

Matemática discreta I - Examen Mundial  
Curso 2024

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Demuestre que si  $a$  y  $b$  son números naturales mayores o igual a 1, entonces  $a!b!|(a+b)!$
2. Solucione la siguiente ecuación:  $x^{59} \equiv 604 \pmod{2013}$ .
3. Demuestre que, si mas de 1001 enteros son seleccionados del conjunto  $\{1, \dots, 2000\}$  entonces entre los seleccionados hay dos enteros que seran primos relativos.
4. De cuántas formas se pueden repartir 3 pelotas rojas, 3 azules y 3 verdes en 8 urnas de modo que ninguna urna quede vacía y teniendo en cuenta que no es necesario utilizar todas las pelotas.
5. Determine una relación de recurrencia que permita calcular la cantidad de subconjuntos de  $\{1, 2, \dots, n\}$  que no contienen 2 enteros consecutivos y ni a 1 y a  $n$  simultáneamente. Establezca la relación en términos de relaciones de recurrencia ya conocidas.
6. Se tienen  $n$  discos y 3 torres, inicialmente todos los discos están en la primera torre ordenados de mayor a menor. El objetivo es pasar todos los discos de la primer torre a la última, utilizando para ello la torre intermedia y teniendo como restricción que en ninguna torre puede haber discos desordenados. Encuentre la relación de recurrencia en su forma cerrada que determine el número mínimo de pasos que se requieren para cumplimentar el objetivo planteado.