

Peter Beater

Modellbildung und Simulation technischer Systeme mit Modelica 3

Eine kurze Einführung für Ingenieure und Studenten

Prof. Dr.-Ing. Peter Beater
Fachhochschule Südwestfalen
Fachbereich Maschinenbau-Automatisierungstechnik
Lübecker Ring 2
5 94 94 Soest

1. Auflage
Manuskript vom 4. 3. 2016

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Dr. Peter Beater, 2016

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften. Text und Abbildungen wurden mit größter Sorgfalt erarbeitet. Verlag und Autor können jedoch für eventuell verbliebene fehlerhafte Angaben und deren Folgen weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung übernehmen.

Gedruckt von
Books on Demand GmbH
Gutenbergring 53
D-22848 Norderstedt
ISBN 9783739248226

Was bringt Ihnen dieses Buch?

Ingenieure verwenden Simulationen schon seit langer Zeit. Im Windkanal – einem Simulator – untersuchten die Gebrüder Wright vor über 100 Jahren systematisch mehr als 200 verschiedene Profile für die Tragfläche ihres Flugzeugs.

Die damals erforderlichen Experimente können wir heute in vielen Fällen vermeiden oder stark reduzieren, wenn wir die Methoden der numerischen Simulation anwenden. Mit den sehr leistungsfähigen und preiswerten Digitalrechnern können wir das Verhalten von Maschinen bereits vor dem Bau des ersten Prototyps untersuchen und optimieren.

Dieses Buch ist eine Einführung, wie wir für typische Ingenieuraufgaben die heutigen Rechner und aktuelle Software nutzen können. Es enthält den Stoff der Veranstaltung Simulationstechnik, die seit über fünfzehn Jahren am Fachbereich Maschinenbau in Soest abgehalten wird. Es unterscheidet sich von vielen anderen Büchern dadurch, dass bewusst die einem Ingenieurstudenten bekannten mathematischen Verfahren und überschaubare Beispiele aus z. B. der Mechanik oder Wärmelehre verwendet werden.

Dieses Buch enthält eine Reihe von *Beispielen* mit vollständigem Lösungsweg, um die Theorie zu veranschaulichen. Zum Nachdenken über den Stoff sind auch die *Fragen* gedacht, die am Ende des Kapitels stehen. Aktuelles Material zu diesem Buch finden Suchmaschinen auf den Seiten meiner Hochschule. Da sich Inhalte und Adressen ändern, unterbleibt hier eine Pfadangabe.

Dieses Buch basiert auf dem 2010 ebenfalls bei BoD erschienenen Titel „Regelungstechnik und Simulationstechnik mit Scilab und Modelica“, das sich aufgrund seines Umfangs einer Neuauflage entzog. Daher wurde es aufgeteilt, überarbeitet und in Teilen bereits unter den Titeln „Regelungstechnik mit Papier und Bleistift“ und „Eine Einführung in Scilab 5.5“ veröffentlicht. Der Untertitel „Eine kurze Einführung für Studenten und Ingenieure“ soll zum einen die „Zielgruppe“ beschreiben und zum anderen darauf hinweisen, dass Modelica inzwischen so umfangreich geworden ist, dass eine vollständige Beschreibung ein Vielfaches an Buchseiten erfordert. Nach Durcharbeiten dieser 200 Seiten ist aber die Basis gelegt, um z. B. das Buch von Peter Fritzson *Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica 3.3: A Cyber-Physical Approach* mit 1256 Seiten erfolgreich lesen zu können.

Lese-Reihenfolgen der Kapitel

In einem Buch sind die Kapitel nacheinander angeordnet – hoffentlich in einer logischen Reihenfolge. Ob es aber sinnvoll ist, diese Reihenfolge einzuhalten, hängt sehr von Ihrem Interesse ab; dazu einige Vorschläge:

Die Veranstaltung *Simulationstechnik* im Fachbereich Maschinenbau in Soest beginnt mit einem Kennenlernen numerischer Simulation an den Beispielen Schwingkreis und Fadenpendel aus Kap. 6 und 7. Es folgt ein Wechsel zwischen dem Anwenden von Modelica und den theoretischen Grundlagen.

Leser, die in erster Linie an der *Simulation technischer Systeme*, aber nicht an Modelica interessiert sind, können direkt mit Kapitel 1 anfangen und dann in der Reihenfolge des Buchs bis zum Kapitel 5 weiterlesen. Die Beispiele in Scilab sind bei Kenntnissen anderer prozeduraler Programmiersprachen nachvollziehbar. Die Unterschiede zu dem kommerziellen Werkzeug MATLAB sind bei den meisten hier verwendeten Programmen sehr gering; Scilab wird in Soest eingesetzt, da es kostenfrei verfügbar ist.

Leser, die an *Simulation technischer Systeme* und an *Modelica* interessiert sind, können das Buch in gedruckten Reihenfolge durcharbeiten.

Leser, die in erster Linie an *Modelica* interessiert sind und bereits Kenntnisse der Simulationstechnik besitzen, können direkt mit Kapitel 6 anfangen und dann in der Reihenfolge des Buchs bis zum Kapitel 10 weiterlesen und bei Bedarf Details zu Modelica in Kapitel 11 nachschauen.

Dieses Buch wäre ohne die langjährige Unterstützung durch Mitarbeiter und Kollegen nicht möglich gewesen. Ihnen allen danke ich für die vielen Diskussionen, die diesem Buch zugute kamen. In diesem Buch wären noch viel mehr Fehler, wenn meine Studenten den Text nicht so sorgfältig studiert hätten und mich darauf aufmerksam gemacht hätten. Ihnen allen gilt mein Dank.

Soest, Februar 2016

Peter Beater

Inhaltsverzeichnis

1 Simulation technischer Systeme.....	1
1.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	1
1.1 Einige Definitionen.....	1
1.2 Simulation in der Produktentwicklung	3
1.3 Aspekte beim Einsatz von Simulationen	5
1.4 Entwicklung und Einteilung von Simulationswerkzeugen	6
1.5 Fragen zu Kapitel 1.....	7
2 Modellbildung	9
2.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	9
2.1 Arten von Modellen	9
2.2 Theoretische Modellbildung	12
2.2.1 Ein Druckregelventil als Beispiel zur theoretischen Modellbildung ...	12
2.2.2 Arbeitsschritte bei der theoretischen Modellbildung	17
2.3 Experimentelle Modellbildung	19
2.4 Fragen zu Kapitel 2.....	20
3 Numerische Lösung von Differentialgleichungen	21
3.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	21
3.1 Vorüberlegungen	21
3.2 Euler-Verfahren	24
3.3 Runge-Kutta-Verfahren	32
3.4 Mehrschrittverfahren	35
3.5 Steife Systeme.....	36
3.6 Was noch nicht gesagt wurde	40
3.7 Fragen zu Kapitel 3.....	41

