

Mundial 2025 - Matemática Discreta

1. Sea a un entero positivo. Demuestre que si $2^a - 1$ es primo, entonces $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$ es perfecto. Un número es perfecto si es igual a la suma de todos sus divisores diferentes de él mismo, Ej: $6 = 3 + 2 + 1$.
2. Encuentre todos los primos p , tales que la suma de todos los divisores positivos de p^4 es igual al cuadrado de un entero.
3. Demuestre utilizando razonamiento combinatorio que:

$$4^n 6^n \mid (4n)!$$

4. Demuestre que toda lista de enteros de tamaño $n * t * r + 1$, tiene una subsecuencia creciente de tamaño mayor que n , o una subsecuencia decreciente de tamaño mayor que t , o una subsecuencia de números iguales de tamaño mayor que r .
5. Halle una fórmula recurrente para calcular las cadenas binarias que cumplan que los bloques maximales de 1s o 0s sean de tamaño impar.