Test

Adamofus

December 21, 2022

Contents

Chapter 1

Projekce scény

Projekcí scény je v této práci myšleno perspektivní vidění. Paprsek jdoucí od promítaného bodu do oka pozorovatele se promítá na určenou rovinu v prostoru, tz. tvoří průnik s touto rovinou. Výsledný bod je přenesený na 2D soustavu souřadnou v této rovině.

1.1 Stínění objektů v 3D

1.2 Zoom

Chapter 2

Rasterizace

Rasterizace je proces převodu vektorově definované grafiky do tzv. rastru, tedy mřížky skládající se z bodů (pixelů). Takový rastr je základem obrazového výstupu na digitálních zařízení. V následujícíh kapitolách jsou představeny algoritmy rasterizace 2 objektů: úsečky a kruhu. Samostatná kapitola je pak věnovaná rasterizaci Beziérových křivek.

2.1 Úsečka

```
./MP line A:x:<int>,y:<int>B:x:<int>,y:<int>
```

Převedení vstupu
Úsečka je část přímky definovaná dvěma body: b_1 a b_2. Pro následující algoritmy platí, že souřadnice x bodu b_1 je menší než x bodu b_2, aby se mohly algoritmy posouvat o jeden dílek doprava, tj $x + 1$. Směrnice úsečky je $a = dy/dx$. Počítá se s vstupem $a \subset < 0; 1 >$, takže úsečka svírá s osou x úhel $0 - 45$ a b_2 je v 1. kvadrantu. Opět pro omezení na jedinou podmínku, zda je potřeba y zvětšit či nikoli.

Tyto nároky umožňují zvolit efektivní algoritmus, ale současně vyžadují převod vstupu a výsledných souřadnic.

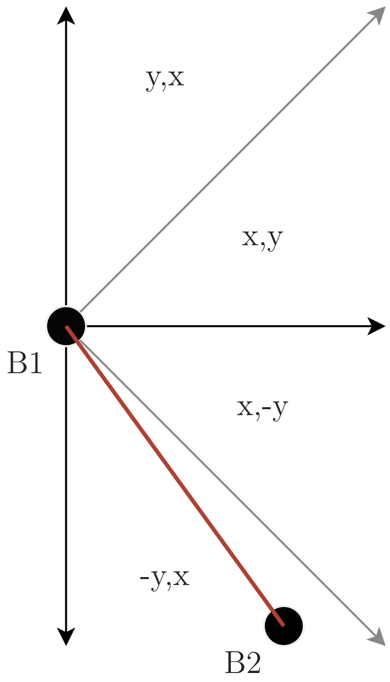


Figure 2.1: Převod souřadnic podle směrnice úsečky.

DDA

DDA využívá zaokrouhlované hodnoty $n * a$ pro výpočet y_{new}, je to prostý přístup. Současně ale zbytečně používá funkci zaokrouhlování či přetypování, kterou lze pro optimalizaci nahradit podmínkou s použitím proměnné, protože jsou pouze 2 možnosti pro y_{next}: $y_{next} = y$, nebo $y_{next} = y + 1$.

Proměnnou vyjadřuje $error(n) = ((n * a) \mod 1) - 1/2$, kde n je krok iterace, takže $error(0) = -1/2$. Pokud platí zmíněná podmínka $error(n) >= 0$, platí současně $y_{next} = y + 1$ a $error(n + 1) = error(n) + a - 1$, jinak platí $error(n + 1) = error(n) + a$.

Bresenhamův algoritmus

Další optimalizací je zbavení se desetinné čárky (tzv. float point number). Představme si $error(n) = 2 * dx * error(n)$. Jsou 2 možnosti:

$error(n + 1) = error(n) + 2 * dy$

$error(n + 1) = error(n) + 2 * dy - 2 * dx$

Nerovnice podmínky se nemění, protože po vynásobení pravé strany $2*dx$: $error(n+1) >= 0*2*dx$ zůstává stejná. Tím jsme se zbavili nutnosti použití desetinné čárky.

