Clase práctica 2

September 18, 2025

1. Implemente un método que dados $a, b, c \in \mathbf{Z}$ y $a, b \neq 0$ diga si $ax + by = c$ tiene solución en los enteros, es decir que existan $x_0, y_0 \in \mathbf{Z}$ tales que $ax_0 + by_0 = c$, en caso de existir encuentre una y dé una forma de generar otras n.

2. Sean $a_1, a_2 ... a_n$ números naturales. Demuestre que $(a_i, a_j) = 1$ para todo par $1 \leq i < j \leq n$ si y solo si $mcm(a_1, a_2, ..., a_n) = a_1 a_2 ... a_n$.

3. Una inmobiliaria renta apartamentos del tipo A cuyo alquiler es \$188.00 y apartamentos de tipo B cuyo alquiler es \$508.00. Cuando todos los apartamentos de tipo A y B hayan sido rentados, la inmobiliaria recibirá un total de \$1580.00. Cuántos apartamentos de cada tipo posee ?

4. Sean a, b naturales, cuántos números de la secuencia $a, 2a, ..., ba$ son divisibles por b.

5. Sea $a, b, c, k, n \in \mathbf{N}$, calcule o demuestre (según sea el caso) que:

   (a) $(ka, kb) = k(a, b)$

   (b) Si $(a, b) = 1$

   - $(a + b, a)$
   - $(a + b, ab)$
   - $(a + b, a - b)$
   - $(n^2 + 1, (n + 1)^2 + 1)$

   (c) $(a, b, c) = \frac{abc}{(ab,bc,ca)}$

6. Las soluciones de la ecuación lineal diofantina $ax+by = c$ son interpretadas geométricamente como, aquellos puntos con coordenadas enteras sobre la recta que representa dicha equación. Prueba que si $(a, b) = 1$, entonces cualquier segmento de longitud mayor o igual a $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$ sobre la línea $ax + by = c$ contiene al menos uno de los puntos solución de la ecuación.

7. Demuestre que si $a|bc$ entonces $a|mcd(a, b) * mcd(a, c)$.

8. Demuestre que si $a^n|b^n$ entonces $a|b$.