4 Rechnerdarstellung von Differentialgleichungen.....	43
4.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	43
4.1 Zahlendarstellung im Digitalrechner und die Folgen	43
4.2 Von der Differentialgleichung zum Programm.....	47
4.3 Simulation des Reihenschwingkreises mit Euler-Integration	48
4.4 Unstetige Systeme – „Ereignisse“.....	54
4.5 Fragen zu Kapitel 4.....	58
5 Zwangsgleichungen, Schleifen und Weiteres.....	59
5.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	59
5.1 Zwangsgleichungen	59
5.2 Algebraische Schleifen	65
5.3 Modelle mit Strukturumschaltung	66
5.4 Zu einfache Modelle	70
5.5 Fragen zu Kapitel 5.....	71
6 Erste Schritte in Modelica – Ein Schwingkreis	73
6.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	73
6.1 Modelica in wenigen Sätzen	73
6.2 Einsatz der Modelica-Bibliothek	74
6.3 Eingabe der Differentialgleichungen	81
6.4 Eingabe des Wirkungsplans.....	85
6.5 Das Attribut <code>fixed</code>	88
7 Simulation eines Fadenpendels	89
7.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	89
7.1 Modellgleichungen	89
7.2 Ein erstes Modelica-Modell.....	90
7.3 Setzen der Anfangswerte – das Attribut <code>start</code>	93
7.4 Setzen der Anfangswerte – <code>initial equation</code>	96
7.5 Einfluss der Dämpfung – der Operator <code>when</code>	97
7.6 Zuweisungen statt Gleichungen – <code>algorithm</code>	100

8 Ein hüpfender Ball	103
8.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	103
8.1 Ein erstes Modell – der Operator when	103
8.2 Ein verbessertes Modell.....	107
8.3 Stoßzahl mittels Kennlinie.....	109
9 Wärmeleitung im Stab – Bibliotheken	111
9.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels.....	111
9.1 Diskretisieren des langen Stabs	111
9.2 Verwendung der Modelica-Bibliothek	121
9.3 Die Zahl der Gleichungen beim Schwingkreis	125
9.4 Was alles noch nicht gesagt wurde	126
9.5 Fragen zu Kapitel 9.....	127
10 Simulation eines pneumatischen Balgzylinders.....	129
10.0 Inhalt dieses Kapitels	129
10.1 Modellgleichungen des Balgzylinders.....	129
10.2 Modelica-Modell des Balgzylinders.....	130
11 Einige Modelica-Details	139
11.1 Schlüsselwörter.....	140
11.2 Vom Modelica-Modell zum Ergebnisplot	155
12 Modellierung einer Druckregelung	157
12.0 Inhalt dieses Kapitels	157
12.1 Aufstellen der Modellgleichungen der Pneumatik.....	162
12.2 Aufstellen der Modellgleichungen der Mechanik.....	162
12.3 Regelverhalten	163
12.4 Was noch nicht gesagt wurde	165

A Modellvorstellungen in der Technik.....	169
A1 Modellvorstellungen in der Elektrotechnik.....	170
A1.1 Grundgleichungen einiger Bauelemente	170
A1.2 Netzwerkanalyse	173
A1.3 Reihenschwingkreis	173
A2 Modellvorstellungen in der Mechanik	178
A2.1 Modellgleichungen des Fadenpendels	180
A2.2 Newtons Stoßhypothese	182
A3 Modellvorstellungen in der Pneumatik	187
A3.1 Beschreibung eines Balgzylinders	189
A4 Modellvorstellungen beim Wärmetransport	192
A4.1 Temperaturverteilung in einem Stab	194
Index.....	197

1 Simulation technischer Systeme

1.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels

Über Simulationstechnik kann man sehr allgemein, aber auch sehr konkret sprechen. Dieses Kapitel ist eine Einführung, die die Begriffe und Methoden für die späteren Kapitel vorstellt, und dabei so abstrakt wie nötig und so konkret wie möglich vorgeht. Spezielle Voraussetzungen erfordert dieses Kapitel nicht. Ab Kapitel 6 verwenden wir dann die Modellierungssprache Modelica und das Simulationswerkzeug SystemModeler und wenden die bis dahin erarbeiteten Grundlagen am Beispiel einfacher Laboraufbauten an.

1.1 Einige Definitionen

Im Zusammenhang mit der Simulationstechnik werden die Begriffe Simulation, System, Modell und Experiment verwendet, die in diesem Buch wie folgt verwendet werden.

Was heißt Simulation?

Die VDI-Richtlinie 3633 (Verein Deutscher Ingenieure, 1996) definiert Simulation folgendermaßen: „Simulation ist ein Verfahren zur Nachbildung eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind. Im weiteren Sinne wird unter Simulation das Vorbereiten, Durchführen und Auswerten gezielter Experimente mit einem Simulationsmodell verstanden. Mit Hilfe der Simulation kann das zeitliche Ablaufverhalten komplexer Systeme untersucht werden.“

Was ist ein System?

Ein System ist ein abgegrenzter Teil eines größeren Ganzen, der aus Komponenten besteht, die durch Materiefluss, Energiefluss und Informationsfluss vernetzt sind. Das Systemverhalten wird durch die *Zustandsgrößen* charakterisiert, ist durch die *Ausgangsgrößen* von außen erkennbar und durch *Eingangsgrößen* beeinflussbar.

Was heißt Modell?

Eine „klassische“ Definition eines Modells stammt von Minsky (1965)¹: „Ein Objekt M ist ein Modell eines Objektes A für einen Beobachter B in dem Maße, wie er M nutzen kann, um Fragen zu beantworten, die ihn an A interessieren.“

Ein Modell ist somit all das, was bei der Entwicklung einer Maschine deren Eigenschaften beschreiben kann, bevor sie tatsächlich verfügbar ist. Für Ingenieure sind dies heute in erster Linie Gleichungen aller Art und ihre Darstellung im Rechner.

Was ist ein Experiment?

Das methodisch-planmäßige Herbeiführen von genau definierten Umständen zum Zwecke wissenschaftlicher Beobachtung nennt man Experiment. Bestimmte Größen werden systematisch variiert, um die daraus entstehenden Wirkungen auf die abhängigen Variablen zu studieren. Alle anderen Faktoren, die das Ergebnis des Experiments beeinflussen könnten, werden konstant gehalten. Experimente sind i. Allg. wiederholbar, so dass sie überprüft werden können.

Was heißt verifizieren?