$x \leftarrow x_1$
$y \leftarrow y_1$
while $x <= x_2$ **do**

vykresli bod[x,y]
  $x \leftarrow x + 1$
  $error \leftarrow error + 2d_y$
  if error ≥ 0 **then**
    $y \leftarrow y + 1$
    $error \leftarrow error - 2d_x$
  end if
end while

2.2 Zrcadlení

```
./MP
```

Zrcadlení je často využívaná operace, například pro rasterizaci kružnice. Využívá bod B a vektor $\vec{v}$, přes který B zrcadlíme. Výstupem je zrcadlený bod B_z. Platí, že vektor $\overrightarrow{BB_z}$ je kolmý na $\vec{v}$ a jeho délka je dvojnásobná vzdálenosti B od $\vec{v}$.

$\frac{1}{2}\overrightarrow{BB_z} = (k * x + P_x; k * y + P_y) - (b_x; b_y)$, skalární součin tedy:
$(k * x + P_x - b_x; k * y + P_y - b_y) * (x; y) = 0$.
Úpravou rovnice vyjde $k = -\frac{x(B_x - P_x) + y(B_y - P_y)}{x^2 + y^2}$, bod získám: $B_z = 2(k * \vec{v} + P) - B) = \boldsymbol{(2(k * x + P_x) - B_x; 2(k * y + P_y) - B_y)}$

2.3 Kružnice

```
./MP ring S:<point> r:<int>
```

Pro kužnici rovněž existuje Bresenhamův algoritmus. Algoritmus vykreslí 1/8 kružnice. V podmínce je tedy ze znalosti přímky svírající s osou x 45 stupnu: $x >= y$. K vykreslení této části víme, že iterativně zvětšujeme y. x dekrementujeme, pokud je hodnota d kladná, tj. zajímají nás pouze 2 pixely. Pro vykreslení celku stačí díky symetrii kružnice tuto část 3x zrcadlit.

$d \leftarrow x^2 + y^2 - r^2$
$x \leftarrow r$
$y \leftarrow 0$
$d \leftarrow 0$
while $x >= y$ **do**
vykresli bod[x,y]
  $y \leftarrow y + 1$
  $d \leftarrow d + d_y$

if $d \geq 0$ **then**
$x \leftarrow x - 1$
$d \leftarrow d - d_x$
end if
end while

Drobná modifikace se může zakládat na výběru z 3 sousedících pixelů podle toho, který je nejblíž středu. Takové řešení je ale neefektivní, implementací se zde nezabývám.

2.4 Kruh

```
./MP ring S:<point> r:<int>
```

Kruh se vykresluje tak, že se prochází body o souřadnicích od $S - r$ do $S + r$ pro x a y, jakoby byl kruh vepsán do čtverce. Bod se přidá, pokud je jeho vzdálenost od středu $<= r$.

2.5 Ostatní

2.6 Bezierova křivka

2.7 Vyplňování

Řádkovací metoda

```
./MP polygon-fill point:<point>*
```

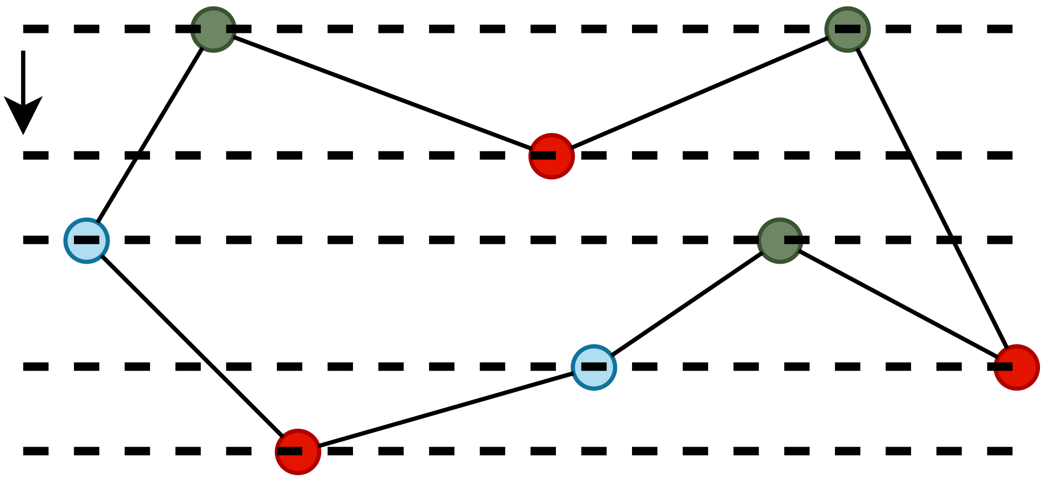


Figure 2.2: Vyplňování řádkováním ze shora dolů. Červené vrcholy nevedou na žádnou další úsečku, zelené vedou na 2 úsečky a modré vedou na druhou přiléhající úsečku.

