

Laboratorio Statistica e Analisi dei dati - Esercitazione 2

1 Modelli di variabili aleatorie

Risolvere i seguenti esercizi estratti dal libro di testo¹.

1.1 Esercizio 1

Negli Stati Uniti, durante gli anni 80 del secolo scorso, ogni settimana sono morte sul lavoro una media di 121.95 persone. Dai una stima delle seguenti quantità:

- (a) la frazione di settimane con 130 vittime o più;
- (b) la frazione di settimane con 100 vittime o meno.

1.2 Esercizio 2

Il numero medio di errori tipografici per pagina di una certa rivista è di 0.2. Qual è la probabilità che la pagina che ti accingi a leggere contenga:

- (a) nessun refuso?
- (b) 2 o più refusi?

Spiega il tuo ragionamento.

1.3 Esercizio 3

La probabilità di errore nella trasmissione di una cifra binaria attraverso un certo canale di comunicazione è di 10^{-3} .

- (a) Scrivi un'espressione esatta per la probabilità di totalizzare più di tre errori trasmettendo un blocco di 1000 bit.
- (b) Calcola una approssimazione di tale probabilità.

Puoi assumere l'indipendenza degli errori.

1.4 Esercizio 4

Arrivi alla fermata dell'autobus alle 10, e sei certo che ne passerà uno in un momento distribuito uniformemente tra le 10 e le 10.30.

- (a) Qual è la probabilità che tu debba aspettare più di 10 minuti?
- (b) Se alle 10.15 l'autobus non è ancora arrivato, qual è la probabilità che tu debba aspettare almeno altri 10 minuti?

1.5 Esercizio 5

Sia X una variabile aleatoria normale di parametri $\mu = 10$ e $\sigma^2 = 36$. Calcola

- (a) $P(X > 5)$;
- (b) $P(4 < X < 16)$;
- (c) $P(X < 8)$;
- (d) $P(X < 20)$;
- (e) $P(X > 16)$.

¹Esercizi da pagina 208 a 216

1.6 Esercizio 6

Un certo test nazionale di matematica viene proposto in tutte le ultime classi delle scuole secondarie. Esso produce punteggi che hanno distribuzione normale con media 500 e deviazione standard 100. Si scelgono poi a caso 5 studenti che hanno affrontato il test; calcola le probabilità che

- (a) i loro punteggi siano tutti inferiori a 600;
- (b) esattamente 3 punteggi siano superiori a 640.

1.7 Esercizio 7

La larghezza di una scanalatura in un trfilato di duralluminio è (espressa in pollici) una variabile aleatoria normale con $\mu = 0.9000$ e $\sigma = 0.0030$. Le specifiche di fabbricazione assegnate impongono il limite 0.90000 ± 0.0050 .

- (a) Che percentuale dei trafilati sarà difettosa?
- (b) Qual è il più alto valore di σ accettabile, per avere una percentuale di difettosi non superiore all'1%?

1.8 Esercizio 8

Un certo tipo di lampadine ha una luminosità che ha distribuzione normale con media 2000 e deviazione standard 85. Determina un limite inferiore di luminosità da dichiarare affinché non più del 5% delle lampadine prodotte non lo rispetti. (Ovvero, determina L tale che $P(X \geq L) = 0.95$, dove X è la luminosità di una lampadina scelta a caso.)

1.9 Esercizio 9

Una azienda produce bulloni con diametro dichiarato tra 1.19 e 1.21 pollici. Se i bulloni che escono dalla linea di produzione hanno un diametro che è una variabile aleatoria gaussiana con media 1.20 pollici e deviazione standard 0.0005, che percentuale dei bulloni non soddisfa le specifiche?

1.10 Esercizio 10

Il tempo (in ore) necessario per riparare un macchinario è una variabile aleatoria esponenziale con parametro $\lambda = 1$.

- (a) Qual è la probabilità che la riparazione superi le 2 ore di tempo?
- (b) Qual è la probabilità condizionata che la riparazione richieda almeno 3 ore, sapendo che ne richiede più di 2?

1.11 Esercizio 11

Il numero di anni di funzionamento di una radio ha distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1/8$. Se si compra una radio usata, qual è la probabilità che funzioni per altri 10 anni o più?

1.12 Esercizio 12

Il signor Jones è convinto che il tempo di vita di una automobile (in migliaia di miglia percorse) sia una variabile aleatoria esponenziale di parametro $1/20$. Il signor Smith ha una macchina usata da vendere, che ha percorso circa 10000 miglia.

- (a) Se Jones decide di comprarla, che probabilità ha di farle fare almeno altre 20000 miglia, prima che sia da buttare?
- (b) Rispondi nuovamente, nell'ipotesi che il tempo di vita dell'auto (in migliaia di miglia percorse), abbia distribuzione uniforme sull'intervallo $(0, 40)$.