Beim Programmieren können Fehler auftreten: Das Rechenprogramm gibt dann nicht die Werte aus, die sich aus dem Algorithmus ergeben. Eine *Überprüfung auf Richtigkeit der Implementation* wird im Folgenden als Verifikation eines Programms oder Modells bezeichnet.

¹ M. Minsky – *Matter, mind and models*, in A. Kalenich (Herausgeber) *Proceedings International Federation of Information Processing Congress*, Spartan Books, Washington, pp. 45-49, 1965.

Was heißt validieren?

Ein mathematisches Modell kann fehlerfrei programmiert sein, aber dennoch unsinnige Werte liefern: Legt man einen Metallklotz auf eine Heizplatte mit einer Temperatur von 150 °C, so kann man den Temperaturverlauf in Abhängigkeit der Zeit mit einer Differentialgleichung erster Ordnung beschreiben. Wechselt man nur die Stoffwerte des Metalls gegen die von Wasser, gilt das Modell allenfalls bis zum Siedepunkt; alle Aussagen darüber hinaus sind unsinnig.

Validieren heißt im Folgenden, dass ein Modell *für gültig erklärt* wird. Dies geschieht in vielen Fällen dadurch, dass man einen Vergleich zwischen Rechnung (Modellauswertung) und Messung durchführt.

Bei einem validierten Modell muss immer der Bereich angegeben werden, für den es gültig ist.

1.2 Simulation in der Produktentwicklung

Bild 1-1 zeigt eine Vorgehensweise bei Entwicklung eines neuen Produkts². Ausgangspunkt der Produktentwicklung ist die möglichst präzise Aufgabenstellung, wobei sich häufig allerdings keine im mathematischen Sinne exakte Beschreibung angeben lässt.

Entsprechend der Aufgabenstellung wird ein Konzept erarbeitet und mit den Mitteln der jeweiligen Disziplin dargestellt, z. B. als Schaltplan mit Symbolen für die einzelnen Komponenten oder als maßstäbliche technische Zeichnung. Dieses Konzept ist Grundlage für die folgende rechnergestützte mathematische Analyse.

Jede Berechnung setzt ein *mathematisches Modell* voraus, also eine Beschreibung des Verhaltens durch Gleichungen. Das mathematische Modell wird dann zur statischen Auslegung herangezogen, also um die Abmessungen der Bauteile festzulegen. Für einen Zylinder kann das bedeuten, dass die Kolbenfläche aus dem zulässigen Maximaldruck und den wirkenden Kräften berechnet wird. Stillschweigend wird dabei vorausgesetzt, dass das System stabil und ausreichend gedämpft ist. Diese Annahme wird bei der Stabilitätsuntersuchung des Systems überprüft. Mit der digitalen Simulation des dynamischen Verhaltens lassen sich weitere Einblicke gewinnen. Nach einer Verifikation, das heißt einer Überprüfung, ob das mathematische Modell korrekt programmiert wurde, werden die interessierenden Betriebszustände untersucht.

² Siehe z. B. *Entwurf hydraulischer Maschinen*, P. Beater, Springer Verlag, 1999.

Aufgrund der Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen kann das ursprüngliche Konzept bestätigt bzw. verbessert werden. Es schließt sich die Konstruktion und die Fertigung an. Bei Serienprodukten wird es sich um einen Prototyp handeln, bei Einzelstücken oder Kleinserien bereits um das Endprodukt.

Das Betriebsverhalten des Prototyps wird anschließend experimentell untersucht. Dabei ist u. a. das mathematische Modell zu validieren, also zu prüfen, inwieweit das vorher theoretisch berechnete Verhalten mit dem gemessenen übereinstimmt. Gegebenenfalls muss das mathematische Modell verfeinert werden. Unter Umständen lassen sich einige Parameter auch erst am Prototyp mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmen. Es folgt die Serienkonstruktion, bei der dann weniger die bereits nachgewiesene Funktion als die späteren Fertigungskosten im Vordergrund stehen.

Der Aufbau eines mathematischen Modells wird in Kap. 2 und die in diesem Buch verwendeten physikalischen Gesetze werden im Anhang A1 bis A4 beschrieben. Beispiele zu Simulationen mit Modelica sind in den Kapiteln 6–10 und eine Fallstudie im Kap. 12 enthalten.

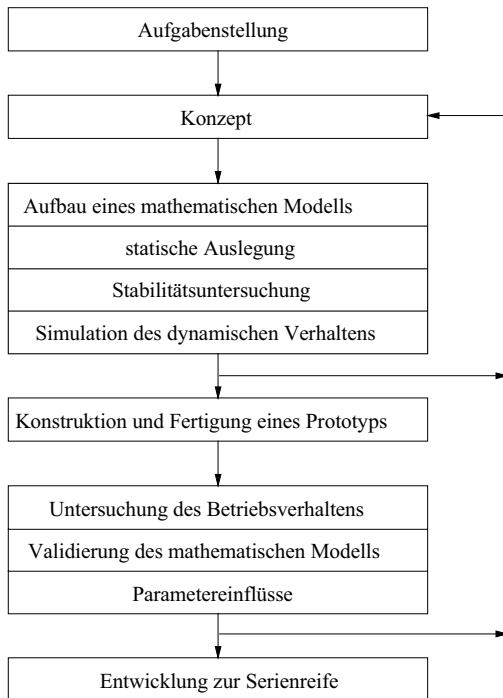


Bild 1-1 Ablauf einer Produktentwicklung aus Sicht der Simulationstechnik

1.3 Aspekte beim Einsatz von Simulationen

Wenn das reale System erst gebaut oder ein bestehendes verändert werden soll, kann nur die Simulation vorab Ergebnisse liefern. Mit dem Modell kann auf viele Arten experimentiert werden: Nach Durchspielen des normalen Gebrauchs können gefährliche Situationen untersucht werden. Eine Gefahr für Mensch und Umwelt ist dabei nicht vorhanden und die Kosten sind gering. Auch sehr ausgefallene Bedingungen können einfach hergestellt werden. Bei komplexen Systemen ist die Simulation häufig die einzige verfügbare Technik, um zu Aussagen über das Verhalten zu gelangen. Analytische Verfahren, z. B. Linearisierung am Arbeitspunkt und Bestimmen der Stabilität, sind vielfach nicht einsetzbar, da das System unstetig ist, z. B. Anschläge, Begrenzungen oder Schaltvorgänge besitzt.

