



## **Progetto di Ricerca Operativa**

*Ottimizzazione dei Costi per i Servizi di Trasporto Ordinario  
e di Emergenza*

Soldà Matteo  
Matricola 1226319

A.A. 2022–2023

# Contents

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduzione</b>  | <b>3</b>  |
| 1.1      | Abstract . . . . .   | 3         |
| 1.2      | Problema Generale . . . . .                                  | 3         |
| <b>2</b> | <b>Modello</b>   | <b>5</b>  |
| 2.1      | Insiemi . . . . .  | 5         |
| 2.2      | Parametri . . . . .  | 5         |
| 2.3      | Variabili . . . . .  | 5         |
| 2.4      | Funzione Obiettivo . . . . .                                 | 5         |
| <b>3</b> | <b>Codice AMPL</b>   | <b>7</b>  |
| 3.1      | File <i>.mod</i> . . . . .                                   | 7         |
| <b>4</b> | <b>Scenari</b>   | <b>10</b> |
| 4.1      | Primo Scenario . . . . .                                     | 10        |
| 4.1.1    | Descrizione . . . . .  | 10        |
| 4.1.2    | Dati . . . . .   | 10        |
| 4.1.3    | Output . . . . .   | 10        |
| 4.2      | Secondo Scenario . . . . .                                   | 10        |
| 4.2.1    | Descrizione . . . . .  | 10        |
| 4.2.2    | Dati . . . . .   | 11        |
| 4.2.3    | Output . . . . .   | 11        |
| 4.3      | Terzo Scenario . . . . .                                     | 11        |
| 4.3.1    | Descrizione . . . . .  | 11        |
| 4.3.2    | Output . . . . .   | 11        |
| <b>5</b> | <b>Extra</b>   | <b>12</b> |
| 5.1      | Output su File . . . . .                                     | 12        |
| 5.2      | Stampa Personalizzata per Problema Non Risolvibile . . . . . | 12        |

# 1 Introduzione

## 1.1 Abstract

La Centrale Operativa del 118 della città di Padova necessita di un gran numero di ambulanze per svolgere i trasporti sia ordinari che di emergenza nell'intera provincia, ma con le ambulanze interne e quelle in possesso degli ospedali periferici si riesce a coprire solo in minima parte il fabbisogno: si rende quindi necessario rivolgersi alle Organizzazioni di Volontariato che, in cambio di un rimborso spese, prestano ambulanze e soccorritori per lo svolgimento degli interventi. L'obiettivo del progetto è quello di minimizzare il costo per il mantenimento del servizio, garantendo comunque un pronto intervento in caso di necessità.

## 1.2 Problema Generale

Ogni giorno la Centrale Operativa del 118 di Padova e l'Azienda Ospedaliera ricevono una moltitudine di chiamate, sia per richieste di supporto immediato (che vengono gestite dal SUEM), sia per trasporti programmati (che passano per le linee dell'Azienda Ospedaliera e che non rappresentano casi di emergenza, ma dedicati al trasporto di persone invalide presso l'ospedale per le visite programmate oppure per le dimissioni dal Pronto Soccorso).

L'Azienda Ospedaliera, al suo interno, dispone di un determinato numero di ambulanze di tipo B (dedicate ai trasporti), mentre quelle di tipo A (dedicate al SUEM) sono fornite dagli ospedali periferici. L'insieme di questi mezzi non è però sufficiente a coprire le richieste pervenute dall'intera provincia, ma ne ricopre una minima parte. Per questo motivo, la Centrale Operativa si rivolge a tre Organizzazioni di Volontariato (OdV) che offrono il loro supporto per coprire i viaggi scoperti:

- La Croce Rossa può fornire solo ambulanze di tipo A
- La Croce Bianca può fornire solo ambulanze di tipo B
- La Croce Verde può fornire sia ambulanze di tipo A che di tipo B

Il numero di ambulanze complessive in un determinato giorno viene stimato rispetto alla media di interventi e trasporti effettuati negli stessi giorni delle settimane precedenti, mantenendo comunque un numero arbitrario di ambulanze sia di tipo A che di tipo B in più.

