

## Prueba Final Matemática Discreta

1. Realice una demostración diferente a la vista en clase del siguiente teorema. Sea  $G$  un grafo, se cumple que  $\chi(G) + \chi(G^c) \leq n + 1$ , siendo  $n = |V(G)|$ .
2. Se tiene una baraja con  $nm$  cartas, con  $m$  valores y  $n$  tipos de cartas. La baraja tiene una carta de cada valor en cada tipo. Está dispuesta como una matriz de  $n$  por  $m$ .
  - Demuestre que existe un conjunto de  $m$  cartas, una en cada columna, teniendo valores distintos.
  - Usando el inciso anterior, demuestre que, dado una secuencia de cambios de cartas con iguales valores, las cartas se pueden arreglar de tal forma que en cada columna hayan  $n$  cartas de tipos distintos.
3. Desarrolle una Máquina de Turing que reconozca el lenguaje formado por cadenas de 0s cuya longitud sea una potencia de dos:  $L = \{0^{2^n}; n \geq 1\}$ .
4. Demuestre que la siguiente función es primitiva recursiva:  $Dig(n)$ , esta computa el número de dígitos en la representación decimal de  $n$ . Asuma que  $Dig(0) = 0$ .
5. Demuestre que el lenguaje de las tuplas  $\langle M, w \rangle$  tales que  $M$  para con  $w$  en una cantidad impar de transiciones es no decidible, siendo  $M$  una máquina de Turing y  $w$  una cadena.