (Утверждение), algorithm (Алгоритм), remark (Замечание), example (Пример).

Использование самодельных окружений и макрокоманд не допускается!

2.2. Структура документа

При подготовке тех-файла статьи следует соблюдать определенную структуру документа, описанную далее в деталях.

2.2.1. Преамбула

Тех-файл статьи начинается командами

```
\documentclass{dynsysYYYYMMDD}
\usepackage[cp1251]{inputenc}
\usepackage[T2A]{fontenc}
\usepackage[english,ukrainian,russian]{babel}
```

Первая команда подключает стилевой файл dynsysYYYMMDD.cls, который должен находиться в том же каталоге, что и тех-файл статьи (здесь «YYYMMDD» — дата обновления файла, что отражено в его названии). Далее следуют команды задания кодировки² текста и шрифта, а также пакета локализации babel. Следующими командами задаются данные, размещаемые на первой странице, в колонтитулах и на последней странице статьи (например, дата поступления статьи в редакцию). Для указания содержимого колонтитулов используется команда \topmatter. У этой команды два обязательных параметра: имя автора(ов) и сокращенное название статьи (не более 56 символов, включая пробелы). Колонтитулы данного шаблона определяются командой

\topmatter{И.\,И\,ИВАНОВ, С.\,С.\,СИДОРОВ}{СОКРАЩЕННОЕ НАЗВАНИЕ СТАТЬИ}

Обратите внимание на разделители между инициалами и фамилией автора: такой формат записи инициалов должен использоваться везде в тексте статьи.

Следующая команда задает шифр(ы) универсальной десятичной классификации (УДК).

```
\udc{314.15.926}
```

Для статей на английском языке необходимо также в преамбуле поставить команду, задающую шифр(ы) классификации MSC 2010.

```
\mbox{msc}{31A41, 59B26}
```

²В связи с определенными техническими ограничениями, использование кодировки ср1251 является обязательным.

Эти данные будут использованы при формировании реферата на английском языке в конце выпуска.

Заголовок статьи задается при помощи команды \title:

```
\title{Haзвaниe статьи}
```

Если вы хотите выразить свою благодарность за поддержку проведенного исследования, задайте команду \thanks:

```
\thanks{Paбота выполнена при поддержке...}
```

Текст будет напечатан в сноске на первой странице статьи.

Команда \author задает информацию об авторе(ах) статьи. У команды два обязательных параметра: имя автора(ов) и адрес(а) (адрес учреждения, электронная почта, etc.).

```
\author{U.\,N.\,Иванов${}^{*}$, C.\,C.\,Сидоров${}^{**}$} {${}^{**}$Крымский федеральный университет им. В.\,И.\,Вернадского,\\
Симферополь 295007. \textit{E-mail: ivan@gmail.com}\\
${}^{**}$Ярославский государственный университет им. П.\,Г.\,Демидова,\\
Ярославль 150003. \textit{E-mail:. \textit{E-mail: sidor@uniyar.ac.ru}}
```

Обратите внимание, что в адресе указывается только город и почтовый индекс, а также страна, если это не РОССИЯ. Электронная почта набирается курсивом.

Сноски-звездочки не нужны, если автор только один или все авторы из одной организации.

Последняя команда преамбулы — команда \date, задающая дату получения статьи редакцией (следует указать дату отправки электронной копии рукописи по электронной почте). Дата задается в формате дд.мм.гггг.

Необязательная команда singlenumbering позволяет задать «сквозную» нумерацию формул. По-умолчанию, номер формулы имеет вид (S.E), где S — номер раздела, E — номер формулы. Эту команду следует задавать в преамбуле статьи, до основного текста.

Ссылки на номера формул следует давать командой \eqref.

2.2.2. Основной текст

Текст статьи открывается командами:

```
\begin{document}
\begin{article}
```

Специальное окружение article должно охватывать весь текст статьи внутри окружения document. Окружение article формирует первую страницу статьи и управляет выбором языка. Текст, помещаемый на первую страницу статьи, определяется командами из преамбулы, описанными выше. Последовательность команд в преамбуле не влияет на вид первой страницы, однако рекомендуется следовать приведенному здесь порядку.

Если статья написана на украинском или английском языке, необходимо ввести соответствующий параметр ukr или eng, например:

```
\begin{article}[eng]
```

Статья предваряется аннотацией на языке статьи объемом от 50 до 100 слов. Далее следует указать ключевые слова. Для задания текста аннотации и ключевых слов используйте команду

```
\abstracts{Teкcт аннотации...}{Ключевые слова...}
```

Обратите внимание на использование фигурных скобок для отделения аннотации от ключевых слов.