Si vuole quindi minimizzare il costo complessivo settimanale per il servizio, sapendo che:

- Ogni giorno la Centrale Operativa ha necessità di un quantitativo diverso di ambulanze
- Qualora si attivasse una OdV per l'assistenza settimanale, è prevista una singola quota fissa di attivazione, indipendentemente dal tipo di ambulanza attivata
- Ogni ambulanza richiamata dalle OdV prevede un rimborso spese giornaliero che varia in base all'organizzazione e al tipo di ambulanza attivata
- Le ambulanze dell'Azienda Ospedaliera e degli ospedali periferici, se attivate in un determinato giorno, prevedono dei piccoli costi di manutenzione
- Ogni OdV e ospedale dispone di un numero limitato di ambulanze
- Ogni giorno bisogna attivare un numero arbitrario di ambulanze in più rispetto al fabbisogno
- L'Ospedale deve attivare un minimo di fornitori ogni giorno
- Le OdV possono intervenire per un numero limitato di giorni
- Il carico di lavoro tra le varie OdV deve essere proporzionale (*fairness*)

**Disclaimer:** *questo progetto riguarda un tema reale con dati fittizi. Le Organizzazioni di Volontariato citate nell'introduzione e l'Ospedale di Padova sono realmente esistenti, ma i dati riguardanti disponibilità di mezzi, stima della necessità, metodologie di intervento e costi sostenuti sono casuali e adattati per rendere consistente lo studio in questione. Ogni riferimento è quindi da ritenersi puramente casuale in quanto frutto dell'immaginazione del redattore.*

## 2 Modello

### 2.1 Insiemi

- *Giorni*: giorni della settimana in cui è attivo il servizio
- *Fornitori*: fornitori che possono fornire ambulanze
- *Tipo*: tipi di ambulanze disponibili (indica la destinazione d'uso del mezzo nel conteso)

### 2.2 Parametri

- $bisogno_{g,t}$ : numero di ambulanze di tipo  $t \in Tipo$  necessarie per il giorno  $g \in Giorni$
- $surplus_{g,t}$ : numero di ambulanze di scorta di tipo  $t \in Tipo$  necessarie per il giorno  $g \in Giorni$
- $maxAmbulanze_{t,f}$ : numero massimo di ambulanze di tipo  $t \in Tipo$  che il fornitore  $f \in Fornitori$  può fornire al giorno
- $maxGiorni_{t,f}$ : numero massimo di giorni in cui un fornitore  $f \in Fornitori$  può fornire ambulanze di tipo  $t \in Tipo$
- $costoGiornaliero_{t,f}$ : costo giornaliero per l'utilizzo di un'ambulanza di tipo  $t \in Tipo$  del fornitore  $f \in Fornitori$
- $addSurplus_f$ : aumento percentuale del costo per l'utilizzo di un'ambulanza del fornitore  $f \in Fornitori$  come surplus
- $costoAttivazioneSettimanale_f$ : costo di attivazione del fornitore  $f \in Fornitori$  per la settimana
- $BigM$ : costante sufficientemente grande utilizzata per i vincoli logici

### 2.3 Variabili

- $ambulanze_{t,f,g}$ : numero di ambulanze di tipo  $t \in Tipo$  del fornitore  $f \in Fornitori$  attivate il giorno  $g \in Giorni$
- $ambulanzeSurplus_{t,f,g}$ : numero di ambulanze di tipo  $t \in Tipo$  del fornitore  $f \in Fornitori$  attivate il giorno  $g \in Giorni$  come surplus
- $attivazioneSettimanale_f = \begin{cases} 1 & \text{se viene attivato il fornitore } f \in Fornitori \text{ per la settimana} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
- $attivazioneGiornaliera_{t,f,g} = \begin{cases} 1 & \text{se viene attivata l'ambulanza di tipo } t \in Tipo \text{ del fornitore } f \in Fornitori \text{ il giorno } g \in Giorni \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

### 2.4 Funzione Obiettivo

La funzione obiettivo del problema può essere espressa in forma generale come segue:

