

Clase práctica 3

September 25, 2025

1. Sean a y n enteros mayores que 1.
 - Si $a^n - 1$ es primo $\Rightarrow a = 2$ y n es primo.
 - Si $a^n + 1$ es primo $\Rightarrow a$ es par y n es una potencia de 2
2. Sea $n \in \mathbf{Z}$ $n > 4$. Demuestra que $n|(n-1)!$ si y solo si n es compuesto.
3. Encuentre la descomposición canónica de $20!$.
4. Demuestra que existe un bloque de 2022 enteros consecutivos donde exactamente 15 de ellos son primos.
5. Demuestre que si $n \in \mathbf{Z}^+$ entonces $2^{2^n} - 1$ tiene al menos n divisores primos distintos.
6. Demuestre que si p y $p^2 + 2$ son primos entonces $p^3 + 2$ es primo.
7. Sea p_n el n -ésimo primo. Demuestre que $p_n \leq 2^{2^{n-1}}$.
8. Demuestre que si $n > 2$, entonces existe un primo p que satisface $n < p < n!$.