Vyplňování rozbitím do trojúhelníků

Metoda rozbije libovolný konkávní polygon do trojúhelníků, které už stačí vyplnit úspornou metodou vyplňování trojúhelníka. Algoritmus omezuju na vstup konkávního polygonu, protože konvexní polygon vyžaduje odlišný přístup - zejména ověření úhlu, který hrany svírají (konkávní/konvexní?). Podoba algoritmu by v intencích původní myšlenky nutně zahrnovala komplexnější přístup.

Flood fill

Algorithm 1 Řádkovací metoda

```
function SOLVE(x, y)
    row ← maxY(points)
    points[], init[], arr_a[], lines_points[] ← []
    points[] ← [points[...], points[0]]
    for i = 0; i = len(init); i++ do
        for b_idx = 1; b_idx < len(init[i]); b_idx++ do
            b_val ←init[i][b_idx]
            for b_tmp = 0; b_tmp < len(tmp); b_tmp++ do
                if b_val= tmp[b_tmp] then
                    found ← true
                    if y(points[b_val − 1]) < y(points[b_val]) then
                        tmp[b_tmp] ← b_val − 1
                        arr_a[b_tmp] ← get_dx(b_val, b_val − 1)
                    else if y(points[b_val + 1]) < y(points[b_val]) then
                        tmp[b_tmp] ← b_val + 1
                        arr_a[b_tmp] ← get_dx(b_val, b_val + 1)
                    else if y(points[b_val + 1]) == y(points[b_val])||y(points[b_val + 1]) = y(points[b_val]) then
                        remove(tmp[b_tmp],arr_a[b_tmp],lines_points[b_tmp])
                    else
                        remove(tmp[b_tmp],arr_a[b_tmp],lines_points[b_tmp])
                        remove(tmp[b_tmp],arr_a[b_tmp],lines_points[b_tmp])
                    end if
                    break
                end if
            end for
            if !found then
              ▷ jsou zde 2 nové (neuvažované) úsečky. každá s tímto bodem
                tmp.add(b_val + 1, b_val − 1)
                arr_a.add(get_dx(b_val, b_val + 1), get_dx(b_val, b_val − 1))
                new_x ← x(points[b_val])
                lines_poins.add(new_x, new_x)
            end if
        end for
        for y = 0; y < init[i][0]; y++ do
            row ← row − 1
            for k = 0; k < len(lines_points); k+ = 2 do
                A_x ← lines_points[k] ← lines_points[k] + arr_a[k]
                B_x ← lines_points[k+1] ← lines_points[k+1] + arr_a[k+1]
                for x = A_x; x < B_x; x++ do
                                                        ▷ přidej bod [x,row]
                end for
            end for
        end for
    end for
end function
function GET_DX(A_idx, B_idx)
    pointA ← points[A_idx]
```

Algorithm 2 Vyplňování rozbitím do trojúhelníků

$points[] \leftarrow []$
function SOLVE
    $nB \leftarrow len(points)$
    $b\_i \leftarrow 0$
    $C \leftarrow 0$
    while $nB > 3$ **do**
        $A \leftarrow C$
        while $!arr[(++b\_i)\%len(points)]$ **do**
        end while
        $B \leftarrow b\_i$
        $arr[B] \leftarrow false$
        while $!arr[(++b\_i)\%len(points)]$ **do**
        end while
        $C \leftarrow b\_i$
        $nB \leftarrow nB - 1$
        $fillTriangle(A, B, C)$
    end while
    $B \leftarrow C$
    while $!arr[(++C\%len(points))]$ **do**
    end while
    $fillTriangle(A, B, C)$
end function
function GET_DX(A_idx, B_idx)
    $pointA \leftarrow points[A\_idx]$
    $pointB \leftarrow points[B\_idx]$
    return $\frac{x(pointB)-x(pointA)}{y(pointB)-y(pointA)}$
end function

