

Matemática discreta II - Examen Mundial
Curso 2024

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. En una clase con n estudiantes, n impar, cada estudiante envía Cartas de San Valentín a otros x estudiantes, x impar. Determine si es posible o no que un estudiante reciba cartas de los mismos estudiantes a los que les envió. Demuestre su respuesta.
2. Sea S un conjunto de n elementos y sean A_1, A_2, \dots, A_n n subconjuntos distintos de S . Demuestre que en S hay un elemento x tal que los conjuntos $A_1 \cup \{x\}, A_2 \cup \{x\}, \dots, A_n \cup \{x\}$ son todos distintos entre si.
3. Demuestre que un grafo G bipartito tiene un matching que satura a X si $\forall x \in X, \forall y \in Y \deg(x) \geq \deg(y) \geq 1$ con $G = \langle X \cup Y, E \rangle$.
4. Demuestre que si pintamos las aristas de un grafo K_{20} en 9 colores diferentes, se puede encontrar un ciclo con todas sus aristas del mismo color.
5. Construya una Máquina de Turing que determine si una secuencia de números binarios es válida. Una secuencia es válida si cada número tiene el mismo número de bits y si los números están ordenados de mayor a menor. Se conoce que la secuencia es finita, que cada número binario de la secuencia comienza en la cinta con su mayor potencia de 2 y que están separados por el símbolo —.
6. Se define la función $\sigma(x)$ como la suma de todos los divisores de x . Ejemplo $\sigma(0) = 0, \sigma(6) = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$. Demuestre que la función $\sigma(x)$ es primitivo recursiva.