Synthèse
Microéconomie

Foreword Any error or contribution should be reported in the form of an issue, or a pull request for those who can use `git` and LaTeX, to

https://github.com/mbataillou/Summaries/tree/master/Dauphine/Micro

You can notice that there is always place for improvement and your help is therefore welcome.

Auteurs

Bataillou Almagro Marc

—

15 janvier 2018

1 Agent

1.1 La fonction d'utilité

Le fonction d'utilité est une fonction permettant d'exprimer le "niveau de satisfaction" d'un agent en relation à une combinaison de consommation. Mais son utilité principale est celle d'exprimer les **préférences d'un agent**.

1.2 Les taux marginaux

Une notion essentielle est celle de taux marginal, il représente analytiquement la dérivée d'une fonction. En microéconomie elle va nous informer sur l'utilité d'un échange ou non. L'axiome de convexité implique que si la consommation d'une quantité augmente son taux marginal diminue.
Cette dernière propriété nous permet d'interpréter les rapports de taux, si un rapport de taux est très élevé on a grand intérêt à consommer la ressource dont le taux marginal est au numérateur si l'on veut augmenter notre satisfaction (on verra ensuite que le choix optimal se réalise quand les rapports de taux sont égaux au rapports de prix).

1.3 Programme de l'agent

$$\begin{cases} max_{C_i} U = & F(C_1,..,C_2) \\ sc: & \\ & \sum_i p_i C_i \leq W \\ & 0 \leq C_i \ \forall i \in \{1,..n.\} \end{cases}$$

Les contraintes budgétaires dépendent des ressources et des emplois. Les ressources peuvent être par exemple les dotations initiales. La résolution de ce programme nous donne $TMS_{i,j} = \frac{p_j}{p_i}$

1.4 La demande

La demande s'exprime comme $C_i = F(W, p_1, .., p_n)$

On l'obtiens à partir des conditions d'optimalité obtenues à l'aide du programme antérieur. Dans le cas de solutions intérieures la condition s'impose sur :

- **le taux marginal** : $TMS_{i,j} = \frac{p_j}{p_i}$. Dans le cas d'une Cobb-Douglass les solutions sont intérieures ce que l'on comprend en analysant la forme de la fonction (figure 1).

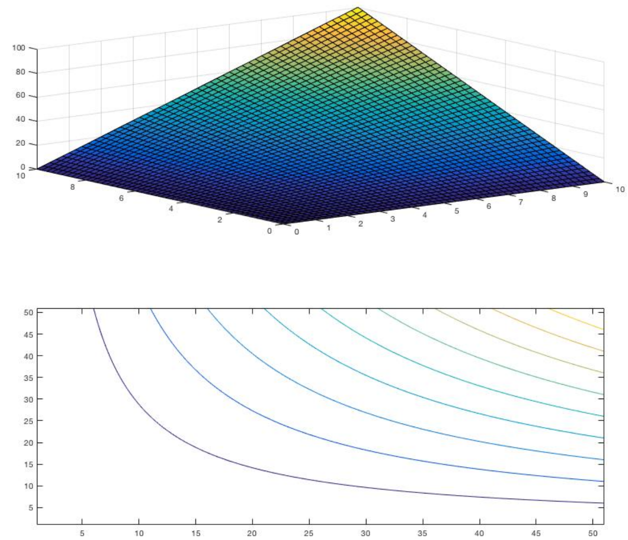

Figure 1 – surface Z=XY ; Cobb Douglass avec $\alpha = 1, \beta = 1$

Il est clairement plus rentable de tendre vers une solution intérieure. En raisonnant plus analytiquement on peut analyser les variation du TMS sur les coins et on observe que

$$\text{TMS} \in \{0, \infty\}, \forall C_i \in \partial\Omega$$

- **La saturation** de la contrainte budgétaire $\sum_i p_i C_i = W$

2 L'entreprise

On verra que le producteur pour atteindre ses objectifs veut maximiser ses profits. Pour atteindre cet objectif il procéde en deux étapes, en premier lieu il optimise la gestion des ressources pour une niveau de production donné (minimisation des coûts). Ensuite il optimise son niveau de production en maximisant ses profits.