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{Costo Giornaliero Ambulanze Tipo A} + \text{Costo Giornaliero Ambulanze Tipo B} \\ & + \text{Costo Attivazione Ambulanze Tipo A} + \text{Costo Attivazione Ambulanze Tipo B} \end{aligned}$$

Dove i termini sono così definiti:

$$\text{Costo Giornaliero Ambulanze Tipo A} = \sum_{f \in Fornitori, g \in Giorni} ambulanzeA[f, g] \cdot costoGiornalieroA[f]$$

$$\text{Costo Giornaliero Ambulanze Tipo B} = \sum_{f \in Fornitori, g \in Giorni} ambulanzeB[f, g] \cdot costoGiornalieroB[f]$$

$$\text{Costo Attivazione Ambulanze Tipo A} = \sum_{f \in Fornitori, A} attivazioneSettimanaleA[f] \cdot costoAttivazioneA[f]$$

$$\text{Costo Attivazione Ambulanze Tipo B} = \sum_{f \in Fornitori, B} attivazioneSettimanaleB[f] \cdot costoAttivazioneB[f]$$

subject to

- Ogni giorno la Centrale Operativa ha necessità di un numero diverso di ambulanze:

$$\sum_{f \in \text{Fornitori}A} \text{ambulanze}A[f, g] \geq \text{bisogno}A[g] + \text{surplus}A[g] \quad \forall g \in \text{Giorni}$$

$$\sum_{f \in \text{Fornitori}B} \text{ambulanze}B[f, g] \geq \text{bisogno}B[g] + \text{surplus}B[g] \quad \forall g \in \text{Giorni}$$

- I fornitori dispongono di un numero massimo di ambulanze fornibili in un giorno:

$$\text{ambulanze}[f, g] \leq \text{max}A[f] \quad \forall f \in \text{Fornitori}A, g \in \text{Giorni}$$

$$\text{ambulanze}[f, g] \leq \text{max}B[f] \quad \forall f \in \text{Fornitori}B, g \in \text{Giorni}$$

- Le ambulanze di un determinato fornitore si possono attivare se e solo se si è pagata la quota di attivazione settimanale:

$$\text{ambulanze}A[f, g] \leq \text{Big}M \cdot \text{attivazioneSettimanale}A[f]$$

$$\text{ambulanze}B[f, g] \leq \text{Big}M \cdot \text{attivazioneSettimanale}B[f]$$

#### **Domini:**

- $\text{ambulanze}A_{f,g}, \text{ambulanze}B_{f,g} \geq 0$
- $\text{attivazioneSettimanale}A_f, \text{attivazioneSettimanale}B_f \in [0, 1]$