Тех-файл рукописи заканчивается командами

```
\end{article}
\end{document}
```

2.2.3. Список литературных ссылок

Для оформления списка литературных ссылок используется окружение references:

```
\begin{references}
\refitem{avtor1-avtor2}{Автор1\,И.\,О., Автор2\,И.\,О.}
Название статьи~// Название журн.~--- Год.~--- Т.~1, №1.~--- С.~1--10.
\refitem{avtor}{Автор\,И.\,О.} Название книги.~--- Город: Изд-во,
год.~--- 100~с.
\end{references}
```

Внутри окружения references команда \refitem задает цитируемый источник. Первый параметр задает метку, по которой на источник можно сослаться в тексте статьи при помощи команды \cite. Удобно в качестве этого параметра использовать фамилию автора цитируемого источника. Второй аргумент задает имя автора(ов). Далее, до следующей команды \refitem помещается библиографическое описание цитируемого источника, которое должно соответствовать действующему стандарту.

Список ссылок следует располагать **в алфавитном** порядке (сначала кириллица, а следом — латинница).

Каждое библиографическое описание на кириллице должно сопровождаться вариантом на английском языке. Это описание помещается в тех-файле сразу за описанием на кириллице и отделяетяс от него пустой строкой.

Разметка библиографического описания на английском языке производится по правилам издательства ELSEVIER. Elsevier's Guide for Authors достаточно объемный. Для удобства приводим необходимую информацию прямо здесь:

List: references should be arranged first alphabetically and then further sorted chronologically if necessary. More than one reference from the same author(s) in the same year must be identified by the letters 'a', 'b', 'c', etc., placed after the year of publication.

Examples: Reference to a journal publication: Van der Geer, J., Hanraads, J. A. J., & Lupton, R. A. (2010). The art of writing a scientific article. Journal of Scientific Communications, 163, 51–59. (Замечание. Принято указывать только номер тома и страницы. Номер внутри тома можно указать в круглых скобках после номера тома).

Reference to a book: Strunk, W., Jr., & White, E. B. (2000). The elements of style. (4th ed.). New York: Longman, (Chapter 4).

Reference to a chapter in an edited book: Mettam, G. R., & Adams, L. B. (2009). How to prepare an electronic version of your article. In B. S. Jones, & R. Z. Smith (Eds.), Introduction to the electronic age (pp. 281–304). New York: E-Publishing Inc.

Reference to a website: Cancer Research UK. Cancer statistics reports for the UK. (2003). http://www.cancerresearchuk.org/aboutcancer/statistics/cancerstatsreport/Accessed 13.03.03.

Для создания правильного описания источника на английском языке мы рекомендуем использовать международные реферативные базы (журналы) Mathematical Reviews или Zentralblatt MATH. Это очень удобно, если оригинал цитируемого источника опубликован на русском языке. Если в упомянутых реферативных базах источник не обнаружен, то следует выполнить адекватный перевод бибописания на английский язык самостоятельно (при написании имен собственных используйте общепринятую транслитерацию). После названия источника следует добавить указание на язык оригинальной работы, например, (in Russian). Многие русскоязычные математические журналы переводятся на английский. В этом случае следует давать бибописание перевода. Если цитируется переводная монография, то следует давать ссылку на издание, с которого сделан перевод.

2.2.4. Дополнительные рефераты

Помимо аннотации на языке статьи, помещаемой на первой странице, в журнале помещаются рефераты статьи на русском, и английском языках. Тексты дополнительных рефератов размещаются в самом конце тех-файла рукописи, после списка литературы, с помощью специальных команд.

Для задания текста реферата и ключевых слов на русском языке используется команда \ruabstracts:

```
\ruabstracts{И.\,И.\,Иванов, С.\,С.\,Сидоров}
{Название статьи}
{Текст реферата...}
{Ключевые слова...}
```

Реферат и ключевые слова на английском языке вводятся при помощи команды \enabstracts:

Первым параметром этой команды задаются шифры Mathematics Subject Classification (MSC 2010).

Обратите внимание! Вам необходимо задать дополнительный реферат только на одном языке — реферат на языке статьи будет сгенерирован автоматически. Т.о., для статей на русском нужно задать дополнительный реферат на английском, а для статей на английском — на русском. Для статей на английском также требуется, чтобы были заданы шифры MSC с помощью команды \msc в преамбуле. К статьям на украинском языке следует добавлять два дополнительных реферата (на русском и на английском).

П

Для просмотра получившихся рефератов необходимо после команд, формирующих рефераты, вставить команды

\listofruabstracts \listofenabstracts

сразу перед закрытием окружения **article**. Рефераты появятся на последней странице статьи.

