

2-3 控制系统的结构图与信号流图

结构图 信号流图

两者都是描述系统各元部件之间信号传递关系的数学图形，它们表示了系统各变量之间的因果关系以及对各变量所进行的运算，是控制理论中描述复杂系统的一种简便方法。

- 信号流图比结构图符号简单，便于绘制和应用。
- 结构图可应用于线性系统、非线性系统；而信号流图只适用于线性系统。

1. 系统结构图的组成和绘制

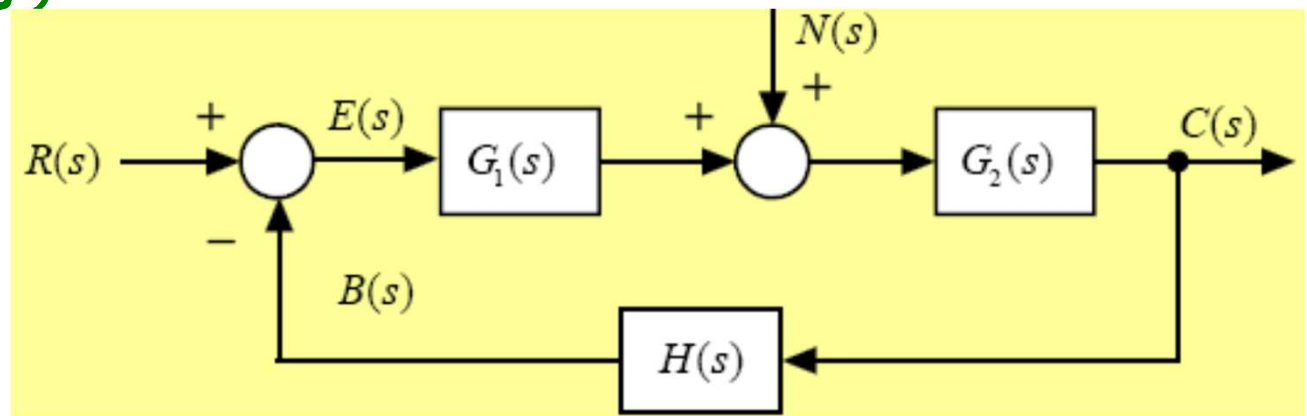
控制系统的结构图是由许多对信号进行单向运算的方框和一些信号流向线组成，它包含四种基本单元：

- 信号线

- 引出点（或测量点）

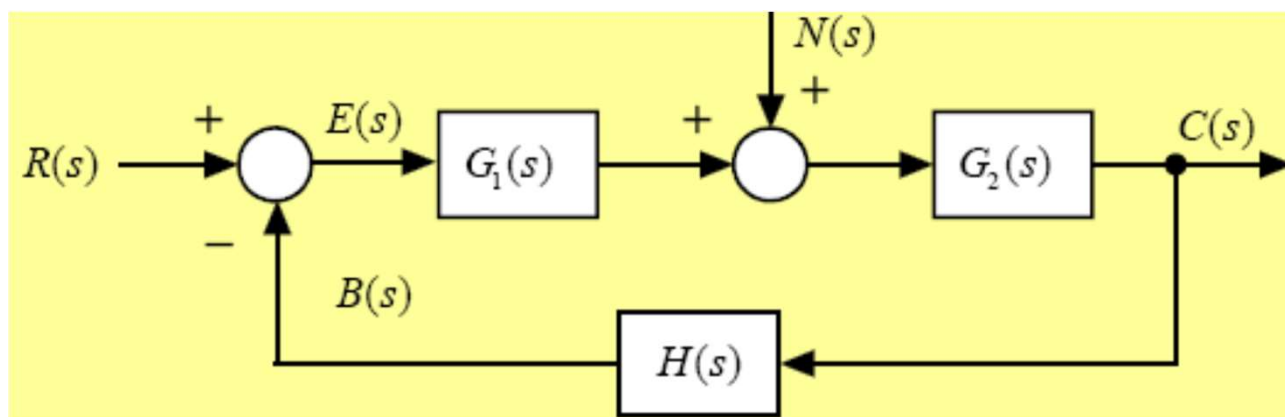
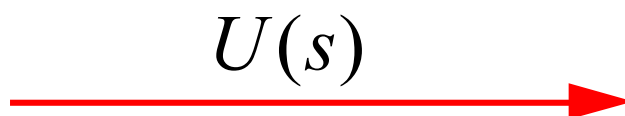
- 比较点（或综合点）

- 方框（或环节）



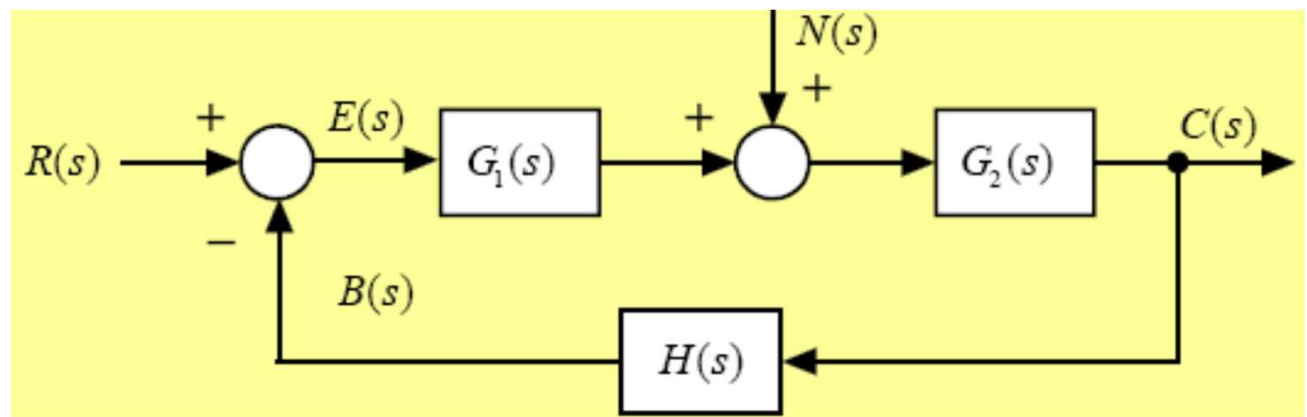
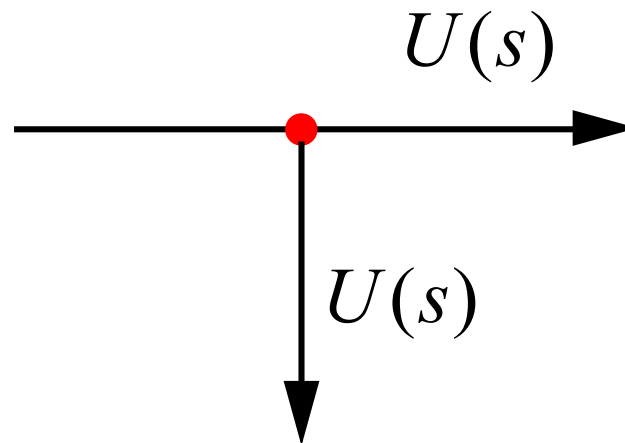
信号线

信号线是**带有箭头的直线**，箭头表示信号的流向，在直线旁标记信号**函数**。



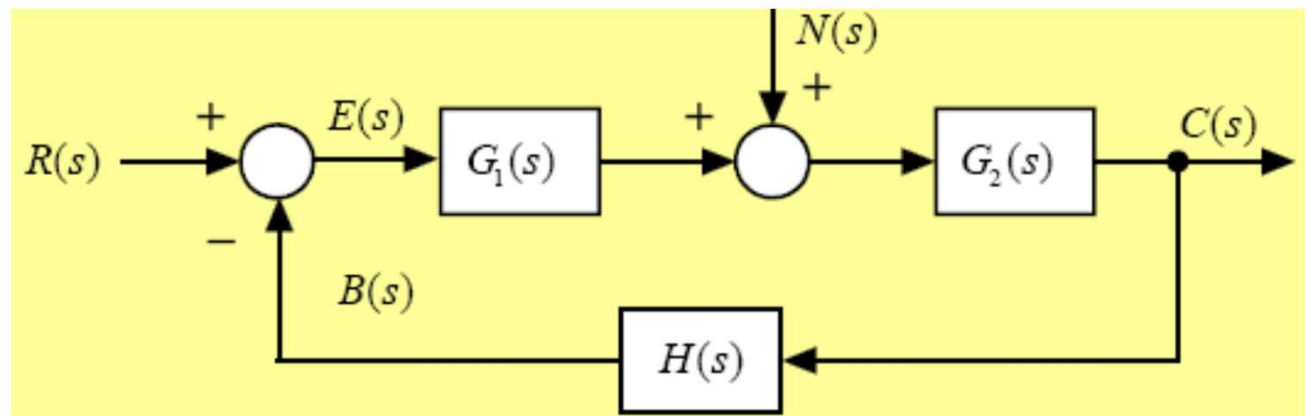
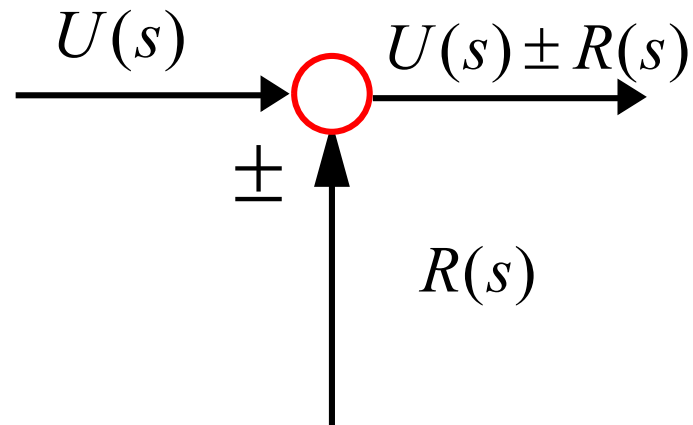
引出点（或测量点）

引出点表示信号引出或测量的位置。从同一位置引出的信号在数值和性质方面完全相同。



比较点（或综合点）

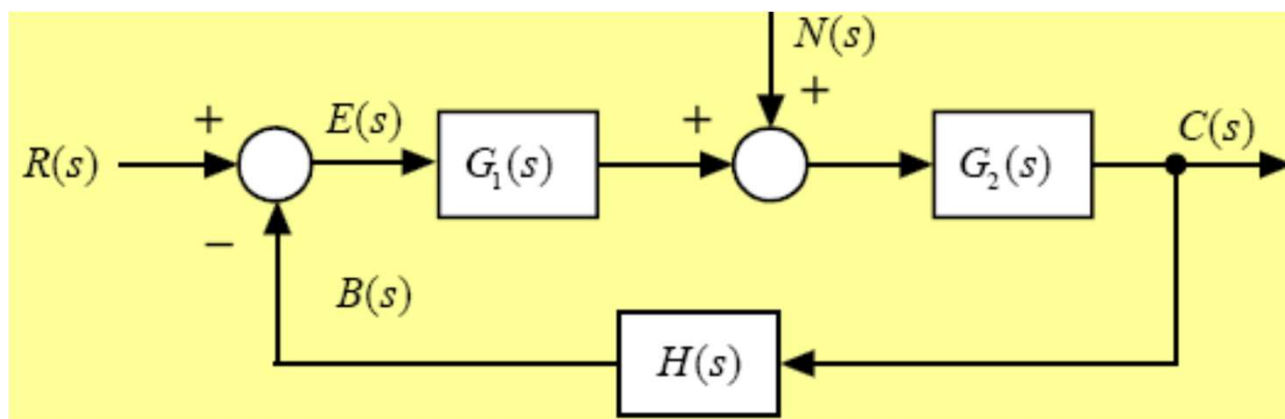
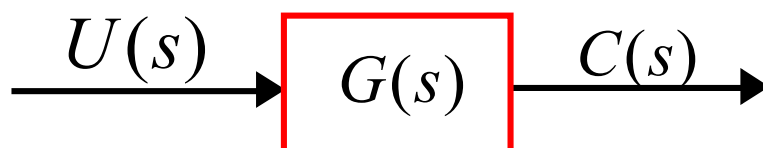
比较点表示对两个以上的**信号进行加减运算**，“+”号表示相加，“-”号表示相减，“+”号可省略不写。



方框（或环节）

方框表示对信号进行的数学变换，方框中写入元部件或系统的传递函数。显然，方框的输出变量等于方框的输入变量与传递函数的乘积，即

$$C(s) = G(s)U(s)$$

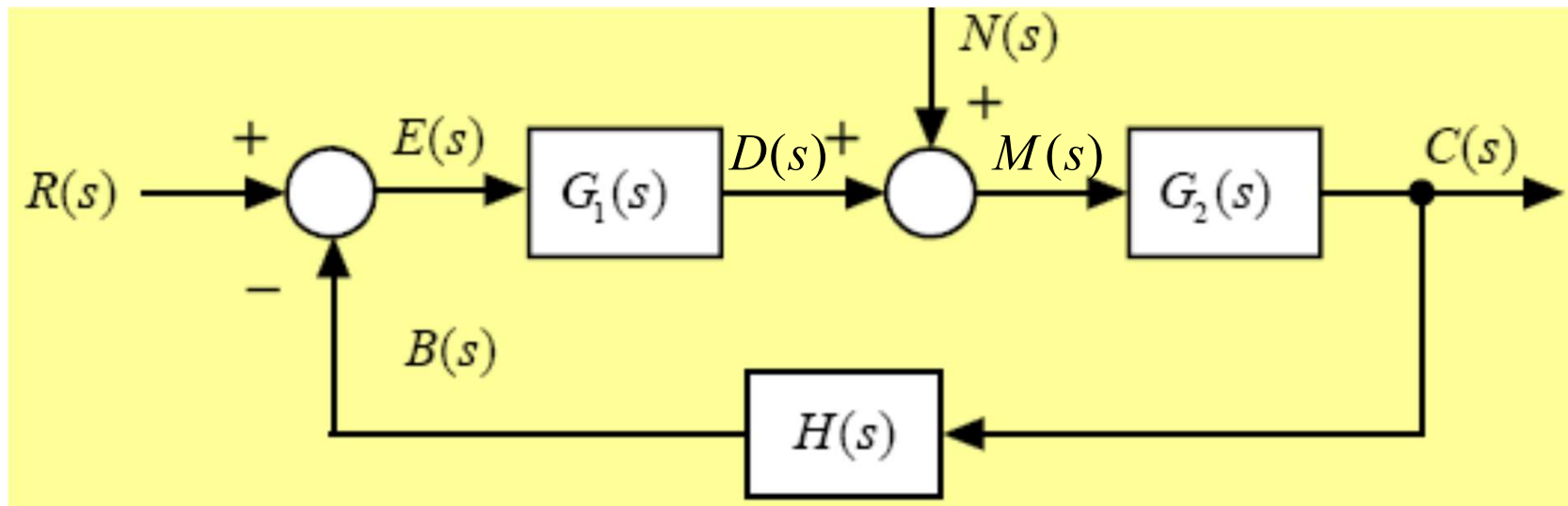


系统**结构图**实质上是系统**原理图**与**数学方程**两者的结合，既补充了原理图所缺少的定量描述，又避免了纯数学的抽象运算。

- 从结构图上可以用方框进行**数学运算**；
- 也可以直观了解各元部件的**相互关系**及其在系统中所起的**作用**；
- 更重要的是，从系统结构图可以方便地求得系统的**传递函数**。