Algorithm 2 Vyplnění trojúhelníka

```
function fillTriangle(A,B,C)
    a ← minY(A, B, C)
    b ← middleY(A, B, C)
    c ← maxY(A, B, C)
    a_1 ← get_dx(B, C)
    a_2 ← get_dx(A, B)
    a_3 ← get_dx(A, C)
    fP ← x(C)
    sP ← x(C)
    y ← y(C)
    for y_p = y(c); y < y(b); y − − do
        fP ← fP + a_1
        sP ← sP + a_3
        x ← fP
        while + + x < sP do
                                                ▷ přidej bod [x,y_p]
        end while
    end for
    for y_p = y(c); y < y(b); y − − do
        fP ← fP + a_2
        sP ← sP + a_3
    end for
end function
```

Chapter 3

Analýza

3.1 Bod v polygonu

Pokud je polygon otevřený, žádný bod by správně neměl ležet v polygonu. V takovém případě stačí buď ověřit, zda je polygon úplný a neprůnikuje se. Prakticky v programu k tomu nedojde, přesto je možné obě věci obejít tv. winding číslem. Bod leží mimo polygon, pokud je 0, jinak leží uvnitř.

3.2 Konvexní/konkávní

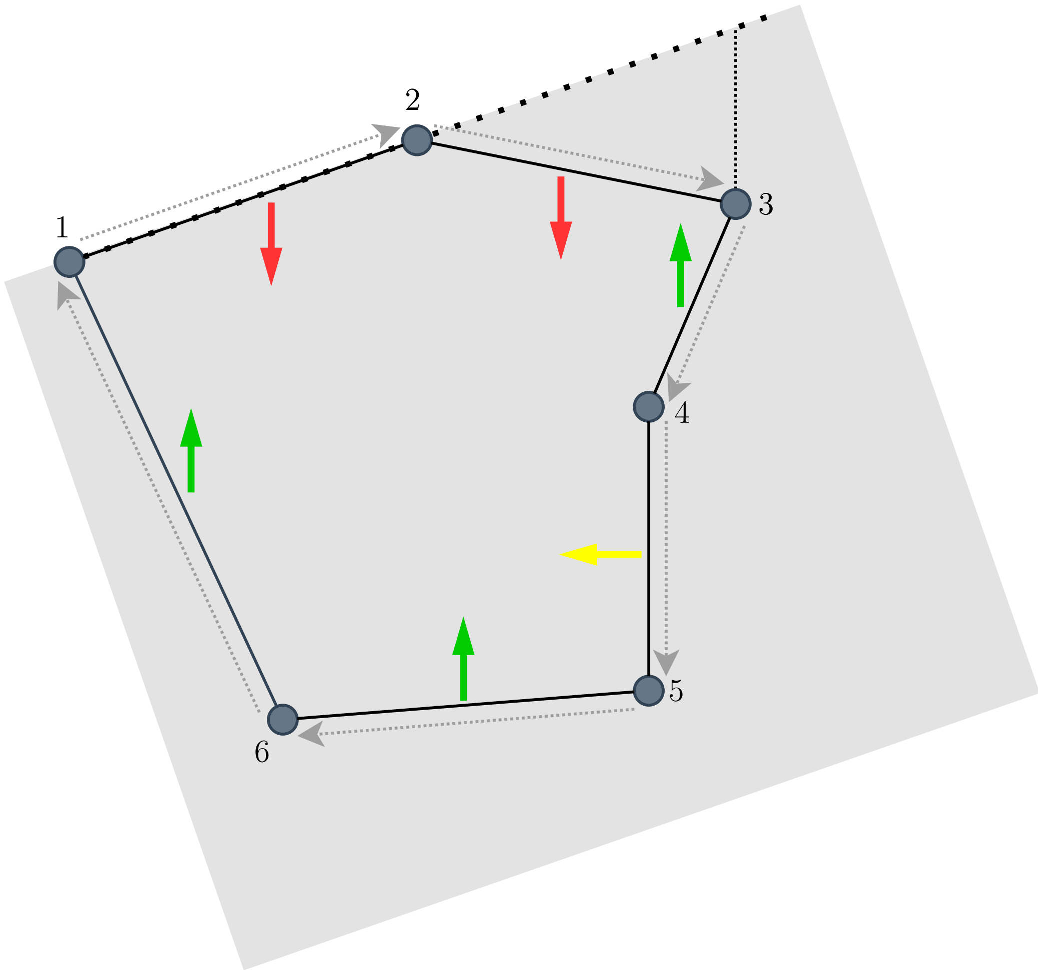


Figure 3.1: Identifikace konvexního/konkávního polygonu

3.3 Detekce kolize

3.4 Oblasti průniku dvou objektů a průřez

Pro jasnost uvádím, že polygon A je polygon, který průnikuje polygon B. Výsledný průnik (polygon) označuju C.