Примечание. Команды просмотра рефератов необходимо отключить (закомментировать), чтобы увидеть реальный объем статьи — при компиляции он появляется в верхнем колонтитуле на первой странице.

Использование формул в тексте рефератов не допускается. Рефераты на всех языках должны иметь примерно равный объем.

2.3. Оформление определений, теорем и т.д.

Для формулировок определений, лемм, теорем, следствий и т.д. должны использоваться стандартные окружения (definition, lemma, theorem, corollary и т.д.).

Предложение 1. Гипотеза первая.

Предложение 2. Гипотеза вторая.

Текст. Т

$$A + B = B + A. (1)$$

Текст. Т

Обратите внимание, что окружение equation не должно отделяться в тех-файле пустыми строками от окружающего текста. Эта очень распространенная ошибка вызывает появление лишних вертикальных пробелов и абзацных отступов. По той же причине для многострочной формулы следует использовать только специально предназначенные для этого средства IATFX (multline, split и т.п.)

Следует также различать дефис и тире. ДЕФИС используется как знак переноса и разделитель в составных словах (мать-и-мачеха), а ТИРЕ разделяет части предложения и набирается в IATEX как три дефиса подряд (—, «длинное» тире).

LATEX переносит слова самостоятельно. Если компилятор не может перенести слово и оно вылезает на правое поле, то следует подсказать, в каких местах можно разорвать слово, вставляя команду необязательного переноса (\-).

Лемма 1 ([?, с. 3]). Формулировка леммы.

Доказательство. Изложение доказательства леммы.

Замечание 1. Текст замечания.

Теорема 1. Формулировка теоремы.

Сначала напомним некоторые известные результаты...

ISSN 0203-3755 Динамические системы, 201?, том ?(3?), $N_{\underline{0}}$?

 \Box

Доказательство теоремы ??. Изложение доказательства теоремы ??.

Пример 1. Текст примера.

Всем окружениям автоматически присваивается порядковый номер и он же появляется в тексте. В случае, когда определение, теорема или лемма в статье в единственном экземпляре, то нумерация не нужна и используются окружения со зведочкой: theorem*, lemma*, и т.д.

Обратите внимание, что окружения типа «теорема» и окружение **proof** имеют необязательные параметры, позволяющие вставлять ссылки. Можно использовать эти параметры для оптимизации структуры статьи.

2.4. Фигуры и таблицы

2.4.1. Графический материал

При подготовке графических файлов мы просим вас для **всех** рисунков использовать формат EPS, даже если рисунок не векторный, а растровый; каждый файл должен содержать один рисунок. Таким образом, вы и редакция будете избавлены от проблем с различными графическими форматами и неожиданностями в работе разных версий Т_FX-а с рисунками.

Для получения файла в формате EPS на основе имеющегося файла в одном из растровых форматов (ВМР, РСХ, GIF, JPEG, PNG, TIF, и т.д.) рекомендуем вам воспользоваться специальной программой, размещенной на сайте журнала (http://dynsys.crimea.edu/eps/), либо программой для работы с векторной графикой Inkscape (http://www.inkscape.org/).

По возможности, следует использовать векторные рисунки, т.к. качество печати при этом значительно выше, чем для растровых (при, как правило, меньшем объеме файла). Если вы получаете рисунок на основе расчетов в какой-либо математической среде, постарайтесь сохранить его в векторном формате (желательно сразу в EPS) средствами самой среды. Рекомендации для конкретных математических пакетов, возможно, будут в дальнейшем размещены на нашем сайте.

Графические файлы должны быть названы таким образом, чтобы было понятно, к какой статье они принадлежат и каким по порядку рисунком статьи они являются.

Если возникают проблемы с размещением рисунков, рекомендуется использовать окружения figure и table с параметром [H], который заставляет внедрять объект именно в то место, где стоит команда (см. примеры ниже).

Рис. 1. Подпись к рисунку

Рис. ?? иллюстрирует пример размещения рисунков (формат EPS) в тексте.

2.4.2. Таблицы

Табл. ?? иллюстрирует пример размещения таблиц в тексте.

Поставшик	Город	Цена	ν_1	ν_2	ν_3
Шрея Корп.	Москва	24.51	0.2	0.16	0.71
Натур Продукт	Симферополь	25.80	0.2	0.50	0.60
Эко-Хим	Иркутск	26.37	0.2	0.50	0.55
Фарос	СПетербург	26.52	0.2	0.10	0.54
Балтимор	Ялта	27.95	0.2	0.60	0.42
Роста	Алушта	28.27	0.2	0.70	0.39
Катрен	Урюпинск	29.77	0.2	0.60	0.26

Таблица 1. Подпись к таблице

2.5. Важные мелочи

При работе с рисунками (и таблицами) часто возникают непредвиденные ситуации, т.к., обычно, рисунки размещаются ТЕХ-ом не там, где они встретились в тексте статьи. Проще всего, на наш взгляд, использовать пакет float, который расширяет возможности окружения figure так, что можно указать ТЕХ-у, что рисунок нужно разместить «именно здесь». Для этого подключите пакет float и в опциях окружения figure укажите ключ Н (большая латинская буква h).