Die Schwierigkeiten beim Einsatz von Simulationen liegen in der Interpretation der Ergebnisse. Zum einen müssen Sie als Anwender entscheiden, ob Sie dem Rechenergebnis „trauen“ oder ob ein ungeeignetes Modell verwendet wurde. Aus u. U. sehr vielen Experimenten müssen die richtigen Schlüsse gezogen werden, bevor das Verhalten verstanden werden kann. In der Strömungsmechanik wird häufig als dimensionslose Kennzahl die Reynoldszahl Re verwendet,

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu},$$

die die Strömungsgeschwindigkeit w , den Rohrdurchmesser d und die dynamische Viskosität ν miteinander verknüpft und die bei der Berechnung reibungsbehafteter Strömungen benötigt wird. Es führt zur gleichen Reynoldszahl und somit zum gleichen Ergebnis, wenn man die Geschwindigkeit oder den Durchmesser verdoppelt oder die Viskosität halbiert. Bis man derartige Abhängigkeiten des Systemverhaltens von Parameteränderungen durch Betrachten von Simulationsergebnissen herausgefunden hat, benötigt es sehr viel Zeit.

Eine Gefahr der Simulation ist „Modellverliebtheit“: Dem Modell wird unkritisch geglaubt, ohne zu prüfen, ob es das reale System ausreichend gut beschreibt und ob die Randbedingungen und Annahmen halbwegs stimmen. Ein Beispiel ist die Annahme, dass Füchse Kaninchen jagen und so die Kaninchenplage in Australien verringern könnten. Im Prinzip ist das zwar richtig, aber die 1871 eingeführten europäischen Rotfüchse fanden leichtere Beute unter den dort heimischen Arten. Dies war im Modell nicht berücksichtigt worden und so lieferte das wirkliche Experiment ganz andere Ergebnisse als die Simulation: Auch die Füchse wurden zur Plage, ohne die Kaninchen langfristig und wirksam zu kontrollieren.

Bei der Entwicklung von Automobilelektronik, z. B. zur Motor- oder Getriebesteuerung, wird in den letzten Jahren eine besondere Form der Simulation eingesetzt, um Zeit, Geld und Prototypen einzusparen. Bei den sogenannten Steuergeräten handelt es sich heute um sehr leistungsfähige Digitalrechner, deren Programmierung aus Sicherheitsgründen sehr gründlich überprüft werden muss. Dazu könnte man nun ein Fahrzeug verwenden und sehr weite Strecken fahren, bis alle denkbaren Fahrzustände mindestens einmal aufgetreten sind. Dies wäre aber sehr teuer, da bei einer Neuentwicklung handgefertigte, sehr kostspielige Prototypen verwendet werden müssten. Daher nutzt man die Simulation, um das Verhalten des Fahrzeugs nachzubilden und dem Steuergerät einen „richtigen“ Einsatz „vorzugaukeln“. Diese Art von Simulation nennt man *Hardware-in-the-loop-Simulation* (HIL). Sie erfordert sehr schnelle Simulatoren, da das Modell in Echtzeit gerechnet werden muss. Eine Zeitdehnung ist nicht zulässig, da sonst das Steuergerät eine Fehlfunktion der (vorgegaukelten) Komponente diagnostiziert und abschaltet.

In diesem Buch untersuchen wir das *Zeitverhalten* von Antrieben und Geräten. Die beschreibenden *gewöhnlichen* Differentialgleichungen enthalten daher Ableitungen nach der Zeit, die wir mit einem Punkt über der Variable kennzeichnen. In der Festigkeitslehre oder der Wärmelehre haben wir häufig *Ortsabhängigkeiten*. So interessiert uns bei einem Kühlkörper die Temperaturverteilung oder bei einem stark beanspruchten Bauteil die Verteilung der mechanischen Spannungen. Um diese Aufgaben beschreiben zu können, verwenden wir *partielle* Differentialgleichungen. Ein Beispiel ist in Kap. 9 enthalten, bei dem wir die Temperatur in einem langen Stab berechnen. Wir sehen dabei, dass wir mit den in diesem Buch beschriebenen Methoden an Grenzen kommen. Für den technischen Einsatz ist es sinnvoller, bei derartigen Aufgabenstellungen die *Methode der Finiten Elemente* zu verwenden und auch ein entsprechendes FEM-Programm einzusetzen. Auch für derartige Berechnungen wird der Oberbegriff Simulation verwendet.

1.4 Entwicklung und Einteilung von Simulationswerkzeugen

Ab Mitte des zwanzigsten Jahrhunderts standen Digitalrechner zur Verfügung, die auch zur Simulation dynamischer Systeme eingesetzt wurden. Tabelle 1.1 zeigt eine Einteilung der inzwischen entstandenen Simulationswerkzeuge. Jede höhere Ebene erfordert leistungsfähigere Rechner und bietet dafür dem Ingenieur größere Unterstützung bei der Modellbildung und Auswertung.

Tabelle 1.1 Einteilung kontinuierlicher Simulationswerkzeuge

Ebene	Beschreibung
0	Direkte Programmierung, z. B. FORTRAN, C, ...
1	a) CSSL Simulationssprache, z. B. ACSL b) Simulationsumgebung ³ , z. B. Scilab
2	a) Graphische Modellierung, z. B. Scicos (Frontend für Scilab) b) Spezialsimulatoren, z. B. ADAMS für Mehrkörpersysteme
3	Multidisziplinäre Modellerstellung, z. B. Modelica

1.5 Fragen zu Kapitel 1

Wird ein Modell zuerst validiert oder verifiziert?

Wie sieht das perfekte Modell für ein Flugzeug aus?

Welche besonderen Anforderungen stellt die Hardware-in-the-loop-Simulation?

Warum wurden die ausgesetzten Füchse in Australien zur Plage und wie hätte man dies verhindern können?

Durch welche Größen wird das Systemverhalten charakterisiert?

Was versteht man unter einem mathematischen Modell?

³ Zusätzlich zu den Eigenschaften einer modernen Programmiersprache bietet sie die Beschreibung und numerische Lösung von Differentialgleichungen und die Visualisierung der Ergebnisse.

2 Modellbildung

2.0 Inhalt und Voraussetzungen dieses Kapitels

Dieses Kapitel führt in die Modellbildung ein. Die verschiedenen Arten von Modellen, die im Maschinenbau häufig verwendet werden, werden erläutert und es folgt eine Anleitung zum Erstellen theoretischer Modelle. Wir verwenden dabei die Definitionen aus Kap. 1.

2.1 Arten von Modellen

Um zukünftiges Verhalten voraussagen zu können, machen sich Menschen *Modelle*. Diese fassen Erfahrungen und Erkenntnisse zusammen und können ganz unterschiedlich sein.

