5.2 典型环节与开环系统频率特性

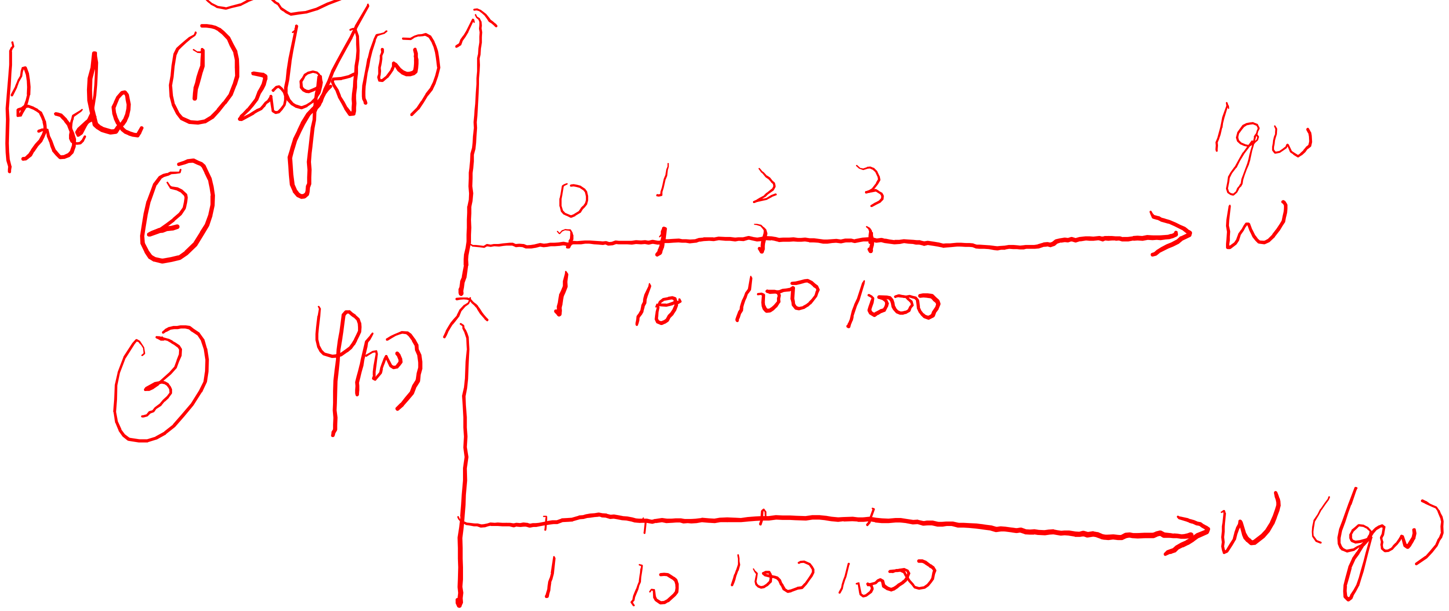
① $G(s)H(s)$ ②

$$\frac{10K(s+1)(s^2+s+1)}{s^2(s+3)(s^2+2s+3)}=G(s)H(s)$$

1、典型环节

典型环节可分为两大类：最小相位和非最小相位，见教材（自学）

主要介绍最小相位环节

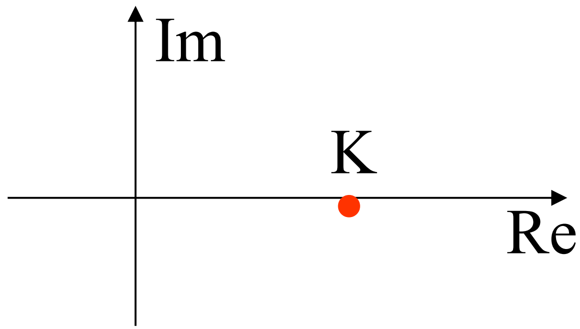


2、典型环节的频率特性

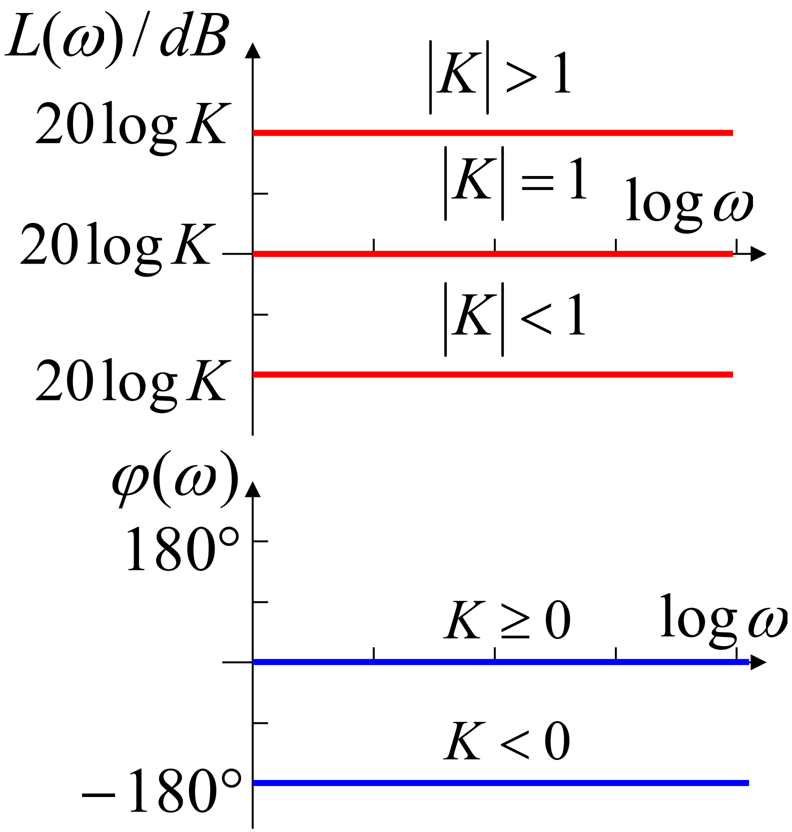
1. 比例环节：　$G(s)=K$　　$G(j\omega)=K$

频率特性：$\begin{cases} A(\omega)=k \\ \varphi(\omega)=0 \end{cases}$

比例环节的幅相频率特性图**为实轴上的K点**。



比例环节的对数幅相频率对数（Bode）图：



对数幅频特性：

$$L(\omega)=20\lg|K|=\text{常数}=\begin{cases}>0 & |K|>1\\ =0 & |K|=1\\ <0 & |K|<1\end{cases}$$

相频特性：

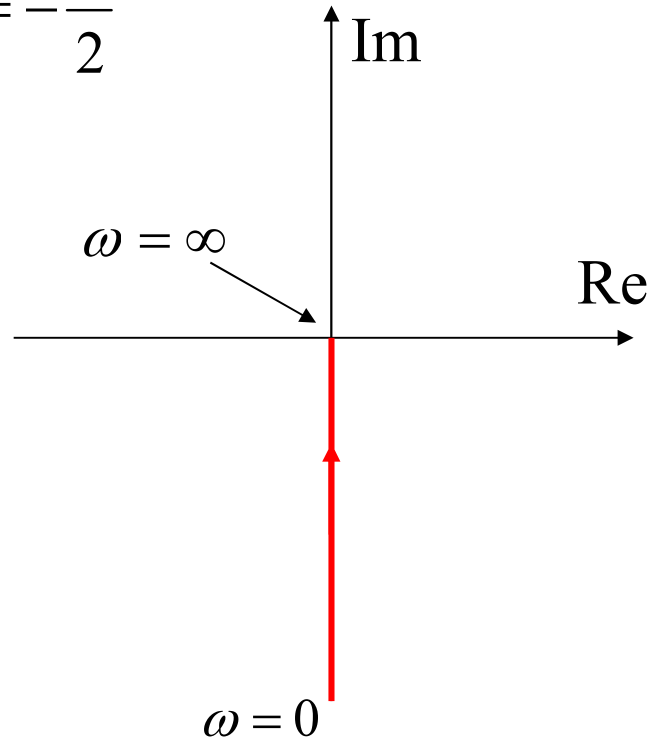
$$\varphi(\omega)=\angle|K|=\begin{cases}0^\circ & K\ge 0\\ -180^\circ & K<0\end{cases}$$

2. 积分环节的频率特性：$G(s)=\dfrac{1}{s}$

频率特性： $$G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}=-j\frac{1}{\omega}=\frac{1}{\omega}e^{-\frac{\pi}{2}}$$

$$A(\omega)=\frac{1}{\omega} \qquad \varphi(\omega)=tg^{-1}\left(-\frac{1}{\omega}\Big/0\right)=-\frac{\pi}{2}$$

积分环节的频率特性为负虚轴。频率ω从0→∞特性曲线由虚轴的－∞趋向原点。



积分环节的对数频率特性图：

$$A(\omega)=\frac{1}{\omega} \qquad \varphi(\omega)=tg^{-1}(-\frac{1}{\omega}\Big/0)=-\frac{\pi}{2}$$

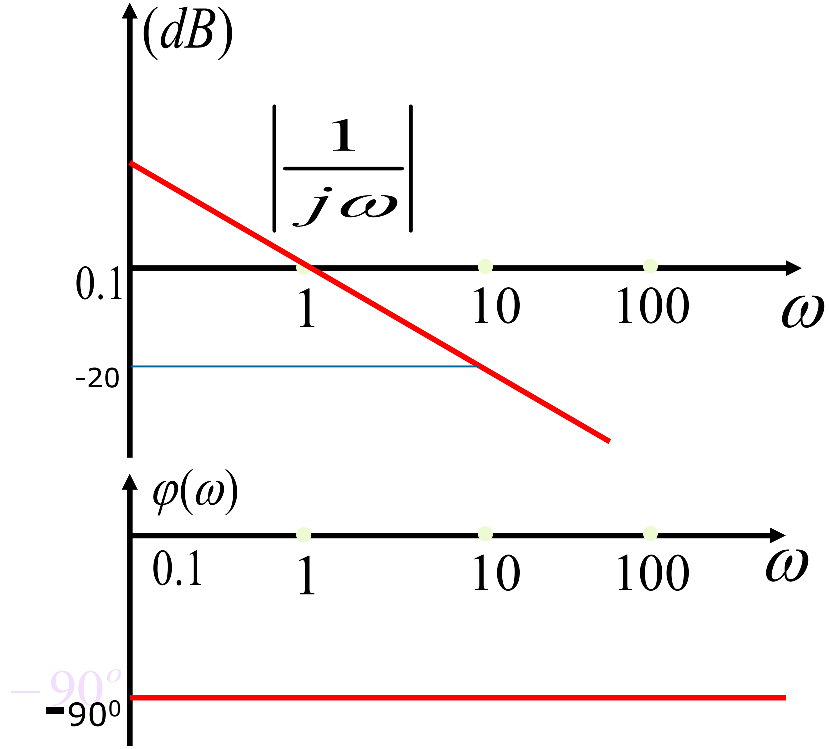
$$L(\omega)=-20\lg\omega，\quad \varphi(\omega)=-90^0$$

对数幅频特性是直线，斜率为**-20**。

$$\frac{dL(\omega)}{d\lg\omega}=-20$$

横坐标**lg ω**每增加单位长度，**L(ω)**就减少**20dB**，记作 **-20dB/dec**（**-20dB** /十倍频程），该线与零分贝交点为 **ω=1**。