所以，系统结构图也是控制系统的一种数学模型。

如何读结构图？



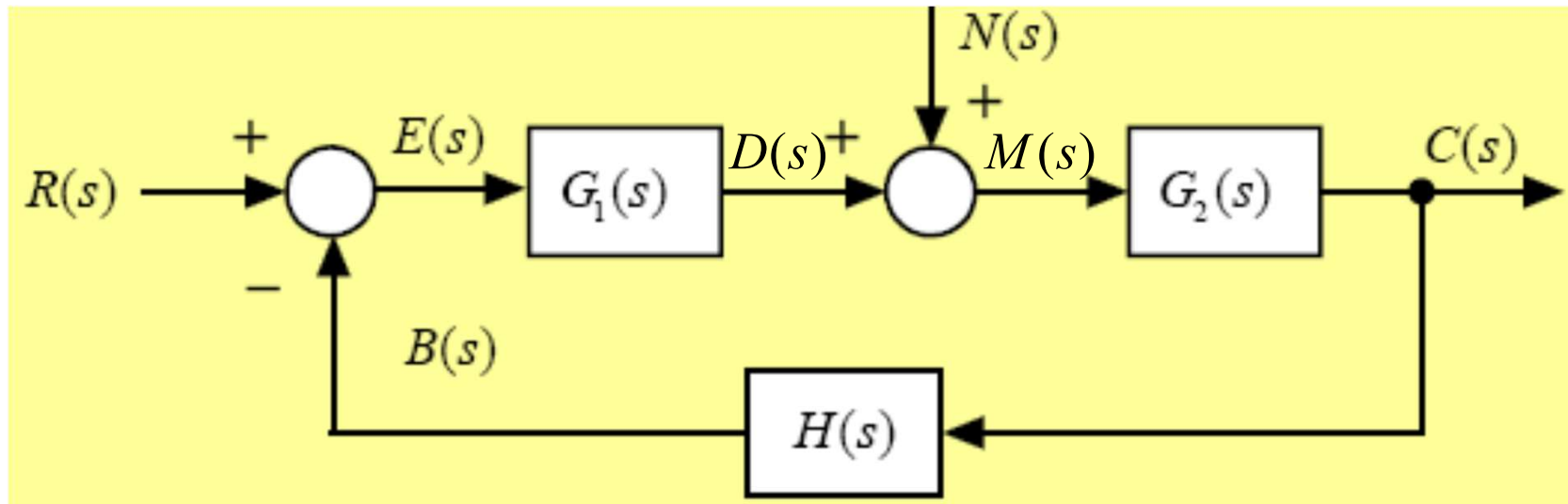
$$R(s) - B(s) = E(s)$$

$$E(s) \cdot G_1(s) = D(s)$$

$$D(s) + N(s) = M(s)$$

$$M(s)G_2(s) = C(s)$$

$$C(s) \cdot H(s) = B(s)$$



$$R(s) - B(s) = E(s)$$

$$E(s) \cdot G_1(s) = D(s)$$

$$D(s) + N(s) = M(s)$$

$$M(s)G_2(s) = C(s)$$

$$C(s) \cdot H(s) = B(s)$$

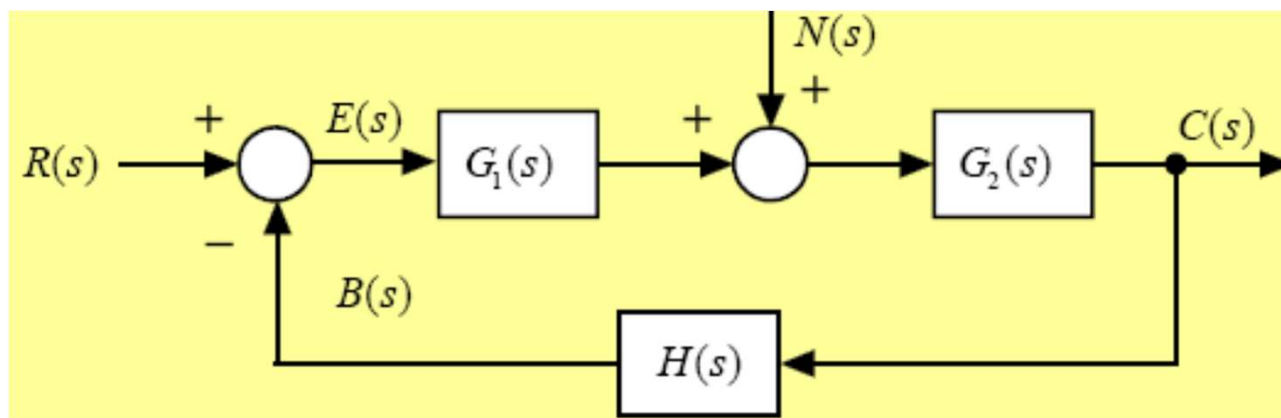
$$C(s) = \frac{R(s)G_1(s)G_2(s) + N(s)G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$$