So sind über Generationen *Bauernregeln* entstanden und weitergegeben worden, um aufgrund aktueller Werte eine Prognose für das zukünftige Verhalten zu erstellen: „Regnet's am Siebenschläfertag, so regnet's sieben Wochen danach.“ Und aktuelle Untersuchungen zeigen, dass in Süddeutschland diese Regel zu 70 % zutrifft, an der Küste aber nur zu 50 %. Im Maschinenbau benötigen wir jedoch präzisere Modelle und verwenden daher nur sehr selten Sprache.

Sehr anschaulich ist es, nach den Gesetzen der *physikalischen Ähnlichkeit* gestaltete Modelle zu bauen. Die Aerodynamik von Flugzeugen untersucht man z. B. an maßstäblich verkleinerten Modellen im Windkanal. Die Innenströmungen in hydraulischen Ventilen können in vergrößerten Modellen von Ventilschiebern sichtbar gemacht werden. Der Vorteil besteht darin, dass man mit diesen Modellen auch sehr komplizierte Vorgänge untersuchen kann.

Eine zweite Möglichkeit der Modellbildung für technische Systeme besteht darin, die *physikalische Analogie* auszunutzen, um z. B. das Verhalten nichtelektrischer Systeme durch ein elektrisches System zu beschreiben, das sich mit elektronischen Bauteilen

recht einfach aufbauen lässt. So kann das Verhalten eines mechanischen Feder-Masse-Systems auch durch einen elektrischen Schwingkreis dargestellt werden: Der Kraft entspricht dann z. B. der elektrische Strom. Diese Form der Analogie führte zu Analogrechnern. Diese wurden von Mitte bis Ende des letzten Jahrhunderts erfolgreich eingesetzt, bis sie den dann leistungsfähigeren Digitalrechnern wichen.

Die dritte Art der Modellbildung nutzt die *mathematische Analogie*, d. h. die Möglichkeit, das Verhalten durch Gleichungen ausreichend genau zu beschreiben. Diese Gleichungen werden heute i. Allg. mit Hilfe eines Digitalrechners gelöst, so dass man bei dieser Vorgehensweise auch von einer *digitalen Simulation* spricht.

Je nach Maschine oder Anlage kann ganz unterschiedliches Verhalten auftreten. Bei der Modellierung des Teileflusses in einer Fabrik haben wir es mit *ereignis-diskreten Modellen* zu tun, da häufig nur zwei Zustände eines Teiles von Interesse sind, z. B. „in Bearbeitung“ oder „fertig bearbeitet“, und der Übergangsprozess nur relativ kurz ist oder vernachlässigt werden kann.

Ist das System schon vorhanden und darf an ihm experimentiert werden, verwendet man häufig *nichtparametrische Modelle* (black-box-Modelle), die keine Information in expliziter Form zu Modellstruktur und Modellparametern enthalten, sondern nur die Eingangs- und Ausgangsgrößen miteinander verknüpfen. Ein Beispiel ist eine (gemessene) Sprungantwort oder ein Bode-Diagramm. Diese Art, Systeme zu untersuchen, nennt man auch *experimentelle Systemanalyse*. Das Gegenstück ist die *theoretische Systemanalyse*, bei der mit Hilfe der bekannten Naturgesetze ein *parametrisches Modell* aufgebaut wird, das auch die Struktur beschreibt. Dies können zum Beispiel die Gleichungen und Parameter sein, die ein Fadenpendel beschreiben.

Wichtig ist es, die *Modellierungstiefe* richtig zu wählen. Ziel sollte es sein, das *Modell so einfach wie möglich und so genau wie nötig* zu wählen. Das Problem liegt aber natürlich darin, dass man erst am Ende weiß, was in dem speziellen Fall „genau genug ist“. Dabei hilft im Laufe der Zeit die Erfahrung. Bis dahin ist es sinnvoll, mit unterschiedlichen Modellen zu arbeiten: In jedem hydraulischen Kreislauf gibt es ein Druckbegrenzungsventil, um ein Bersten der Komponenten durch Überdruck zu verhindern. Fast immer reicht es aus, dieses Ventil durch eine einfache Kennlinie zu beschreiben, die in Abhängigkeit des Drucks den abgelassenen Volumenstrom angibt. Um sicher zu sein, dass dies auch im vorliegenden Fall so ist, sollte man dieses einfache nichtparametrische, statische Modell durch ein detaillierteres ersetzen, das die Wirkungsweise genauer beschreibt. Dazu kann das dynamische Verhalten gehören, um auch den Einfluss des Druckaufbaus oder der bewegten Kolben zu berücksichtigen. Liefert die Simulation des Gesamtsystems in beiden Fällen ein sehr ähnliches Ergebnis, kann man mit gutem Gewissen das einfache, rechenzeitsparende Modell

verwenden. Moderne Simulationssysteme machen einen derartigen Modellaustausch sehr einfach, s. z. B. Kap. 9.

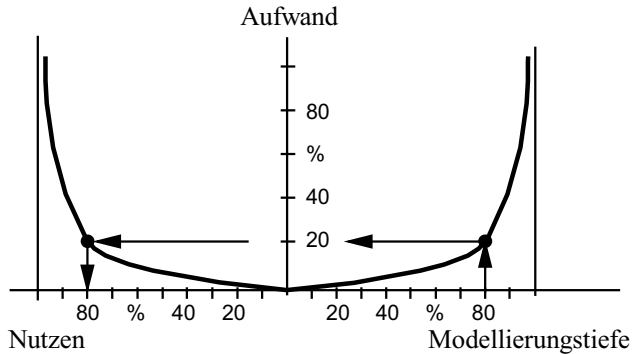


Bild 2-1 Zusammenhang zwischen Modellierungstiefe, Aufwand und Nutzen (nach U. Wolz, VDI-Bericht 1007, 1992, S. 59 ff)

Bild 2-1 zeigt einen Zusammenhang zwischen Modellierungstiefe, Aufwand und Nutzen. Wenn es nicht unbedingt erforderlich ist, sollte man mit einem einfachen oder sehr einfachen Modell arbeiten. Dieses ist überschaubar, die Aussagen können relativ einfach überprüft werden. Auch ist der Aufwand gering. Den letzten Schliff sollte man der Maschine dann während der Erprobung geben. So ist ein enormer Aufwand erforderlich, um die genaue Einstellung der Düse für die pneumatische Endlagendämpfung eines Antriebs zu berechnen. Wenn die Simulation die ungefähre Auslegung der Düse liefert, ist es häufig sinnvoller, die Feineinstellung am Prüfstand durchzuführen.

