

Zadanie1

Program został napisany w języku Python 3.7.3

a)

Dla macierzy trójdzielnej najbardziej efektywna będzie metoda obrotów Givensa. Dla kolejnych kolumn dobieramy taki obrót aby usunąć element poddiagonalny. Ze względu na postać macierzy aplikacja obrotu to wykonanie kilku operacji. Powiedzmy że usuwamy element poddiagonalny z tej kolumny. Wtedy obrót zadziała (zmieni coś) na obszar przecięcia wierszy $i, i+1$ oraz kolumn $i, i+1, i+2$ oraz na dwa elementy kolumny wyrazów wolnych, co daje kilka operacji do wykonania, „usunięcie” wszystkich elementów poddiagonalnych zajmuje czas liniowy od rozmiaru macierzy, uzyskujemy wtedy macierz górnotrójkątną z dwoma elementami ponaddiagonalnymi. Teraz układ możemy rozwiązać metodą backsubstitution, uwzględniamy to że mamy szczególną postać przez co każdy krok backsubstitution zajmuje kilka operacji i ta część działa w czasie liniowym. Ostatecznie algorytm ze względu na postać macierzy ma złożoność liniową.

Wyniki

Dla porównania obliczono wyniki za pomocą bibliotek. Różnicy w wynikach pojawia się na 16 miejscu po przecinku. Natomiast porównując błąd poprzez obliczenie $|Ax-b|$ okazuje się że metoda jest nawet lepsza niż automatyczne obliczanie z biblioteki. Wynik z algorytmu ma błąd poniżej precyzji, biblioteka pythona ma błąd na 16 miejscu po przecinku

b)

Pojawia się problem ze względu na dodatkowe elementy w pierwszym i ostatnim wierszu. Jednak ponownie można ten problem efektywnie rozwiązać metodą obrotów Givensa. Metoda jest następująca: W pierwszej kolumnie aplikujemy obrót Givensa zerujący element w ostatnim wierszu. Macierz obrotu będzie działać na element poddiagonalny i element w ostatnim wierszu. W wyniku tego dodatkowe niezerowe wartości pojawią się w ostatnim wierszu w dwóch najbliższych kolumnach oraz w ostatniej kolumnie. Następnie zerujemy element poddiagonalny. Postępujemy tak samo w kolejnych kolumnach. Obroty Givensa usuwające elementy poddiagonalne działają analogicznie a te usuwające elementy z ostatniego wiersza zmieniają wartości w ostatnim wierszu i ostatniej kolumnie (w każdym takim obrocie musimy obsłużyć 4 kolumny czyli ilość operacji znowu jest stała). Ilość obrotów Givensa jest dalej liniowa i sprowadzenie macierzy do postaci górnotrójkątnej jest liniowe. Macierz ta ma dwa elementy ponaddiagonalne oraz wypełnioną ostatnią kolumnę. Backsubstitution dalej działa tu liniowo i ostatecznie algorytm jest liniowy.

Wyniki:

Zrobiono podobne porównanie jak w punkcie a). Wyniki nie różnią się dokładnością biblioteki i algorytmu jest taka sama.