Test

Adamofus

December 21, 2022

Contents

Chapter 1

Projekce 3D do 2D

1.1 Perspektivní projekce

Chapter 2

Vykreslení 3D scény

2.1 Stínění objektů

2.2 Vyplňování

Chapter 3

Rotace

Otáčet bod vůči středu soustavy souřadné je jako nanášet ho na otočenou soustavu souřadnou, tedy násobit vektory udávájící osy x, y, atd. takové soustavy. Tyto vektory mají délku 1. Lze zapsat takto:

$$p_n = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{pmatrix} \vec{p}$$

3.1 2D

Otočené souřadnice můžeme vyjádřit takto:

$X_1 = \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$
$X_2 = \sin(2\pi - \alpha) = -\sin(\alpha)$
$Y_1 = \cos(\pi/2 - \alpha) = \sin(\alpha)$
$Y_2 = \sin(\pi/2 - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

3.2 3D

Rotace bodu vůči ose Z ve směru hodinových ručiček:

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Rotace bodu vůči zvolené ose:

Máme vstup osu o a úhel α.

Mějme 2 soustavy souřadné A a B popsané jednotkovými vektory. Přitom A je naše výchozí, na které vykreslujeme:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matice B má tvar:

$$\begin{pmatrix} a_x & b_x & o_x \\ a_y & b_y & o_y \\ a_z & b_z & o_z \end{pmatrix}$$

3. řádek B tvoří souřadnice osy o, takže 3. souřadnice p_b je právě vzhledem k o.

Čili je z následující rovnice zaručeno, že získáme přesně takový bod p_b, kde jeho 3. souřadnice je vzhledem k o. To potřebujeme, protože jsme zvolili matici rotace podle osy Z (respektive 3. osy...), kterou chceme bod násobit. Takže tato souřadnice bodu v B po rotaci bude stejná.

Z rovnice $p_a = p_b B$ vyjádříme tedy p_b vynasobením $B - 1$: $p_b = p_a B - 1$

Zbývající vektory a a b v B musí být jednotkové a vzájemně kolmé. takový a dostanem třeba ignorováním z následovně: $\vec{a} = \{-y, x, 0\}$, kde x a y jsou souřadnice o. b je už jen vektorovým součinem a a b.

To je tedy převod relativních souřadnic ze soustavy A do soustavy B.

Prakticky nesejde na určení výchozího směru rotace.

Rotace probíhá následovně:

Vstup: osa otáčení o, úhel α

1 převedeme souřadnice z A do B

2 zrotujeme (například přes matici 1.1, tj. vůči 3. ose)

3 vykreslujeme v A, takže převedeme z B do A

3.3 Posunutí středu a osy otáčení

Pro posunutý střed v 2D platí, že vektor $\vec{XS}$, kde S je střed a X bod, má fakticky souřadnice bodu $\vec{p}$. K výpočtu stačí potom přičíst S.

Stejně u posunuté osy v 3D, je takový vektor vlastně bod p_a V praxi, grafickém editoru, můžeme osu určit typicky dvěma body. A ten jeden z nich (třeba pro intuici první určený) je totiž tento střed S. Nakonec stačí opět přičíst S.