Bei den Modellen kann es sich um statische Modelle handeln oder um dynamische. Dabei können die Parameter explizit von der Zeit abhängen (*zeitvariant*) oder unabhängig von der Zeit sein (*zeitinvariant*). Es kann sich um stetige Vorgänge handeln oder um unstetige. In diesem Buch werden fast ausschließlich Modelle mit konzentrierten Parametern verwendet. Das sind zum Beispiel Massepunkte, die die Trägheit eines Ventilkegels beschreiben. Wenn die räumliche Ausdehnung aber groß wird, muss man Modelle mit verteilten Parametern verwenden. Ein Beispiel ist die Wärmeleitung in einem langen Stab, s. Kap. 9.

In diesem Buch verwenden wir *deterministische* Modelle, bei denen die Ausgangsgrößen in Abhängigkeit der Eingangsgrößen exakt bestimmt werden können. Im Gegensatz dazu beschreiben *stochastische* Modelle statistische Eigenschaften, so dass die Ausgangsgrößen nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit berechnet werden können.

2.2 Theoretische Modellbildung

Bei der theoretischen Modellbildung⁴ werden bekannte physikalische Gesetze angewendet, um den inneren Aufbau eines Systems mit Hilfe von Gleichungen zu beschreiben. Dazu gehört die Zahl und Art der Energiespeicher (bewegte Masse, Kondensator, Volumen mit komprimierter Luft) und die Art der Verbindung dieser Speicher untereinander (Feder und Dämpfer zwischen zwei Massen, Widerstände zwischen zwei Kondensatoren, Düsen zwischen zwei Druckspeichern). Wir können die Parameter für die Gleichungen zum einen aufgrund physikalischer Gesetze bestimmen (Länge und Durchmesser eines Drahtes bei bekanntem Widerstand des Werkstoffes) oder aber durch Messungen.

2.2.1 Ein Druckregelventil als Beispiel zur theoretischen Modellbildung

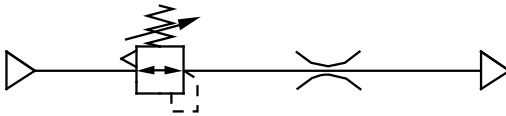


Bild 2-2 Schaltplan der Druckregelung für die Blasdüse; Zuluft – Ventil – Düse – Auslass

In Kapitel 12 untersuchen wir die Druckregelung für eine pneumatische Blasdüse. Diese Düse bläst in einem Produktionsprozess Teile zur Seite und benötigt dafür einen Zuluftdruck von 3 bar. Das Druckluftnetz der Halle liefert jedoch 7 bar, so dass ein Druckregelventil benötigt wird. Den Schaltplan zeigt Bild 2-2, einen Schnitt durch das Ventil zeigt Bild 2-3, die Funktionsweise des Ventils ist in Kap. 12 beschrieben.

Für dieses Druckregelventil wollen wir ein theoretisches Modell aufstellen.

Wir entnehmen dem Schaltplan, dass die Zuluftseite mit der Druckluftversorgung der Halle verbunden ist. Wir stellen uns das als einen sehr großen Behälter vor, dessen Druck als konstant angenommen werden kann. Die Abluftseite des Ventils ist mit der Blasdüse verbunden, die in die Umgebung bläst.

⁴ Manchmal im Zusammenhang mit Modelica beim Beschreiben physikalischer Systeme auch physikalische Modellbildung genannt, wenn das Modell die Struktur des physikalischen Systems mit Hilfe von Gleichungen nachbildet; Gegensatz ist die experimentelle Modellbildung.

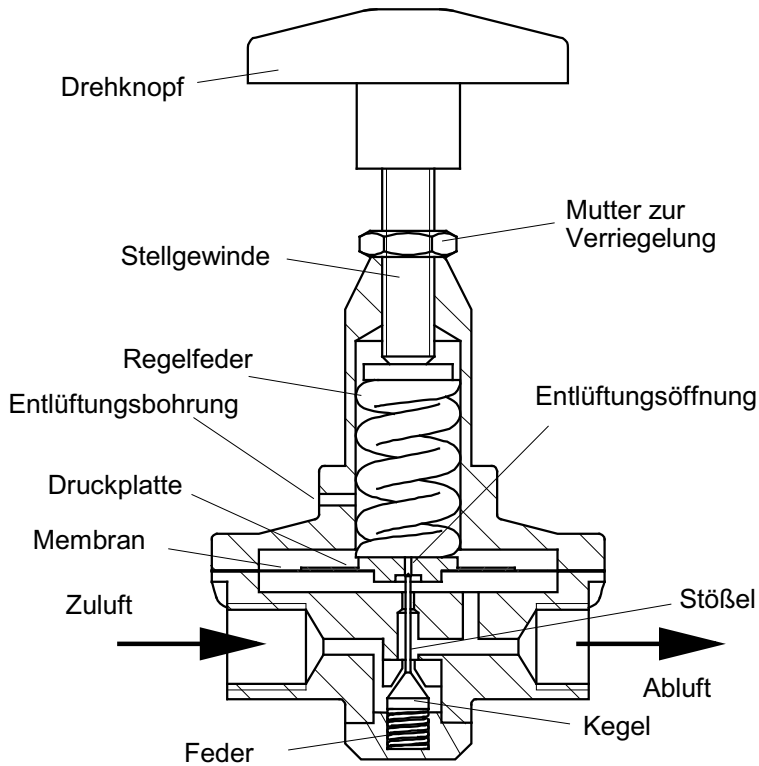


Bild 2-3 Schematische Darstellung des Druckregelventils

Die Modellerstellung für das Ventil können wir in die folgenden Schritte zerlegen:

1. Wir grenzen das System „Druckregelventil“ gemäß Aufgabenstellung und Modellzweck gegenüber der Umwelt ab:
 - Die Eingangsgrößen sind der Druck am Einlassanschluss, der Massenstrom in das Ventil und die Stellung des Drehknopfs. Den Einlassdruck und den Umgebungsdruck können wir während einer Simulation als konstant ansehen und als Parameter betrachten.
 - Die Ausgangsgrößen sind der Massenstrom am Ausgang und der Druck am Ausgang; beide werden durch die Blasdüse und den Atmosphärendruck bestimmt.
2. Wir erwarten folgendes Verhalten

Wenn der Eingangsdruck deutlich höher ist als der durch die Stellung des Drehknopfs vorgegebene Ausgangsdruck (Sollwert), erwarten wir aus der Kenntnis ähnlicher Ventile, dass sich vom entlüfteten Zustand aus der Ausgangsdruck schnell und ohne Schwingungen aufbaut. Der Kegel verändert seine Stellung von vollständig geöffnet zu drosselnd und nur teilweise geöffnet.

Da am Ventilausgang nur eine Blasdüse angeschlossen ist, tritt ein Ablassen über die Entlüftungsöffnung in der Druckplatte nicht auf. Wir brauchen diesen Ventileil also nicht zu modellieren.