## 3 Codice AMPL

### 3.1 File *.mod*

---

```
### INSIEMI ###
set Giorni ordered;
set Fornitori ordered;
set Tipo; # Vincolo 3

### PARAMETRI ###
# Numero di Ambulanze Necessarie
param bisogno{ Giorni, Tipo } >= 0 integer default 7;

# Numero di Ambulanze di Scorta
param surplus{ Giorni, Tipo } >= 0 integer default 2;

# Numero Massimo di Ambulanze di un Determinato tipo Fornibili da un
  Determinato Fornitore
param maxAmbulanze{ Tipo, Fornitori } >= 0 integer default 5;

# Numero Massimo di Giorni in cui un Determinato Fornitore puo' Essere
  Attivato (Separatamente per Tipo di Ambulanza)
param maxGiorni{ Tipo, Fornitori } >= 0 <= 7 integer default 7;

# Costo Giornaliero per una Ambulanza di un Determinato Tipo di un
  Determinato Fornitore
param costoGiornaliero{ Tipo, Fornitori } >= 0 default 15;

# Aumento Percentuale per Servizio in Surplus (Vincolo 2.2)
param addSurplus{ Fornitori } >= 0 default 0.50;

# Costo di Attivazione Settimanale per l'Attivazione di un Fornitore
  Indipendentemente dal Tipo di Ambulanza
param costoAttivazioneSettimanale{ Fornitori } >= 0 default 100;

# BigM per Vincoli di Tipo Logico (COSTANTE)
param BigM > 0 integer default 500;

### VARIABILI ###
# Ambulanze di Tipo t del Fornitore f Attivate il Giorno g (+ Vincolo 2.2)
var ambulanze{ t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } >= 0 integer;
var ambulanzeSurplus{ t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } >= 0
  integer;

# Variabile Logica per l'Attivazione Settimanale del Fornitore f
  Indipendentemente dal Tipo di Ambulanza (Vincolo 2.1)
var attivazioneSettimanale{ f in Fornitori } binary;

# Variabile Logica per l'Attivazione Giornaliera di un Determinato
  Fornitore in un Determinato Giorno (Indistintamente dal Tipo di
  Ambulanza) (Vincolo 2.3)
var attivazioneGiornaliera{ t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } binary;

### FUNZIONE OBIETTIVO ###
minimize costo:
  # Ambulanze Standard Attivate
  (sum{ t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } ambulanze[t, f, g] *
    costoGiornaliero[t, f]) +
```

```

# Ambulanze Surplus Attivate (Vincolo 2.2)
(sum{ t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } (ambulanzet[t, f, g] *
    costoGiornaliero[t, f] +
        (ambulanzet[t, f, g] * costoGiornaliero[t, f] *
            addSurplus[f])))) +
# Costo di Attivazione Settimanale (Indifferentemente dal Tipo di
    Ambulanza Attivata) (Vincolo 2.1)
(sum{ f in Fornitori } attivazioneSettimanale[f] *
    costoAttivazioneSettimanale[f])
;

### VINCOLI ###
# Vincolo per la Necessita' Giornaliera (+ Vincolo 2.1)
subject to necessitaGiornaliera { t in Tipo, g in Giorni } : sum{ f in
    Fornitori } ambulanzet[t, f, g] = bisogno[g, t];
subject to necessitaGiornalieraSurplus { t in Tipo, g in Giorni } : sum{ f
    in Fornitori } ambulanzesurplus[t, f, g] = surplus[g, t];
subject to maxDisponibilita { t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } :
    ambulanzet[t, f, g] + ambulanzesurplus[t, f, g] <= maxAmbulanze[t, f];

# Vincolo per la Disponibilita' dei Fornitori
subject to disponibilita { t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } :
    ambulanzet[t, f, g] <= maxAmbulanze[t, f];

# Vincolo Logico per l'Attivazione Settimanale di un Fornitore
    Indipendentemente dal Tipo di Ambulanza Attivata (Vincolo 2.1)
subject to attivazioneSettimanaleFornitore { t in Tipo, f in Fornitori, g
    in Giorni } : ambulanzet[t, f, g] <= BigM * attivazioneSettimanale[f];

# Vincolo Logico per l'Attivazione di Almeno 3 Fornitori in un Giorno
    (Considerando il Tipo di Ambulanza) (Vincolo 2.3) + Vincoli Derivanti
subject to attivazioneMinima { t in Tipo, g in Giorni } : sum{ f in
    Fornitori } attivazioneGiornaliera[t, f, g] >= 2;
subject to collegamento2 { t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } :
    attivazioneGiornaliera[t, f, g] <= attivazioneSettimanale[f];
subject to attivazioniGiornaliere { t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni
    } : (ambulanzet[t, f, g] + ambulanzesurplus[t, f, g]) <= BigM *
    attivazioneGiornaliera[t, f, g];
## il vincolo che "obbliga" ad utilizzare almeno una ambulanza del
    fornitore se attivato causa un malfunzionamento inspiegabile del
    programma

### ----- VERSIONE CHE NON CONSIDERA IL TIPO DI
    AMBULANZA ----- ###
# Questa versione, per essere funzionante, deve essere seguita dalla
    modifica del parametro "attivazioneGiornaliera" dal quale va rimosso il
    parametro "t"
#subject to attivazioneMinima { g in Giorni } : sum{ f in Fornitori }
    attivazioneGiornaliera[f, g] >= 4;
#subject to collegamento2 { f in Fornitori, g in Giorni } :
    attivazioneGiornaliera[f, g] <= attivazioneSettimanale[f];
#subject to attivazioniGiornaliere { f in Fornitori, g in Giorni } : sum{
    t in Tipo } (ambulanzet[t, f, g] + ambulanzesurplus[t, f, g]) <= BigM *
    attivazioneGiornaliera[f, g];
#subject to attivazioneMinima_attivazione { f in Fornitori, g in Giorni }
    : sum{ t in Tipo } (ambulanzet[t, f, g] + ambulanzesurplus[t, f, g]) >=
    attivazioneGiornaliera[f, g];

