

Clase práctica 6

October 24, 2025

1. Si f es una función multiplicativa y no es idénticamente nula entonces $f(1) = 1$.
2. Si $n > 1$ se escribe como $n = p_1^{e_1} * \dots * p_k^{e_k}$, entonces todos los divisores positivos de n se escriben como $d = p_1^{a_1} * \dots * p_k^{a_k}$, con $0 \leq a_i \leq e_i$.
3. Sean n, m enteros positivos, tales que $(n, m) = 1$. Entonces todo divisor de $n * m$ se escribe como $d = d_1 * d_2$, en donde $d_1 | n$ y $d_2 | m$, además se cumple $(d_1, d_2) = 1$, y todos estos productos son diferentes.
4. Sea $\tau(n)$ para n positivo, la cantidad de divisores positivos de n . Demuestre que esta función es multiplicativa. Encuentre una expresión para calcularla.
5. Sea $\sigma(n)$ para n positivo, la suma de los divisores positivos de n . Demuestre que esta función es multiplicativa. Encuentre una expresión para calcularla.
6. Sea $n > 1$ demuestre que la multiplicación de todos los divisores positivos de n es igual a $n^{\tau(n)/2}$.
7. Demuestre que si f es una función multiplicativa y $F(n) = \sum_{d|n} f(d)$, entonces F es multiplicativa.
8. Demuestre que para $n \geq 1$ se cumple que $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.
9. ***** Demuestre que $\phi(n) = \sum_{d|n} \frac{n}{d} \mu(d)$.