如何绘制结构图？

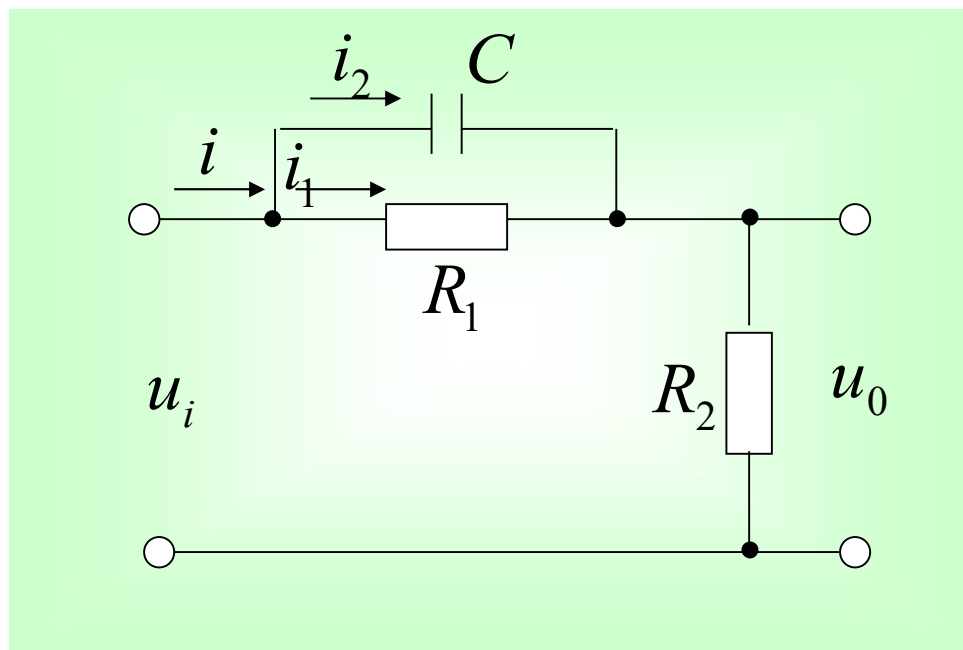
绘制系统结构图时：

①分别列写系统**各元部件的微分方程**或传递函数，并将它们用**方框**表示；

②根据各元部件的信号流向，**用信号线依次将各方框连接**便得到系统的结构图。



例：试绘制下图无源网络的结构图



解

第①步：根据基尔霍夫定律定出方程：

$$U_i(s) = I_1(s)R_1 + U_0(s)$$

$$U_0(s) = I(s)R_2$$

$$I_2(s)\frac{1}{Cs} = I_1(s)R_1$$

$$I_1(s) + I_2(s) = I(s)$$

$$U_i(s) = I_1(s)R_1 + U_0(s)$$

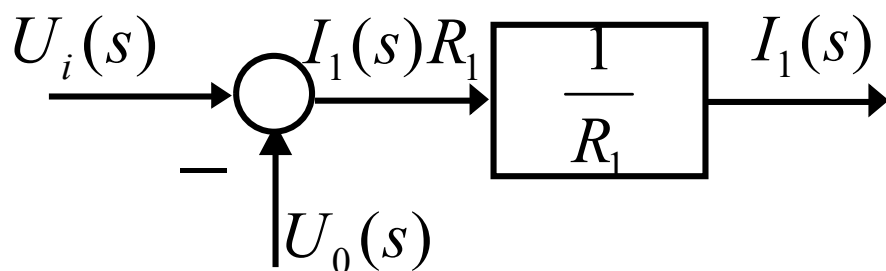
$$I_2(s) \frac{1}{Cs} = I_1(s)R_1$$

$$I_1(s) + I_2(s) = I(s)$$

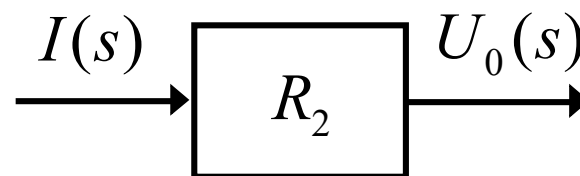
$$U_0(s) = I(s)R_2$$

第②步：按照所列出的方程分别绘制相应元件的方框图。

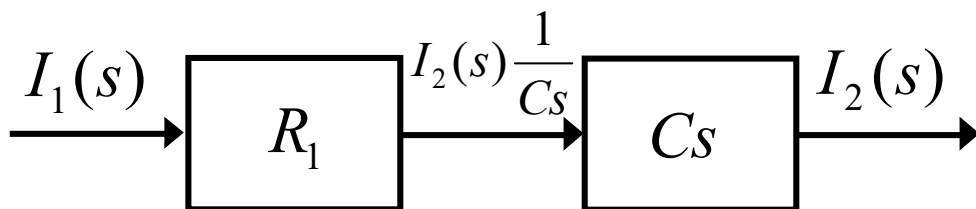
$$U_i(s) = I_1(s)R_1 + U_0(s)$$



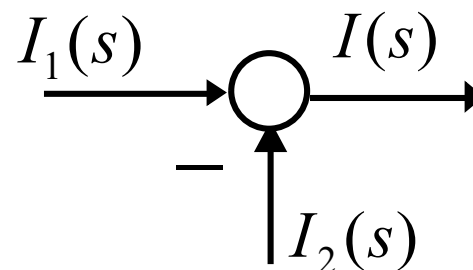
$$U_0(s) = I(s)R_2$$



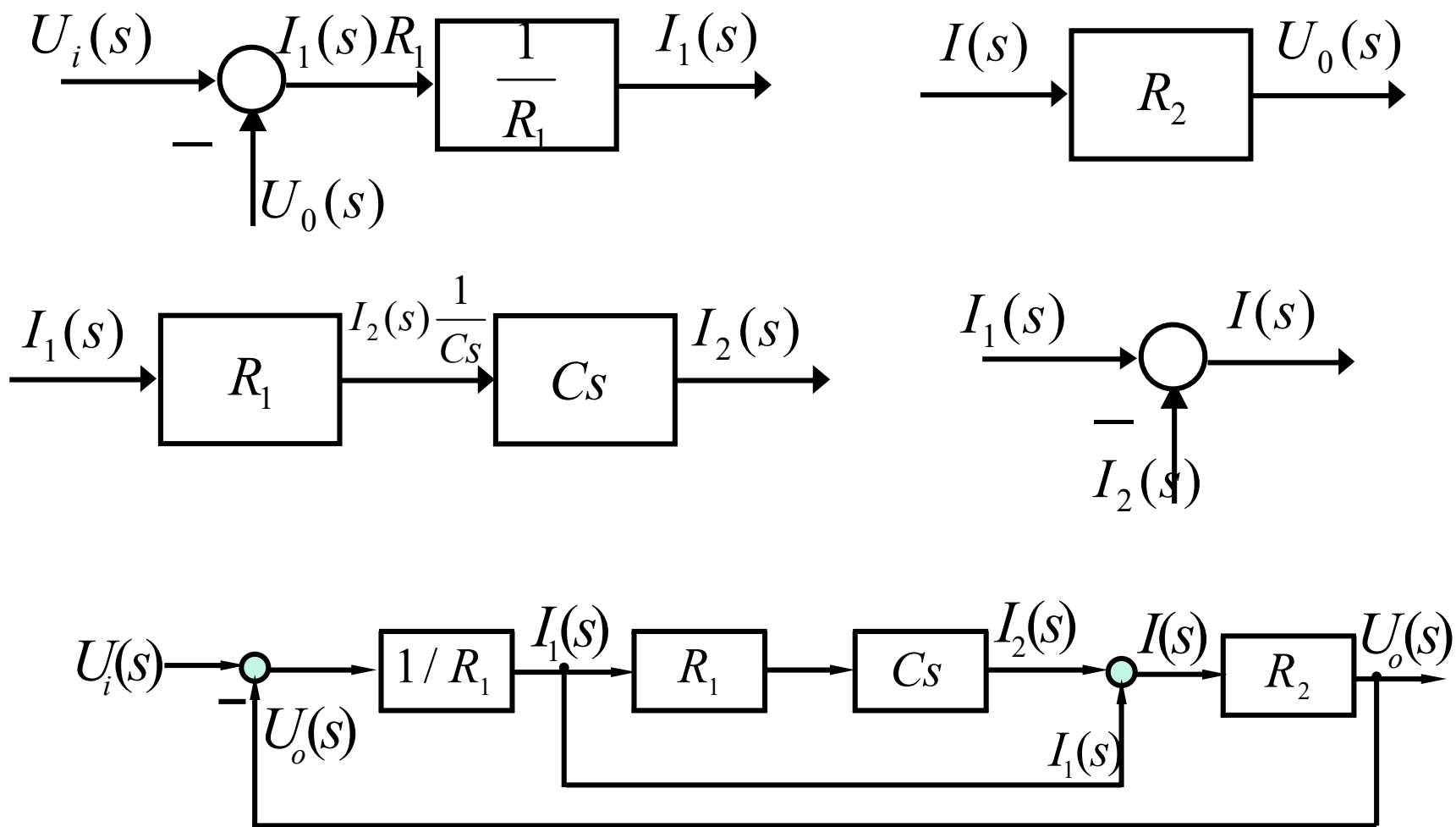
$$I_2(s) \frac{1}{C(s)} = I_1(s)R_1$$



$$I_1(s) + I_2(s) = I(s)$$



第③步：用信号线按信号流向依次将各方框连接起来，便得到无源网络的结构图。



RC无源网络结构图

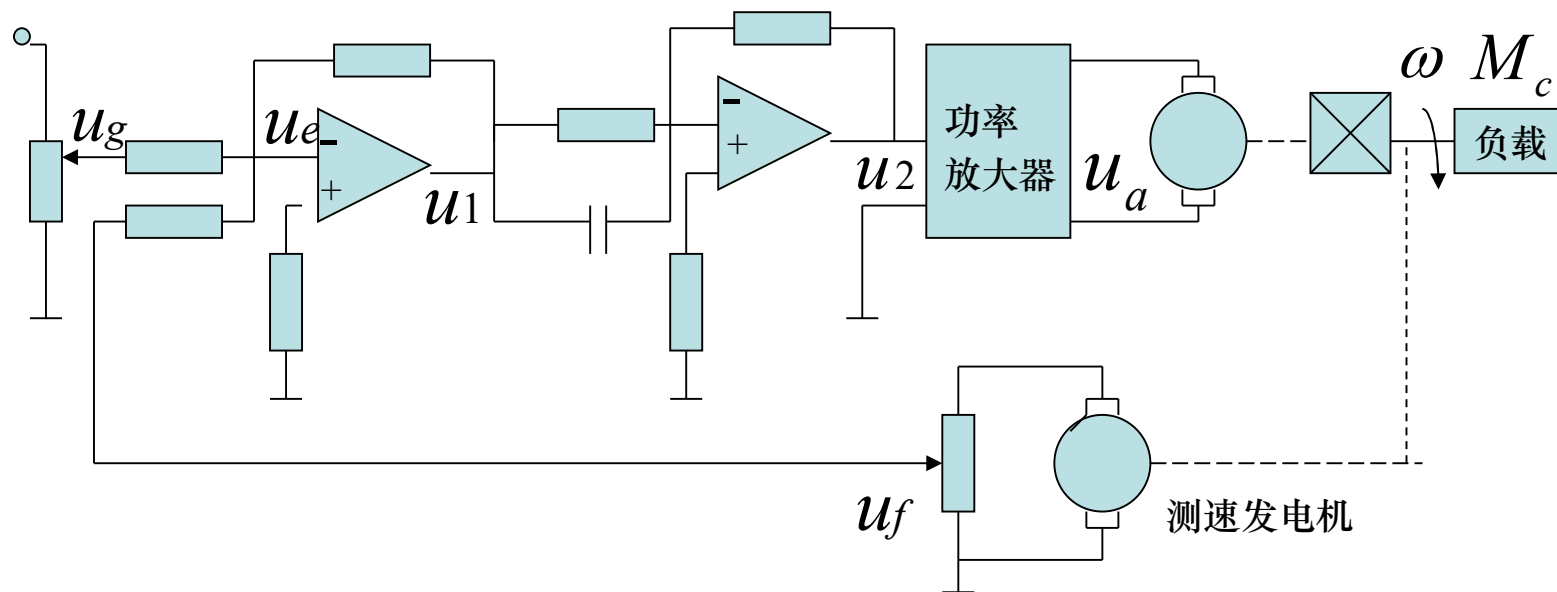
绘制系统结构图的步骤：

第①步：应用相应的物理、化学原理写出各元件方程；

第②步：按照所列出的方程分别绘制相应元件的方框图；

第③步：用信号线按信号流向依次将各元件方框连接起来，便得到系统的结构图。

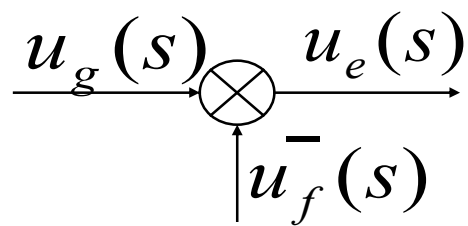
[例1].求如图所示的速度控制系统的结构图。



各部分传递函数:

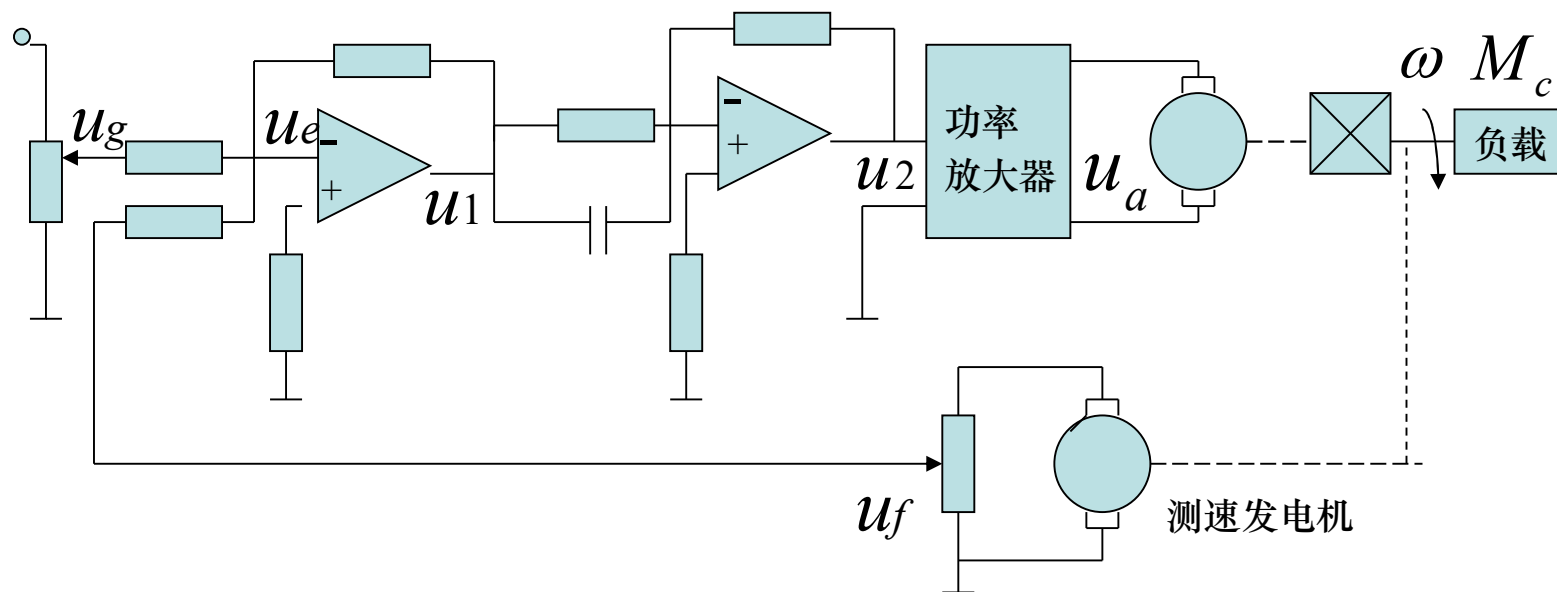
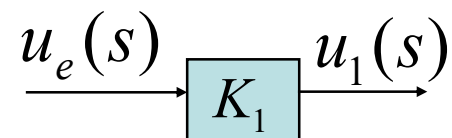
✨ 比较环节:

$$u_e(s) = u_g(s) - u_f(s)$$



✨ 运放I:

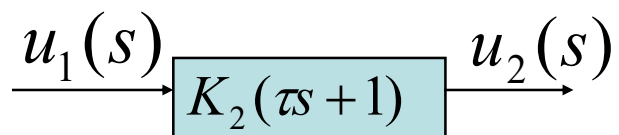
$$\frac{u_1(s)}{u_e(s)} = K_1,$$



各部分传递函数:

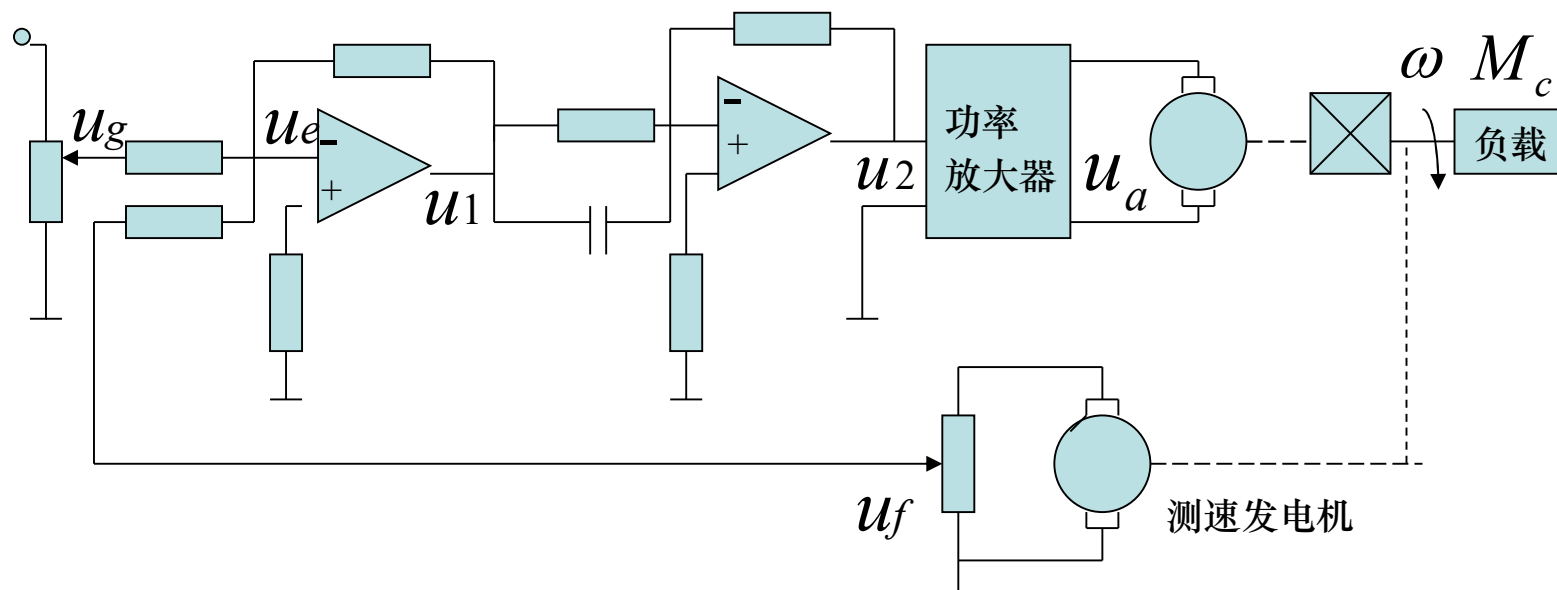
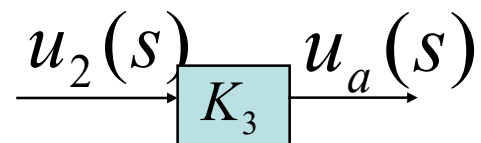
✶ 运放II:

$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = K_2(\tau s + 1)$$



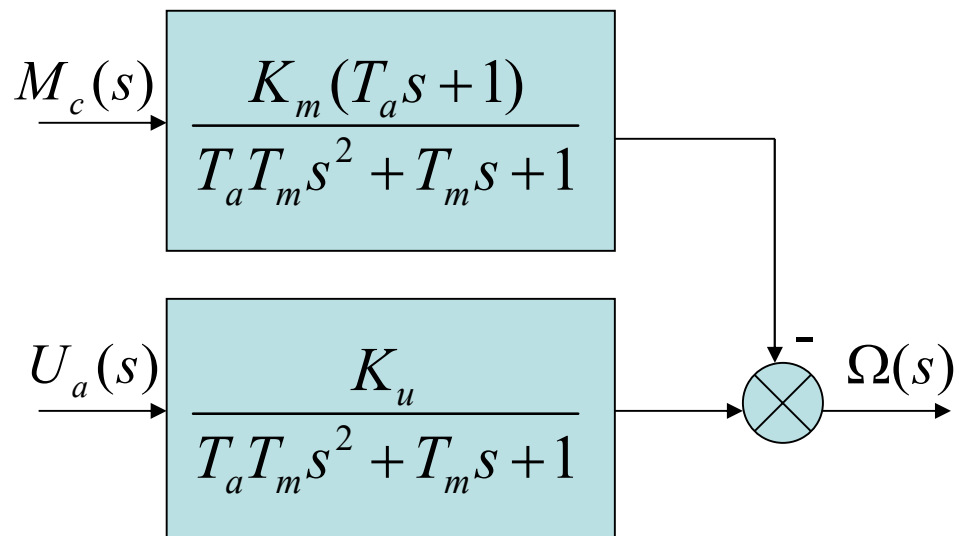
✶ 功放环节:

$$\frac{u_a(s)}{u_2(s)} = K_3$$



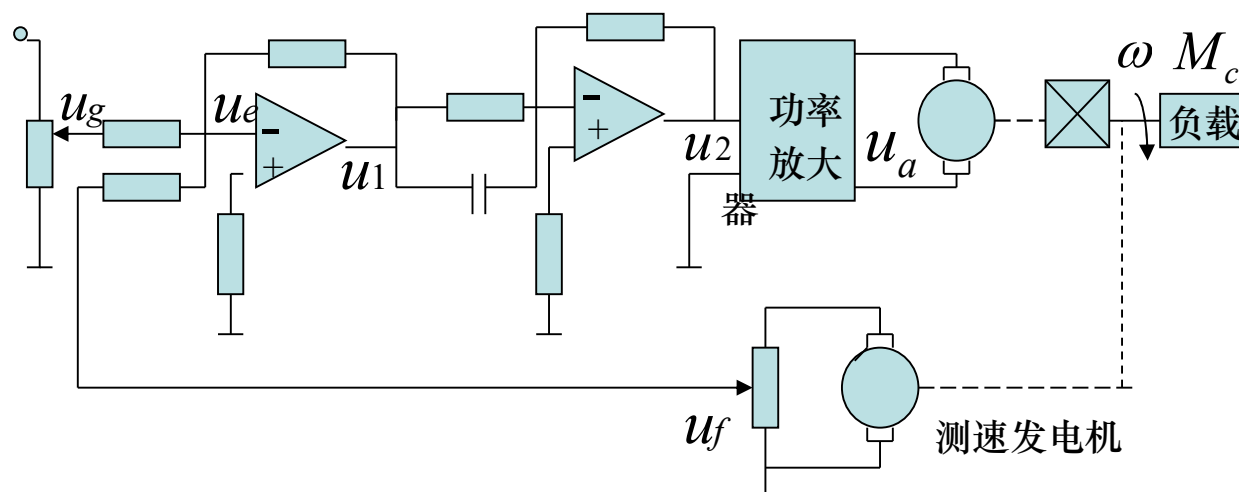
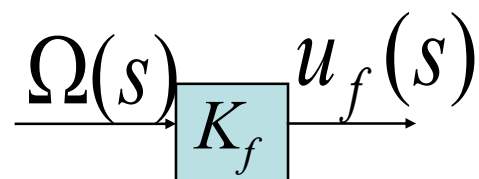
☀️ 电动机环节：

