

Clase práctica 4

October 3, 2025

1. Clasifique en verdadero o falso las siguientes afirmaciones:
 - $37621 + 2^{30} * 471 + 59603 * 25$ es divisible por 12.
 - $375121 * 4^{105} - 35^{91}$ es coprimo (primo relativo) con 6 y $9^{1684} - 7^{52688}$ es divisible por 10.
 - $2^{70} + 3^{70}$ es divisible por 13 y 3^{47} deja resto 4 cuando se divide por 23.
2. Demuestre que es finita la cantidad de valores de n , para los cuales la suma desde $k=1$ hasta n de $k!$ es un cuadrado ($[\sum_{k=1}^n k! = x^2]$).
3. Demuestre que las siguientes ecuaciones no tienen solución en enteros (\mathbb{Z}):
 - $3x^2 + 5 + 9xy = y^2$
 - $x^2 + y^2 - 8z = 6$
4. Determine el número de ternas (a, b, c) que satisfagan: $2^a + 2^b = c!$.
5. Sea P un número primo tal que si $P \equiv 5(8)$ y $P \mid (a^4 + b^4)$ entonces $P \mid a$ y $P \mid b$.
6. Sea n un entero positivo, mayor que 20. Si n es palíndromo y tiene una cantidad par de cifras entonces n es compuesto.
7. Si n es un entero positivo, de 10 cifras, tal que tiene todos los dígitos decimales entonces n es compuesto.
8. Se le llama ‘número de Fermat’ a aquellos que pueden ser escritos de la forma $2^{2^n} + 1$, $n \geq 0$. Demuestre que los números de Fermat son coprimos dos a dos.
 - a) Utilizando este resultado, demuestre que existen infinitos números primos.
9. Sean n, m, a enteros positivos con $n > 1$. Demuestre que $(a^n - 1, a^m - 1) = a^{(n,m)} - 1$.