

Clase práctica 1

December 10, 2024

1. Sea $k \in \mathbf{Z}^+$. Demuestre que k divide a todo producto de k enteros consecutivos.
(a) Demuestre que $k!$ divide al producto de k enteros consecutivos.
2. Un entero $n > 1$ es especial si para todo $k \in \mathbf{Z}^+$, con $k \leq n$ se puede escribir como suma de divisores distintos de n . Demuestre que si p y q son especiales entonces pq es especial.
3. Determine el número de formas de descomponer a n en sumandos donde el orden no es relevante y la diferencia modular de cualquier par de sumandos es a lo sumo 1.
4. Demuestre que si $n \in \mathbf{Z}^+$ entonces $2^{2^n} - 1$ tiene al menos n divisores distintos.
5. Demuestre que $\sqrt{2}$ es irracional.
6. Sea $n \in \mathbf{Z}^+$. Demuestre que existen infinitos múltiplos de n que contienen a todos los dígitos decimales.
7. Demuestre que si p y $p^2 + 2$ son primos entonces $p^3 + 2$ es primo.