$$(T_a T_m s^2 + T_m s + 1) \Omega(s) = K_u u_a(s) - K_m (T_a s + 1) M_c(s)$$

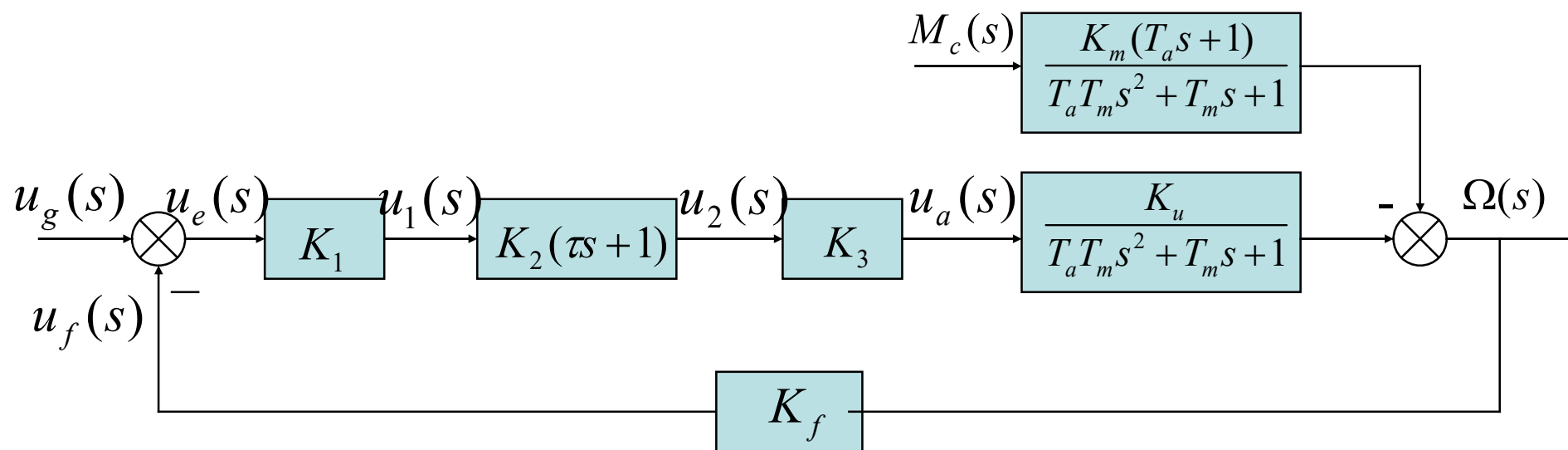


☀️ 反馈环节：

$$\frac{u_f(s)}{\Omega(s)} = K_f$$



将上面几部分按照逻辑连接起来，形成下页所示的完整结构图。



在结构图中，不仅能反映系统的组成和信号流向，还能表示信号传递过程中的数学关系。系统结构图也是系统的数学模型，是复域的数学模型。

绘制系统结构图的步骤：

第①步：应用相应的物理、化学原理写出各元件方程；

第②步：按照所列出的方程分别绘制相应元件的方框图；

第③步：用信号线按信号流向依次将各元件方框连接起来，便得到系统的结构图。

2. 结构图的等效变换和简化

[定义]: 结构图的等效变换— 在结构图上进行数学方程的运算。

[类型]: ①环节的合并;

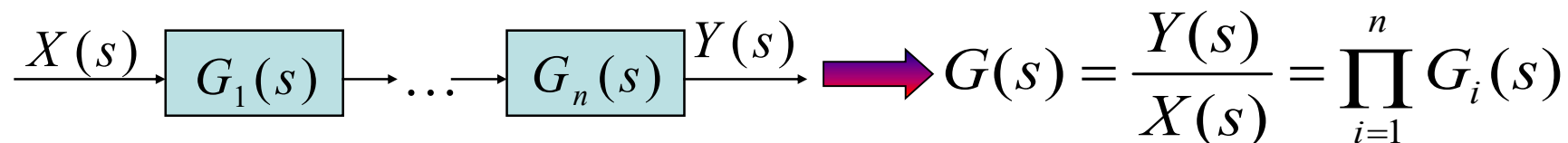
- --串联
- --并联
- --反馈连接

②信号分支点或相加点的移动。

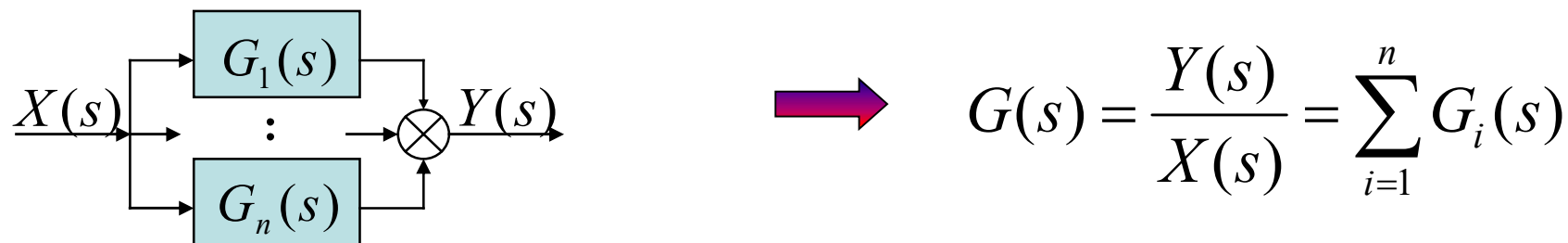
[原则]: 变换前后环节的数学关系保持不变。

(一) 环节的合并：有串联、并联和反馈三种形式。

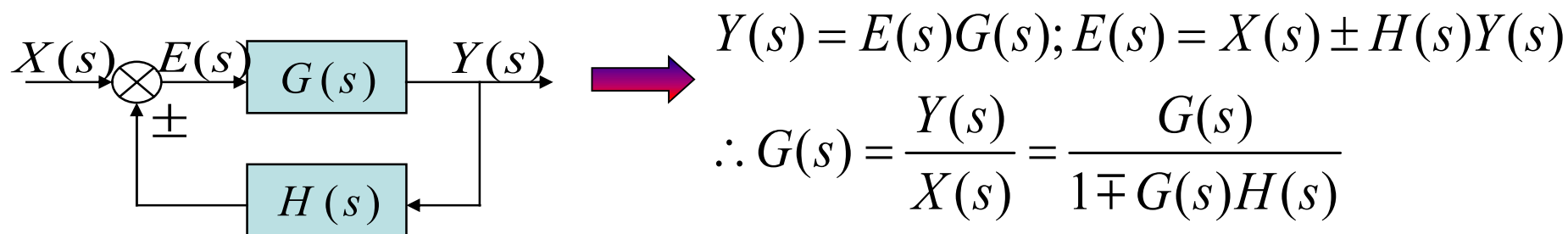
● **环节的串联：**



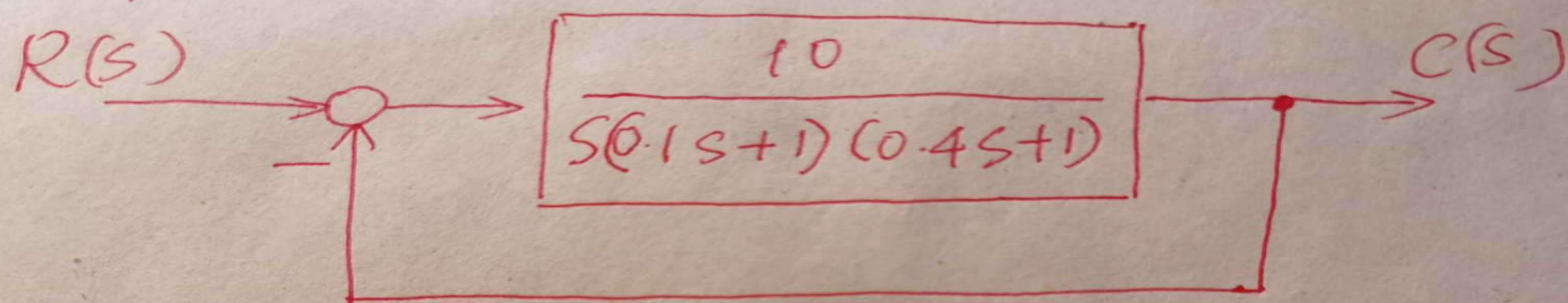
● **环节的并联：**



● **反馈联接：**



3.18作业



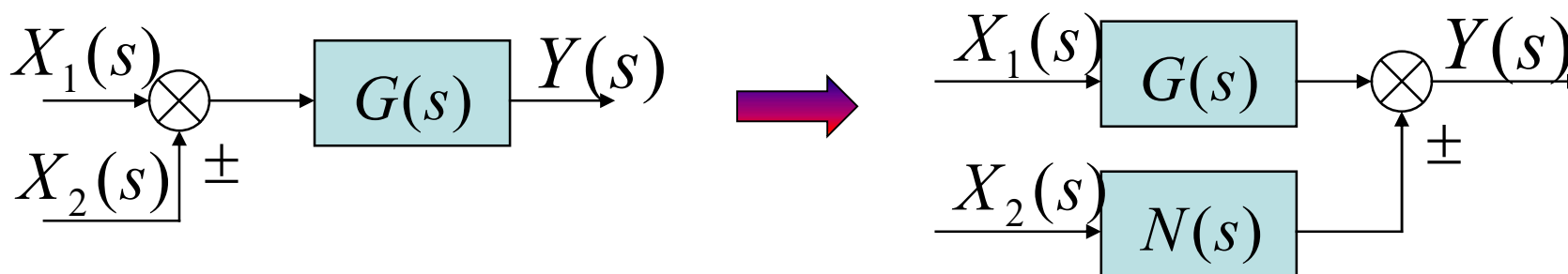
① 写出上图系统的特征方程;

② 写出上图系统的开环传递函数(系统传递函数)

(二) 信号相加点和分支点的移动:

如果上述三种连接交叉在一起而无法化简, 则要考虑移动某些信号的可加点和分支点。

①信号相加点的移动: 把相加点从环节的输入端移到输出端



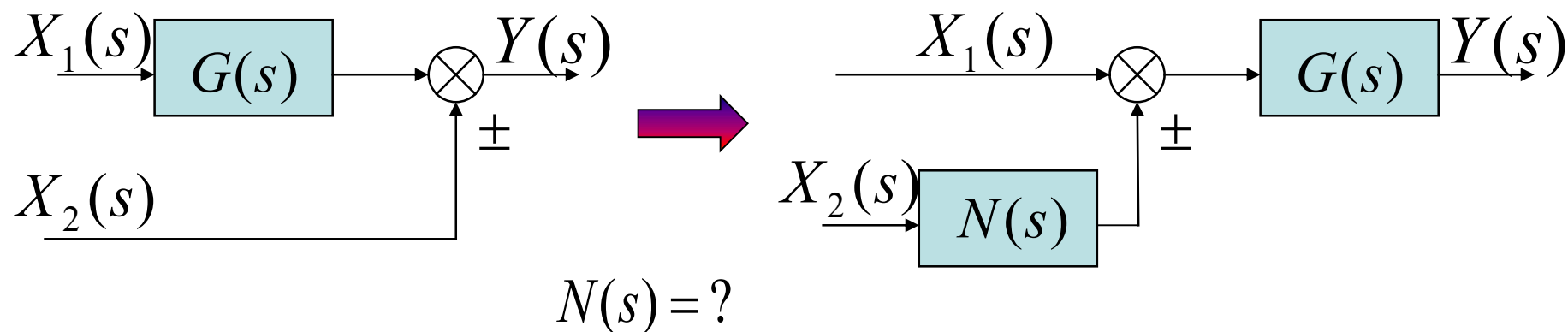
$$N(s) = ?$$

$$\because Y(s) = [X_1(s) \pm X_2(s)]G(s),$$

$$\text{又} : Y(s) = X(s)_1 G(s) \pm X_2(s)N(s),$$

$$\therefore N(s) = G(s)$$

- 把相加点从环节的输出端移到输入端：



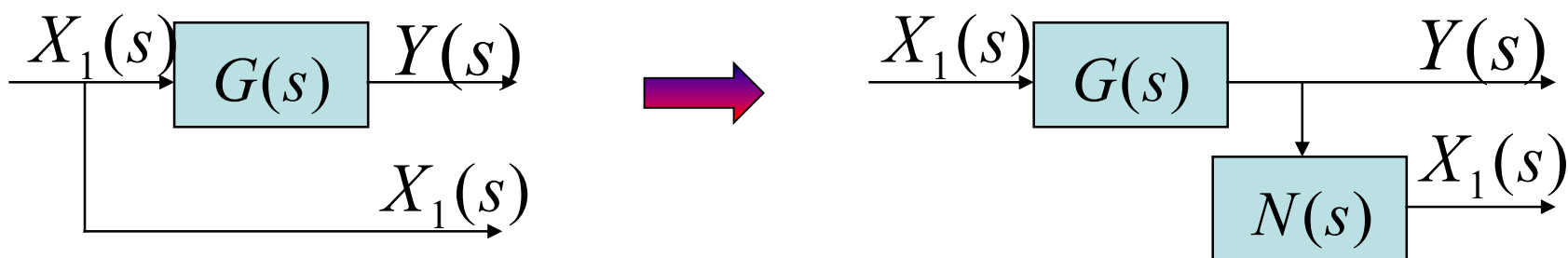
$$\because Y(s) = X_1(s)G(s) \pm X_2(s),$$

$$Y(s) = X_1(s)G(s) \pm X_2(s)N(s)G(s),$$

$$\therefore N(s) = \frac{1}{G(s)}$$

②信号分支点的移动:

