

TH Brandenburg
Online Studiengang IT Sicherheit
Fachbereich Informatik und Medien
Algorithmen und Datenstrukturen
Prof. Dr. rer. nat. Ulrich Baum

Einsendeaufgabe 3
Sommersemester 2022
Abgabetermin 18. April 2022

Mara Schulke
Matrikel-Nr. 20215853

Einsendeaufgabe 3

3.1 Hauptsatz der elementaren Zahlentheorie

(a)

Es existiert eine bijektive Abbildung $\nu : \mathbb{N} \setminus \{0, 1\} \mapsto (p_0, \dots, p_n)$ bei der gilt $p_i \in P, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ und $\prod_{i=0}^n p_i = x$. Daraus folgt, dass \mathbb{N} sich in Abhängigkeit der abzählbar unendlichen Menge T aller möglichen Tupel (p_n) definieren lässt:

$$\mathbb{N} = \{x \mid \forall (p_0, \dots, p_n) \in T : x = \prod_{i=0}^n p_i\} \cup \{0, 1\}$$

(b)

Würde nun die 1 zu den Primzahlen zählen wäre ν nicht mehr bijektiv und die Menge T wäre nicht mehr abzählbar unendlich.

3.2 Primzahlen

$$M = 20215853$$

$$X = 20215853$$

(a) **Fermat**

$$a^{X-1} \bmod X = 2^{20215852} \bmod 20215853 = 14439959 \Rightarrow x \notin P$$

(b) **Miller-Rabin**

$$20215852/2 = 10107926$$

$$10107926/2 = 5053963 \Rightarrow k = 2, m = 5053963$$

$$3^{5053963} \bmod X = 15376602$$

$$3^{10107926} \bmod X = 19030657$$

$$3^{20215852} \bmod X = 2888708 \Rightarrow x \notin P$$

3.3 Anzahl von Primzahlen

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{10^{101}}{\ln(10^{101})} - \frac{10^{100}}{\ln(10^{100})} \\
 &= \frac{10^{101}}{101 * \ln(10)} - \frac{10^{100}}{100 * \ln(10)} \\
 &= \frac{100 * 10^{101}}{101 * 100 * 2.3} - \frac{101 * 10^{100}}{101 * 100 * 2.3} \\
 &= \frac{1000 * 10^{100} - 101 * 10^{100}}{101 * 100 * 2.3} \\
 &= \frac{899 * 10^{100}}{101 * 100 * 2.3} \\
 &= \frac{899 * 10^{97}}{23.23} \\
 &= 3.87 * 10^{98}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W &= \left(\frac{10^{101} - 10^{100}}{2} \right)^{-1} * 3.87 * 10^{98} \\
 &= \frac{3.87 * 10^{98}}{4.5 * 10^{100}} \\
 &= 0.0086
 \end{aligned}$$