对数相频特性是**-90⁰**的水平线。

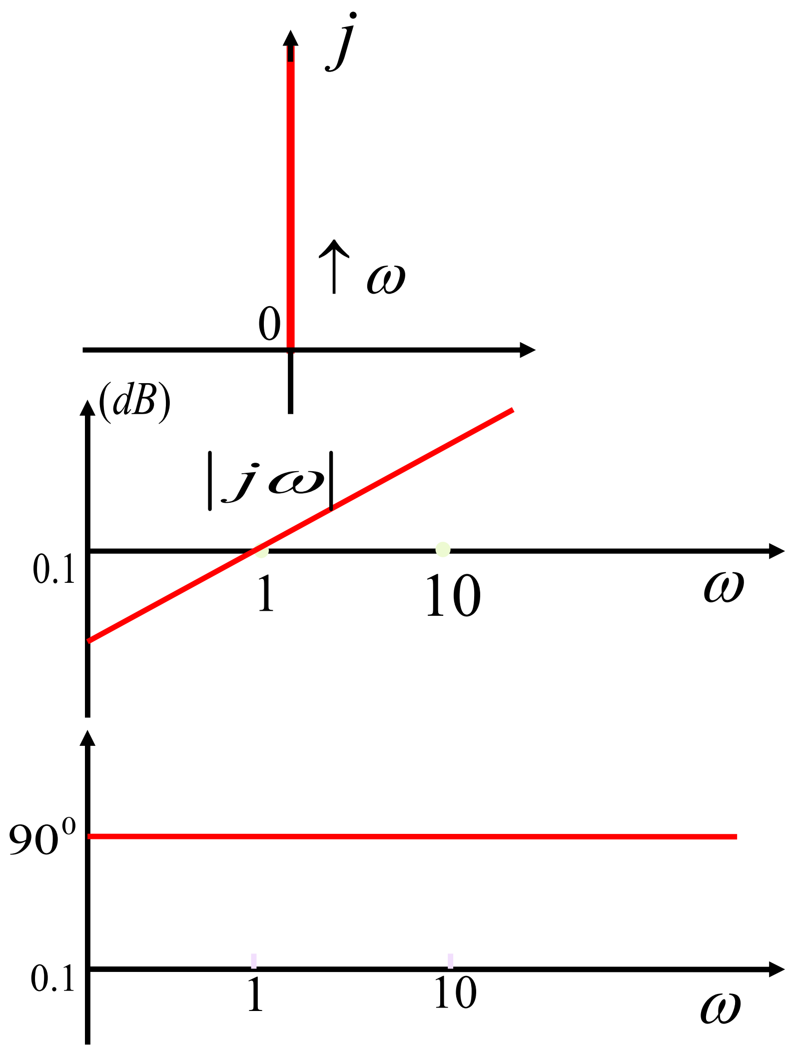


3、微分环节

$$G(s)=s,\qquad G(j\omega)=j\omega=\omega e^{j\frac{\pi}{2}}$$

因为微分环节与积分环节互为倒数，故图形也正好相反

微分环节的频率特性图：



对数幅频特性和相频特性为(**Bode**图）：

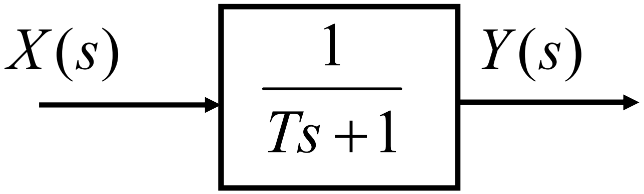
$$L(\omega)=20\lg\omega,\quad \varphi(\omega)=90^0$$

对数幅频特性是直线，斜率为**20**。

$$\frac{dL(\omega)}{d\lg\omega}=20$$

对数幅频特性与相频特性如右图：

4、惯性环节



$$(1+Ts)Y(s)=X(s)$$

当 ***x(t)* = 1*(t)***，其微分方程的解为：$y(t)=1-e^{\frac{-t}{T}} \qquad (t\geq 0)$

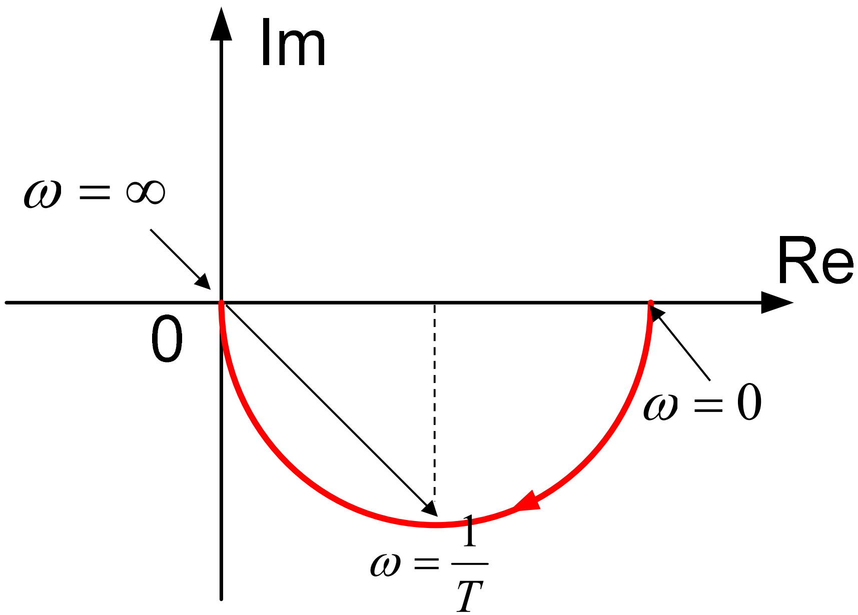
由于其阶跃响应不是立即达到，响应具有惯性，因而惯性环节由此得名。

$$G(s)=\frac{1}{Ts+1} \qquad G(j\omega)=\frac{1}{Tj\omega+1}$$

频率特性为：

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}, \qquad \varphi(\omega)=-tg^{-1}T\omega$$

$\omega=0$时：$A(0)=1$，$\varphi(0)=0$

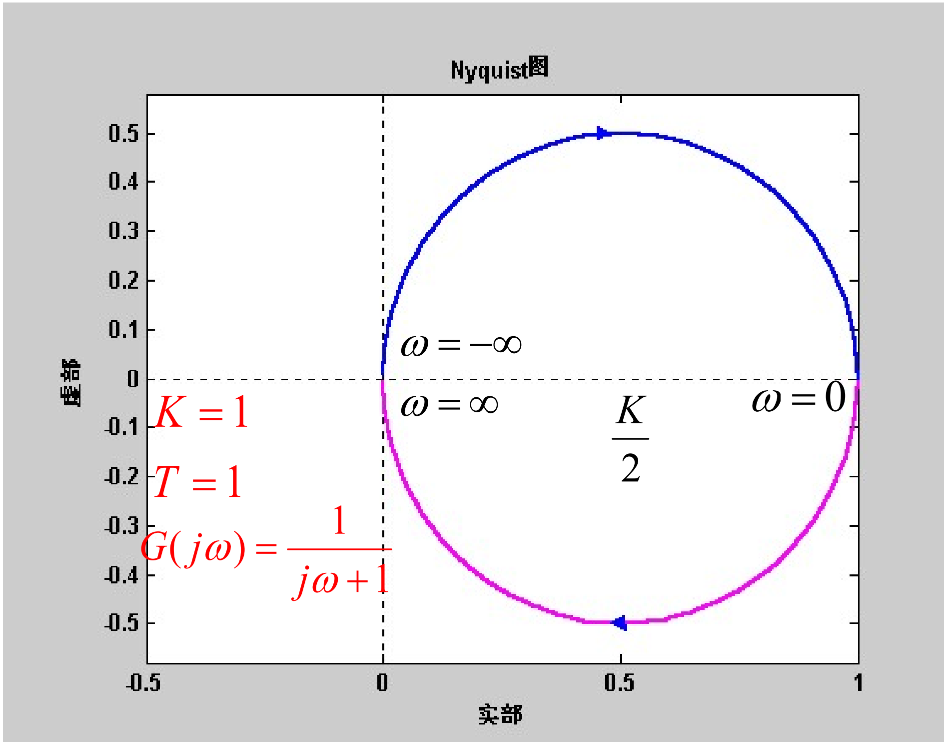


$\omega=\frac{1}{T}$时：$A(\frac{1}{T})=\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\varphi(\frac{1}{T})=-45^\circ$

$\omega=\infty$时：$A(\infty)=0$，$\varphi(\infty)=-90^\circ$

完整的频率特性图是一个圆，对称于实轴。

下半个圆对应于正频率部分，而上半个圆对应于负频率部分。



对数幅频特性：

$$G(s)=\frac{1}{Ts+1} \qquad G(j\omega)=\frac{1}{Tj\omega+1}$$

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}, \qquad \varphi(\omega)=-tg^{-1}T\omega$$

$L(\omega)=20\log A(\omega)=-20\log\sqrt{1+T^2\omega^2}$ 采用分段直线近似表示：

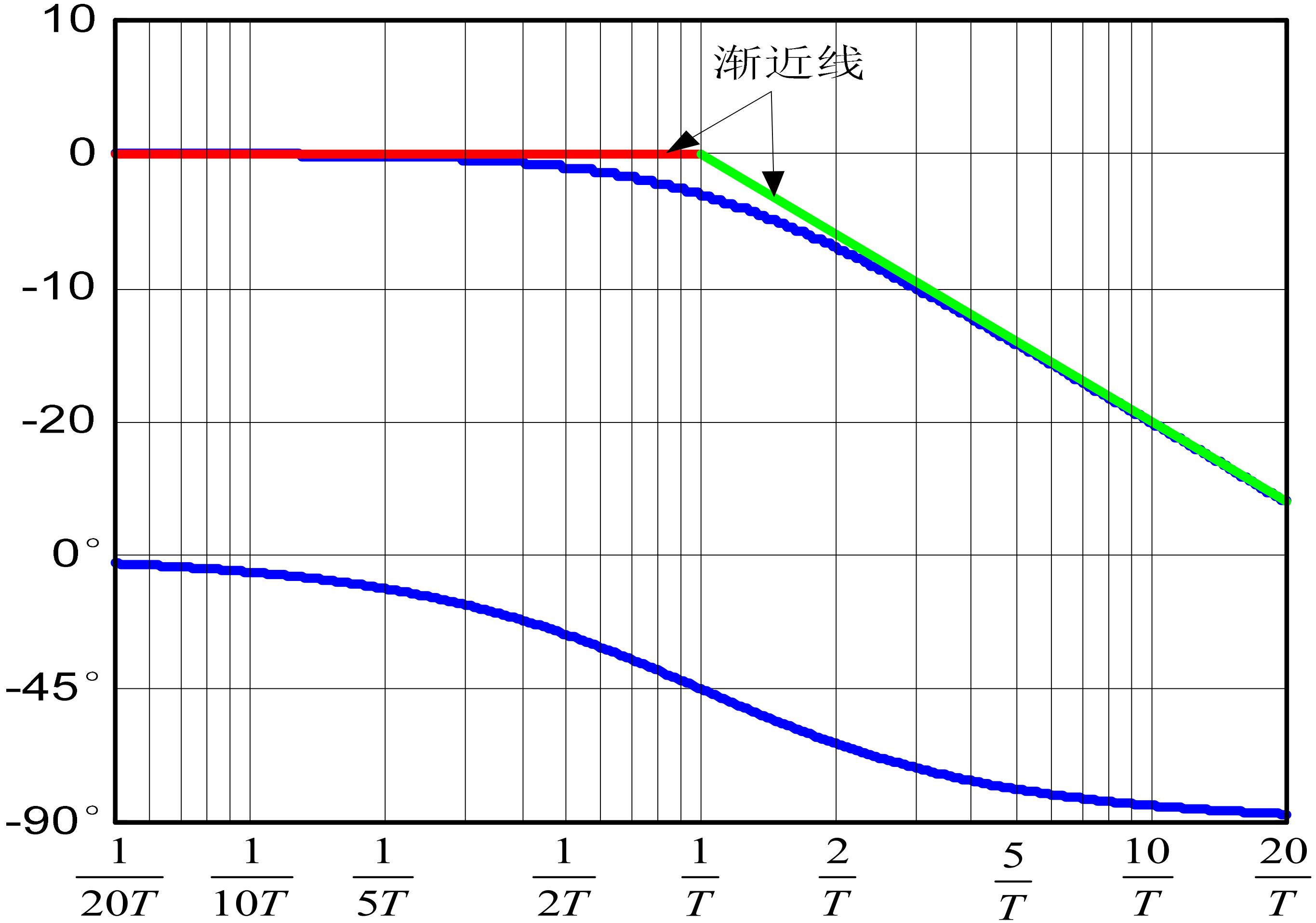
低频段：当$T\omega<<1$时，$L(\omega)\approx 0$，称为低频渐近线，$\varphi(\omega)=0^o$ 。

高频段：当$T\omega>>1$时，$L(\omega)\approx -20\lg T\omega$ ，称为高频渐近线。这是一条斜率为-20dB/Dec的直线，$\varphi(\omega)=-90^o$。

当$\omega\to 0$时，对数幅频曲线趋近于低频渐近线，当$\omega\to\infty$时，趋近于高频渐近线。

低频与高频渐近线的交点为：$0=-20\lg T\omega$ ，得：$T\omega=1, \omega_o=\frac{1}{T}$，称为转折频率，$\varphi(\omega)=-45^o$ 。