- ◆ 分支点从环节的输入端移到输出端

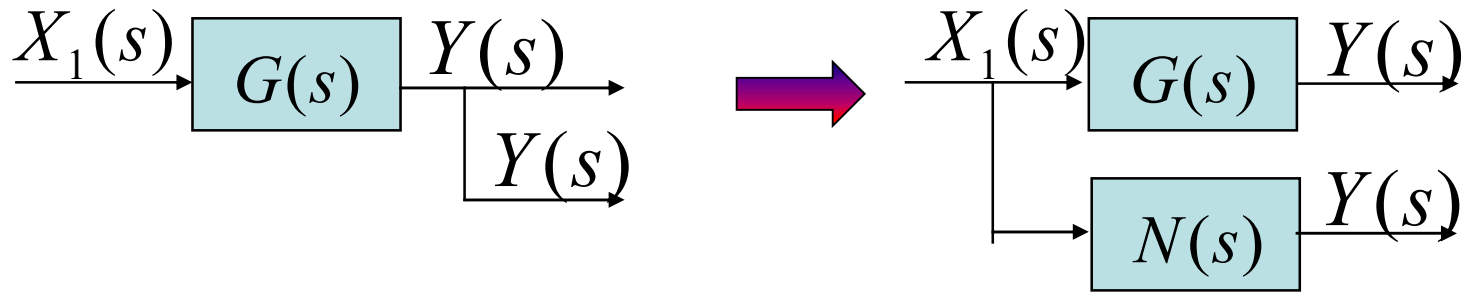


$$\because X_1(s)G(s)N(s) = X_1(s),$$

$$\therefore N(s) = \frac{1}{G(s)}$$

$$N(s) = ?$$

- ◆ 分支点从环节的输出端移到输入端：



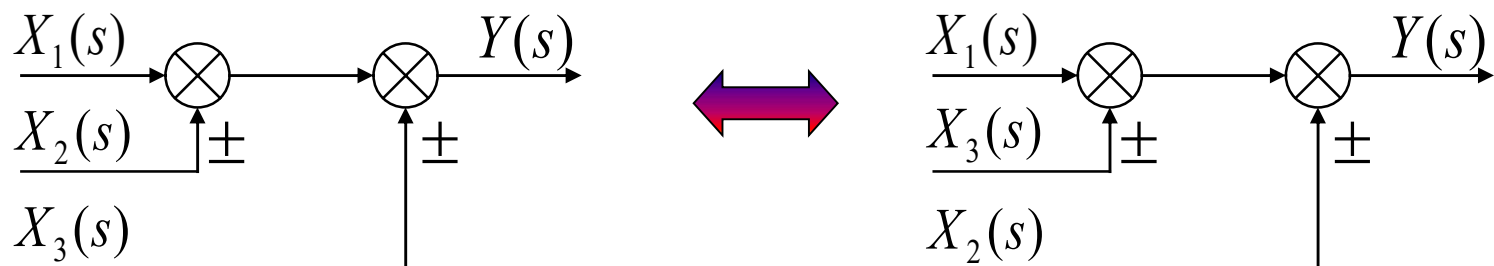
$$\because X_1(s)G(s) = Y(s)$$

$$X_1(s)N(s) = Y(s)$$

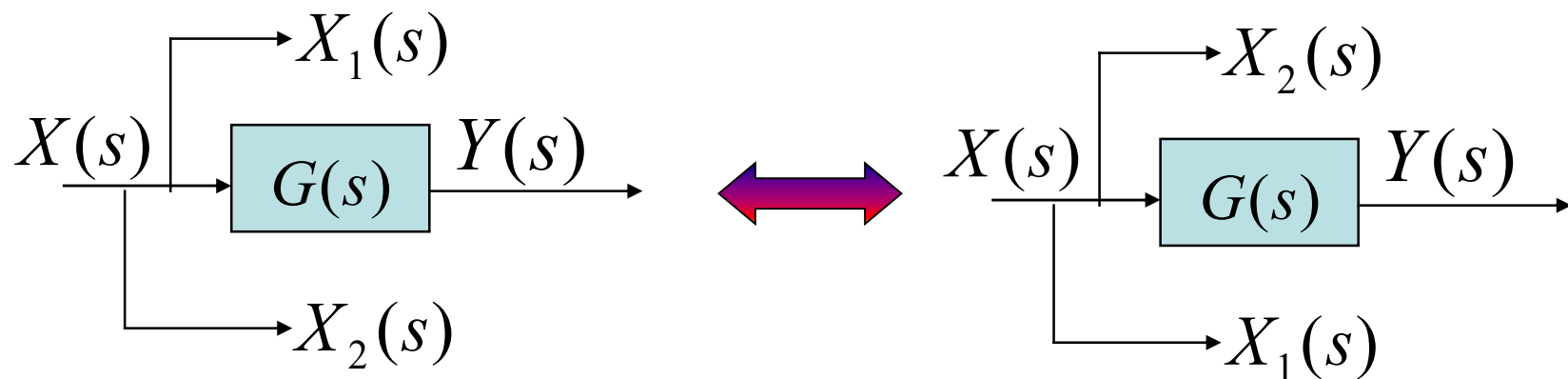
$$\therefore N(s) = G(s)$$

$$N(s) = ?$$

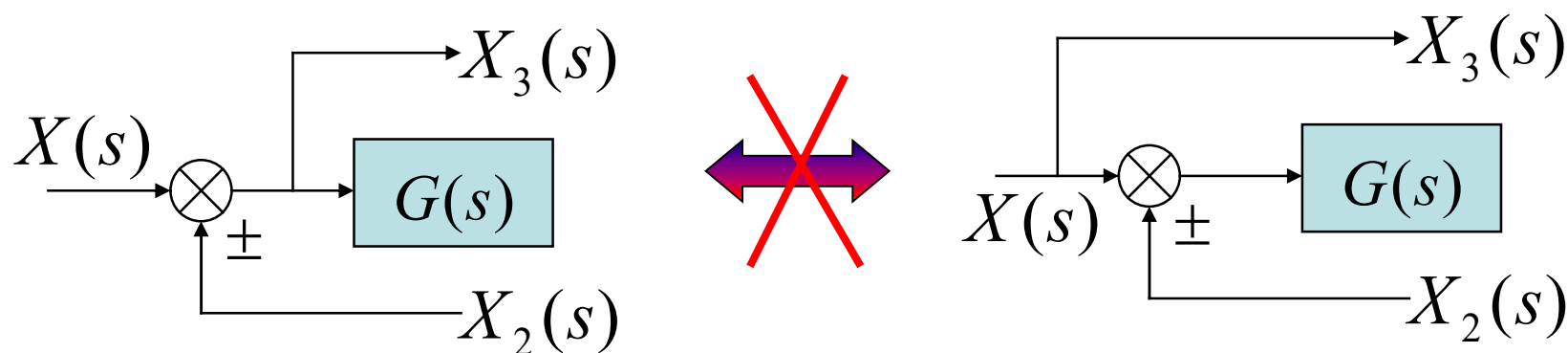
相邻的相加点位置可以互换；见下例



➡ 同一信号的分支点位置可以互换：见下例



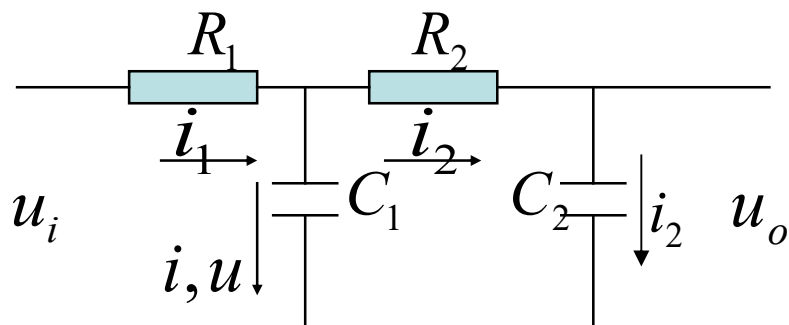
➡ 相加点和分支点在一般情况下，不能互换。



所以，一般情况下，相加点向相加点移动，分支点向分支点移动。教材表2-4给出了结构图等效变换的若干基本法则。(要求熟练掌握)

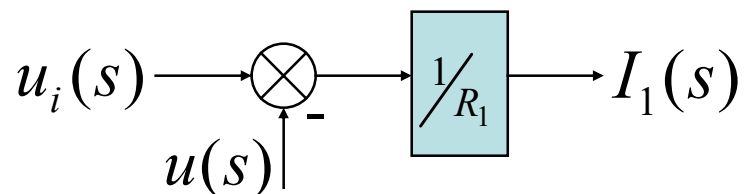
例题

[例2]利用结构图等效变换讨论两级RC串联电路的传递函数。

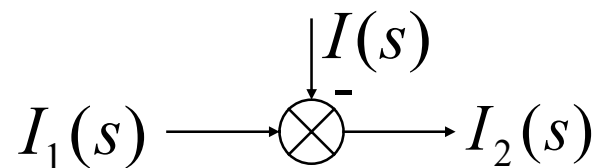


[解]: 不能把左图简单地看成两个RC电路的串联,有负载效应。根据电路定理,有以下式子:

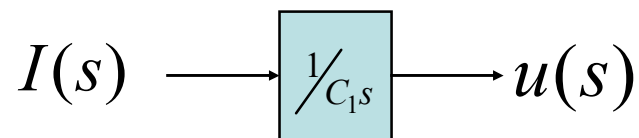
$$[u_i(s) - u(s)] \frac{1}{R_1} = I_1(s)$$

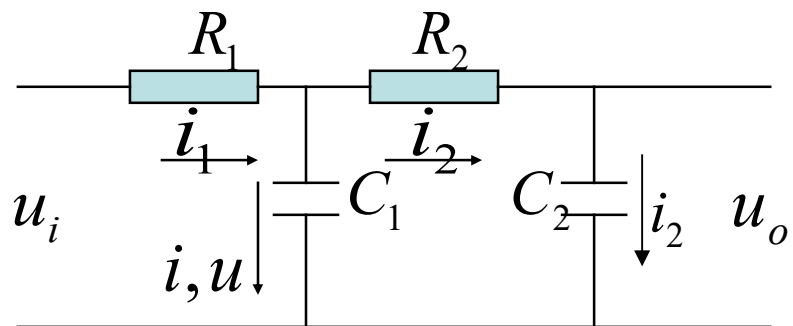


$$I_1(s) - I(s) = I_2(s)$$

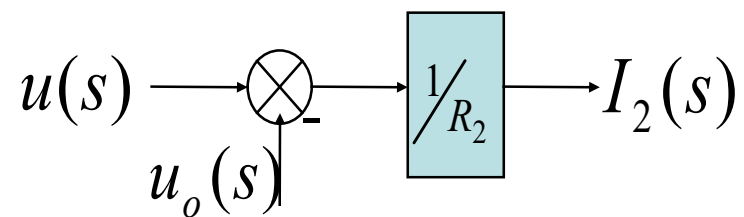


$$I(s) \times \frac{1}{C_1 s} = u(s)$$

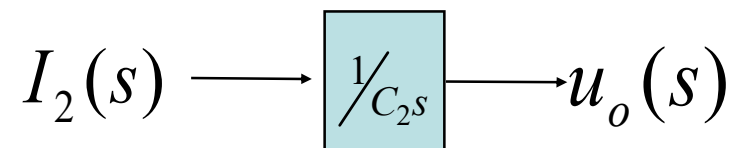




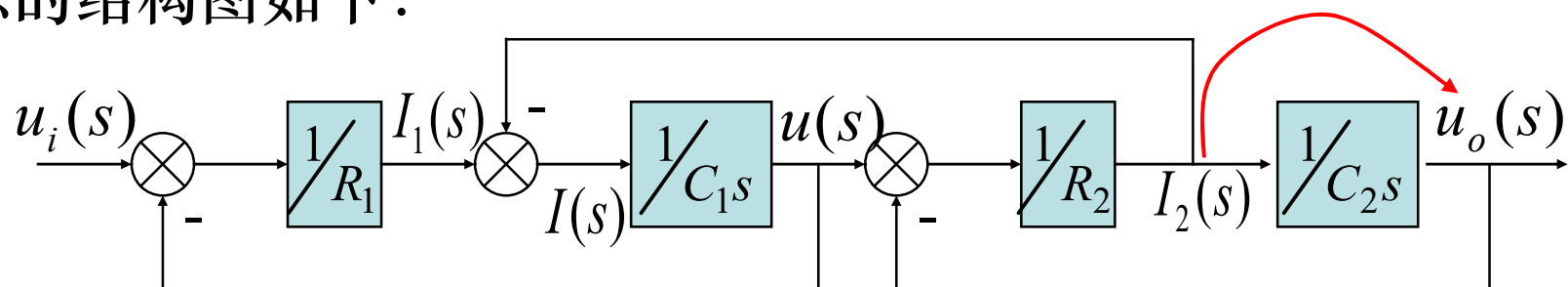
$$[u(s) - u_o(s)] \times \frac{1}{R_2} = I_2(s)$$



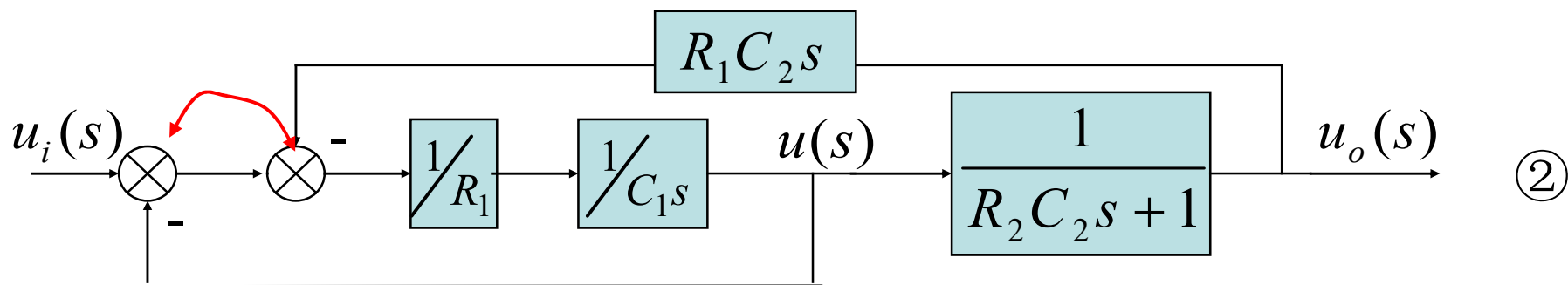
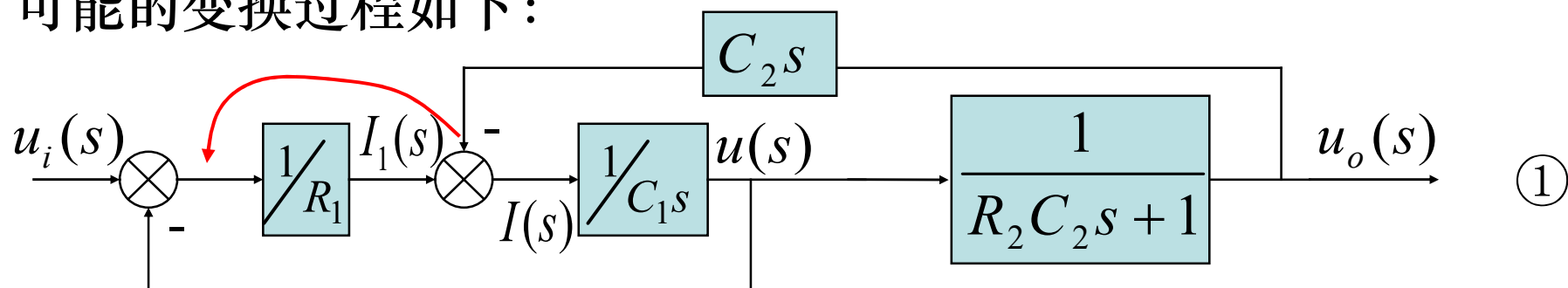
$$I_2(s) \times \frac{1}{C_2 s} = u_o(s)$$

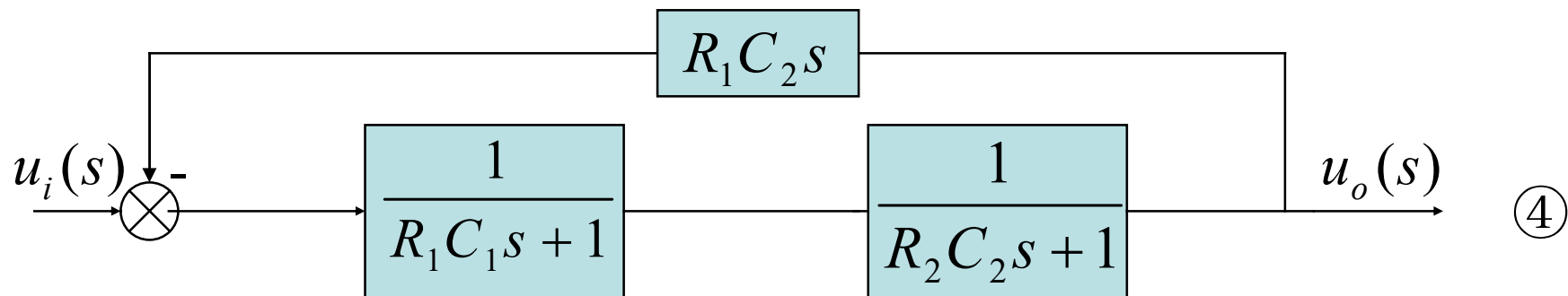
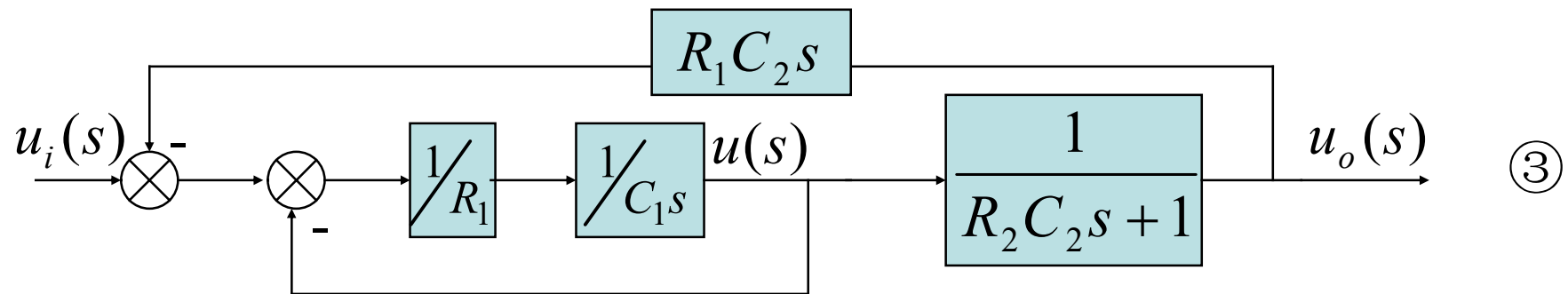


