Clase práctica 61

October 26, 2025

1. Diga si $712! + 1$ es primo.
2. Encuentre todos los primos p tales que la suma de todos los divisores enteros positivos de p^4 es igual al cuadrado de un entero.
3. Sea n un entero impar que no es múltiplo de 5, entonces n divide a un entero cuyos dígitos son todos iguales a 1.
4. Sean a, n enteros tales que $n > 1$ y $(a, n) = 1$. El orden de a módulo n es el menor entero positivo k tal que $a^k \equiv 1 \mod n$. Se denota como $ord_n(a) = k$. Demuestre que si $ord_n(a) = k$, entonces $a^h \equiv 1 \mod n$ si y solo si $k|h$.
5. Si $ord_n(a) = k$, entonces $a^i \equiv a^j \mod n$ si y solo si $i \equiv j \mod k$.
6. Sea p un primo mayor que 5. Demuestre que $(p-1)! + 1$ tiene al menos dos divisores primos diferentes.
7. Sea n un entero positivo. Demuestre que $\sum_{d=1}^{n} \phi(d) * \lfloor \frac{n}{d} \rfloor = \frac{n*(n+1)}{2}$.
8. Sean a, n enteros con $(a, n) = 1$ y $ord_n(a) = \phi(n)$, entonces se dice que a es una raíz primitiva de n. Demuestre que si a es una raíz primitiva de n, entonces $a^1, a^2, ..., a^{\phi(n)}$ es un sistema residual reducido módulo n.