Wenn das theoretische Modell aufgestellt ist und das dazugehörige Simulationsmodell arbeitet, können wir in einem ersten Schritt unsere Erwartungen mit den Rechenergebnissen vergleichen.

3. Wir zerlegen das gesamte System in Teilsysteme

Das Ventil besteht aus einem pneumatischen und einem mechanischen Teilsystem. Das pneumatische System besteht aus dem Druckraum vor dem Kegel, der Drosselung und dem Druckraum hinter dem Kegel. Das mechanische System besteht aus der Membran mit Regelfeder und Kegel.

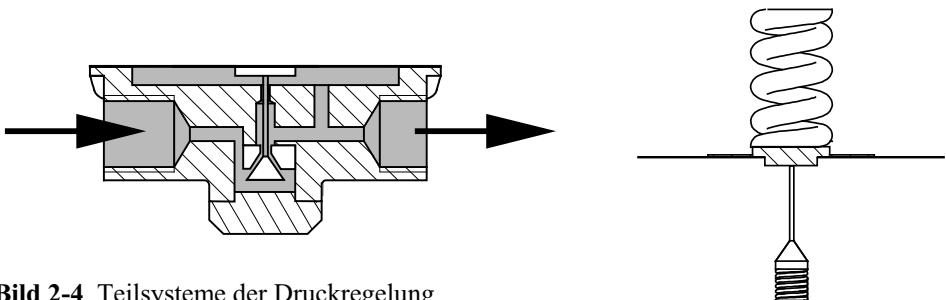


Bild 2-4 Teilsysteme der Druckregelung

4. Wir legen geeignete Bilanzräume fest

Der erste pneumatische Bilanzraum ist das Luftvolumen vor dem Kegel. Da wir von einem konstanten Versorgungsdruck ausgehen, benötigen wir nur den Druck für unser Modell.

Der zweite pneumatische Bilanzraum ist das Luftvolumen hinter dem Kegel bis zur Blasdüse.

Die Kräftebilanz stellen wir an der Membran auf. Es wirkt zum einen die Kraft der Regelfeder von oben und zum anderen der auf die Membran wirkende Auslassdruck von unten.

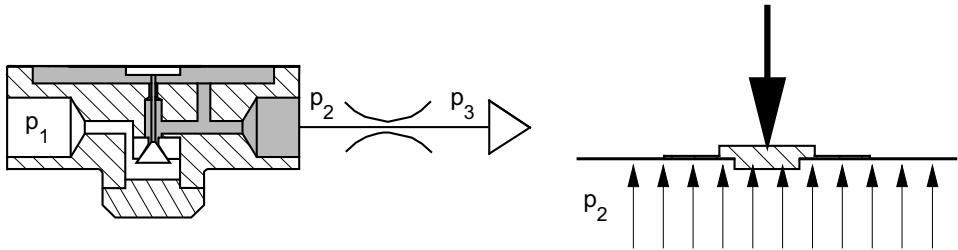


Bild 2-5 Bilanzräume der Druckregelung

5. Wir wenden Erhaltungssätze an

Eine Bilanz der Massenströme für den Druckraum zwischen Kegel und Blasdüse liefert:

$$m = \int_{t_0}^t (\dot{m}_{\text{Zufluss}} - \dot{m}_{\text{Abfluss}}) dt + m(t_0)$$

mit m Gasmasse im Druckraum.

Mit Hilfe des allgemeinen Gasgesetzes Gl. (A3.1) können wir aus der Gasmasse m den Druck p_2 berechnen.

Die Kräftebilanz an der Membran liefert:

$$M \cdot \ddot{x} = \sum F_i = p_2 \cdot A - C \cdot x - F_{\text{Vorspann}}$$

mit M Masse der Membran.

6. Wir beschreiben die Quellen-, Senken- und Flussterme

Quellenterm: $p_1 = \text{const.}$; Annahme, dass der Druck im großen Behälter vor dem Ventil sich nicht ändert.

Senkenterm: $p_3 = \text{const.}$; Annahme, dass die Düse frei ausbläst und der Atmosphärendruck sich nicht ändert.

Wir beschreiben Flussterme:

\dot{m}_{Zufluss} folgt aus den Drücken p_1 und p_2 ; aus diesen beiden Werten und den Düsenparametern können wir mit Gl. (A3.2) den Massenstrom berechnen. Bei dem Kegel hängt der Leitwert C von der Kegelstellung ab. Diesen Zusammenhang zeigt die folgende Kennlinie.

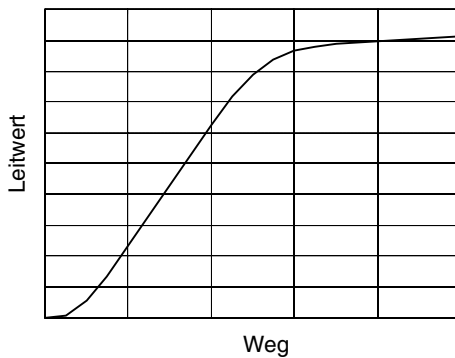


Bild 2-6 Wegabhängiger Leitwert des Kegels

\dot{m}_{Abfluss} folgt aus den Drücken p_2 und p_3 ; aus diesen beiden Werten und den Düsenparametern können wir mit Gl. (A3.2) den Massenstrom berechnen.

7. Wir bestimmen die Zahlenwerte aller Parameter und Konstanten. Dies ist häufig ein sehr zeit- und arbeitsaufwendiger Teil der Modellbildung. Für das Ventil sind die Daten in Tabelle 12.2 enthalten. In Kapitel 12 sind auch das Modelica-Modell und Simulationsergebnisse angegeben.

2.2.2 Arbeitsschritte bei der theoretischen Modellbildung

Wir können die Schritte aus dem vorherigen Beispiel verallgemeinern und eine Modellbildung in der nachstehenden Reihenfolge durchführen.