2.1 Le programme de minimisation des coûts

$$\begin{cases} min_{R_i} C = & \sum_i p_i R_i \\ sc: & \\ & \bar{Q} \leq F(R_i) \\ & 0 \leq R_i \ \forall i \in \{1,..n.\} \end{cases}$$

Les choix optimaux nous indiquent que le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix $\frac{p_i}{p_j}$, en effet **le coût de substitution du bien i par le bien j doit être égal à son gain.**

2.2 Le programme de maximisation des profits

$$\begin{cases} max_{Q,R_1..R_n}(\pi) = & p_Q Q - \sum_i p_i R_i \\ sc: & \\ & Q \leq F(R_i) \\ & 0 \leq R_i \ \forall i \in \{1,..n.\} \end{cases}$$

La résolution du programme nous indique que les productivités marginales doivent être égales à leur prix :

$$\partial_{R_i} F = \frac{p_{R_i}}{p_Q}$$

2.3 Fonction de coût

On utilise la relation $TMS_{i,j} = \frac{p_j}{p_i}$ pour isoler les R_i en fonction de Q et ainsi obtenir $C = F(Q, p_1, .., p_n)$

2.4 Fonction d'offre

Généralement on calcule $\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 0$ et on isole Q. Cependant s'il y a dépendance linéaire entre π et Q, on obtiens de la méthode précédente le prix $p = p^*$ auquel l'offre est parfaitement élastique. On a **dans ce cas là** :

$$\begin{cases} \infty & p > p^* \\ [0, \infty[& p = p^* \\ 0 & p < p^* \end{cases}$$

2.5 La fonction de production

On parle de fonction de production pour désigner la relation entre les entrées et les sorties de la production :

$$S = F(E_1, ...E_n)$$

On définit ainsi le taux de substitution technique :

$$\mathrm{TST}_{i,j} = \frac{\partial_{\mathrm{E}_j}\mathrm{F}}{\partial_{\mathrm{E}_i}\mathrm{F}}$$

Une autre fonction importante est la frontière de production. Elle se construit analytiquement en saturant les contraintes sur les entrée i.e $\mathrm{E}_1 + ..\mathrm{E}_n = \mathrm{M}$ et en exprimant $\phi(\mathrm{S}_1, .., \mathrm{S}_n) = 0$. On peut ainsi définir le taux de transformation de production $\mathrm{TTP}_{i,j} = \frac{\partial_{\mathrm{S}_j}\phi}{\partial_{\mathrm{S}_i}\phi}$.
On peut aussi construire cette fonction géométriquement en unissant les points de tangence entre les points de tangence des fonctions de production, on obtiens un homologue à la courbe des contrats pour la production que l'on va visualiser dans un nouveau système cartésien $(\mathrm{O}, \mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2)$

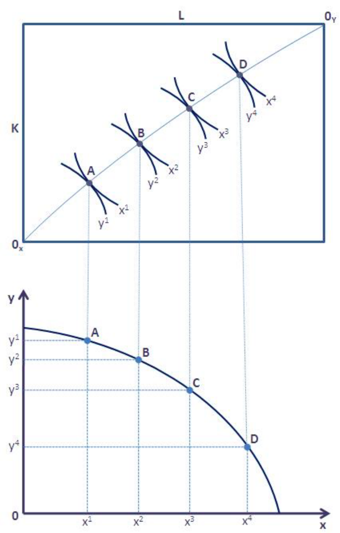

Figure 2 – Obtention frontière de production

3 Équilibre et optimum

Les prix d'équilibre sont déterminés par les conditions d'égalité de l'offre et de la demande sur chaque marché. On égalise donc la demande d'un bien à son offre $D_1 = O_1$.
Cas particulier :

Si sur les différents marchés les préférences sont **les mêmes** et les dotations sont **proportionnelles** (par exemple $dotation_1 + dotation_2 = constante$ alors il n'y aura pas d'échange à l'équilibre en autarcie. En effet les TMS des deux marchés seront égaux ce qui veut dire qu'il n'y a aucun échange rentable pour les deux marchés.

De plus si les fonctions de demande sont linéaires et identiques, on peut les exprimer en fonction du pourcentage de la richesse totale :

$$c_i^j = \frac{W_j}{W_T}\Omega_i$$

En effet

$$c_i^j = \lambda W_j \Leftrightarrow \frac{c_i^j}{\Omega_i} = \frac{\lambda W_j}{\lambda W_T}$$

Loi de Walras : *Si des N marchés, N-1 sont en équilibre alors le* $N^{ème}$ *est en équilibre*

3.1 Optimum de Pareto

Un optimum de pareto se définie comme une allocation des biens **ne permettant pas les échanges mutuellement avantageux**. Le programme se définit comme suit :

$$\begin{cases} max_{C_i} U = & F(C_1, .., C_n) \\ sc : & \\ & \sum_i p_i C_i \leq W \ \forall i \in \{1, ..n.\} \\ & U_j \leq \bar{U} \ \forall i \in \{1, ..n.\} \end{cases}$$

On obtiens comme conditions menant à l'optimalité :

- $TMS_{i,j}^k = TMS_{i,j}^u$ égalité des TMS, donc plus aucun échange n'est mutuellement profitable.
- Saturation des contraintes budgétaires si U croissante en $C_1, .., C_n$

3.2 La boite d'Edgeworth

Cette une façon graphique d'analyser les problèmes d'équilibres. Elle représente les biens des 2 agents sur les marchés, ces biens étant limités à l'offre totale de chacun d'entre eux. Elle nous permet aussi d'observer graphiquement la courbe des contrats, (ensemble des optimums de Pareto) qui se constitue de l'ensemble des points de tangence entre les courbes d'indifférences des 2 agents.