3.5 Sutherland–Hodgman a Vattiho algoritmus

```
./MP polygon-shutherland-hodgman A:<polygon> B:<polygon>
```

Pokud pomyslně prodloužíme hrany A, můžeme dělit strany této hrany na stranu, kde se nachází zbytek A a tedy i na stranu, v které se nenachází ani jeden vrchol A. Jakýkoli bod na druhé straně polygonu není určitě uvnitř A, takže ho nepoužijeme pro C. Pokud je tomu naopak, bod necháme. Postup se totiž opakuje pro každou další stranu A, tz. že na konci zbydou pouze body (vrcholy B), které uvnitř A leží. Mezi body se navíc při procházení zjištuje, jestli průnikují B, v takovém případě se přidává navíc i bod jako průsečík hran. Algoritmus je omezen pouze na konvexní A. V opačném případě nemusí fungovat koncept (nebo by nutně vyžadoval zbytečně náročnou modifikaci), protože bychom mohli vyloučit body, které jinak v polygonu leží. Současně B je nutně konvexní. V opačném případě může dojít k překrytí (tz. overlaping) hran C - v tomto případě by vzniklo výsledků víc jako víc polygonů/samostatných průnikových oblastí. Problém řeší Vattiho algoritmus, který zaznamenává body při vstupu B do A končí při výstupu B z A. Potom přidá body na A mezi I_{vstup} a I_{vystup} ve směru procházení, kterým procházíme vrcholy B.

```
./MP polygon-vatti A:<polygon> B:<polygon>
```