总的结构图如下：



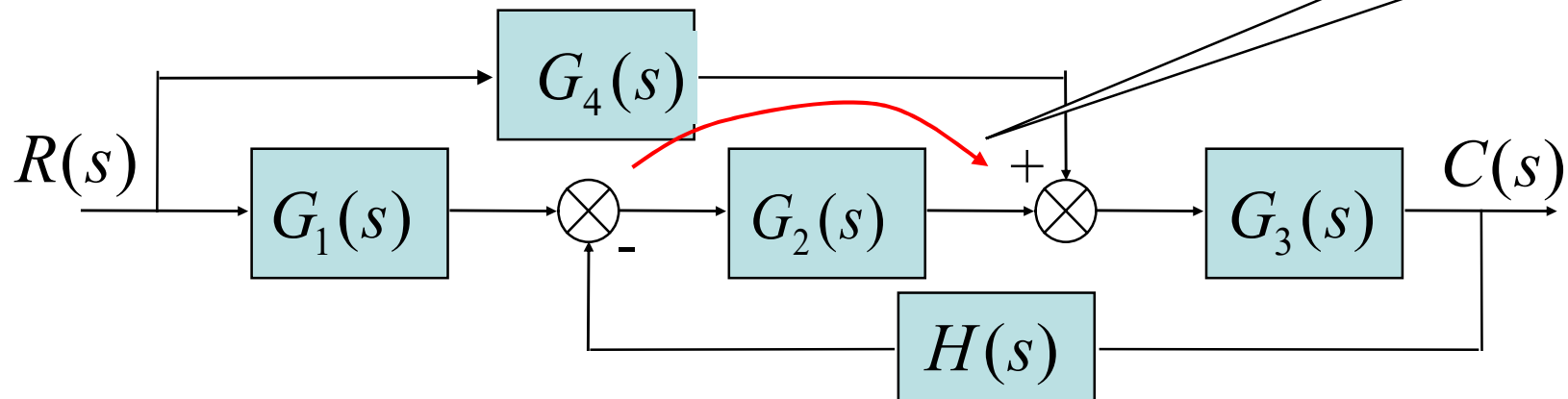
为了求出总的传递函数，需要进行适当的等效变换。一个可能的变换过程如下：





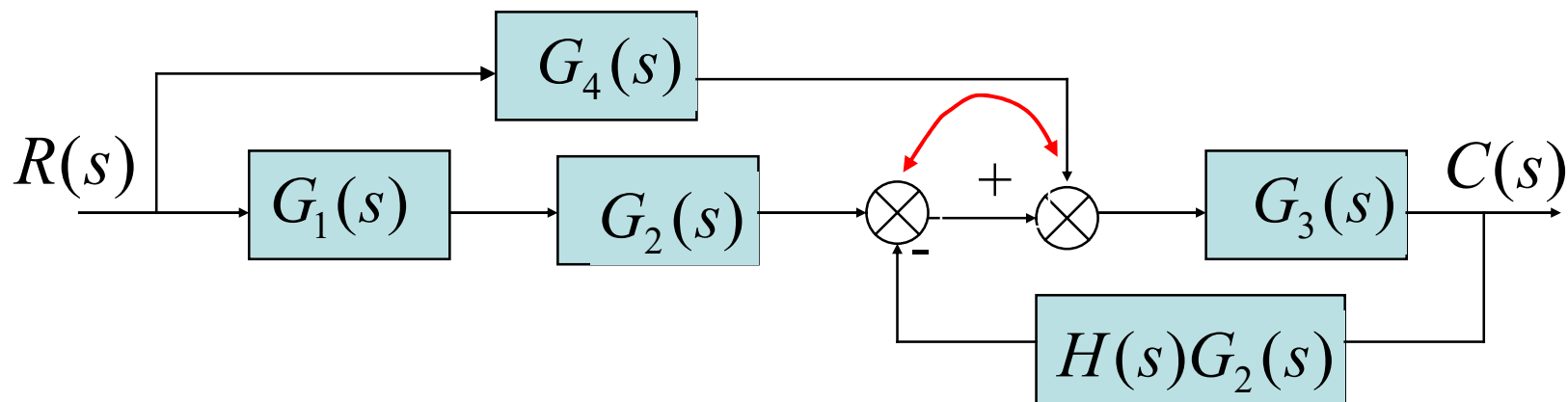
$$\therefore G(s) = \frac{u_o(s)}{u_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 C_2 s}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}} = \frac{1}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

[例3]系统结构图如下，求传递函数 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 。

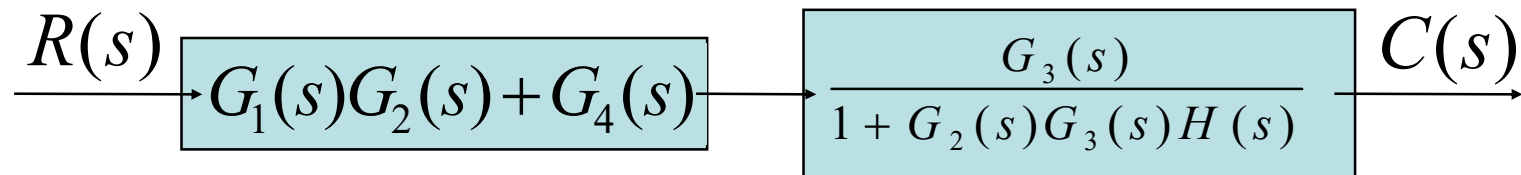
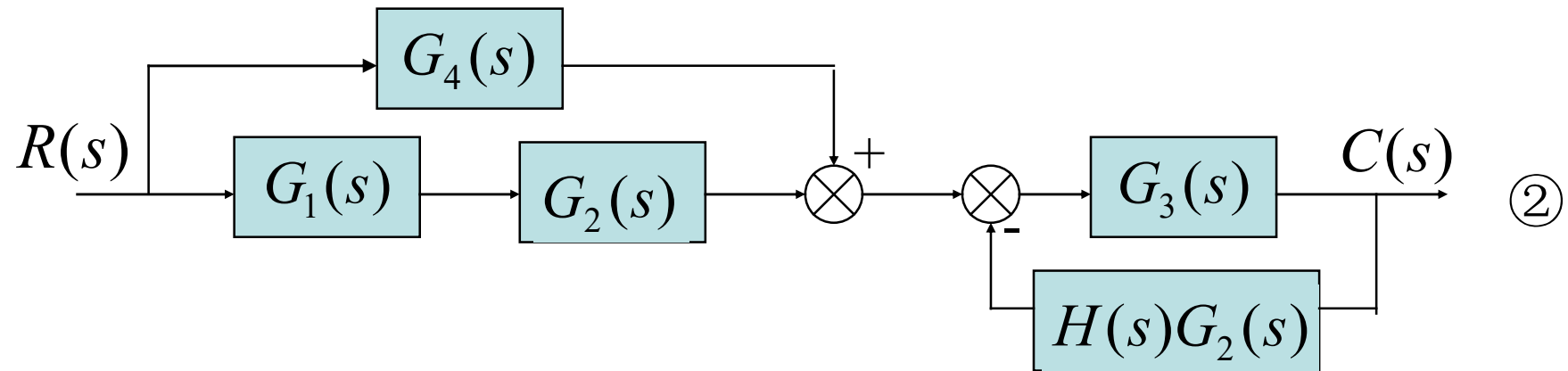


相加点移动

[解]：结构图等效变换如下：

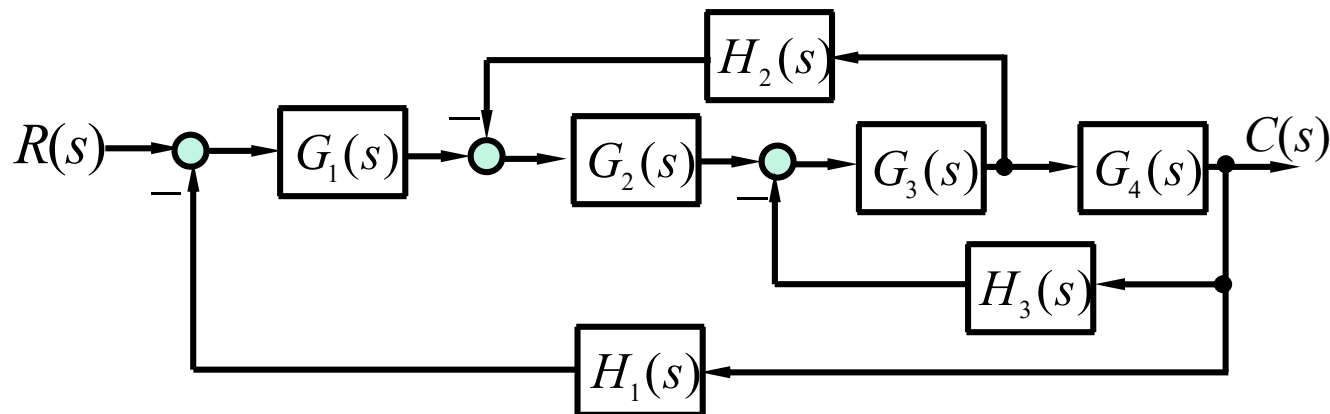


①

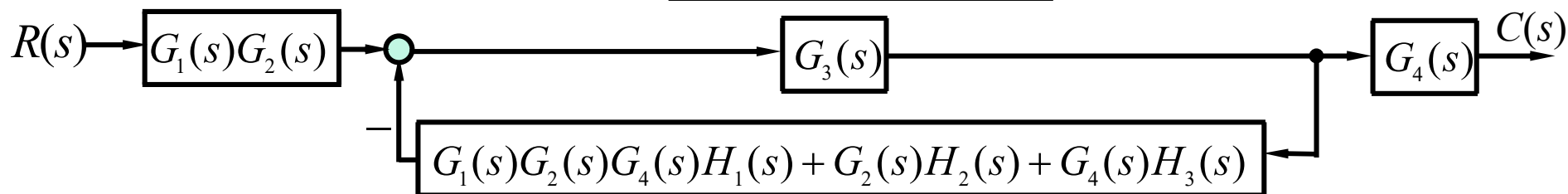
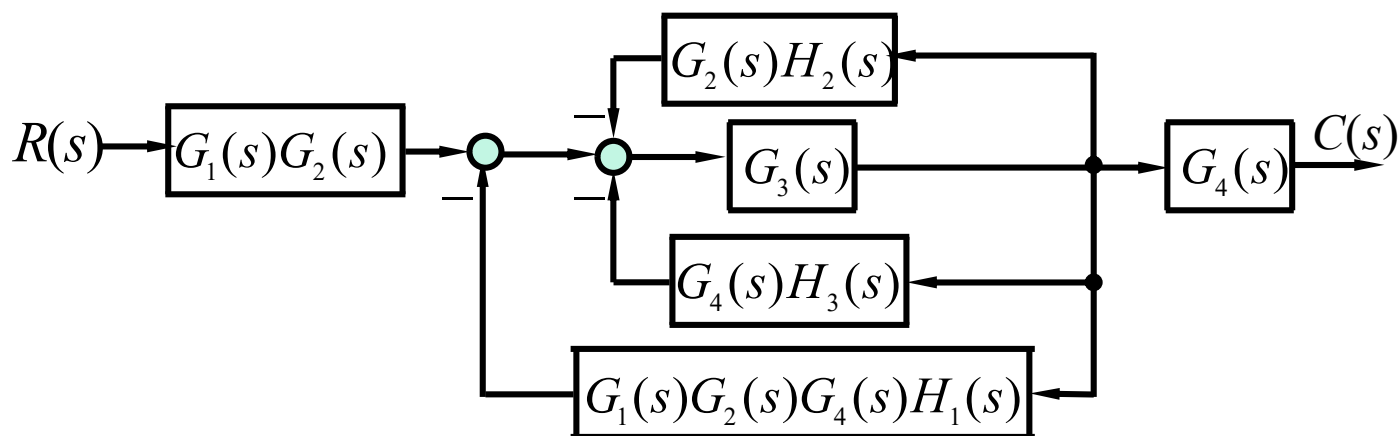


