

1 Resolução *Mounty Hall*

Vamos supor um espaço amostral para cada estratégia e nomear as portas como C, E_1 e E_2 .
Não realizar a troca temos o espaço amostral $S_1 = \{(C, E_1, C), (E_1, E_2, E_1), (E_2, E_1, E_2), (C, E_2, C)\}$.
Para a troca temos o espaço amostral $S_2 = \{(C, E_1, E_2), (C, E_2, E_1), (E_2, E_1, C), (E_1, E_2, C)\}$.

Queremos comparar $P_1(\{(C, E_1, C), (C, E_2, C)\})$ e $P_2(\{(E_1, E_2, C), (E_2, E_1, C)\})$

Sabemos que:

$$\begin{aligned}P_1(\{(C, E_1, C), (C, E_2, C)\}) &= 1/3 \\P_1(\{(E_1, E_2, E_1)\}) &= 1/3 \\P_1(\{(E_2, E_1, E_2)\}) &= 1/3 \\P_2(\{(C, E_1, E_2), (C, E_2, E_1), \}) &= 1/3 \\P_2(\{(E_1, E_2, C)\}) &= 1/3 \\P_2(\{(E_2, E_1, C)\}) &= 1/3\end{aligned}$$

Finalmente a melhor escolha é realizar a troca para maximizar as chances de ganhar.

$$P_1(\{(C, E_1, C), (C, E_2, C)\}) = 1/3$$

$$P_2(\{(E_1, E_2, C), (E_2, E_1, C)\}) = 2/3$$

2 Avaliação Empírica da Gaussiana

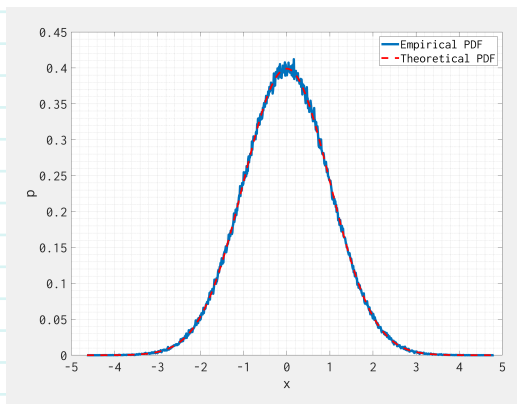
Uma função para receber um vetor de realizações e obter a PDF.

```
1 clear all; close all; clc;
2 N = 1e6;
3 nbins = 1000;
4 x = randn(N, 1);
5
6 % Empirical Method
7 [epdf, bins_centers] = pdf_empirical_evaluation(x, nbins);
8
9 % Theoretical Method
10 m = 0;
11 v = 1;
12 tpdf = 1/sqrt(2*pi*v) * exp(-0.5*(bins_centers-m).^2/v);
13
14 % Plots
15 plot(bins_centers, epdf);
16 hold on; plot(bins_centers, tpdf, 'r--');
17 legend('Empirical PDF', 'Theoretical PDF');
18
19 % Chi-Square Random Variable
20 y = x.^2;
21 figure;
22 [epdfy, bins_centersy] = pdf_empirical_evaluation(y, nbins);
23 plot(bins_centersy, epdfy);
24 grid on;
```

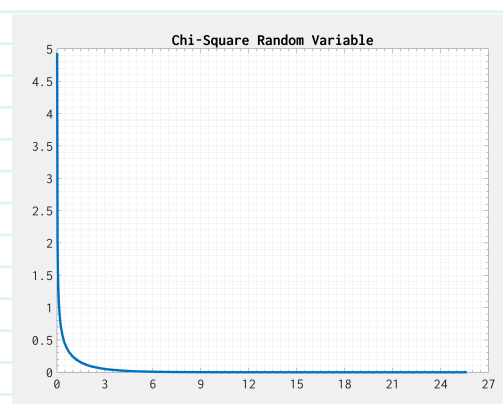
```

25 title('Chi-Square Random Variable');
26
27 % Mean and Variance
28 mu_x = sum(x)/length(x);
29 mu_y = sum(y)/length(y);
30 disp(['Sample mean of X: ' num2str(mu_x)]);
31 disp(['Sample variance of X:' num2str( sum((x-mu_x).^2) / (length(x)-1))]); %
    → len-1 -> non-biased estimator
32 disp(['Sample mean of x: ' num2str(mu_y)]);
33 disp(['Sample variance of y:' num2str( sum((y-mu_y).^2) / (length(y)-1))]); %
    → len-1 -> non-biased estimator
34 % >> test_pdf_empirical_evaluation
35 % Sample mean of X: -0.00085288
36 % Sample variance of X: 0.99913
37 % Sample mean of x: 0.99913
38 % Sample variance of y: 2.0004
39
40 function [epdf, bins_centers] = pdf_empirical_evaluation(x, nbins)
41     if ~exist('nbins', 'var') || isempty(nbins)
42         nbins = 1000;
43     end
44     [h, bins_centers] = hist(x, nbins);
45     bin_width = (bins_centers(2:end) - bins_centers(1:end-1));
46     bin_width = mean(bin_width);
47     epdf = (h/length(x))/bin_width;
48 end

```



(a) PDF Empírica e Teórica de uma Variável Aleatória Gaussiana Padrão



(b) PDF Empírica de uma Variável Aleatória Chi-Quadrado