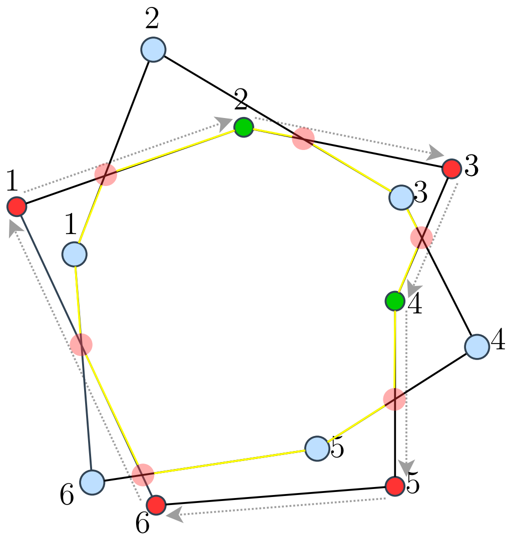


Figure 3.2: Vatti clipping algoritmus

3.6 Obsah polygonu

Obsah polygonu si lze $S_i = (x_1 - x_2) * \frac{y_1 + y_2}{2}$

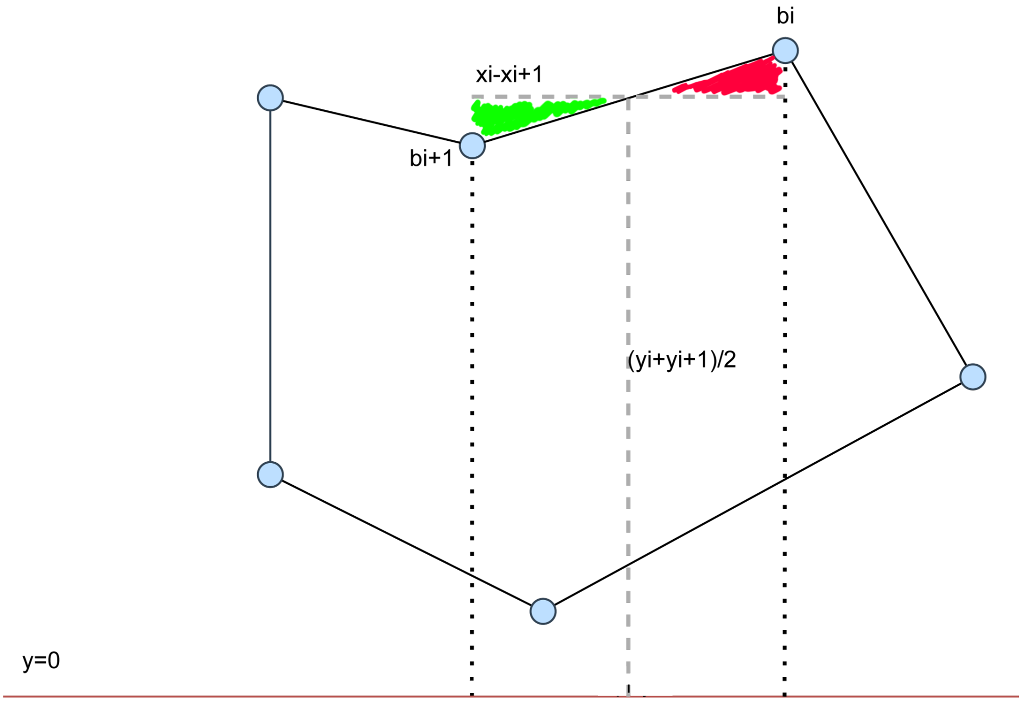


Figure 3.3: Výpočet obsahu polygonu

3.7 Je A v B?

Chapter 4

Rotace

```
./MP cube-example
```

Otáčet bod vůči středu soustavy souřadné je jako nanášet ho na otočenou soustavu souřadnou, tedy násobit vektory udávájící osy x, y, atd. takové soustavy. Tyto vektory mají délku 1. Lze zapsat takto:

$$p_n = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{pmatrix} \vec{p}$$

4.1 2D

Otočené souřadnice můžeme vyjádřit takto:

$X_1 = \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$
$X_2 = \sin(2\pi - \alpha) = -\sin(\alpha)$
$Y_1 = \cos(\pi/2 - \alpha) = \sin(\alpha)$
$Y_2 = \sin(\pi/2 - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

4.2 3D

Rotace bodu vůči ose Z ve směru hodinových ručiček:

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Rotace bodu vůči zvolené ose:

Máme vstup osu o a úhel α.

Mějme 2 soustavy souřadné A a B popsané jednotkovými vektory. Přitom A je naše výchozí, na které vykreslujeme:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matice B má tvar:

$$\begin{pmatrix} a_x & b_x & o_x \\ a_y & b_y & o_y \\ a_z & b_z & o_z \end{pmatrix}$$

3. řádek B tvoří souřadnice osy o, takže 3. souřadnice p_b je právě vzhledem k o.

Čili je z následující rovnice zaručeno, že získáme přesně takový bod p_b, kde jeho 3. souřadnice je vzhledem k o. To potřebujeme, protože jsme zvolili matici rotace podle osy Z (respektive 3. osy...), kterou chceme bod násobit. Takže tato souřadnice bodu v B po rotaci bude stejná.

Z rovnice $p_a = p_b B$ vyjádříme tedy p_b vynasobením B^{-1}: $p_b = p_a B^{-1}$

Zbývající vektory a a b v B musí být jednotkové a vzájemně kolmé. takový a dostaneme třeba ignorováním z a přehozením souřadnic následovně: $\vec{a} = \{-y, x, 0\}$, kde x a y jsou souřadnice o. b je už jen vektorovým součinem a a b.

To je tedy převod relativních souřadnic ze soustavy A do soustavy B.

Rotace probíhá následovně:

Vstup: osa otáčení o, úhel α

1 převedeme souřadnice z A do B

2 zrotujeme (například přes matici 1.1, tj. vůči 3. ose)

