Prueba Final
Matemática Discreta

1. Sea G un grafo tal que existe un ciclo C impar en él. Demuestre que para cualquier orientación D de G que resulte en un grafo dirigido fuertemente conexo también tiene un ciclo impar.

2. Demuestre que un caballo no puede recorrer un tablero de ajedrez de $4 \times n$, o sea empieza en una posición y pasa por todas las demás posiciones del tablero exactamente una vez y luego vuelve a la posición inicial.

3. Demuestre que la siguiente función es primitiva recursiva,

$$psg(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es un cuadrado perfecto} \\ 0 & \text{eoc} \end{cases}$$

.

4. Diseñar una máquina de Turing que al serle introducida una sucesión finita de “1”, escritos en casillas contiguas, y con el cabezal sobre el primero de ellos, devuelva la sucesión de “1” y otra sucesión a su derecha con el doble de “1” que la de partida, estando ambas sucesiones separadas por el símbolo \$.

5. Durante la exposición de cierta tesis, una de las preguntas iba enfocada a como crear problemas. Luego de enunciada la respuesta del estudiante el profesor A pregunta: existe alguna forma de identificar si dos problemas generados son iguales, a lo que automáticamente el profesor B responde esto es indecidible. Ayude al estudiante a comprender la respuesta del profesor B. Demuestre que el lenguaje EQ_{TM} es indecidible.

$$EQ_{TM} = \{< M_1, M_2 >: L(M_1) = L(M_2)\}$$