```



```

# Vincolo che Limita l'Attivazione dei Fornitori nell'Arco della Settimana
  (Considerando il Tipo di Ambulanza)
subject to massimaAttivazione { t in Tipo, f in Fornitori } : sum{g in
  Giorni} attivazioneGiornaliera[t, f, g] <= maxGiorni[t, f];

# Vincolo di Fairness
#subject to fairnessOnWork { g in Giorni } :
# sum {t in Tipo, f in Fornitori} (ambulanz[e[t, f, g] +
  ambulanzeSurplus[t, f, g])
# <=
# sum { t in Tipo, f in Fornitori }( 1 / card(Fornitori))* sum{ f2 in
  Fornitori} (ambulanz[e[t, f2, g] + ambulanzeSurplus[t, f2, g]);

#subject to fairnessOnWork { f in Fornitori } :
# sum {t in Tipo, g in Giorni} (ambulanz[e[t, f, g] + ambulanzeSurplus[t,
  f, g])
# <=
# sum { t in Tipo, g in Giorni }(( 1 / card(Fornitori))* sum{ g2 in
  Giorni} (ambulanz[e[t, f, g2] + ambulanzeSurplus[t, f, g2]));

#subject to fairnessOnWork {t in Tipo, f in Fornitori, g in Giorni } :
# ambulanz[e[t, f, g] + ambulanzeSurplus[t, f, g]
# <=
# (1/card(Fornitori)) *sum{ f2 in Fornitori } (ambulanz[e[t, f2, g] +
  ambulanzeSurplus[t, f2, g]);

```

---

## 4 Scenari

**Premessa:** dato che negli scenari proposti gli insiemi non variano, questi saranno di seguito presentati una sola volta. Gli insiemi sono così definiti:

|        |        |         |           |         |         |        |          |
|--------|--------|---------|-----------|---------|---------|--------|----------|
| Giorni | lunedì | martedì | mercoledì | giovedì | venerdì | sabato | domenica |
|--------|--------|---------|-----------|---------|---------|--------|----------|

|            |       |       |         |
|------------|-------|-------|---------|
| FornitoriA | rossa | verde | interna |
|------------|-------|-------|---------|

|            |        |       |         |
|------------|--------|-------|---------|
| FornitoriA | bianca | verde | interna |
|------------|--------|-------|---------|

### 4.1 Primo Scenario

#### 4.1.1 Descrizione

In questo primo scenario, i dati sono stati inseriti manualmente, con un numero di ambulanze necessarie tale da permettere di trovare una soluzione ottima.

#### 4.1.2 Dati

| BisognoA  |    | BisognoB  |   | surplusA  |   | surplusB  |   |
|-----------|----|-----------|---|-----------|---|-----------|---|
| lunedì    | 20 | lunedì    | 3 | lunedì    | 3 | lunedì    | 1 |
| martedì   | 22 | martedì   | 5 | martedì   | 3 | martedì   | 3 |
| mercoledì | 10 | mercoledì | 2 | mercoledì | 3 | mercoledì | 1 |
| giovedì   | 20 | giovedì   | 3 | giovedì   | 2 | giovedì   | 1 |
| venerdì   | 30 | venerdì   | 4 | venerdì   | 5 | venerdì   | 2 |
| sabato    | 30 | sabato    | 2 | sabato    | 6 | sabato    | 1 |
| domenica  | 15 | domenica  | 0 | domenica  | 4 | domenica  | 1 |

