

Clase práctica 1

March 27, 2025

1. Sea G un grafo y $v, w \in V(G)$, demuestre que, si existen dos caminos diferentes que conectan a v y w entonces existe un ciclo en G .
2. Sea G un grafo, $|V(G)| = n$, si $\forall v, w \in V(G)$ tal que v y w no son adyacentes se cumple que $\deg(v) + \deg(w) \geq n - 1$, entonces G es conexo.
3. Sea G un grafo tal que $|V(G)| = n$ y $|E(G)| = m$ entonces el número de componentes conexas de G es mayor o igual que $n - m$.
4. Demuestre que si $|V(G)| \geq 9$ entonces $\alpha(G) \geq 4$ (número de independencia) o $\omega(G) \geq 3$ (número de clique).
5. Sea G un grafo, tal que $|V(G)| = n$, demuestre que si

$$\sum_{v \in V(G)} \binom{\deg(v)}{2} > \binom{n}{2}$$

entonces en G hay un ciclo de longitud 4.

6. Demuestre que un grafo es bipartito \Leftrightarrow no tiene ciclos de longitud impar.
7. Demuestre que todo grafo G tiene un subgrafo en expansión G' que es bipartito y que cumple que $|E(G')| \geq \frac{|E(G)|}{2}$.