$$\therefore G(s) = \frac{G_3(s)(G_1(s)G_2(s) + G_4(s))}{1 + G_2(s)G_3(s)H(s)}$$

例4： 利用结构图等效变换法则求下图的传递函数



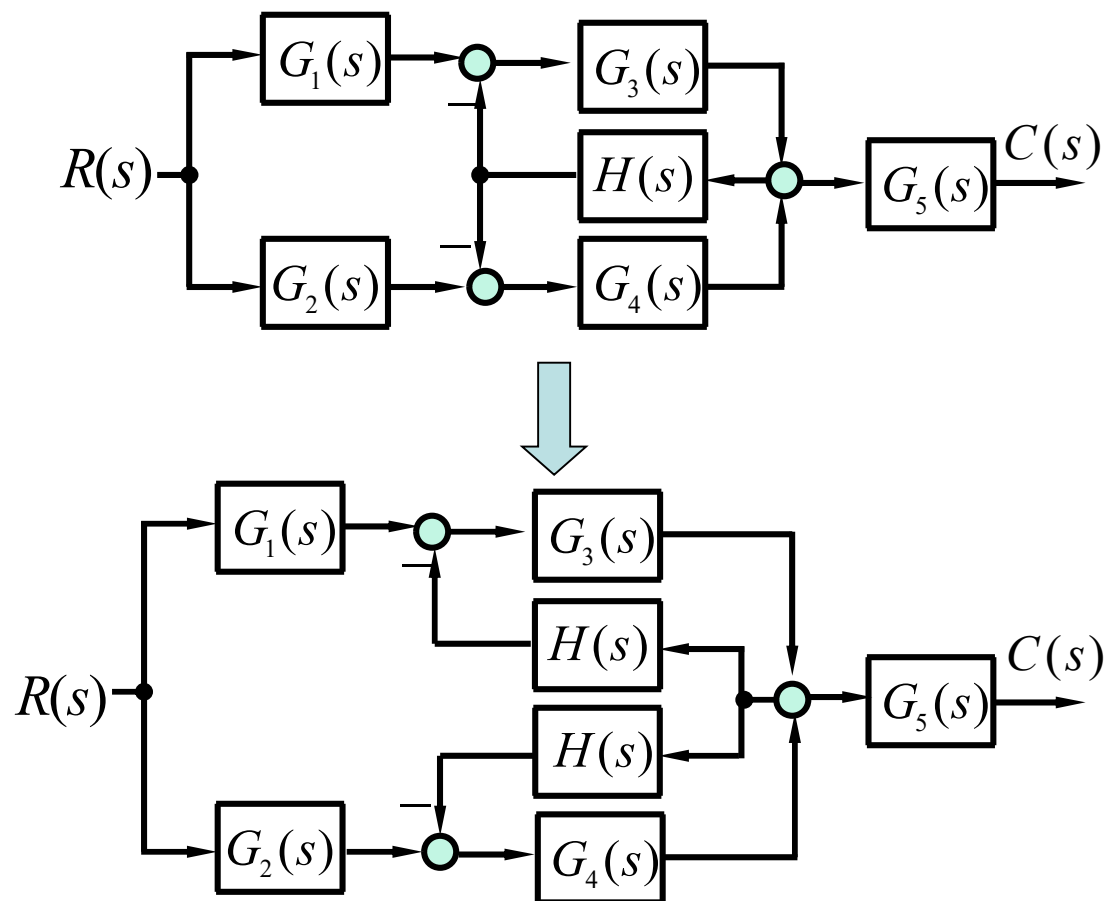
解：



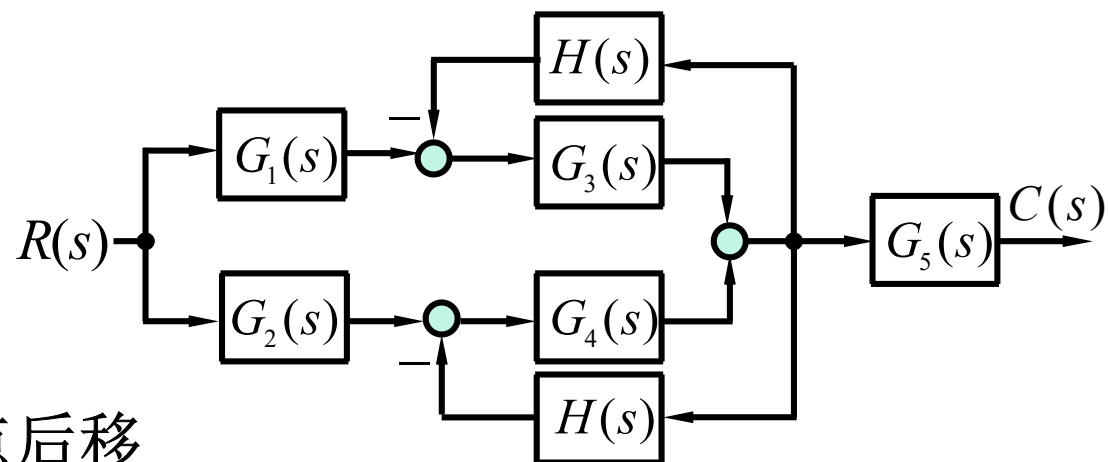
由上图得

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_4(s)G_3(s)H_3(s)}$$

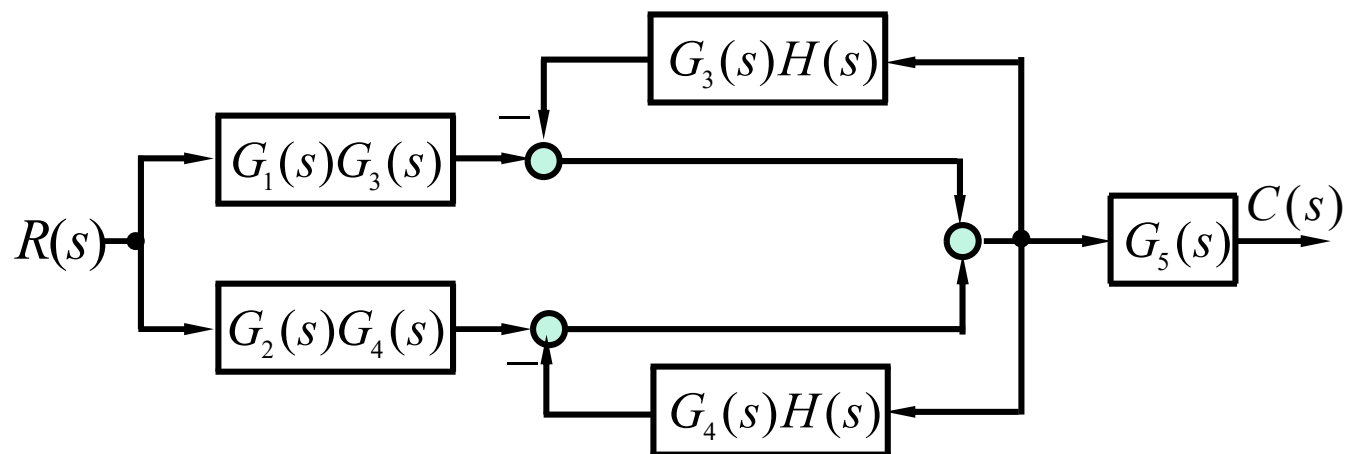
例2： 利用结构图等效变换法则求下图的传递函数



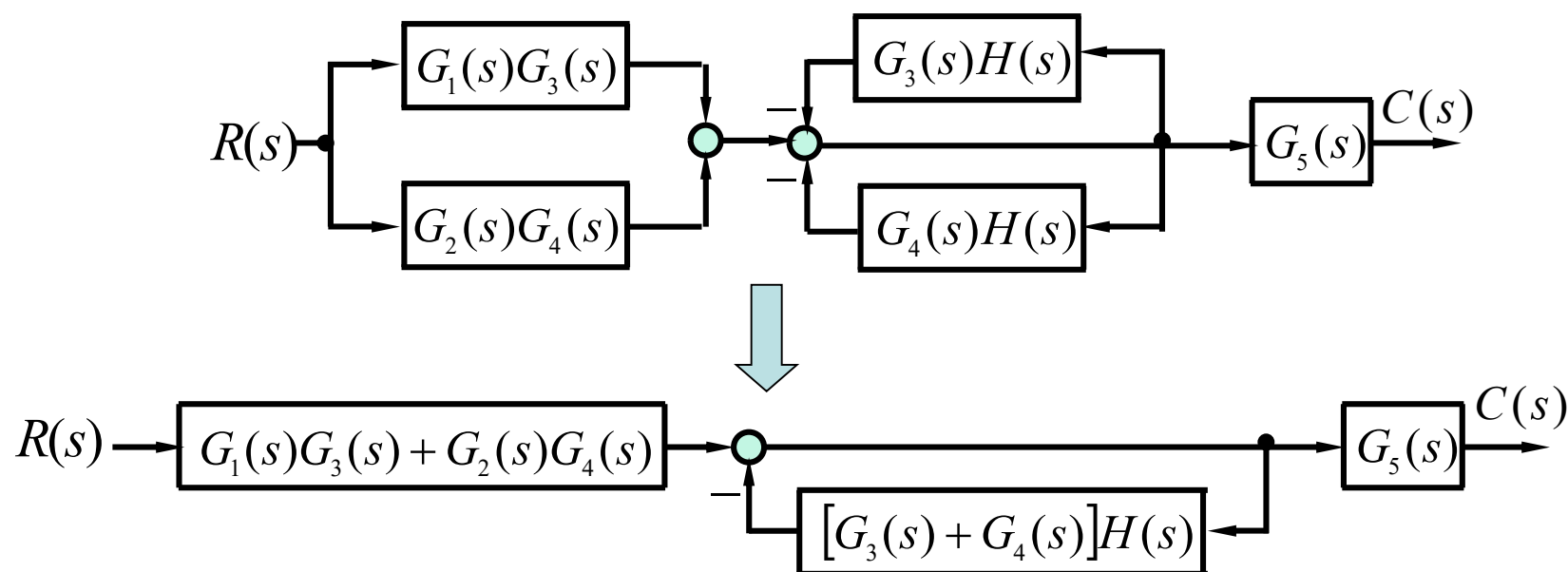
将上图 $\mathbf{G_3}$, \mathbf{H} 换位整理成下图:



信号比较点后移



信号比较点重新组合

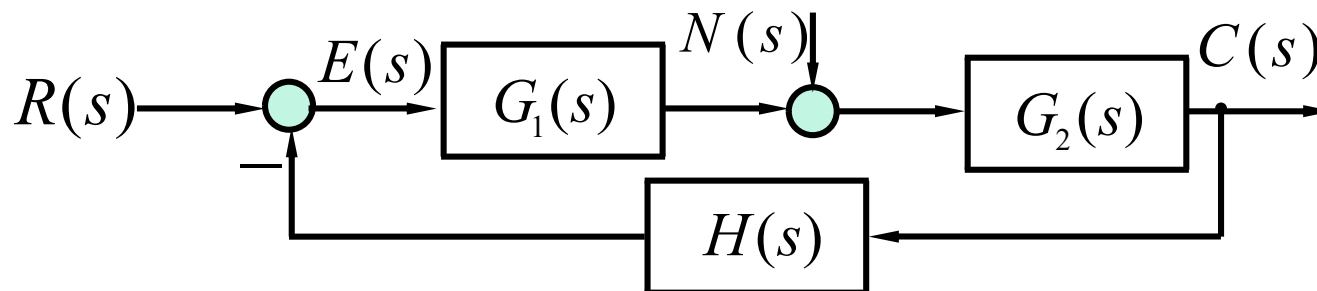


由上面简化后的结构图可得其传递函数为:

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{[G_1(s)G_3(s) + G_2(s)G_4(s)]G_5(s)}{1 + [G_3(s) + G_4(s)]H(s)}$$

如果反馈控制系统求传递函数时要用叠加原理分别处理

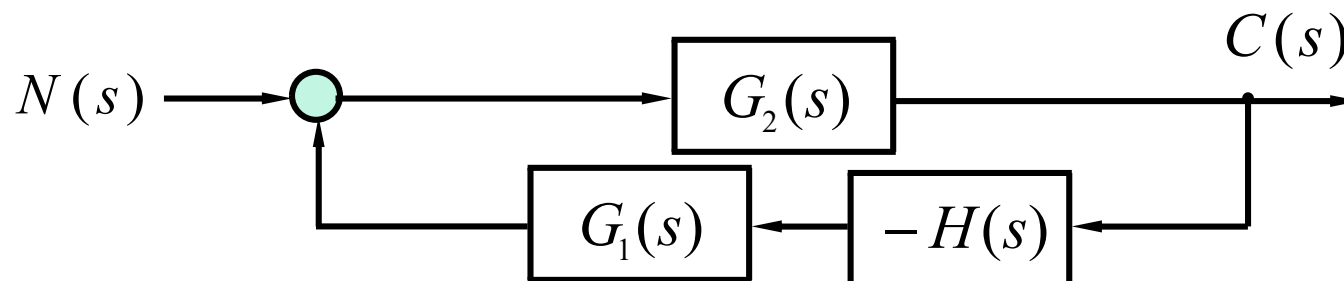
例：设某负反馈控制系统的结构如下图所示：



求 $C(s)$ 在 $R(s)$ 和 $N(s)$ 同时作用下的表达式

解：令 $N(s)=0$ 得 $\Phi_{CR}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$

令 $R(s)=0$ 上图可等效为下图，



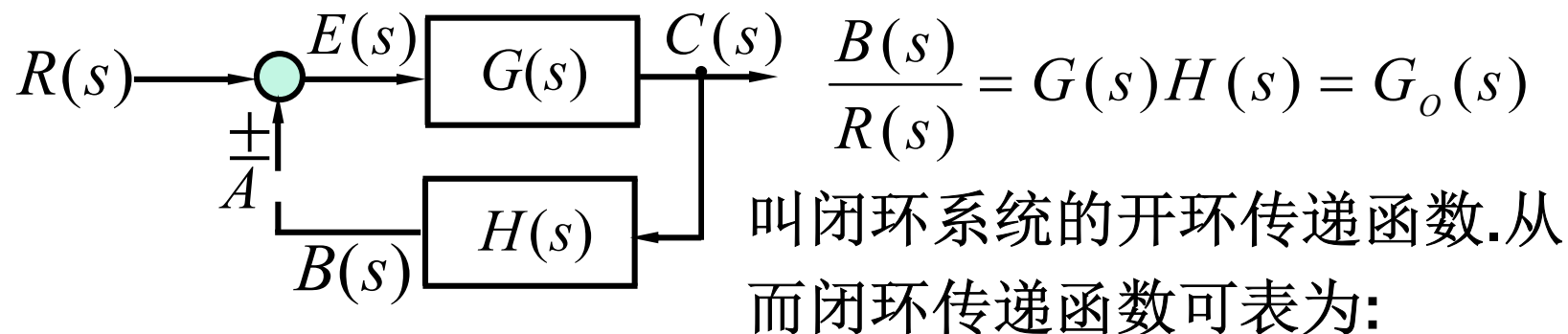
由上图得:

$$\Phi_{CN}(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

因此

$$\begin{aligned} C(s) &= \Phi_{CR}(s)R(s) + \Phi_{CN}(s)N(s) \\ &= \frac{G_1(s)G_2(s)R(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} + \frac{G_2(s)N(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \end{aligned}$$

如把反馈通道在**A**点处断开,如下图所示, 得



$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \mp G_o(s)} = \frac{\text{前向通道传递函数}}{1 \mp \text{开环传递函数}}$$

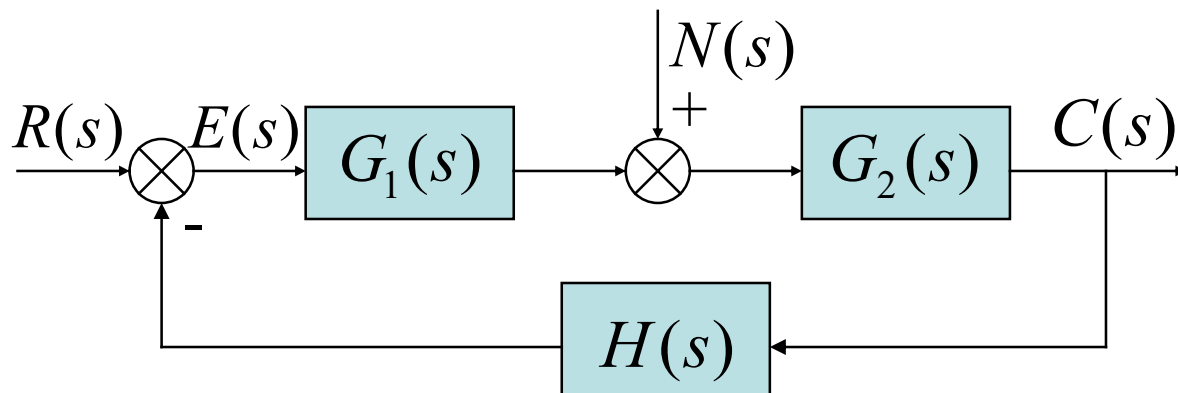
上面结论具有一般性. 如 $|G(s)H(s)| \gg 1$, 则

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} \approx \frac{1}{\mp H(s)}$$

上式表明, 当系统的开环传递函数大大大于1时, 闭环传递函数与前向通道传递函数无关, 仅为反馈通道传递函数的倒数.

