Clase práctica 2

April 1, 2025

1. Demuestre que todo árbol con vértices de grado k tiene al menos k vértices de grado 1.

2. Demuestre que la secuencia de enteros positivos no creciente $d_1, d_2, ..., d_n$ es un árbol si y solo si $\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1)$

3. En todo árbol existe al menos un centroide: un vértice tal que al quitarlo la cantidad de vértices de los árboles resultantes es a lo sumo $n/2$ siendo n el tamaño del árbol inicial.

4. Una secuencia no creciente de enteros no negativos $d_1, d_2, ..., d_n$ con $(n \geq 2)$ es gráfica si y solo si la secuencia $d_2-1, d_3-1, ..., d_{d_1+1}-1, d_{d_1+2}, d_{d_1+3}..., d_n$ es gráfica.

5. Sea un árbol T de orden n que solo contiene vértices de degree 1 o 3. Pruebe que T contiene $\frac{n-2}{2}$ vértices de degree 3.

6. Demuestre que si la secuencia no creciente $\{d_1, d_2, ..., d_n\}$ de números positivos es gráfica entonces $\forall k$ se tiene que : $\sum_{i=1}^{k} d_i \leq k(k-1) + \sum_{j=k+1}^{n} min(k, d_j)$

7. Si T es un árbol con k aristas y G es un grafo tal que $\delta(G) \geq k$, entonces T es un subgrafo de G, asumiendo que podemos renombrar las etiquetas de los vértices.