

## Clase práctica 6

May 11, 2025

1. Sea  $G$  un grafo con  $n$  vértices. Demuestre que:
  - $\sqrt{n} \leq \chi(G) + \chi(G^c) \leq n + 1$
  - $n \leq \chi(G)\chi(G^c) \leq (\frac{n+1}{2})^2$
2. Sea  $G$  un grafo con  $n$  vértices y  $m$  aristas. Demuestre que  $\chi(G) \leq \sqrt{\frac{2m(n-1)}{n}}$
3. Sea  $G$  un grafo con  $n$  vértices, tal que  $\delta(G) \geq d$  siendo  $d$  un entero positivo. Demuestra que  $\chi(G) \geq \frac{n}{n-d}$ .
4. Sea  $G$  un grafo con  $m$  aristas. Demuestra que  $\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$ .
5. Sea  $d_1, d_2, \dots, d_n$  la secuencia no creciente de grados de un grafo  $G$ , entonces  $\chi(G) \leq 1 + \max_{1 \leq i \leq n} \{\min(d_i, i - 1)\}$ .
6. Sea  $G$  un grafo donde todo par de ciclos de longitud impar tienen al menos un vértice en común. Demuestre que  $\chi(G) \leq 5$ .
7. Para todo valor de  $k$ , encuentre un grafo  $G$  tal que  $\chi(G) = k$ , cumpliendo que  $C_3$  no es un subgrafo de  $G$ .