

Clase práctica 5

October 17, 2025

1. Resuelva $17x \equiv 9 \pmod{276}$.
2. Sea $a \in \mathbb{Z}$. Demuestra que existen infinitos múltiplos de a que terminan en cualquier secuencia de dígitos, si a es coprimo con 10.
3. Una mujer va al mercado con un bolso de huevos. Un caballo estacionado allí se los rompe. El dueño del animal, apenado por la situación, ofrece retribuir lo perdido. Pregunta cuántos huevos traía. La mujer no recuerda el número exacto, pero recuerda que cuando los agrupaba en grupos de a dos, quedaba uno afuera; lo mismo sucedía con grupos de tres, cuatro, cinco y seis. Sin embargo, en grupos de siete, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que debe pagar?
4. Encuentre todas las n enteros positivos tales que, existen dos sistemas residuales completos módulo n , $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ que cumplen que $\{a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n\}$ también es un sistema residual completo módulo n .
5. Determine el menor n impar, $n > 3$, tal que $3|n$, $5|n+2$ y $7|n+4$.
6. Sean p y q dos números primos diferentes, demuestre que $\exists k \in \mathbb{Z}$, tal que $pn^q + qn^p + kn$ es divisible por $pq \forall n \in \mathbb{Z}$.
7. Demuestra que dado $k \in \mathbb{Z}^+$, es posible encontrar una secuencia de k enteros consecutivos, cada uno divisible por un cubo mayor que 1.
8. Sea un sistema de ecuaciones lineales de congruencia.

$$x \equiv a_1 \pmod{n_1}$$

$$x \equiv a_2 \pmod{n_2}$$

$$x \equiv a_3 \pmod{n_3}$$

...

$$x \equiv a_k \pmod{n_k}$$

Demuestre que dicho sistema tiene solución si y solo si $a_i \equiv a_j \pmod{\text{mcm}(n_i, n_j)}$.

Demuestre que la solución es única mod $\text{mcm}(n_1, n_2, \dots, n_k)$

9. * Calcule la cantidad de soluciones de $x^2 \equiv 1 \pmod{n}$, para n un entero positivo