可以用这两个渐近线近似的表示惯性环节的对数幅频特性。



图中，红、绿线分别是低频、高频渐近线，蓝线是实际曲线。

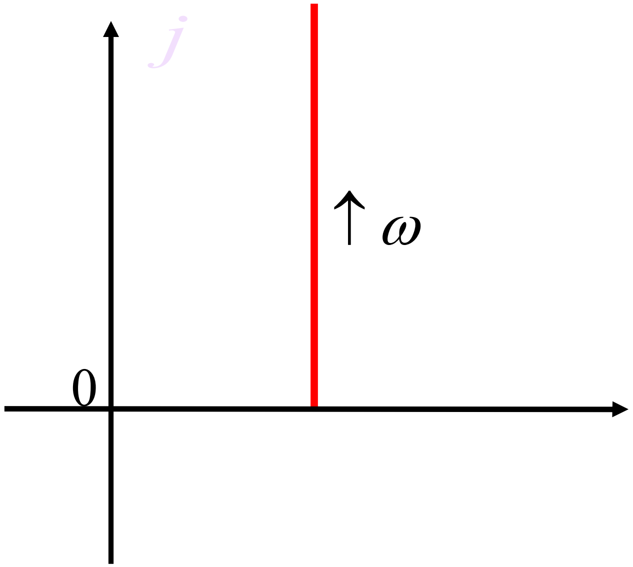
当 $\omega = \dfrac{1}{T}$ 时，　$L(\dfrac{1}{T}) = 20\lg(\dfrac{1}{\sqrt{2}}) = -3\,(dB)$

$$\varphi(\frac{1}{T}) = -arctg1 = -45^0$$

5、一阶微分环节

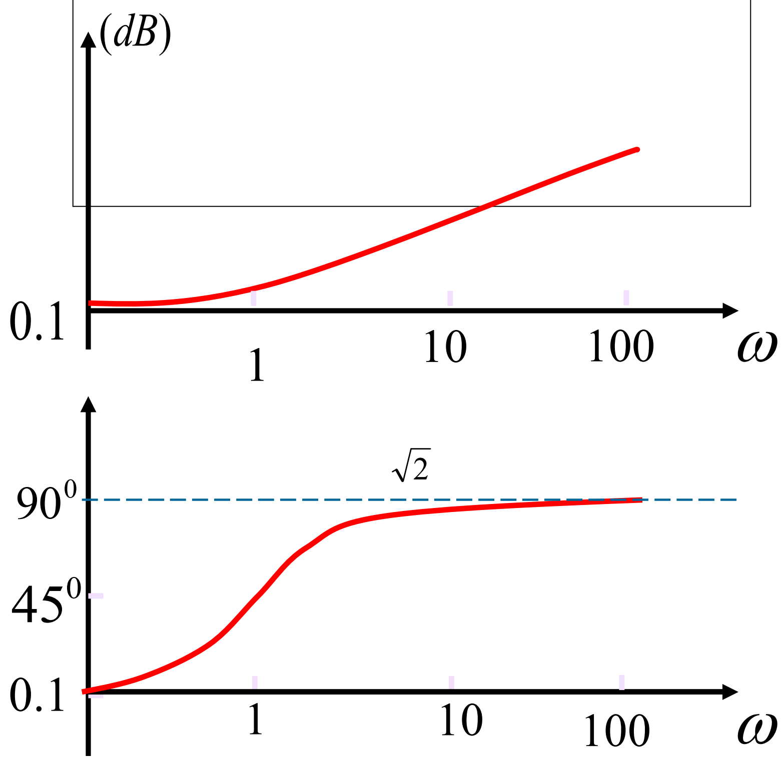
$$G(s) = Ts + 1 \qquad G(j\omega) = T(j\omega + \frac{1}{T})$$

其频率特性为：



相当于纯微分环节的特性曲线向右平移一个单位。

其Bode图为（设T=1)：



6 振荡环节：

$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{\omega_n{}^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2}$$

讨论 $0\le\zeta\le1$ 时的情况。频率特性为：

$$G(j\omega)=\frac{1}{(1-T^2\omega^2)+j2\zeta\omega T}$$

幅频和相频特性分别为：

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$$

$$\varphi(\omega)=-tg^{-1}\frac{2\zeta\omega T}{1-T^2\omega^2}$$

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$$

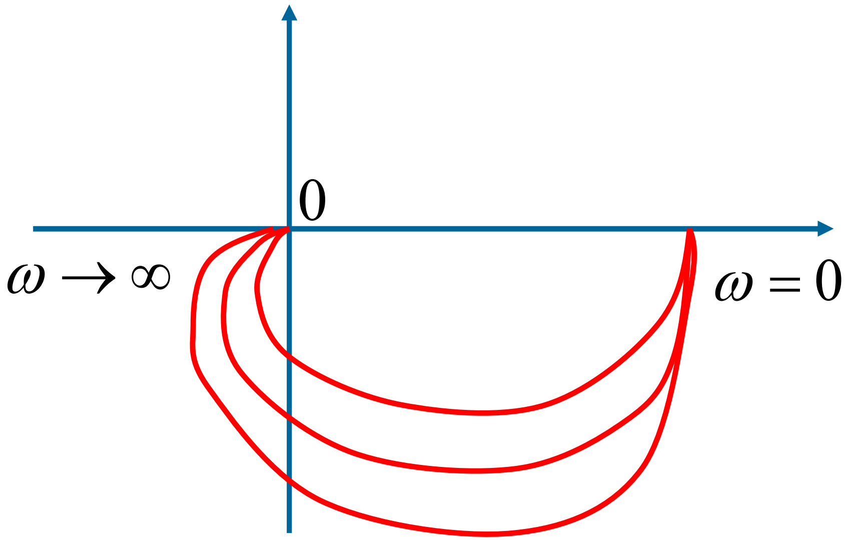
$$\varphi(\omega)=-tg^{-1}\frac{2\zeta\omega T}{1-T^2\omega^2}$$

讨论：

当$\omega=0$时，$A(\omega)=1,\varphi(\omega)=0$

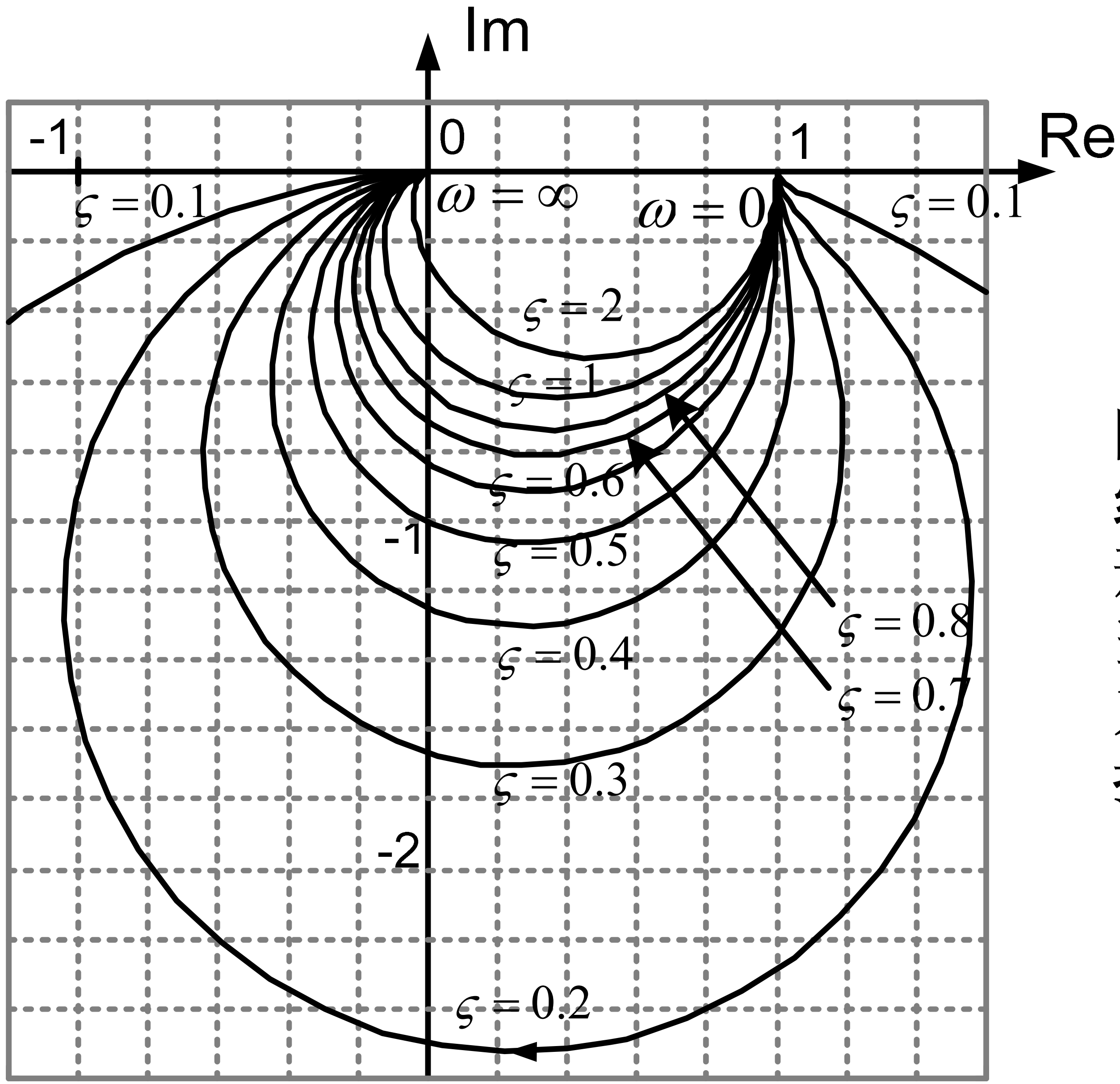
当$\omega=\dfrac{1}{T}$时，$A(\omega)=\dfrac{1}{2\zeta},\varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{2};$

当$\omega=\infty$时，$A(\omega)=0,\varphi(\omega)=-\pi$



当$\omega\geq 0$时，曲线在3，4象限；当$\omega<0$，与之对称于实轴。

实际曲线还与阻尼系数有关



由图可见无论是欠阻尼还是过阻尼系统，其图形的基本形状是相同的。

当过阻尼时，阻尼系数越大其图形越接近圆。

对数幅相频率特性：

幅频特性为： $A(\omega)=\dfrac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$

相频特性为： $\varphi(\omega)=-tg^{-1}\dfrac{2\zeta\omega T}{1-T^2\omega^2}$

对数幅频特性为：$L(\omega)=20\log A(\omega)=-20\log\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}$

低频段渐近线： $T\omega<<1$时，$L(\omega)\approx 0$

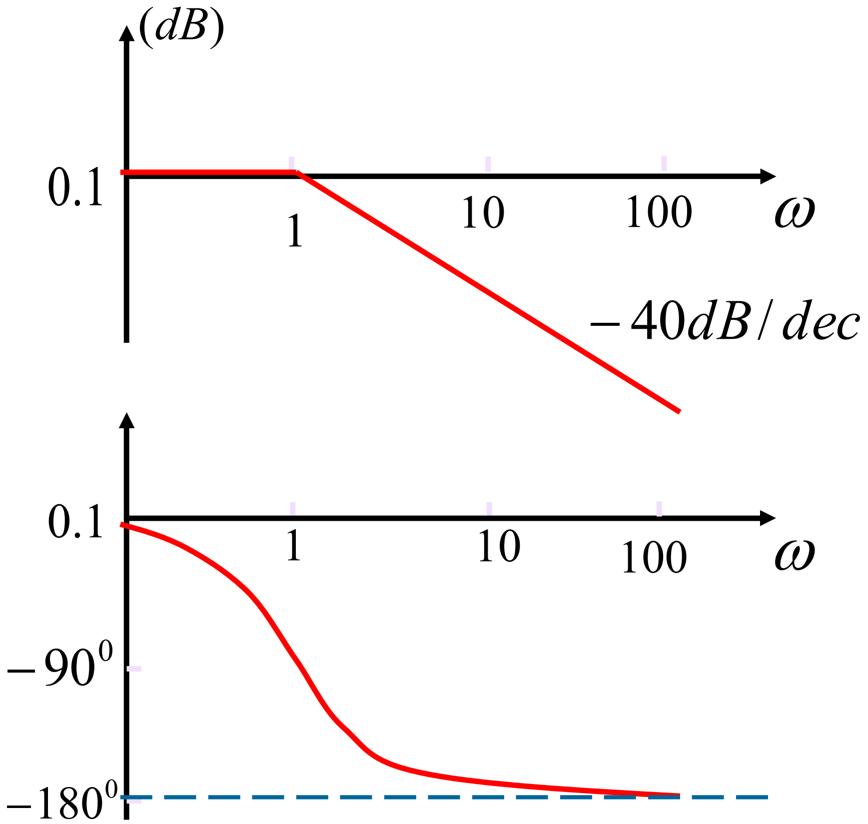
高频段渐近线： $T\omega>>1$时，$L(\omega)\approx -20\log\sqrt{(T^2\omega^2)^2}=-40\log T\omega$

两渐进线的交点$\omega_o=\dfrac{1}{T}$ 称为转折频率。斜率为**-40dB/Dec**。

相频特性： $\varphi(\omega) = -tg^{-1}\dfrac{2\zeta\omega T}{1-T^2\omega^2}$

几个特征点： $\omega = 0, \varphi(\omega) = 0; \omega = \dfrac{1}{T}, \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2}; \omega = \infty, \varphi(\omega) = -\pi$。