3 vykreslujeme v A, takže převedeme z B do A

4.3 Posunutí středu a osy otáčení

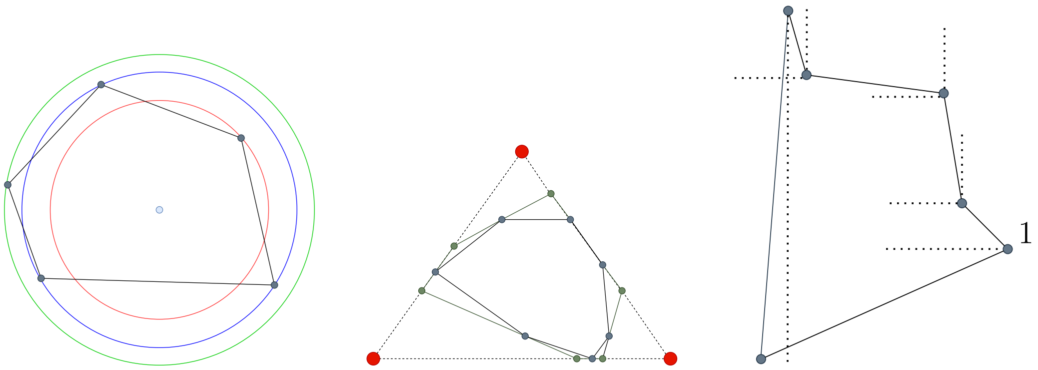
Pro posunutý střed v 2D platí, že vektor $\vec{XS}$, kde S je střed a X bod, má fakticky souřadnice bodu $\vec{p}$. K výpočtu stačí potom přičíst S.

Stejně u posunuté osy v 3D, je takový vektor vlastně bod $p_a - S$. V praxi, grafickém editoru, určujeme osu typicky dvěma body. Právě jeden z nich (třeba pro intuici první určený) je totiž tento střed S. Nakonec stačí opět přičíst S.

Chapter 5

Generování tvarů a fraktály

```
./MP polygon|polygon-fill polygon-rnd:n:<int>
```



(a) (b) (c)

Figure 5.1: Schémata generování polygonu

Generování náhodných polygonů není to samé co generování náhodných bodů - strany se mohou protínat. První přístup

-

Chapter 6

Praktická část

Výstupem programu je okno a text v
terminálu, v kterém program běží. Program je psán v jazyce C, tedy je před spuštěním kompilován následovně.

```
cd resources/program && sudo make MP
```

6.1 Syntax, ovládání, funkce

Program běží ve dvou módech - první příkazový (PM), druhý vývojářský (VM). Rozdíl mezi nimi je však jen v datech, které zpracovává. Pro uvedení programu do PM je následující syntax:

```
./MP nazev_obejktu parametr:hodnota parametr:hodnota
    ...
```

Pro uvedení programu do VM stačí čistě spustit:

```
./MP
```

PM zpracovává jeden objekt/problém z příkazu, avšak VM jen volá soubor devtest.c, zdrojový kód, v kterým je možné nastavit příslušné vstupy a volat příslušné funkce.

Toto je věta s poznámkou[1].

- Parametrem může být objekt, jehož parametr:hodnota jsou odděleny čárkami.

- Pořadí parametrů může být libovolné.

[1] toto je text poznámky

- Nadbytečné parametry program ignoruje.
- Nevalidní vstup program vyrozumí a skončí.
- Posouvání šipkami, zoom kolečkem myši/touchpadem.
- Speciální objekt example slouží stejně jako VM, ale vstup podobjektů nastavuje přes pomocné funkce. Nakonec libovolný výstup podobjektů zabaluje do vlastního čili výstupu jednoho objektu.

6.2 Požadavky, omezení

Pro úspěšnou kompilaci je nutná instalace překladače gcc a multimediální knohovny SDL2 na Linuxu (X-window system/Wayland). Jiné platformy nebyly testovány (stačí pouze přepsat Makefile).

6.3 Struktura programu

SDL2 řeší v programu pouze vytvoření okna, vykreslení bodů na něm a zachytávání uživatelského vstupu. Zpracování regulárních výrazů řeší knihovna (modul) tiny-regex.

Klíčové vlastnosti

- Projekt se skládá z kontroleru, který validuje typ vstupu, nastavuje scénu, volá jednotlivá řešení v podsložkách jako /polygon ap.
- Dílčí řešení zapisuje do objektu body nebo podobjekty pro vykreslení. V případě, že je objekt součástí řešení a nevykresluje se, zapisuje do výstupu skládajícího se z dalších možných výstupů.
- Správně nastavený vstup objektu pro vykreslení je v syntaxi PM prostého/úplného tvaru vypsán před zpracováním.
- Vstup je předán main.c v podsložce dané úlohy, kde je případně upraven pro účely daného algoritmu.