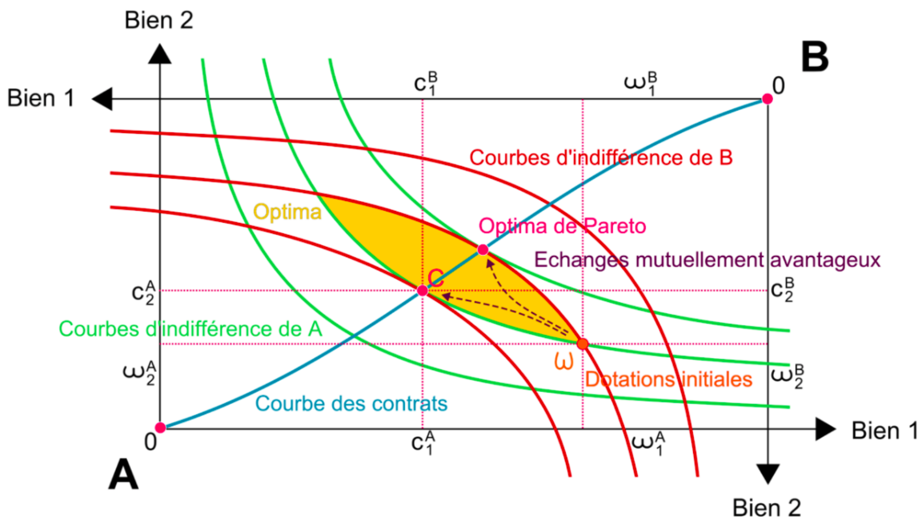

Figure 3 – La boite d'Edgeworth

4 Le surplus

4.1 Le surplus du consommateur

On exprime le surplus du consommateur comme la quantité de ressource qu'il économise en fonction du prix du produit.

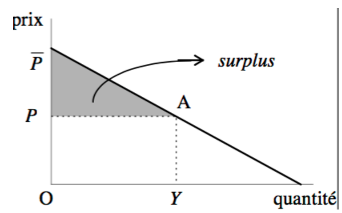

Figure 4 – Le surplus

Sur la figure on observe que l'individu est prêt à payer $\bar{P}$ pour une unité mais pour Y unité il paye $P^* < \bar{P}$ il réalise une économie égale à l'aire du triangle de la figure.

4.2 Le surplus du producteur

Dans cette section on s'intéresse en réalité au profit réalisé par le producteur. Afin de le définir on va introduire 3 notions importantes :

- Le coût : noté, C, il définit la fonction de cout comme la fonction qui pour un vecteur de prix donné et un niveau de production Q, donne le coût minimal. Elle est obtenue en utilisation les allocations optimales du programme de minimisation de coûts.
- Le coût moyen : $CM = \frac{C}{Q}$
- Le coût marginal : $C_m = \frac{\partial C}{\partial Q}$

On peut ainsi définir le profit comme $\pi = Qp - C = Qp - CMQ$ une approche graphique sur la figure suivante :

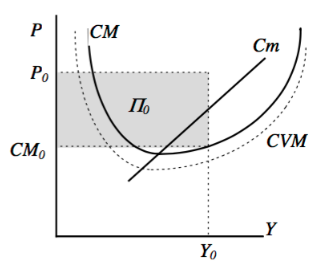

Figure 5 – Le surplus producteur avec CM

Ou encore avec une approche utilisant le coût marginal :

$$\pi = pQ - F - \int_0^Q$$

On peut remarquer qu'il y a un point que l'on nomme seuil de rentabilité, ce point est le point à partir duquel on génère du profit on le note (p, Q^*) en ce point on a donc $pQ^* = CMQ = C = \int_0^{Q^*}$ on peut donc écrire :

$$\pi = pQ - F - pQ^* - \int_{Q^*}^{Q}$$

On laisse une résolution plus graphique ci-dessous.

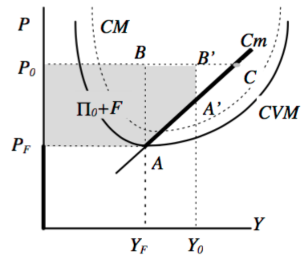

Figure 6 – Le surplus producteur avec Cm