1. Das System gemäß Aufgabenstellung und Modellzweck gegenüber der Umwelt abgrenzen
 - Festlegen der Eingangsgrößen (unabhängige Größen von außen; in der Regelungstechnik unterschieden nach Sollwerten und Störgrößen).
 - Festlegen der Ausgangsgrößen (unabhängige Größen, die nach außen wirken; in der Regelungstechnik die Regelgrößen oder Messgrößen).
2. Das erwartete Verhalten beschreiben
3. Das gesamte System in Teilsysteme zerlegen

Typische Domänen für Teilsysteme sind: elektrisch, thermisch, fluidisch, mechanisch, usw. Einen Elektromotor können wir in ein elektrisches und ein mechanisches Teilsystem aufteilen.
4. Geeignete Bilanzräume festlegen. Der Ausdruck für Bilanzräume ist in den verschiedenen Domänen unterschiedlich: Die Strömungsmechanik spricht vom Kontrollvolumen, die Thermodynamik von Systemgrenzen, die Mechanik von Teilkörpern usw.
 - Im Bilanzraum erfolgt die Speicherung von Masse, Energie, Ladung oder Impuls. Um die Modellordnung nicht aufzublähen, sollte die Anzahl und Größe der Bilanzräume gering gehalten werden.
 - Der örtliche Gradient der Speichergröße wird im Bilanzraum vernachlässigt. Daher: Bilanzraum begrenzen, wo ein „großer“ Gradient einer Speichergröße auftritt, z. B. an Ventilen.
 - Stoff-, Energie- und Informationsflüsse über die Grenzen eines Bilanzraumes müssen mathematisch-analytisch beschrieben werden. Daher sollte ein Bilanzraum so abgegrenzt werden, dass wir aus bekannten physikalisch-technischen Beziehungen oder Messungen die Flüsse einfach angeben können (Wärmeübergang von einer Rohrwand in eine strömende Flüssigkeit; Ventilkennlinie, die den Massenstrom in Abhängigkeit der Drücke angibt; ohmscher Widerstand).
 - Die Anzahl der unabhängigen dynamischen Bilanzgrößen ergibt die Anzahl der Zustandsgrößen; man nennt sie auch Systemordnung.

5. Die Erhaltungssätze auf jeden Bilanzraum anwenden, z. B. für Masse, Energie, Impuls. Das heißt, es kann weder Masse noch Energie oder Impuls aus dem Nichts entstehen bzw. dorthin verschwinden.

Die vollständige Bilanzierung eines Systems liefert einen kompletten Satz von Differentialgleichungen 1. oder bei mechanischen Systemen 2. Ordnung, die den Zustand des Systems eindeutig beschreiben. Diese Differentialgleichungen sind häufig nichtlinear und miteinander gekoppelt.

6. Alle Quell- und Senkenterme und die Flüsse zwischen den Bilanzräumen beschreiben. Dazu verwenden wir die bekannten physikalisch-technischen Beziehungen oder Messungen (Ohmsches Gesetz; Wärmeübergang von einer Rohrwand in eine strömende Flüssigkeit; Ventilkennlinie).
7. Die Zahlenwerte aller Parameter und Konstanten bestimmen. Dies ist häufig zeitaufwendig, insbesondere wenn ein neuartiges System modelliert werden soll, für das noch keine Referenzwerte vorliegen. Gelegentlich ist es möglich, einen Parameter nur grob abzuschätzen und am fertigen Modell seinen Einfluss zu überprüfen. Ist dieser gering, können wir auf eine aufwendige Parameterbestimmung verzichten.
8. Das nichtlineare Modell linearisieren, um die Stabilität zu untersuchen bzw. ggf. einen Regler auszulegen.
9. Simulationsprogramm z. B. in Modelica erstellen und Modell verifizieren, um Programmierfehler aufzuspüren.

Vergleiche mit dem erwarteten Verhalten durchführen und grob abschätzen, ob die Ergebnisse plausibel sind (Beschleunigung eines PKW von 0 auf 100 km/h in 0,1 s?). Bei zusammengesetzten Modellen zuerst die Teilmodelle, dann das Gesamtmodell testen. Spätestens jetzt das Modell vollständig dokumentieren und Gültigkeitsgrenzen für Parameter und Variable angeben.
10. Das Modell validieren, also die Rechenergebnisse mit bekannten Werten aus der Literatur, Messergebnissen oder bereits überprüften Modellen vergleichen, um das Modell als gültig erklären zu können. Abschätzen und Angabe der Gültigkeitsbereiche. Referenzlauf für spätere Vergleiche durchführen und dokumentieren.
11. Ggf. das Modell vereinfachen – erste Modelle sind häufig zu detailliert.
12. Frühere Arbeitsschritte wiederholen, wenn die Validierung nicht erfolgreich ist und Widersprüche auftreten.
13. Das Modell mit gesundem Misstrauen einsetzen, ggf. immer wieder mit ganz einfachen Überlegungen auf Plausibilität prüfen.

Aufgabe 2.1

Erstellen Sie ein theoretisches Modell der in Bild 2-7 dargestellten Zylinderspule. Die Abmessungen des Spulenkörpers gemäß Bild A1-1 sind $a = 2,125 \text{ cm}$; $b = 2,5 \text{ cm}$; $c = 1,5 \text{ cm}$. Der Drahtdurchmesser beträgt $0,125 \text{ cm}$. Beachten Sie bei der Rechnung, dass die Windungen nicht genau übereinander liegen, sondern der Abstand der Mittelpunkte zweier Lagen nur ca. 80 % des Drahtdurchmessers entspricht.

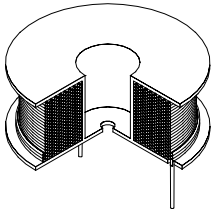


Bild 2-7 Schnittbild einer Zylinderspule

2.3 Experimentelle Modellbildung

Ein theoretisches Modell besitzt eine Reihe von Vorteilen. So können wir sehr einfach den Einfluss von Parameteränderungen untersuchen. Also zum Beispiel eine Antwort auf die Frage geben, wie sich die Induktivität der Spule aus Aufgabe 2.1 ändert, wenn wir einen Drahtdurchmesser von $2,5 \text{ mm}$ verwenden.

Andererseits ist es häufig sehr aufwendig, ein derartiges theoretisches Modell aufzustellen. Wenn wir eine Komponente nicht umbauen, sondern beispielsweise nur mit einer Regelung ausrüsten wollen, reicht uns eine Beschreibung des gegenwärtigen Zustands. Diesen können wir durch Messreihen ermitteln.

Aufgabe 2.2

Erstellen Sie eine Kennlinie, die den Zusammenhang zwischen Fallhöhe und Rücksprunghöhe eines Tischtennisballs angibt. Verwenden Sie dazu eigene Messungen oder die Daten aus Kap. A2.2.

2.4 Fragen zu Kapitel 2

Nennen Sie drei Analogien, um Modelle für technische Fragestellungen aufzustellen.

Welche Größen verknüpfen nichtparametrische Modelle? Geben Sie drei Beispiele.

Wo liegt die optimale Modellierungstiefe für ein Verkehrsflugzeug?

Nennen Sie Energiespeicher, die im Maschinenbau eingesetzt werden.

Welche Vorteile besitzen parametrische Modelle im Vergleich zu nichtparametrischen Modellen?

Beschreiben Sie die zwei Arten der Modellbildung.

Geben Sie ein Beispiel für Systemgrenzen und die Folgen für die Modellierung.

Was versteht man unter Systemordnung?