下图是当**T=1**时的图



由图可见：

① **对数相频特性曲线在对数坐标系中对于((1/T)=1, -90°)点是斜对称的。**

② **对数幅频特性曲线有峰值。**

对 $A(\omega)$ 求导并令等于零，可解得 $A(\omega)$ 的极值对应的频率 ω_p。

$$\omega_p = \frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{T}$$

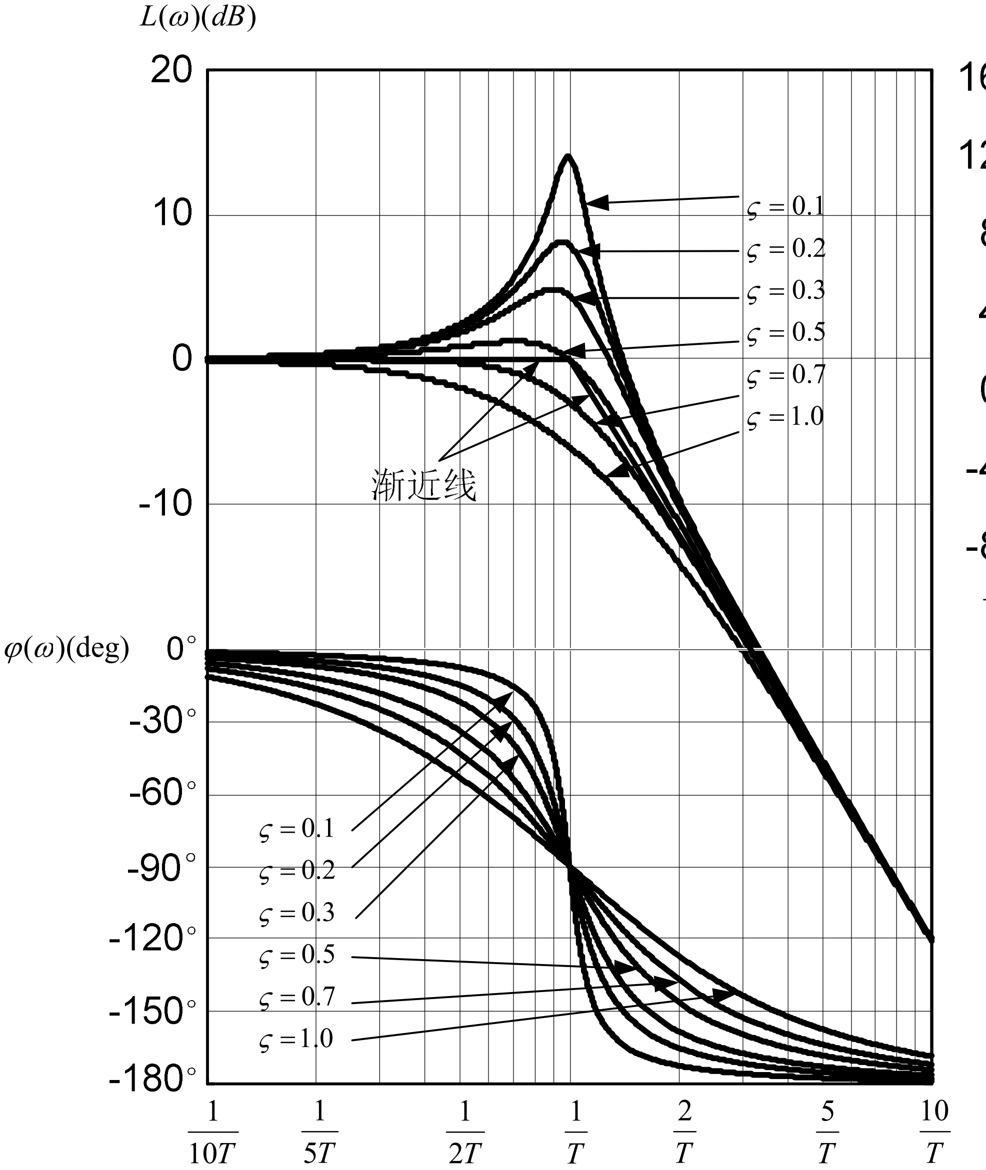
该频率称为谐振峰值频率。可见，当 $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ 时，$\omega_p = 0$ 。

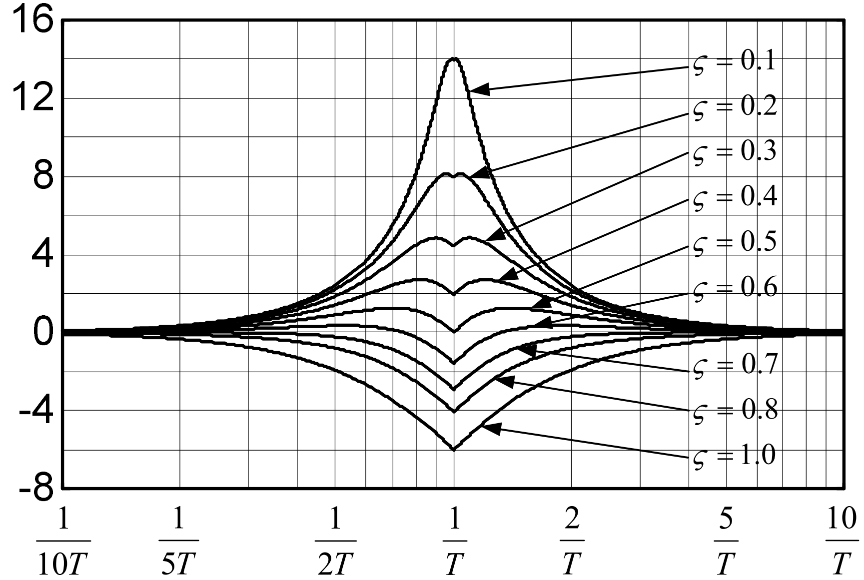
当 $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时，无谐振峰值。当 $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时，有谐振峰值。

$$M_p = A(\omega_p) = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

当 $\omega = \omega_0$ ， $A(\omega_0) = \frac{1}{2\zeta}$ ，$L(\omega_0) = -20\lg 2\zeta$ 。

因此在转折频率附近的渐近线依不同阻尼系数与实际曲线可能有很大的误差。



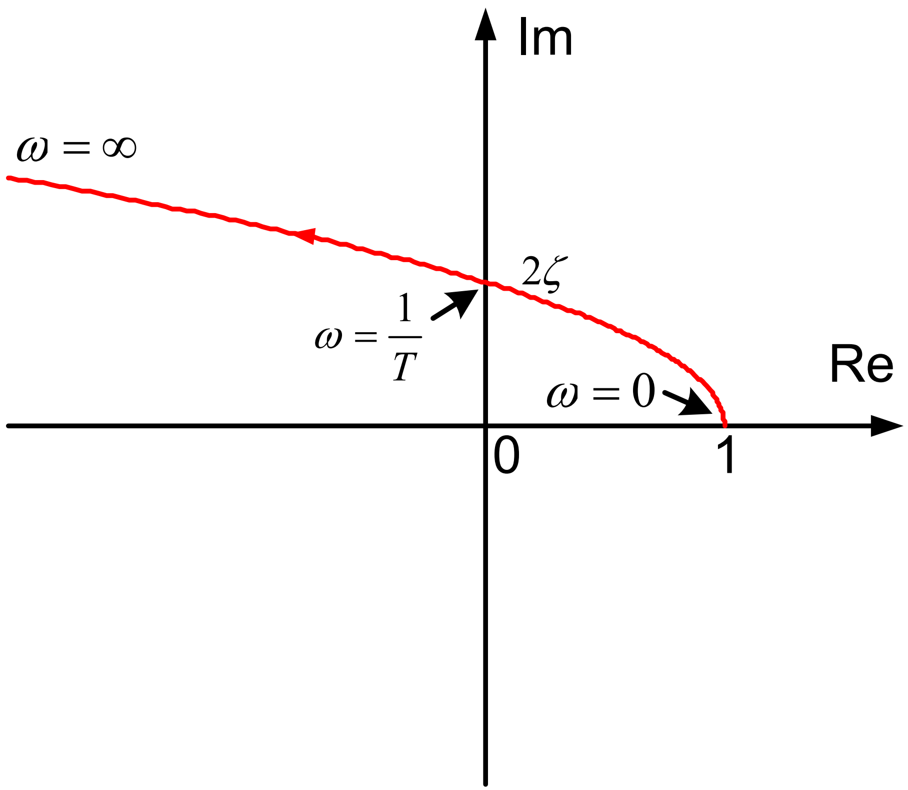


左图是不同阻尼系数情况下的对数幅频特性和对数相频特性图。上图是不同阻尼系数情况下的对数幅频特性实际曲线与渐近线之间的误差曲线。

7 二阶微分环节：　$G(s) = T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1$

幅频和相频特性为：

$$A(\omega) = \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}, \varphi(\omega) = tg^{-1}\frac{2\zeta\omega T}{1 - T^2\omega^2}$$



对数频率特性为：

$$A(\omega)=\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2},\varphi(\omega)=tg^{-1}\frac{2\zeta\omega T}{1-T^2\omega^2}$$

$$L(\omega)=20\lg\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}$$

低频渐进线： $T\omega<<1$时，$L(\omega)\approx 0$

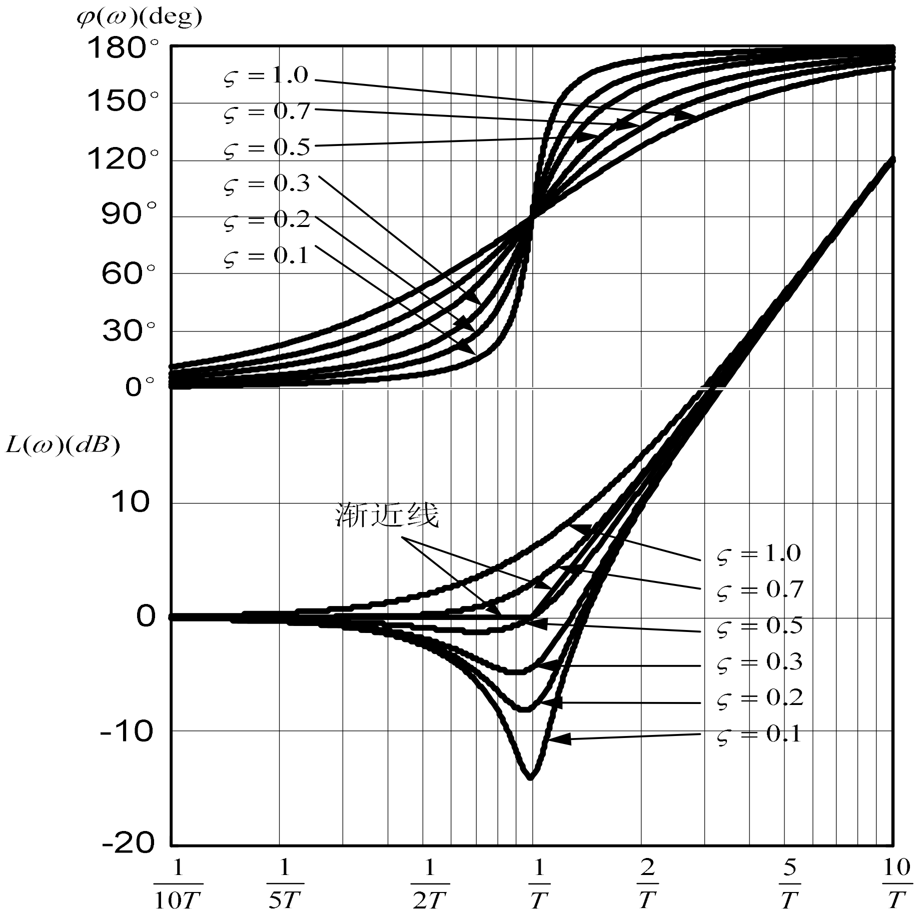
高频渐进线：

$T\omega>>1$时，$L(\omega)=20\lg\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}\approx 40\log T\omega$

