

## Clase práctica 2

September 24, 2025

1. Implemente un método que dados  $a, b, c \in \mathbf{Z}$  y  $a, b \neq 0$  diga si  $ax + by = c$  tiene solución en los enteros, es decir que existan  $x_0, y_0 \in \mathbf{Z}$  tales que  $ax_0 + by_0 = c$ , en caso de existir encuentre una y dé una forma de generar otras  $n$ .
2. Sean  $a_1, a_2, \dots, a_n$  números naturales. Demuestre que  $(a_i, a_j) = 1$  para todo par  $1 \leq i < j \leq n$  si y solo si  $mcm(a_1, a_2, \dots, a_n) = a_1 a_2 \dots a_n$ .
3. Una inmobiliaria renta apartamentos del tipo A cuyo alquiler es \$188.00 y apartamentos de tipo B cuyo alquiler es \$508.00. Cuando todos los apartamentos de tipo A y B hayan sido rentados, la inmobiliaria recibirá un total de \$1580.00. Cuántos apartamentos de cada tipo posee ?
4. Sean  $a, b$  naturales, cuántos números de la secuencia  $a, 2a, \dots, ba$  son divisibles por  $b$ .
5. Sea  $a, b, c, k, n \in \mathbf{N}$ , calcule o demuestre (según sea el caso) que:
  - (a)  $(ka, kb) = k(a, b)$
  - (b) Si  $(a, b) = 1$ 
    - $(a + b, a)$
    - $(a + b, ab)$
    - $(a + b, a - b)$
    - $(n^2 + 1, (n + 1)^2 + 1)$
  - (c)  $[a, b, c] = \frac{abc}{(ab, bc, ca)}$
6. Las soluciones de la ecuación lineal diofantina  $ax + by = c$  son interpretadas geométricamente como, aquellos puntos con coordenadas enteras sobre la recta que representa dicha ecuación. Prueba que si  $(a, b) = 1$ , entonces cualquier segmento de longitud mayor o igual a  $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$  sobre la línea  $ax + by = c$  contiene al menos uno de los puntos solución de la ecuación.
7. Demuestre que si  $a|bc$  entonces  $a|mcd(a, b) * mcd(a, c)$ .
8. Demuestre que si  $a^n|b^n$  entonces  $a|b$ .