Аннотация к дипломной работе
«Фазовые перестройки одной двумерной динамической системы с импульсным воздействием»

Автор: студент группы ИВТ-51СО Ивановский Леонид Игоревич
Научный руководитель: д. ф.-м.н., профессор Глызин Сергей Дмитриевич

Объем 54 с., 6 гл., 19 рис., 3 табл., 15 источников

Постановка задачи

Рассматривается цепочка сингулярно возмущенных осцилляторов с запаздыванием, моделирующая слабое электрическое взаимодействие нейронов

$$\dot{u_j} = d(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) + \lambda(-1 + \alpha f(u_j(t-1)) - \beta g(u_j))u_j,\ j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где $m \geqslant 2,\ u_j = u_j(t) > 0,\ \lambda >> 1,\ \beta > 0,\ \alpha > 1 + \beta$, а гладкие функции $f(u),\ g(u)$, принадлежащие классу $C^2(\mathbb{R}_+)$, где $\mathbb{R}_+ = \{u \in \mathbb{R} : u \geqslant 0\}$ удовлетворяют условиям $0 < \beta g(u) < \alpha,\ f(0) = g(0) = 1,\ \forall u \in \mathbb{R}_+,\ f(u), g(u), uf'(u), ug'(u), u^2 f''(u), u^2 g''(u) = O(1/u)$ при $u \to +\infty$.

В статьях Глызина С.Д., Колесова А.Ю., Розова Н.Х. «Релаксационные автоколебания в нейронных системах I—III» было выполнено сведение системы (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с импульсными воздействиями

$$\dot{y_j} = d[\exp y_{j+1} + \exp(-y_j) - \exp y_j - \exp(-y_{j-1})], \quad (2)$$

$$y_j(+0) = \frac{\alpha - 1}{\alpha - \beta - 1} y_j(-0), \quad y_j(1+0) = y_j(1-0) - \frac{\alpha}{\alpha - 1} y_j(+0),$$

$$y_j(\alpha+0) = (1+\beta) y_j(\alpha - 0), \quad y_j(\alpha+1+0) = y_j(\alpha+1-0) - \frac{\alpha}{1+\beta} y_j(\alpha+0),$$

$$y_0 = y_m = 0, \quad j = \overline{1, m-1},$$

где функции $y_j = y_j(t)$ характеризуют фазовые сдвиги между компонентами системы (1).

Далее было введено в рассмотрение специальное модельное отображение

$$\Phi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{m-1} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ \vdots \\ y_{m-1}(T_0) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $y_1(-0) = z_1,\ \dots\ ,\ y_{m-1}(-0) = z_{m-1}$, а $(y_1(T_0), \dots, y_{m-1}(T_0))^T$ — решение системы (2). Величина $T_0 = \alpha+1+(\beta+1)/(\alpha-\beta-1)$ определяет первое приближение устойчивого цикла одиночного осциллятора системы (1). Также для введенного отображения была сформулирована теорема о соответствии релаксационных циклов и неподвижных точек модельного отображения.

В работе исследовались состояния равновесия отображения (3). Однако изучить их в полной мере, с использованием одного лишь аналитического аппарата достаточно затруднительно. Исходя из поставленной задачи, возникла необходимость создания приложения, позволяющего провести необходимое исследование с помощью численных методов.

Основные результаты

В результате выполнения дипломной работы, был разработан программный комплекс, состоящий из вычислительного модуля, осуществляющего идентификацию устойчивых состояний модельного отображения, графической утилиты для визуализации полученных результатов, и вспомогательных скриптов, осуществляющих считывание начальных параметров задачи. Программно были реализованы алгоритмы синтаксического анализа входных данных, вычисления последовательных итераций фазовой системы для связанных сингулярно возмущенных осцилляторов, генерации набора начальных точек для расчетов, поиска неподвижной точки модельного отображения, сравнения устойчивых состояний, удаление дубликатов режимов, а также построения фазовых портретов.

Разработка осуществлялась на нескольких языках программирования с использованием дополнительных библиотек для визуализации числовых данных. В процессе реализации вычислительных алгоритмов активно применялись технологии параллельных вычислений NVIDIA CUDA и стандарта распараллеливания OpenMP, благодаря чему удалось достичь высокой производительности итогового программного продукта.

С помощью разработанного приложения проведено изучение отображения (3). Во время исследования модельного отображения изучались вопросы существования дополнительных устойчивых неподвижных точек для задач разных размерностей, а также рассматривались основные перестройки, происходящие в фазовом пространстве. Особое внимание уделялось одномерному, двумерному и трехмерному случаям отображения (3).

В результате численного исследования, при различных значениях начальных параметров были найдены различные устойчивые состояния для динамической системы, описывающей релаксационные колебания. Также были установлены множества значений параметров отображения (3), при которых возможно сосуществование бо́льшего числа устойчивых неподвижных точек, чем было получено ранее асимптотическими методами.