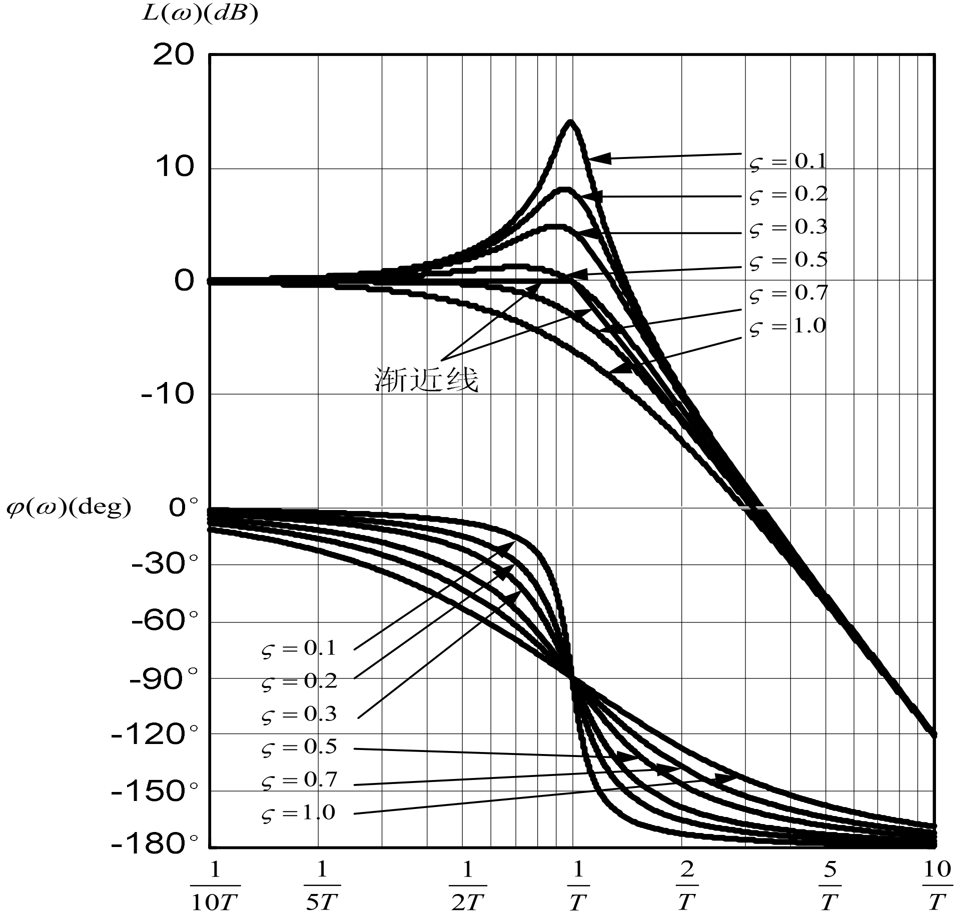
转折频率为：$\omega_o=\dfrac{1}{T}$ **，高频段的斜率+40dB/Dec。**

相角： 当$\omega=0$时，$\varphi(\omega)=0;\omega=\dfrac{1}{T},\varphi(\omega)=\dfrac{\pi}{2};\omega=+\infty,\varphi(\omega)=\pi$

可见，相角的变化范围从0~180度。



二阶微分环节



振荡环节

由前面分析和上两图可见，二阶微分环节对数幅频曲线和对数相频曲线分别与振荡环节对数幅频曲线和对数相频曲线关于**0**分贝线及**0**度线成镜像对称.

3、开环系统幅相频率特性的绘制（绘制奈氏图）

开环系统的频率特性或由典型环节的频率特性组合而成，或是一个有理分式，绘制方法如下：

[绘制方法]：

- 将开环系统的频率特性写成 $A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ 的形式，根据不同的ω算出$A(\omega),\varphi(\omega)$ ，可在复平面上得到不同的点并连之为曲线。

1. 确定幅相特性曲线的起点和终点
2. 确定幅相特性曲线和实轴和虚轴的交点（穿越频率）
3. 确定幅相特效曲线的变化范围和趋势

- 使用MATLAB工具绘制。

[例5-1]设开环系统的频率特性为：$G(j\omega)=\dfrac{k}{(1+jT_1\omega)(1+jT_2\omega)}$

试列出实频和虚频特性的表达式。当$k=1,T_1=1,T_2=5$ **绘制奈氏图。**

解：$$G(j\omega)=\frac{k(1-jT_1\omega)(1-jT_2\omega)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}=\frac{k(1-T_1T_2\omega^2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

$$-j\frac{k(T_1+T_2)\omega}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}=P(\omega)+jQ(\omega)$$

当$k=1,T_1=1,T_2=5$时，$P(\omega)=\dfrac{1-5\omega^2}{(1+\omega^2)(1+25\omega^2)},Q(\omega)=\dfrac{-6\omega}{(1+\omega^2)(1+25\omega^2)}$

找出几个特殊点（比如$\omega=0,\infty$**，与实、虚轴的交点等），可大致勾勒出奈氏图。**

$$P(\omega)=\frac{1-5\omega^2}{(1+\omega^2)(1+25\omega^2)},Q(\omega)=\frac{-6\omega}{(1+\omega^2)(1+25\omega^2)}$$

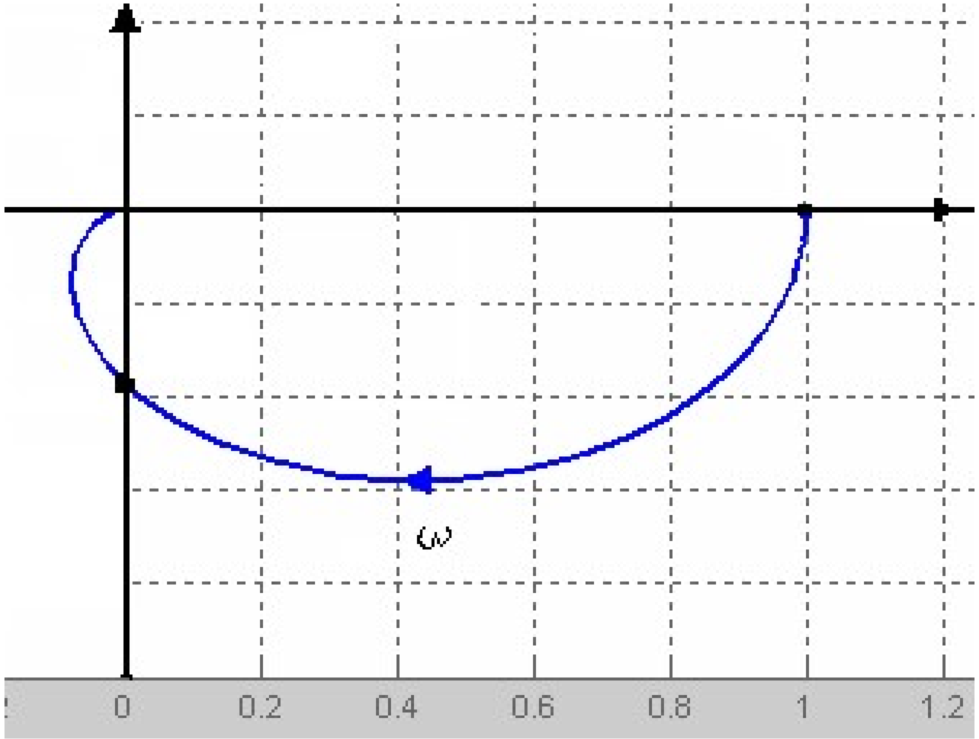
幅值： $A(\omega)=\sqrt{P(\omega)^2+Q(\omega)^2}$

ω	0	0.2	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0.8	∞
$P(\omega)$	1	0.385	0	-0.79	0
$Q(\omega)$	0	-5.77	$\frac{-\sqrt{5}}{6}$	-1.72	0

相角： $\varphi(\omega)=-tg^{-1}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=-tg^{-1}T_1\omega-tg^{-1}T_2\omega$

ω	0	0.2	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0.8	∞
$\varphi(\omega)$	0	-56.3	-90	-114.6	-180

用上述信息可以大致勾勒出奈氏图。



事实上

零型系统若包含**n**个惯性环节

$$\begin{cases} \text{当 } \omega \to 0 \text{ 时，} G(j0) = K\angle 0^0 \\ \text{当 } \omega \to \infty \text{ 时，} G(j\infty) = 0\angle -n \times 90^0 \end{cases}$$

[例5-2]设开环系统的频率特性为： $G(j\omega)=\dfrac{k}{j\omega(1+jT_1\omega)(1+jT_2\omega)}$

试绘制极坐标特性曲线。

[解]： $$G(j\omega)=\frac{-k(T_1+T_2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}-j\frac{k(1-T_1T_2\omega^2)}{\omega(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

$$=P(\omega)+jQ(\omega)$$

$$\varphi(\omega)=-\frac{\pi}{2}-tg^{-1}T_1\omega-tg^{-1}T_2\omega$$

$$G(j\omega)=\frac{-k(T_1+T_2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}-j\frac{k(1-T_1T_2\omega^2)}{\omega(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}=P(\omega)+jQ(\omega)$$

$$\varphi(\omega)=-\frac{\pi}{2}-tg^{-1}T_1\omega-tg^{-1}T_2\omega$$

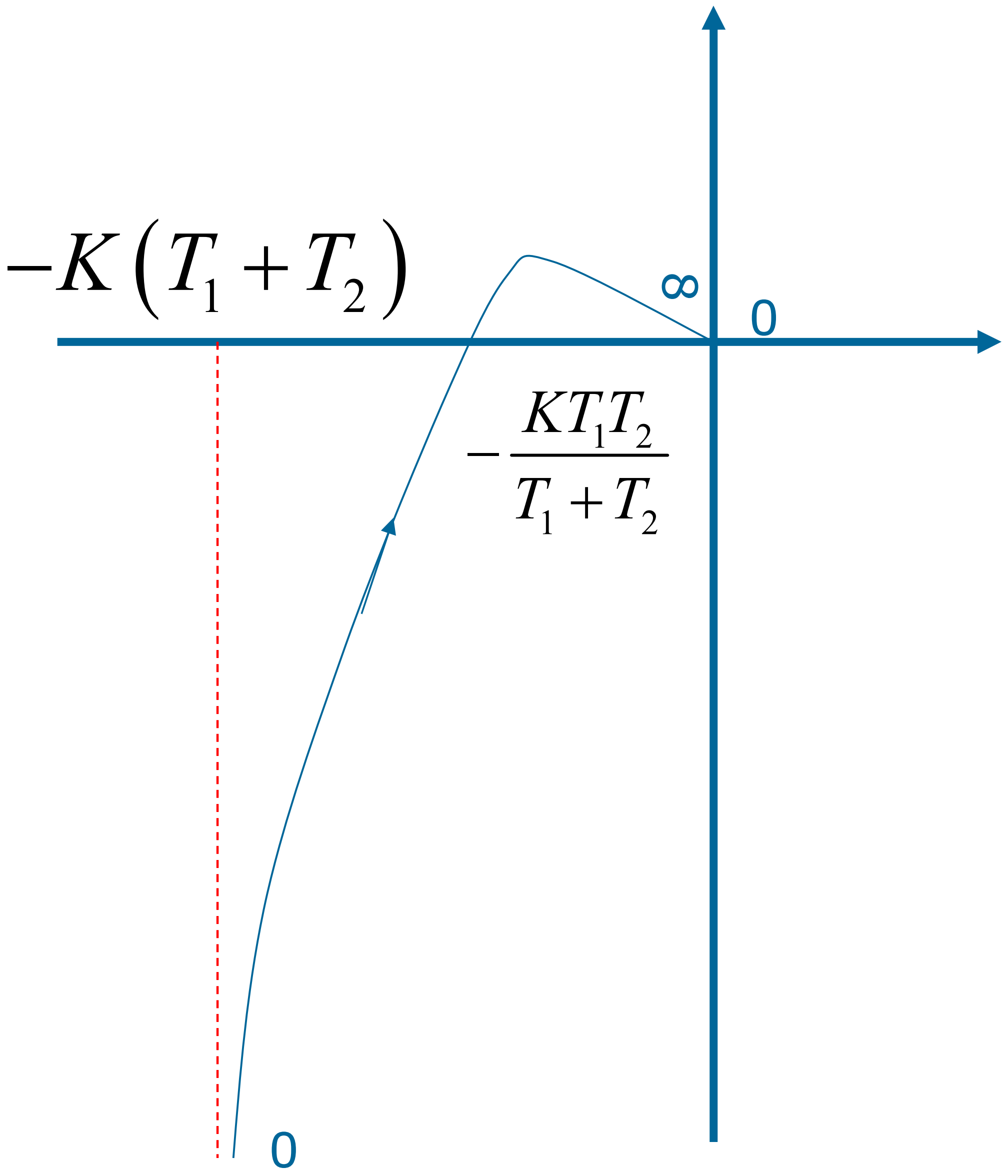
[分析]1、当 $\omega=0$ **时，** $P(0)=-k(T_1+T_2), Q(0)=-\infty, \varphi(0)=-\frac{\pi}{2}$

显然，当 $\omega\to 0$ **时，** $G(j\omega)$**的渐近线是一条通过实轴** $-k(T_1+T_2)$ **点，且平行于虚轴的直线。**

2、与实轴的交点。令: $Q(\omega)=0$ **，解得:** $\omega_1=\frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}$**，这时:**

$$P(\omega_1)=\frac{-kT_1T_2}{T_1+T_2}$$

3、当 $\omega\to\infty$ **时，** $P(\infty)=0, Q(\infty)=0, \varphi(\infty)\frac{-3\pi}{2}$ **，渐近线方向向下。**



$-K\left(T_1+T_2\right)$
∞
0
$-\frac{KT_1T_2}{T_1+T_2}$
0

[具有积分环节系统的频率特性的特点]:

频率特性可表示为: $$G(j\omega)=\frac{1}{(j\omega)^{\nu}}\cdot\frac{\prod_{i=1}^{m}(1+\tau_i s)}{\prod_{j=1}^{n-\nu}(1+T_j s)}$$

其相角为: $$\varphi(\omega)=\sum_{i=1}^{m}tg^{-1}\tau_i\omega-\nu\frac{\pi}{2}-\sum_{j=1}^{n-\nu}tg^{-1}T_j\omega$$