Если вы планируете разместить несколько рисунков (или таблиц) на отдельной странице, укажите в опциях соответствующих окружений параметр р. Если этого не сделать, может возникнуть ситуация, когда на странице достаточно места для двух рисунков, но в сами рисунки оказываются на разных страницах. Дело в том, что для обычных страниц (не выделенных специально для иллюстраций) существуют ограничения по площади, которую могут в сумме занять рисунки³. Если предел превышается, ТЕХ размещает «лишний» рисунок на следующей странице.

При указанни параметра p этого не происходит, т.к. рисунки размещаются на отдельной странице, и на нее эти ограничения не действуют. Важно помнить, что этот параметр следует задать для scex рисунков, которые должны быть на отдельной странице.

2.6. Рисунки в ряд

Иногда желательно (для экономии места или из эстетических соображений) разместить несколько рисунков в ряд, используя всю ширину страницы. Как правило, один рисунок занимает всю ширину страницы, и следующий за ним печатается ниже. Для того, чтобы разместить рисунки в ряд можно использовать следующий прием: подключите пакет subfigure и воспользуйтесь окружением figure как обычно, но отдельные рисунки в нем задайте при помощи команды \subfigure. Например, следующая иллюстрация была получена троекратным повторением этой команды:

 $^{^{3}}$ по-умолчанию — около 50%.

Рис. 2. Трое из ларца

По команде \label можно ссылаться на получившийся рисунок, как на единое целое. При использовании команды \subfigure вся конструкция нумеруется как рисунок, а для отдельных под-рисунков можно (но не обязательно) задавать свои подписи. Перед текстом подписи автоматически ставится латинская буква в круглых скобках. При желании можно переопределить команду \thesubfigure для получения другой нумерации под-рисунков.

Что делать, если хочется разместить несколько рисунков подряд, но ссылаться на них нужно по-отдельности? Можно использовать пакет multicol для временного переключения в режим набора в несколько колонок — тогда иллюстрации будут напечатаны в ряд, но получат независимые номера и на них можно будет ссылаться как и обычно.

Следующие два рисунка получены при помощи окружения multicols:

Рис. 3. Первый

Рис. 4. Второй

При использовании figure внутри окружения multicols обязательно указывать параметр Н. В противном случае рисунки напечатаны не будут!4

2.7. Просмотр рисунков

Для просмотра dvi-файлов с рисунками необходимо, чтобы на компьютере был установлен интерпретатор GhostScript не ниже 6.0 версии.

Список цитируемых источников

- 1. Автор 1 И. О., Автор 2 И. О. Название статьи // Название журн. Год. Т. 1, №1. С. 1–10.
- 2. *Автор И. О.* Название книги. Город: Изд-во, год. 100 с. 3. *Автор И. О.* Название книги. Т. 1: Название: Пер. с англ. Город: Изд-во, год. 100 с.
- 4. Автор 1 И. О., Автор 2 И. О. Название статьи // Название сб. / Под ред. И. О. Редактор 1, И. О. Редактор2. — Город: Изд-во, год. — С. 10–20.
- 5. $Asmop\ \mathit{M}.\ O.$ Название статьи // Название сб.: Тр. Междунар. конф. Город: Изд-во, год. T. 1, $N_{\underline{0}}1$. — C. 1–10.
- 6. Автор И.О. Название препринта. Город, год. (Препринт / Изд-во; №1).
- 7. Автор И. О. Название депонированной научной работы / Ин-т. Город, год. Деп. в ВИ-НИТИ 01.02.06, № 1234.
- 8. Автор И. О. Название диссертации: Дис... канд. физ.-мат. наук: 05.13.16. Город, год.
- 9. Автор И. О. Название публикации [Электронный ресурс]: Электрон. журн. Город: Изд-во, год. — 1 электрон. диск (CD-ROM).
- 10. LaTeX Project Page. http://www.latex-project.org/.
- 11. MiKTeX Project Page. http://www.miktex.org/.

Реферат на русском языке (для статей на русском создается автоматически) Реферат на английском языке (для статей на английском создается автоматически)

Получена 25.10.2016г

⁴Т_ЕХ выдает по этом поводу предупрежение, но его лекго проглядеть.