  

| maxA    |    | maxB    |    | costoGiornalieroA |    | costoGiornalieroB |    | costoAttivazioneA |     |
|---------|----|---------|----|-------------------|----|-------------------|----|-------------------|-----|
| rossa   | 15 | bianca  | 5  | rossa             | 15 | bianca            | 20 | rossa             | 130 |
| verde   | 30 | verde   | 10 | verde             | 18 | verde             | 12 | verde             | 50  |
| interna | 3  | interna | 8  | interna           | 8  | interna           | 5  | interna           | 0   |

  

| costoAttivazioneB |    |
|-------------------|----|
| bianca            | 70 |
| verde             | 55 |
| interna           | 0  |

#### 4.1.3 Output

L'esecuzione del file **.run** mostra che il costo minimo è di €2929. Per quanto riguarda l'attivazione delle ambulanze di tipo A, sono state attivate solo le ambulanze interne (dato che avevano un costo di attivazione settimanale e giornaliera molto inferiore rispetto alle OdV) e la Croce Rossa. Parlando invece delle ambulanze di tipo B sono state attivate solo quelle interne in quanto sono abbastanza per coprire il fabbisogno giornaliero garantendo il costo minore.

### 4.2 Secondo Scenario

#### 4.2.1 Descrizione

Il secondo set di dati differisce dal primo solo per la richiesta di ambulanze sia di tipo A che di tipo B per il lunedì che non è soddisfacibile. Per questo motivo, nel prossimo paragrafo saranno riportati solo i parametri modificati.

#### 4.2.2 Dati

| BisognoA  |     | BisognoB  |    |         |    |         |    |
|-----------|-----|-----------|----|---------|----|---------|----|
| lunedì    | 150 | lunedì    | 65 | maxA    |    | maxB    |    |
| martedì   | 22  | martedì   | 5  | rossa   | 15 | bianca  | 5  |
| mercoledì | 10  | mercoledì | 2  | verde   | 30 | verde   | 10 |
| giovedì   | 20  | giovedì   | 3  | interna | 3  | interna | 8  |
| venerdì   | 30  | venerdì   | 4  |         |    |         |    |
| sabato    | 30  | sabato    | 2  |         |    |         |    |
| domenica  | 15  | domenica  | 0  |         |    |         |    |

#### 4.2.3 Output

Ovviamente, il costo minimo trovato eseguendo il file **.run** sarà pari a €0. La non risolubilità del problema è data dal fatto che l'insieme delle ambulanze di tipo A (38) e di tipo B (23) non sono abbastanza per coprire il fabbisogno del lunedì (rispettivamente di 153 ambulanze di tipo A e 66 ambulanze di tipo B).

### 4.3 Terzo Scenario

#### 4.3.1 Descrizione

Nel terzo scenario sono stati definiti soltanto gli insiemi, così da poter sfruttare i valori di default. Per questo motivo non verrà riportato il valore dei vari parametri in quanto specificato nel modello.

#### 4.3.2 Output

Eseguendo il file **.run** dedicato, utilizzando quindi i dati di default, il costo minimo risulta essere di €350.

## 5 Extra

### 5.1 Output su File

All'interno della cartella **AMPL** si può trovare un file denominato *Ospedale.GenerateOutputFile.run* che esegue in serie tutti e tre gli scenari sopracitati e, tramite un secondo file *.run* di supporto denominato *GenerateOutput.run*, ne salva l'output in un file dedicato chiamato *Output.txt*. Per fare ciò, sono stati utilizzati gli operatori `>` e `>>`. Il primo serve a creare un nuovo file (o a ripulirlo se già esistente) e scriverci l'istruzione della stessa linea; il secondo serve invece per aprire il file e fare un *append* dell'istruzione di riferimento.

### 5.2 Stampa Personalizzata per Problema Non Risolvibile

All'interno dei file *Ospedale.xxx.run* dove *xxx* indica il numero del caso preso in esame o il file dedicato alla stampa, c'è un *if-then-else statement* che, utilizzando il valore della variabile di stato *solve\_result*, determina se un problema è risolvibile o meno e modifica l'output di conseguenza. Nel caso il problema non fosse risolvibile, tramite la variabile *solve\_result\_num*, indica il codice che identifica la non risolvibilità del problema.