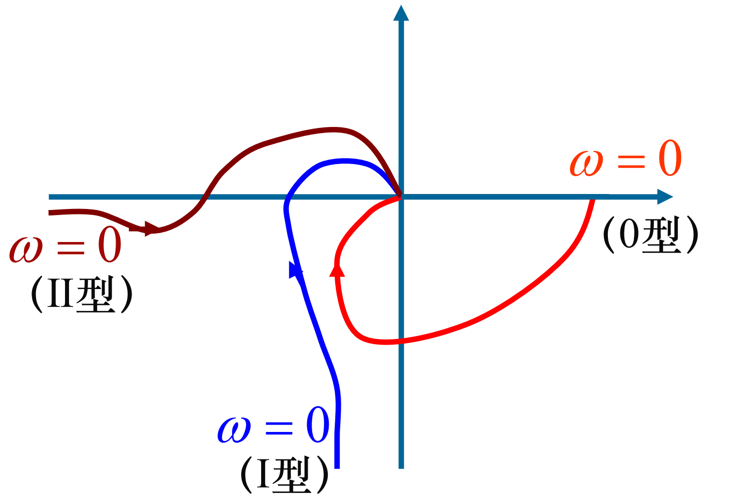
当$\omega=0$时，$\varphi(0)=-\nu\frac{\pi}{2},G(0)=\frac{1}{(j\omega)^{\nu}}\Big|_{\omega=0}$

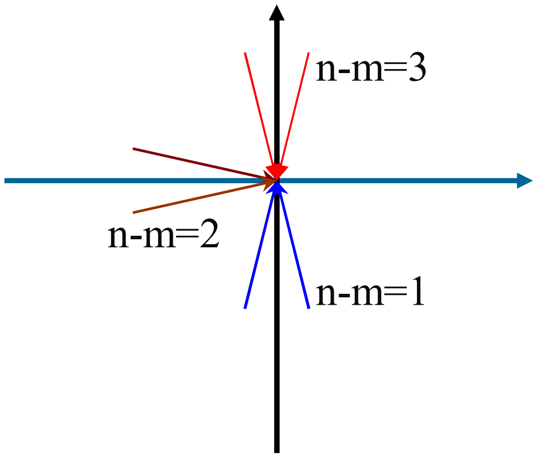
当$\omega=\infty$时，$\varphi(\infty)=m\frac{\pi}{2}-\nu\frac{\pi}{2}-(n-\nu)\frac{\pi}{2}=-(n-m)\frac{\pi}{2},$

$$G(j\omega)\Big|_{\omega=\infty}=0,(\text{若}n>m)$$

显然，低频段的频率特性与系统型数有关，高频段的频率特性与n-m有关。

下图为0型、I型和II型系统在低频和高频段频率特性示意图：





低频段频率特性

0型： $\varphi(0)=0, |G(0)|=1$

1型： $\varphi(0)=-\dfrac{\pi}{2}, |G(0)|=\infty$

2型： $\varphi(0)=-\pi, |G(0)|=\infty$

高频段频率特性

$n-m=1$时， $\varphi(\infty)=-\dfrac{\pi}{2}$

$n-m=2$时， $\varphi(\infty)=-\pi$

$n-m=3$时， $\varphi(\infty)=-\dfrac{3\pi}{2}$

至于中频部分，可计算一些特殊点的来确定。如与坐标的交点等。

4、开环系统的伯德图

基本步骤：

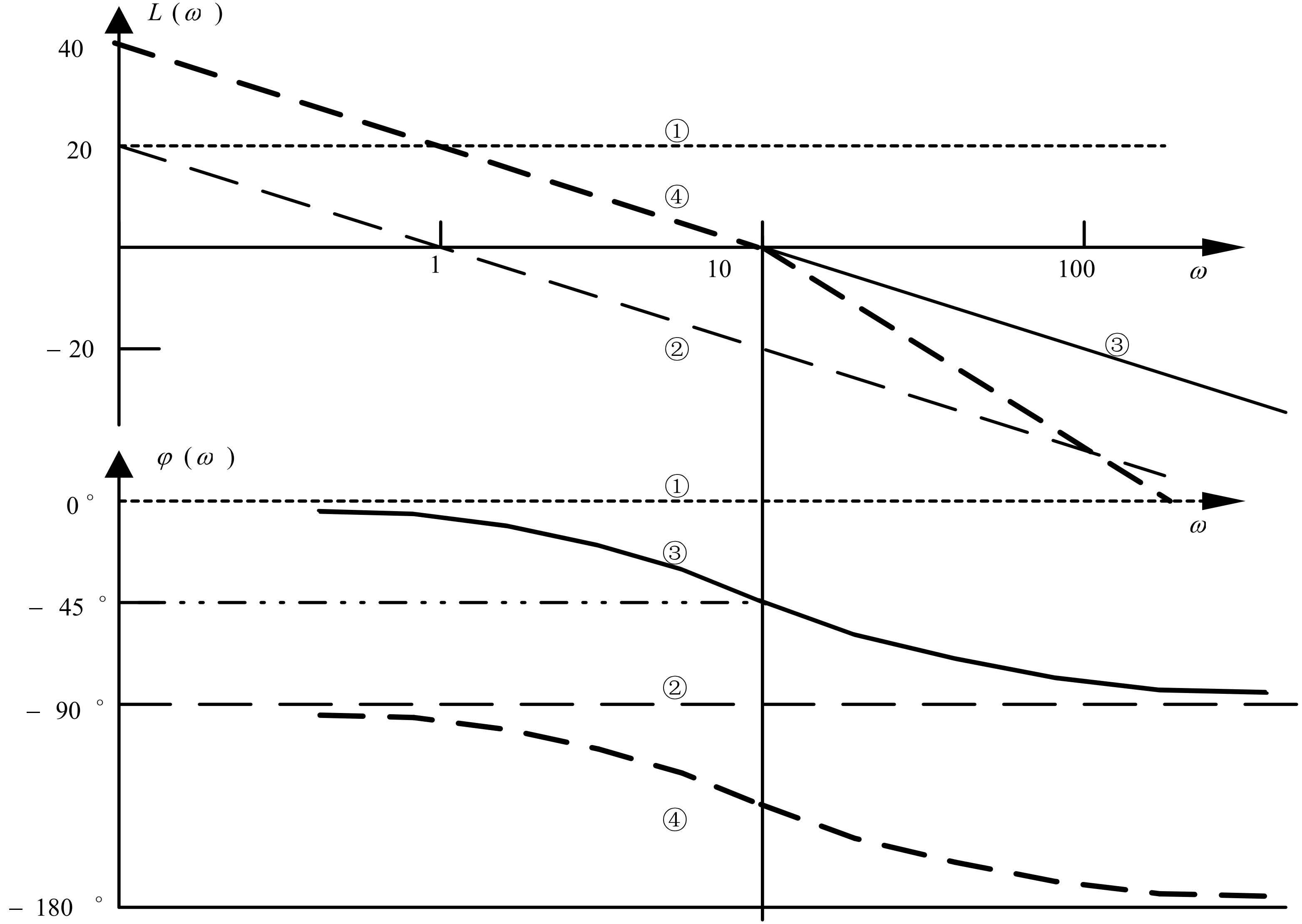
把系统的频率特性改写成各典型环节的乘积形式，画出每一个环节的对数幅频和相频曲线，然后进行同频率叠加，即得到该系统的伯德图。

例**1**：

$$G(s) = \frac{10}{js(0.1js+1)}$$

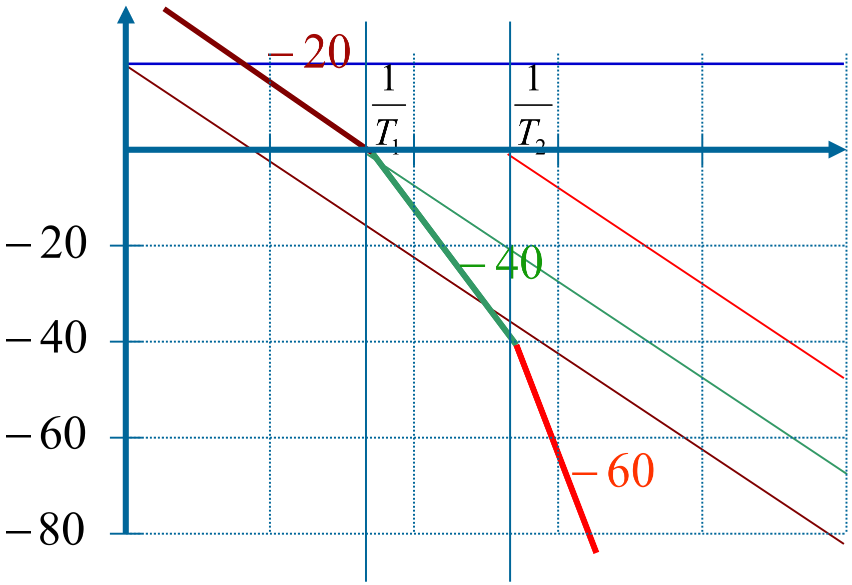
系统由三个典型环节组成，比例、积分和惯性环节，惯性环节的转折频率为**1/0.1=10**

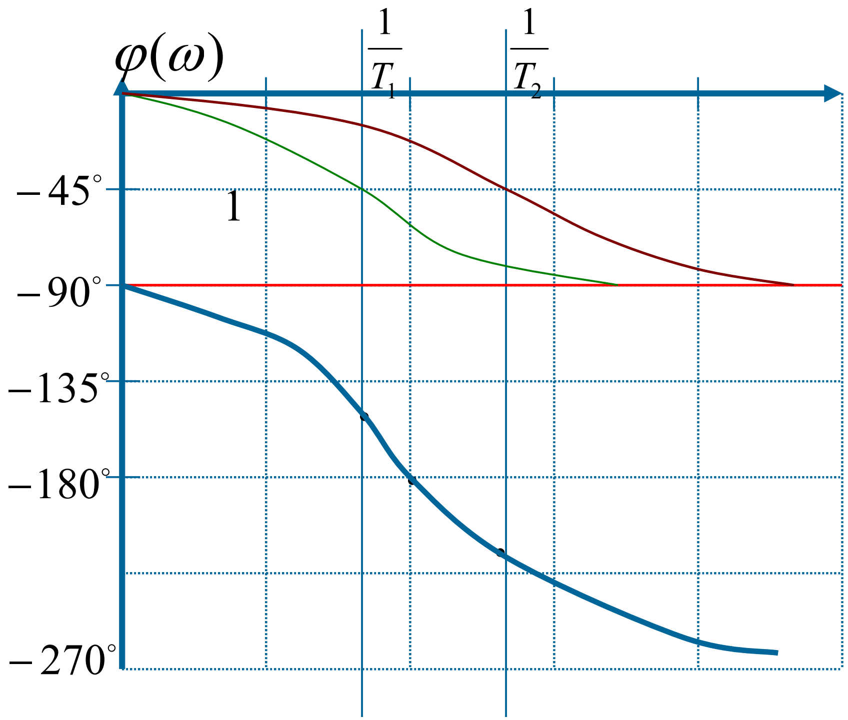
$$G(j\omega)=\frac{10}{j\omega(0.1j\omega+1)}$$ **=(①/②③)=④**



[例2]：开环系统传递函数为：$G(s)=\dfrac{k}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, T_1 > T_2$ ，试画出该系统的波德图。

[解]：该系统由四个典型环节组成。一个比例环节，一个积分环节两个惯性环节。手工将它们分别画在一张图上。





然后，在图上相加。

实际上，画图不用如此麻烦。我们注意到：幅频曲线由折线（渐进线）组成，在转折频率处改变斜率。

具体步骤如下：

- 确定 k, ν 和各转折频率 $\omega_i = \frac{1}{\tau_i}, \omega_k = \frac{1}{\tau_k}, \omega_j = \frac{1}{T_j}, \omega_l = \frac{1}{T_l}$ ，并将这些频率按小大顺序依次标注在频率轴上；其中,v是积分节的个数，k是比例环节

- 确定低频渐进线：$L(\omega) = 20\log k - 20\nu\log\omega$，就是第一条折线，其斜率为 -20ν，过点（1，20lgk）。实际上是k和积分 $(j\omega)^{\nu}$ 的曲线。

- 画好低频渐进线后，从低频开始沿频率增大的方向，每遇到一个转折频率改变一次分段直线的斜率：

  遇到$\omega_i = \dfrac{1}{\tau_i}$（一阶微分）时，斜率增加+20dB/Dec;

  遇到$\omega_k = \dfrac{1}{\tau_k}$（二阶微分）时，斜率增加+40dB/Dec;

  遇到$\omega_j = \dfrac{1}{T_j}$（一阶惯性）时，斜率下降-20dB/Dec;

  遇到$\omega_l = \dfrac{1}{T_l}$（二阶惯性）时，斜率下降-40dB/Dec;

