Clase práctica 4

April 22, 2025

1. Demuestre que $K_{n,n+1}$ no puede ser hamiltoniano.

2. Sea G un grafo con al menos 3 vértices. Si G tiene al menos $\binom{n-1}{2}+1$ aristas, entonces en G hay un camino de Hamilton. Si G tuviera al menos $\binom{n-1}{2}+2$ entonces podemos decir que es un grafo hamiltoniano.

3. Sea G un grafo conexo tal que en G^c no existen ciclos de longitud 3. Demuestre que en G hay un camino de Hamilton.

4. Sea un grafo G con $|V(G)| = n$, si para todo par de vértices u, v no adyacentes se cumple que $deg(u) + deg(v) \geq n + 1$ entonces si tomamos dos vértices cualesquiera a, b, demuestre que se puede hacer un camino hamiltoniano que comienza en a y termina en b.

5. Sea G un grafo conexo de n vértices y k un número entero positivo menor o igual que n. Si para todo par de vértices no adyacentes x, y se cumple que $deg(x) + deg(y) \geq k$, demuestre que en G hay un camino simple de longitud k.

6. Sea G un subgrafo abarcador de $K_{n,n}$ con $n \geq 2$, cuyas particiones son V_1 y V_2. Sean u, v vértices no adyacentes tales que $u \in V_1$ y $v \in V_2$ con $deg(u) + deg(v) > n$. Pruebe que G es hamiltoniano si y solo si $G + uv$ lo es.

7. Pruebe que el grafo de Pertersen es no hamiltoniano.