

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2015-2016 学年第 1 学期

考试科目： 概率论与数理统计

考试类型：（闭卷）考试

考试时间： 120 分钟

题号	一	二	三	总分
得分				
评阅人				

得分	
----	--

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 下列命题正确的是（ ）

- (A) 若事件 A 发生的概率为 1，则 A 为必然事件；
- (B) 若随机变量 X 与 Y 不独立，则  $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$  不一定成立；
- (C) 若 X 是连续型随机变量，且  $f(x)$  是连续函数，则  $Y = f(X)$  不一定是连续型随机变量；
- (D) 设 A, B 是任意两个事件，则  $\overline{AB} = A \cup B$ .

2. 设随机变量 X 的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+6x-9}$ ，若  $P(X>C)=P(X\leq C)$ ，则 C 的值为（ ）.

- (A) 0;                      (B) 3;                      (C)  $-\sqrt{3}$                       (D) -3.

3. 设总体  $X \sim N(0,1)$ ， $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是其简单随机变量样本， $\overline{X}$ ， $S^2$  分别是其样本均值和样本方差，则下列各式正确的是（ ）.

- (A)  $\overline{X} \sim N(0,1)$ ;      (B)  $n\overline{X} \sim N(0,1)$ ;      (C)  $\frac{\overline{X}}{S} \sim t(n-1)$       (D)  $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$ .

4. 设随机变量  $X \sim N(0,1)$ ， $Y \sim N(0,1)$ ，则下列结论正确的是（ ）

- (A)  $X+Y$  服从正态分布；                      (B)  $X^2+Y^2$  服从  $\chi^2$  分布；
- (C)  $X^2/Y^2$  服从 F 分布；                      (D)  $X^2$  和  $Y^2$  均服从  $\chi^2$  分布.

5. 在假设检验的 U 检验法中，对给定的检验水平  $\alpha$ ，下列判断正确的是（ ）.

- (A) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ ，对  $H_1: \mu \neq \mu_0$ ，则拒绝域为  $W = \{u | |u| > u_\alpha\}$ ，
- (B) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ ，对  $H_1: \mu < \mu_0$ ，则拒绝域为  $W = \left\{u | |u| > u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$ ，
- (C) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ ，对  $H_1: \mu > \mu_0$ ，则拒绝域为  $W = \left\{u | u > u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$ ，

(D) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ , 对  $H_1: \mu \neq \mu_0$ , 则拒绝域为  $W = \left\{ u \mid |u| \geq u_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$ ,

6、设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  未知, 从中抽取容量为 16 的样本, 其样本均值为  $\bar{X}$ , 样本方差为  $S^2$ , 则未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是 ( )。

- (A)  $\bar{X} \mp \frac{S}{16} u_{0.025}$  (B)  $\bar{X} \mp \frac{S}{16} t_{0.05}(n-1)$   
 (C)  $\bar{X} \mp \frac{S}{4} t_{0.025}(n-1)$  (D)  $\bar{X} \mp \frac{S}{4} u_{0.025}$

得分	
----	--

## 二、填空题

1、随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  独立并且服从同一分布, 数学期望为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2$ , 这  $n$  个随机变量的简单算术平均数为  $\bar{X}$ , 则  $D(X_1 - \bar{X}) =$ \_\_\_\_\_。

2、若事件 A 和 B 相互独立,  $P(A) = \alpha$ ,  $P(B) = 0.3$ , 则  $P(\bar{A} \cup B) = 0.7$ , 则  $\alpha =$ \_\_\_\_\_。

3、设  $X \sim N(10, \sigma^2)$ , 且  $P(10 < X < 20) = 0.3$ , 则  $P(0 < X < 10) =$ \_\_\_\_\_。

4、设某物体的质量  $X \sim N(\mu, 0.01)$ , 为使未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间的长度不超过 0.1, 则至少应该测量\_\_\_\_\_次。

5、设随机变量 X 的分布函数  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.1, & 0 \leq x < 1 \\ 0.3, & 1 \leq x < 2 \\ 0.6, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ , 则  $P\{0.5 \leq X \leq 2.5\} =$ \_\_\_\_\_。

6、某机器生产的零件长度(cm)服从参数为  $\mu=10.05$ ,  $\sigma=0.06$  的正态分布, 规定长度在范围  $10.05 \pm 0.12cm$  内为合格品, 则从中抽取一产品为不合格的概率为\_\_\_\_\_。(已知  $\Phi(2) = 0.9772$ )

7、设  $X_1, X_2, X_3$  是来自正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本, 其中

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{3}{12}X_3, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3,$$

$\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ , 都是  $\mu$  的无偏估计, 则其中\_\_\_\_\_在  $\mu$  的估计中最有效.

得分	
----	--

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 61 分)

1、甲、乙两人轮流投篮, 甲先投。一般来说, 甲、乙两人独立投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6. 但由于心理因素的影响, 如果对方在前一次投篮中投中, 紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降, 甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5, 求:

乙在第一次投篮中投中的概率; (5 分)

甲在第二次投篮中投中的概率。(5 分)

2、已知随机变量  $X$  服从在区间  $(0,1)$  上的均匀分布, 令  $Y=2X+1$ , 求  $Y$  的概率密度函数。(10 分)

3、 设随机变量  $X$  的概率密度为：
$$f(x) = \begin{cases} a - \frac{a}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其余} \end{cases}, \quad \text{求：}$$

(1) 常数  $a$ ; (3 分)

(2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (4 分)

(3) 条件概率  $P\left\{X > \frac{1}{2} \mid X \leq 1\right\}$ . (4 分)

4. 已知健康人的红血球直径服从均值为  $7.2\mu\text{m}$  的正态分布，今在某患者血液中随机测得 9 个红血球的直径如下：7.8, 9.0, 7.1, 7.6, 8.5, 7.7, 7.3, 8.1, 8.0. 问该患者红血球平均直径与健康人的差异是否显著不同 ( $\alpha=0.05$ ) ?

(已知  $t_{0.025}(8)=2.3060$ ,  $t_{0.05}(8)=1.860$ ,  $t_{0.025}(9)=2.262$ ,  $t_{0.05}(9)=1.833$ ) (10 分)

5、设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x, \theta) = \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$  , 其中  $\theta$  为未知参数, 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体的简单随机样本观测值, 试求未知参数  $\theta$  的矩估计和极大似然估计 (10 分)

6、设某经销商与出版社订购下一年的挂历, 根据该经销商以往多年的经销经验, 他得出需求量为 150 本、160 本、170 本、180 本的概率分别为 0.1、0.4、0.3、0.2 各种订购方案的获利  $X_i (i = 1, 2, 3, 4)$  (百元) 是随机变量, 经计算各种订购方案在不同需求情况下获利的分布如下:

订购方案 需求数量及概率	需求 150 本 (概率 0.1)	需求 160 本 (概率 0.4)	需求 170 本 (概率 0.3)	需求 180 本 (概率 0.2)
订购 150 本获利 $X_1$	45	45	45	45
订购 160 本获利 $X_2$	42	48	48	48
订购 170 本获利 $X_3$	39	45	51	52
订购 180 本获利 $X_4$	36	42	48	54

问: (1) 该经销商应订购多少本挂历, 可使期望利润最大? (5 分)  
(2) 为使期望利润最大且风险最小, 经销商应订购多少本挂历? (5 分)