- 高频渐进线的斜率为：-20(n-m)dB/dec。

- 相频特性还是需要点点相加，才可画出。

[例5-3]系统开环特性为： $G_k(s)=\dfrac{10}{(0.25s+1)(0.25s^2+0.4s+1)}$

试画出波德图。

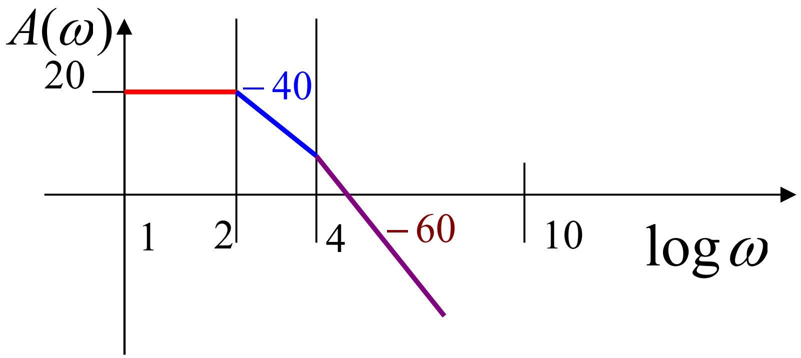
[例5-3]系统开环特性为：$G_k(s)=\dfrac{10}{(0.25s+1)(0.25s^2+0.4s+1)}$ **试画出波德图。**

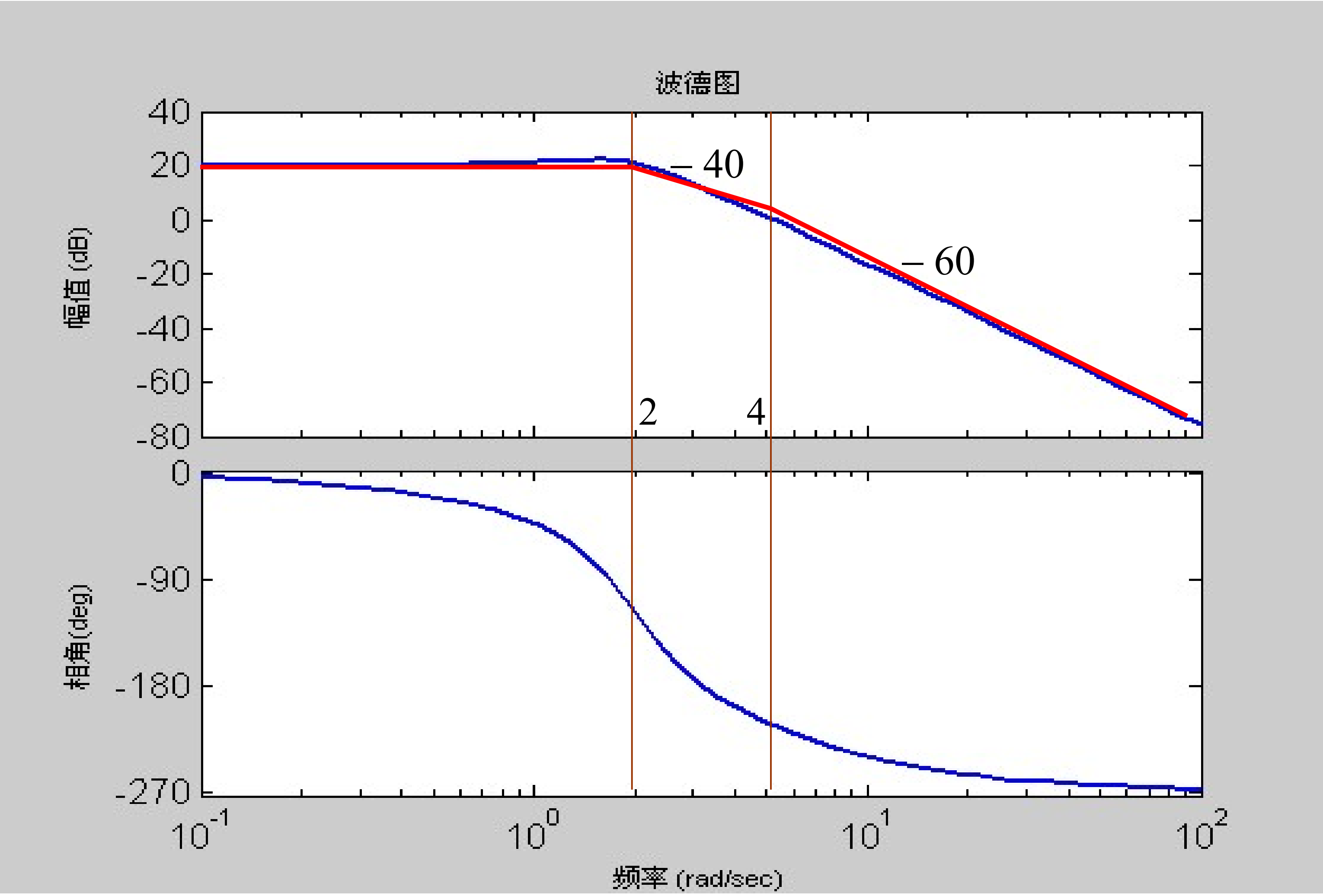
[解]：1、该系统是0型系统，所以 $v=0,k=10,T_1=0.25,T_2=0.5$

则，$\omega_1=\dfrac{1}{T_1}=4,\omega_2=\dfrac{1}{T_2}=2,20\log k=20dB$ **振荡环节形式见课本**

2、低频渐进线：斜率为$-20v=0dB$**，过点（1，20）**

3、波德图如下：





红线为渐进线，兰线为实际曲线。

[例5-4]已知 $G(s)=\dfrac{10^{-3}(1+100s)^2}{s^2(1+10s)(1+0.125s)(1+0.05s)}$ **，试画波德图。**

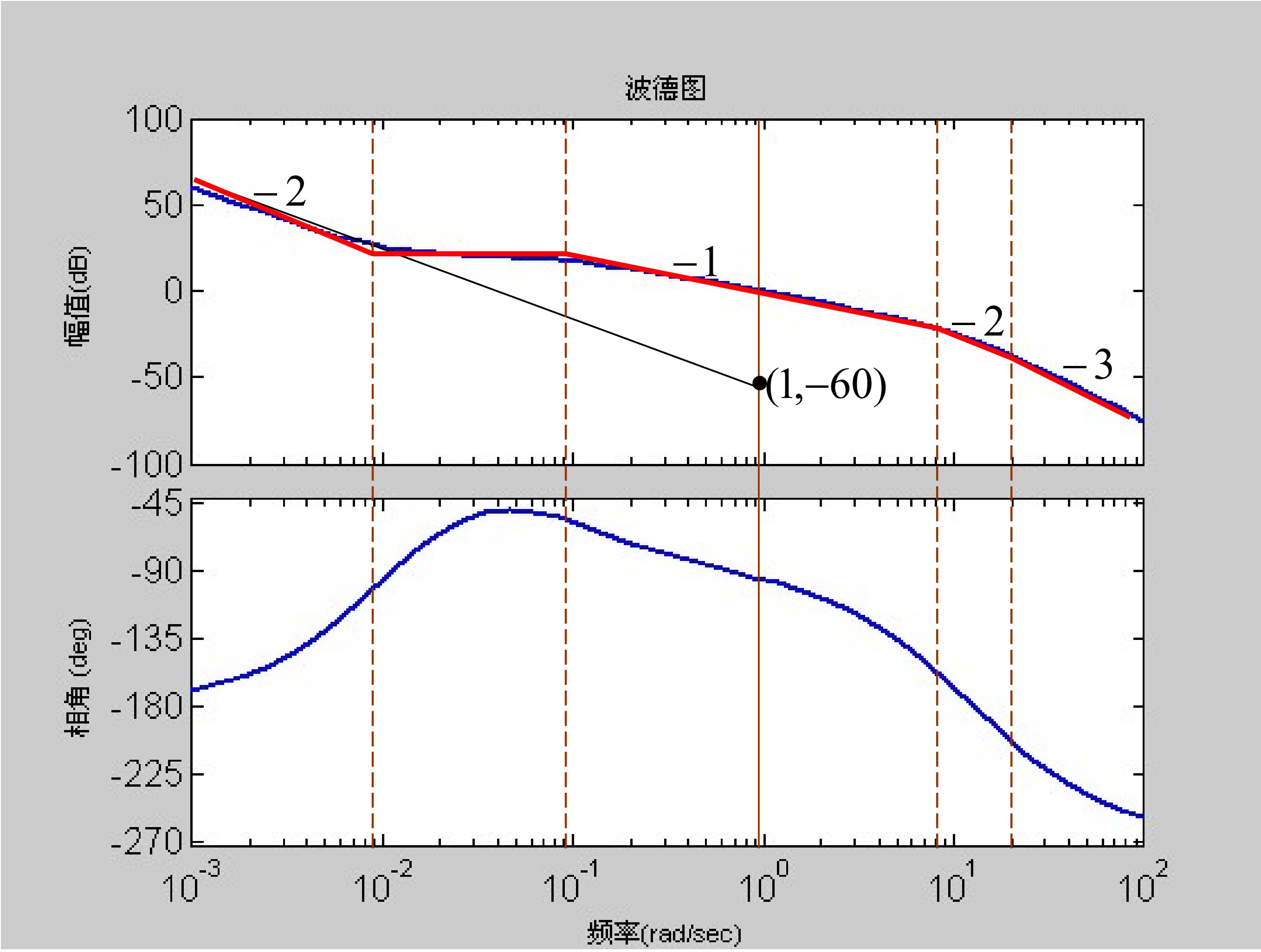
[解]：1、 $k=10^{-3},20\log k=-60;\nu=2;\omega_1=\dfrac{1}{100}=0.01,\omega_2=\dfrac{1}{10}=0.1,$

$$\omega_3=\frac{1}{0.125}=8,\omega_4=\frac{1}{0.05}=20,$$

2、低频渐进线斜率为$-20\nu=-40dB$ **，过（1，-60）点。**

3、高频渐进线斜率为： $-20\times(n-m)=-60$

4、画出波德图如下页：



红线为渐进线，兰线为实际曲线。

四、非最小相位系统的频率特性

在前面所讨论的例子中，当 $\omega > 0$ 时，对数幅频特性的高频渐进线的斜率都是-20(n-m)dB/Dec，相频都趋于$-\frac{\pi}{2}(n-m)$。具有这种特征的系统称为最小相位系统。在最小相位系统中，具有相同幅频特性的系统（或环节）其相角（位）的变化范围最小，如上表示的 $-\frac{\pi}{2}(n-m)$ 相角变化大于最小值的系统称为非最小相位系统。

