

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2014 学年第 1 学期

考试科目： 概率论与数理统计

考试类型：（闭卷）考试

考试时间： 120 分钟

学号 姓名 年级专业

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评阅人					

得分	
----	--

一、选择题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

1. 有100张从1到100号的卡片，从中任取一张，取到卡号是7的倍数的概率为 ()

- A. $\frac{7}{50}$ B. $\frac{7}{100}$ C. $\frac{7}{48}$ D. $\frac{15}{100}$

2. 设 A 和 B 互不相容，且 $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ，则下列结论正确的是 ()

- A. $P(A|B) > 0$ B. $P(A) = P(A|B)$
C. $P(A|B) = 0$ D. $P(AB) = P(A)P(B)$

3. 设 A 和 B 相互独立，且 $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ，则一定有 $P(A \cup B) =$ ()

- A. $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$ B. $1 - P(A)P(B)$
C. $P(A) + P(B)$ D. $1 - P(\bar{A}\bar{B})$

4. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{1}{8}(x-2)^2}$ ，若 $P(X > C) = P(X \leq C)$ ，则 C 的值为 ()

- A. 0 B. -2 C. $-\sqrt{2}$ D. 2

5. 下列函数可以作为某随机变量的密度函数的为： ()

- A. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [0, \pi] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |x| < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
C. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ D. $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

6. 设 X_1, X_2 是随机变量, 其数学期望、方差都存在, C 是常数, 下列命题中

- (1) $E(CX_1+b)=CE(X_1)+b$; (2) $E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)$
 (3) $D(CX_1+b)=C^2D(X_1)+b$ (4) $D(X_1+X_2)=D(X_1)+D(X_2)$

正确的有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

7. 样本 (X_1, X_2, \dots, X_9) 取自总体 $X \sim N(0, 1)$, 则统计量 $\frac{5}{4} \sum_{i=1}^4 X_i^2 / \sum_{j=4}^9 X_j^2$ 服从以下分布 ()

- A. $F(4, 9)$ B. $F(4, 5)$ C. $F(4, 4)$ D. 以上都不是.

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 3$) 是来自总体 X 的简单随机样本, 则下列估计量中, 不是总体参数 μ 的无偏估计的是 ()

- A. \bar{X} B. $X_1 + X_2 + \dots + X_n$
 C. $0.1 \times (4X_1 + 6X_2)$ D. $X_1 + X_2 - X_3$

9. 简单随机样本 (X_1, X_2) 来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 下列 μ 的无偏估计量中, 最有效的估计量是 ()

- A. $\frac{3}{7}X_1 + \frac{4}{7}X_2$ B. $\frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$
 C. $\frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$ D. $\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 且 μ 和 σ^2 均未知. 若样本容量和样本观测值不变, 则下面关于总体均值 μ 的置信区间长度 L 与置信度 $1-\alpha$ 的关系的说法中正确的是 ()

- A. 当 $1-\alpha$ 减小时, L 增大 B. 当 $1-\alpha$ 减小时, L 减小
 C. 当 $1-\alpha$ 减小时, L 不变 D. 以上三个都不对

得分	
----	--

二、填空题 (本大题共7小题, 每空2分, 共20分)

1. 一个例子中有 3 个白球, 2 个黑球, 从中不放回地每次任取一球, 连取三次, 则第一、第二次、第三次都取得白球的概率为_____.

2. 已知 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B|A)=0.8$, 则 $P(A \cup B)=$ _____.

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1-e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则 $P(X \geq 2) =$ _____,
 X 的密度函数为_____.

装

订

4. 若随机变量 $\xi \sim U(1,6)$ ，则方程 $X^2 + \xi X + 1 = 0$ 有实根的概率为_____.

5. 设 $X \sim N(0,1), Y \sim N(8,4)$ ， X 的分布函数为 $\Phi(x) = P\{X < x\}$ ，则用 $\Phi(x)$ 表示概率 $P\{4 < Y \leq 12\} =$ _____.

6. 设随机变量 X, Y 相互独立，其中 X 服从参数为 2 泊松分布， Y 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布，则 $E(X+Y) =$ _____， $D(2X-Y) =$ _____.

7. 设总体 $X \sim N(\mu, 100)$ ，若要保证 μ 的置信区间长度小于等于 5，当置信度为 0.9 时，样本容量 n 最小应为_____，而当置信度为 0.95 时，样本容量 n 最小应为_____。（提示： $u_{0.05} = 1.645$ ， $u_{0.025} = 1.96$ ）

得分	
----	--

三、概率论解答题（本大题共3小题，共36分）

1. （10分）某保险公司把被保险人分为三类：“谨慎型”、“一般型”和“冒失型”。统计资料表明，上述三种人在一年内发生事故的率依次为 0.05，0.1 和 0.3。如果被保险人中“谨慎型”占 20%，“一般型”占 50%，“冒失型”占 30%，现在知某人一年内出了事故，则他是“谨慎型”客户的概率是多少？

2. （10分）一袋中装有 4 个球，球上分别标有号码 1，2，3，4。现从中任取 2 球， X 为取出球中最小号码，求 X 的概率分布律和 $E(2X+1)$ 。

3. (16分) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} cx^2, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$

求: (1) 常数 c ; (2) 求 X 的分布函数 $F(x)$; (3) 求 X 的期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$;
(4) 求 $Y=1-X$ 的密度函数。

得分	
----	--

四、数理统计解答题（本大题共2小题，共24分）

1. （12 分）设总体 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，其中 $\theta > 0$ 是未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个容量为 n 的简单随机样本，分别用

矩估计法和极大似然估计法求 θ 的估计量。

2. (12分) 设一批钢管内径服从正态分布, 从这批钢管中随机抽取9根作为样本, 测得内径的样本均值 $\bar{x} = 102$, 样本标准差为 $s = 2$, 请在以下两种情况下对这批钢管的平均内径是否等于100进行检验 ($\alpha = 0.05$):

(1) 已知 $\sigma = 1.5$;

(2) σ 未知。

(提示: $u_{0.05} = 1.645$, $u_{0.025} = 1.96$, $t_{0.05}(8) = 1.860$, $t_{0.05}(8) = 2.306$,

$t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.05}(9) = 2.262$)