

# Clase práctica 4

December 6, 2024

1. Clasifique en verdadero o falso las siguientes afirmaciones:
  - $37621 + 2^{30} * 471 + 59603 * 25$  es divisible por 12.
  - $375121 * 4^{105} - 35^{91}$  es coprimo (primo relativo) con 6 y  $9^{1684} - 7^{52688}$  es divisible por 10.
  - $2^{70} + 3^{70}$  es divisible por 13 y  $3^{47}$  deja resto 4 cuando se divide por 23.
2. Demuestre que es finita la cantidad de valores de  $n$ , para los cuales la suma desde  $k=1$  hasta  $n$  de  $k!$  es un cuadrado ( $[\sum_{k=1}^n k! = x^2]$ ).
3. Demuestre que las siguientes ecuaciones no tienen solución en enteros ( $\mathbb{Z}$ ):
  - $3x^2 + 5 + 9xy = y^2$
  - $x^2 + y^2 - 8z = 6$
4. Determine el número de ternas  $(a, b, c)$  que satisfagan:  $2^a + 2^b = c!$ .
5. Sea  $P$  un número primo tal que si  $P \equiv 5(8)$  y  $P \mid (a^4 + b^4)$  entonces  $P \mid a$  y  $P \mid b$ .
6. Demuestre que dados tres números enteros cualesquiera, siempre es posible seleccionar dos de ellos, sean estos  $a$  y  $b$  tales que el número  $a^3b - ab^3$  sea divisible por 10.
7. Se le llama ‘número de Fermat’ a aquellos que pueden ser escritos de la forma  $2^{2^n} + 1$ ,  $n \geq 0$ . Demuestre que los números de Fermat son coprimos dos a dos.
  - a) Utilizando este resultado, demuestre que existen infinitos números primos.