6. 闭环系统的传递函数

闭环控制系统（也称反馈控制系统）的典型结构图如下图所示：

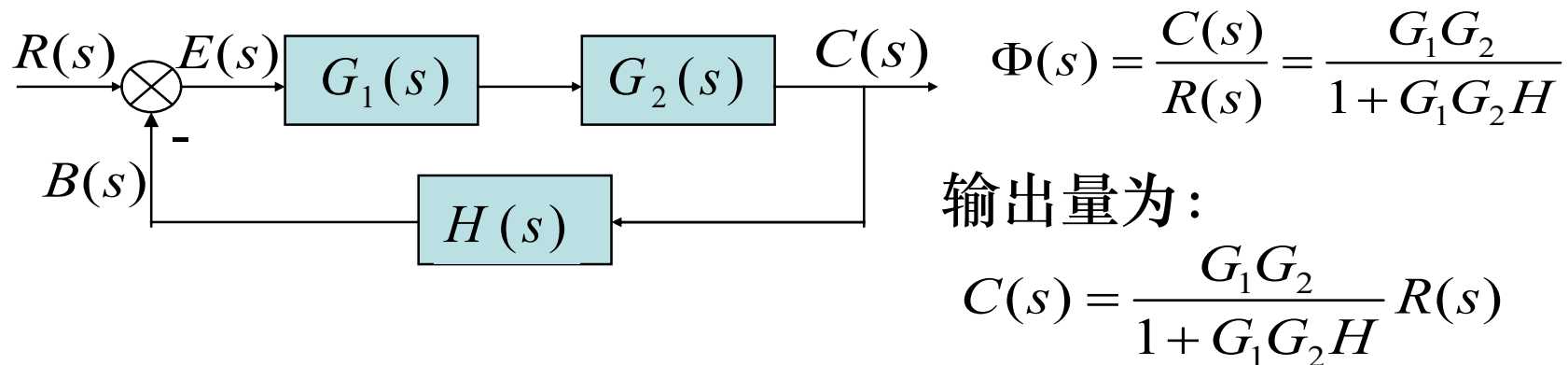


图中， $R(s)$, $C(s)$ 为输入、输出信号， $E(s)$ 为系统的偏差， $N(s)$ 为系统的扰动量，这是不希望的输入量。

由于传递函数只能处理单输入、单输出系统，因此，我们分别求 $R(s)$ 对 $C(s)$ 和 $N(s)$ 对 $C(s)$ 的传递函数，然后叠加得出总的输出量 $C(s)$ 。

(一) 给定输入作用下的闭环系统：

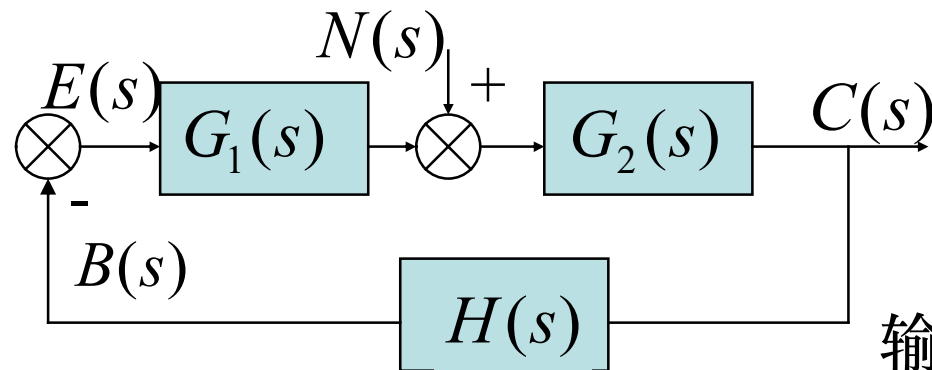
令 $N(s) = 0$ ，则有：



上式中， $G_1(s)G_2(s)$ 称为**前向通道传递函数**，前向通道指从输入端到输出端沿信号传送方向的通道。前向通道和反馈通道的乘积称为**开环传递函数** $G_1(s)G_2(s)H(s)$ 。含义是主反馈通道断开时从输入信号到反馈信号 $B(s)$ 之间的传递函数。

(二) 扰动作用下的闭环系统:

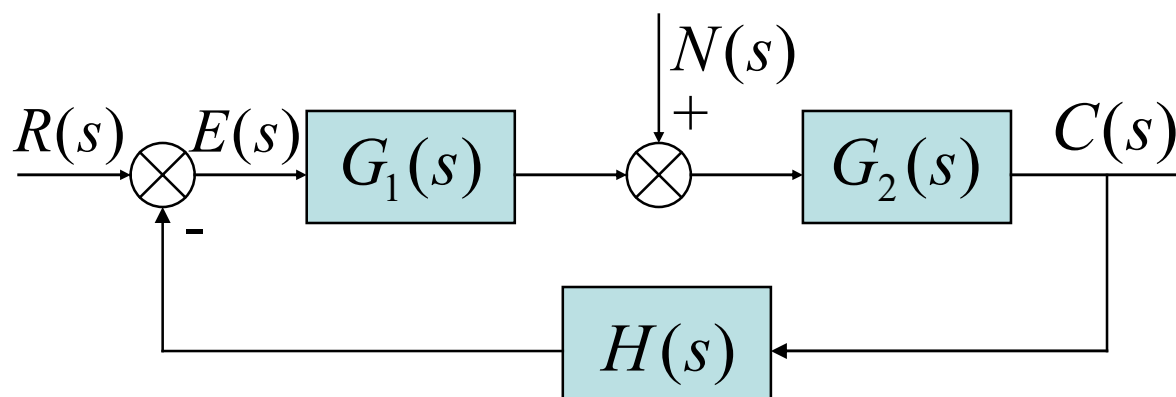
此时 $R(s)=0$,结构图如下:



输出对扰动的传递函数为:

$$\Phi_N(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1 G_2 H}$$

输出为: $C(s) = \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H} N(s)$



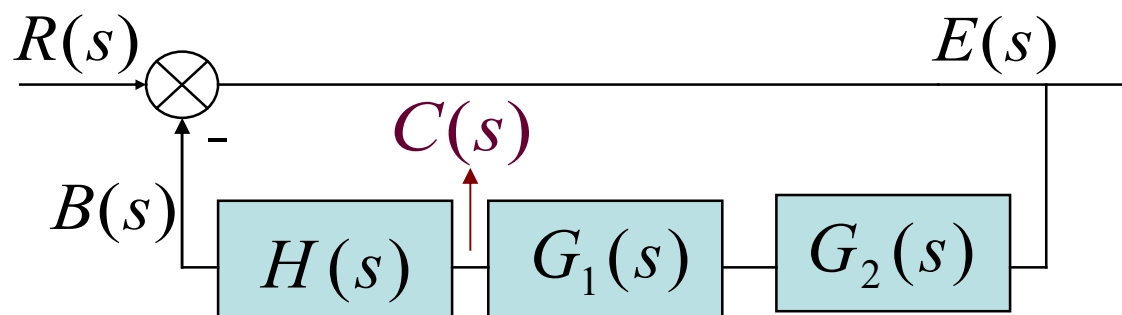
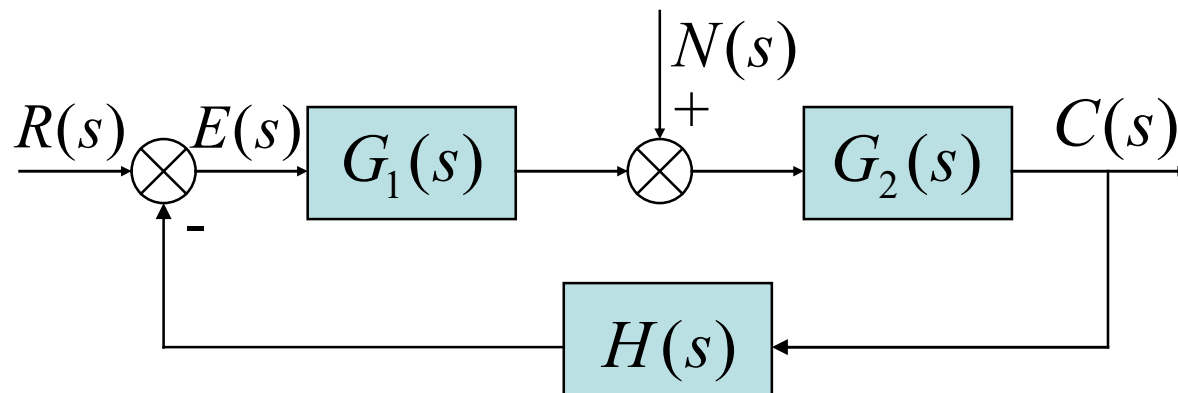
给定输入和扰动输入同时作用下的闭环系统

根据线性迭加原理：

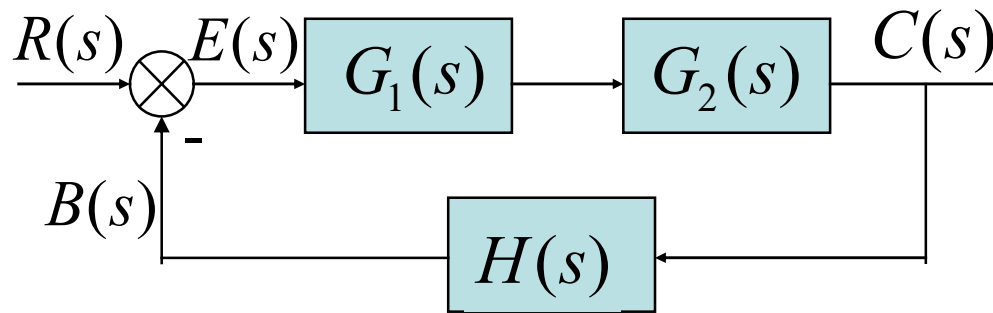
$$\begin{aligned}
 \text{输出: } C(s) &= \Phi(s)R(s) + \Phi_N(s)N(s) \\
 &= \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H} R(s) + \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H} N(s)
 \end{aligned}$$

[提示]：各个传递函数 $\Phi(s)$ 、 $\Phi_N(s)$ 都具有相同的分母，分母称为控制系统的特征表达式。

(三) 系统偏差传递函数:



$$\Phi_E(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

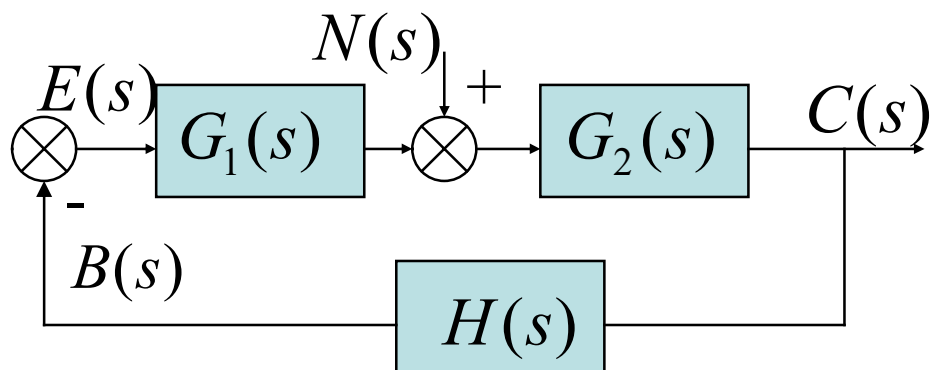


又若单位反馈系统 $H(s)=1$,

则有：开环传递函数=前向通道传递函数。

$$\Phi(s) = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2}, \quad \Phi_E(s) = \frac{1}{1 + G_1 G_2}, \quad \therefore \Phi(s) = 1 - \Phi_E(s)$$

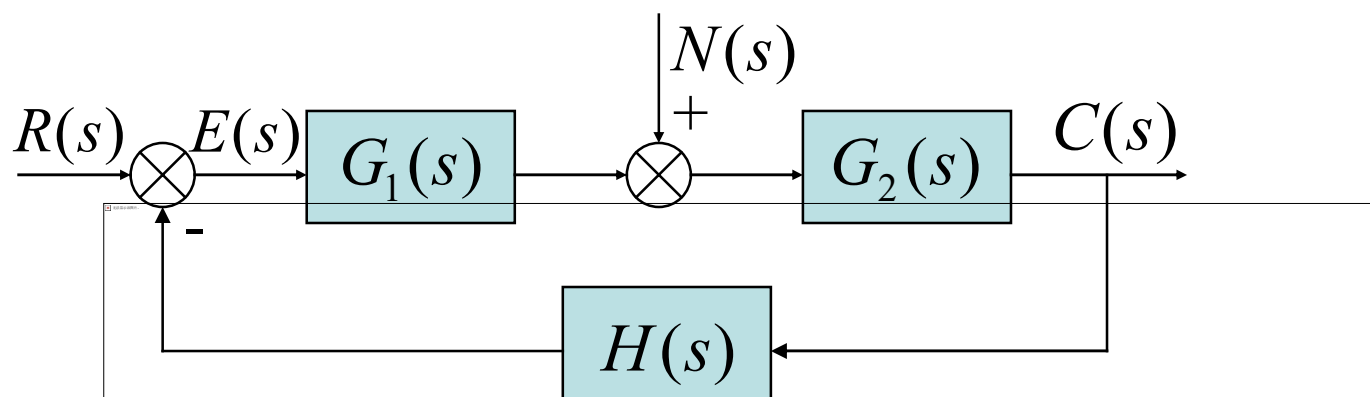
系统的偏差 $E(s)=R(s)-B(s)=R(s)-C(s)$ 就是系统误差。



一般要求由扰动量产生的输出量应为零。系统的误差为 $-C(s)$, 偏差 $E(s)=0-B(s)=-H(s)C(s)$, 扰动作用下偏差传递函数为:

$$\Phi_{NE}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-H(s)C(s)}{N(s)} = -H(s) \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H}$$

$$E(s) = -\frac{H G_2}{1 + G_1 G_2 H} N(s)$$



给定输入和扰动输入同时作用下的闭环系统

根据线性迭加原理：

$$\begin{aligned}
 \text{偏差: } E(s) &= \Phi_E(s)R(s) + \Phi_{NE}(s)N(s) \\
 &= \frac{1}{1 + G_1G_2H} R(s) + \frac{-HG_2}{1 + G_1G_2H} N(s)
 \end{aligned}$$

[提示]：各个传递函数 $\Phi(s)$ 、 $\Phi_N(s)$ 、 Φ_E 、 Φ_{EN} 都具有相同的分母，分母称为控制系统的特征表达式。