Clase práctica 2

September 24, 2025

1. Sea $a \in \mathbf{Z}$, $a \neq 0$, $b_i \in \mathbf{Z}$, $1 \leq i \leq n$, demuestre que, si $a|b_1 b_2 ... b_n$ y $\forall j,\ 1 \leq j < n$ y se cumple que $(a, b_j) = 1$ entonces $a|b_n$.

2. Implemente un método que dados $a, b, c \in \mathbf{Z}$ y $a, b \neq 0$ diga si $ax + by = c$ tiene solución en los enteros, es decir que existan $x_0, y_0 \in \mathbf{Z}$ tales que $ax_0 + by_0 = c$, en caso de existir encuentre una y de una forma de generar otras n.

3. Sean $a_1, a_2 ... a_n$ números naturales. Demuestre que $(a_i, a_j) = 1$ para todo par $1 \leq i < j \leq n$ si y solo si $mcm(a_1, a_2, ..., a_n) = a_1 a_2 ... a_n$.

4. Una inmobiliaria renta apartamentos del tipo A cuyo alquiler es \$188.00 y apartamentos de tipo B cuyo alquiler es \$508.00. Cuando todos los apartamentos de tipo A y B hayan sido rentados, la inmobiliaria recibirá un total de \$1580.00. Cuántos apartamentos de cada tipo posee ?

5. Sean a, b naturales, cuántos números de la secuencia $a, 2a, ..., ba$ son divisibles por b.

6. Sea p_n el n-ésimo primo. Demuestre que $p_n \leq 2^{2^{n-1}}$.

7. Sea $a, b, c, k, n \in \mathbf{N}$, calcule o demuestre (según sea el caso) que:

   (a) $(ka, kb) = k(a, b)$

   (b) Si $(a, b) = 1$

   - $(a + b, a)$
   - $(a + b, ab)$
   - $(a + b, a - b)$
   - $(n^2 + 1, (n + 1)^2 + 1)$

   (c) $[a, b, c] = \frac{abc}{(ab, bc, ca)}$