在右半S平面上既无极点也无零点，同时无纯滞后环节的系统是最小相位系统；反之，在右半S平面上具有极点或零点，或有纯滞后环节的系统是非最小相位系统。

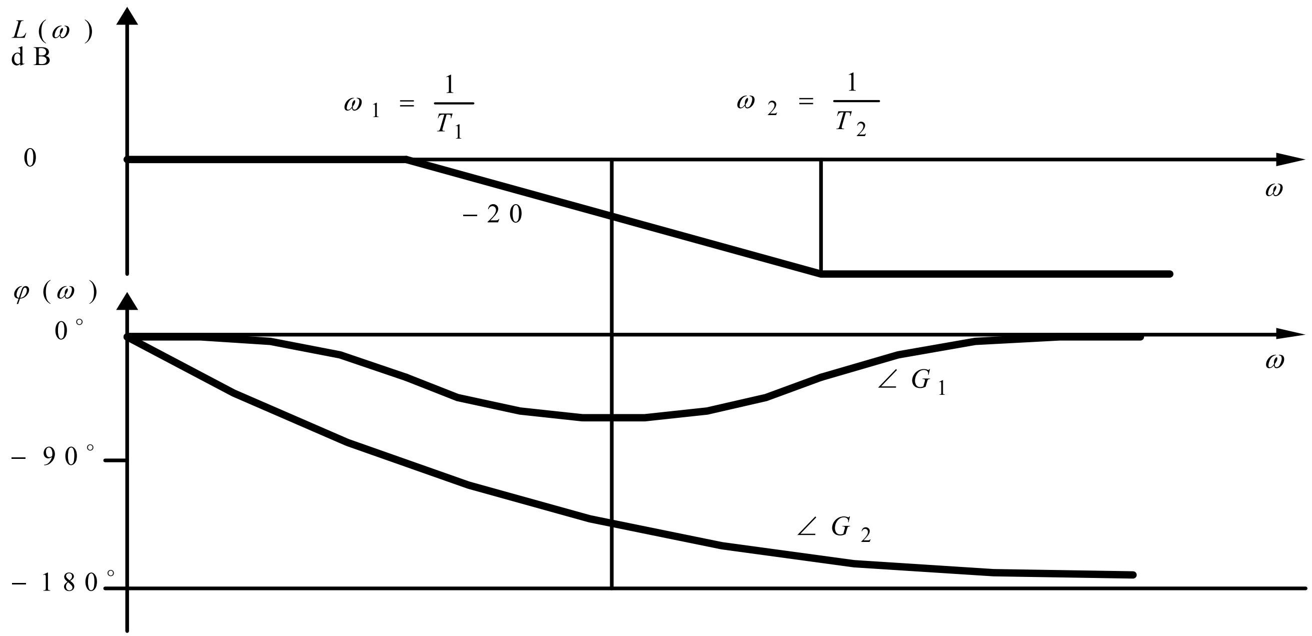
例：两个系统的开环传递函数分别为（$\mathbf{T_1>T_2}$）

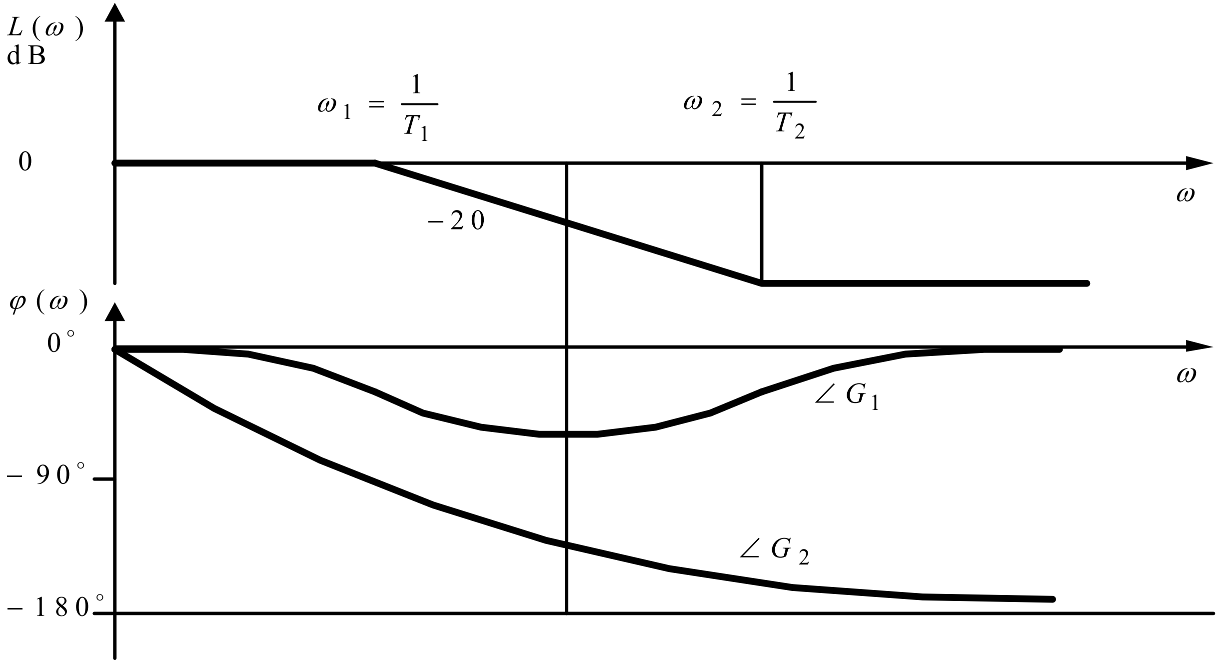
$$G_1(S)=\frac{1+T_2S}{1+T_1S} \qquad G_2(S)=\frac{1-T_2S}{1+T_1S}$$

它们的对数幅频和相频特性为

$$L_1(\omega)=20\lg\sqrt{1+(\omega T_2)^2}-20\lg\sqrt{1+(\omega T_1)^2} \qquad \varphi_1(\omega)=-tg^{-1}\omega T_1+tg^{-1}\omega T_2$$

$$L_2(\omega)=20\lg\sqrt{1+(\omega T_2)^2}-20\lg\sqrt{1+(\omega T_1)^2} \qquad \varphi_2(\omega)=-tg^{-1}\omega T_1-tg^{-1}\omega T_2$$





显然,两个系统的幅频特性一样，但相频特性不同。由图可见，$\varphi_2(\omega)$ 的变化范围要比 $\varphi_1(\omega)$ 大得多。

$G_1(s)$ ——最小相位系统

$G_2(s)$ ——非最小相位系统

- 最小相位系统的特点为：
- **a.**在**n≥m**且幅频特性相同的情况下，最小相位系统的相角变化范围最小。

b.当$\omega=\infty$时，其相角等于**[- (n-m) 90⁰]**，对数幅频特性曲线的斜率为**–20(n–m)dB/dec**。有时用这一特性来判别该系统是否为最小相位系统。

c.对数幅频特性与相频特性之间存在确定的对应关系。对于一个最小相位系统，我们若知道了其幅频特性，它的相频特性也就唯一地确定了。也就是说：只要知道其幅频特性，就能写出此最小相位系统所对应的传递函数，而无需再画出相频特性。

非最小相位系统高频时相角迟后大，起动性能差，响应缓慢。因此，在实际系统中，应尽量避免出现非最小相节。

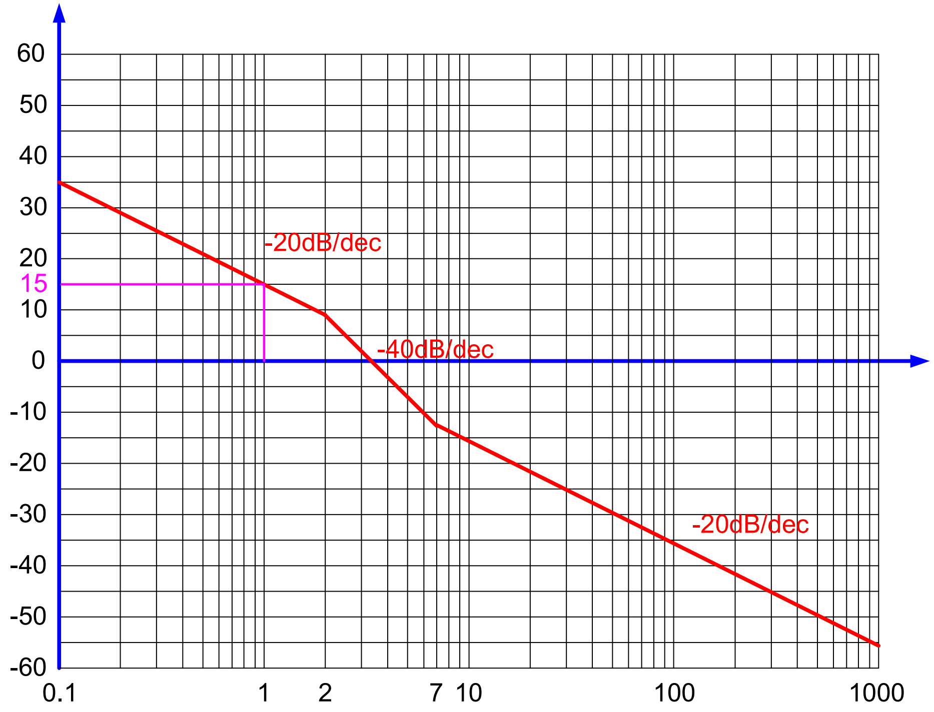
。

六、频域实验的传递函数确定

稳定的线性时不变系统，当其输入为正弦信号时，其输出为同频率的正弦信号，不同的是具有幅值衰减和相位延迟，这是由系统的本身所决定的，因此我们可以通过系统的频率响应实验，来确定系统的频域模型。

1. 频率响应实验：保证系统的输入输出的线性度时，记录系统的输入和输出响应
2. 画出系统的对数幅频特性曲线，然后以分段直线得到渐近曲线
3. 由渐近曲线得到系统的数学模型

例：已知最小相位系统的渐近幅频特性如图所示，试确定系统的传递函数，并写出系统的相频特性表达式。



解： 1. 由于低频段斜率为-20dB/dec所以有一个积分环节；

2. 在ω=1处，L(ω)=15dB，可得

20lgK=15，K=5.6

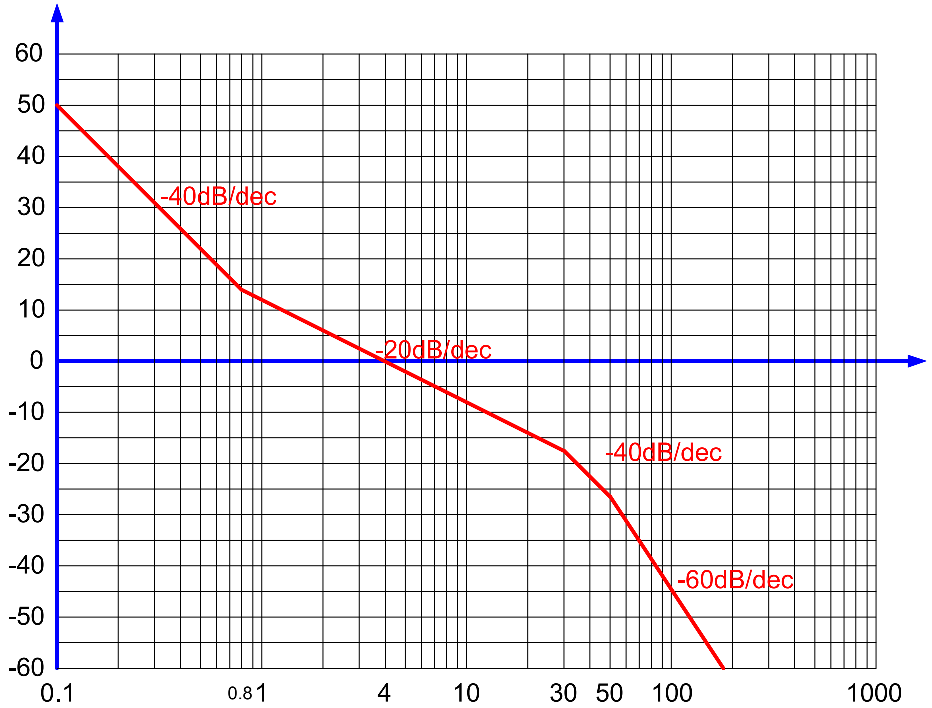
3. 在ω=2处，斜率由-20dB/dec变为-40dB/dec，故有惯性环节1/(s/2+1)

4. 在ω=7处，斜率由-40dB/dec变为-20dB/dec，故有一阶微分环节(s/7+1)

$$G(s)=\frac{5.6(\frac{1}{7}s+1)}{s(\frac{1}{2}s+1)}$$

$$\varphi(\omega)=-90^\circ+tg^{-1}\frac{\omega}{7}-tg^{-1}\frac{\omega}{2}$$

例：已知最小相位系统的渐近幅频特性如图所示,试确定系统的传递函数。



解： 1. 由于低频段斜率为-40dB/dec所以有两个积分环节；

2. 在ω=0.8处，斜率由-40dB/dec变为-20dB/dec，故有一阶微分环节(s/0.8+1)

3. 在ω=30处，斜率由-20dB/dec变为-40dB/dec，故有惯性环节1/(s/30+1)

4. 在ω=50处，斜率由-40dB/dec变为-60dB/dec，故有惯性环节(s/50+1)

$$G(s)=\frac{K(\frac{1}{0.8}s+1)}{s^2(\frac{1}{30}s+1)(\frac{1}{50}s+1)}$$

$$L(\omega)=20\lg K+20\lg\sqrt{1+(\frac{\omega}{0.8})^2}-20\lg\omega^2-20\lg\sqrt{1+(\frac{\omega}{30})^2}-20\lg\sqrt{1+(\frac{\omega}{50})^2}$$

在ω=4时，L(ω)=0，这时可以不考虑转折频率在ω=4以上的环节的影响

$$L(4)=L(\omega)\big|_{\omega=4}\approx\left[20\lg K+20\lg\frac{\omega}{0.8}-20\lg\omega^2\right]\Bigg|_{\omega=4}$$

$$=20\lg K+20\lg\frac{4}{0.8}-20\lg 4^2=20\lg\frac{4K}{0.8\times 4^2}=0$$

$$\frac{K}{0.8\times 4}=1$$

$$K=3.2$$

$$G(s)=\frac{3.2(\frac{1}{0.8}s+1)}{s^2(\frac{1}{30}s+1)(\frac{1}{50}s+1)}$$

小结

- 比例环节的频率特性
- 积分环节的频率特性
- 惯性环节的频率特性
- 振荡环节的频率特性
- 微分环节的频率特性—有三种形式：纯微分、一阶微分和二阶微分。分别对应积分、一阶惯性和振荡环节

- 开环系统极坐标频率特性的绘制（绘制奈氏图）

  —手工绘制

  —具有积分环节的系统的频率特性的特点，低频和高频特性
- 开环系统对数坐标频率特性的绘制（绘制波德图）

  —手工绘制波德图的步骤
- 最小相位系统和非最小相位系统
- 依据控制系统的频率特性曲线确定系统的数学模型

作业

- 5-5
- 5-8（2）
- 5-9