1 Descrições Estatísticas de Processos Estocásticos

As principais descrições possíveis são: PDFs e Momentos. Considere um t fixo; $X_{(t)}$ pode ser tratado como uma variável aleatória induzida. Nesse instante, podemos definir a PDF da v.a. induzida como $f_{X_C(t)}(x)$ ou $f_{X_C}(t,x)$: *uma PDF marginal do processo para um instante.* Note que não é um descrição completa do processo, pois não reflete as possíveis dependências entre as v.a. associadas a instantes diferentes.

Descrição completa do processo estocástico:

- PDFs conjuntas associadas a todas as combinações de N instantes, para todo N inteiro positivo
- Todas as PDFs da forma $f_{X_C}(t_1,x_1;t_2,x_2;\ldots;t_N,x_N)$ para a qual é definida uma PDF um vetor aleatório (com N pontos fixados)
  - Note: a escolha de pontos $t_1,t_2,\ldots,t_N$, induz um vetor aleatório para o qual a expressão acima é a PDF conjunta desse vetor aleatório.
  - Temos que conhecer para qualquer escolha de $t_1,t_2,\ldots,t_N$ para dizermos que temos uma descrição completa.

1.1 Momentos de um Processo Estocásticos

Podemos medir momentos associados um processo aleatório.

- Podemos definir todos os momentos do vetor aleatório induzido por um escolha de instantes $t_1,t_2,\ldots,t_N$.
  - Vetor média
  - Vetor de variâncias
  - Matriz de covariâncias
  - Matriz de correlação
- Podemos definir uma função média (função expectâncias da variável induzida em instante escolhido t)
- Temos ainda uma função de autocovariância (autocovariância associada as componentes do
- Por fim, temos a ainda a função de autocorrelação vetor induzido pela escolha desses dois pontos)
  - $\mu(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{X_C}(t,x)dx$
  - $C(t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x_1-\mu(t_1))(x_2-\mu(t_2))^* \cdot f_{X_C}(t_1,x_1,t_2,x_2)dx_1dx_2$
  - $R(t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 \cdot x_2^* \cdot f_{X_C}(t_1,x_1,t_2,x_2)dx_1dx_2$

2 Processos Estacionários no Sentido Estrito e Amplo

Um processo estocástico é dito estacionário **no sentido estrito** se e somente se:

- A PDF conjunta do vetor induzido por uma escolha de N instantes depende apenas dos intervalos entre esses instantes considerados, sendo uma condição válida para qualquer quantidade de N pontos $\rightarrow N \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$.

O que pode ser interpretado como: A PDF é igual desde que sejam mantidas as distâncias entre os instantes observados.

$$f_{X_C}(t_1, x_1, t_2, x_2, t_3, x_3, \ldots, t_N, x_N) = f_{X_C}(t_1 + \Delta t, x_1, t_2 + \Delta t, x_2, t_3 + \Delta t, x_3, \ldots, t_N + \Delta t, x_N), \forall \Delta t \in \mathbb{R}$$

Um processo estocástico é dito estacionário **no sentido amplo** (critério menos exigente que para o sentido estrito) se e somente se:

- A função expectância é constante (independente de t)
- A função de correlações só depende da diferença entre os instantes considerados: $R(t_1, t_2) = R(t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t), \forall t_1, t_2, \Delta t$

Note que, se o processo é estacionário no sentido amplo:

$$\begin{aligned}
C(t_1, t_2) &= R(t_1, t_2) - \mu(t_1) \cdot \mu(t_2)^* \\
C(t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t) &= R(t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t) - \mu(t_1 + \Delta t) \cdot \mu(t_2 + \Delta t)^* \\
C(t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t) &= R(t_1, t_2) - \mu(t_1) \cdot \mu(t_2)^* \\
C(t_1, t_2) &= C(t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t)
\end{aligned}$$

2.1 Notação

No caso de processos estacionário no sentido amplo, a covariância e correlação não precisam mais ser definidas em função de dois pontos. Podemos definir as funções em termos de duas funções de uma única variável, que é a distância entre os dois pontos considerados.

$$\begin{aligned}
&r(t) = R(t_1, t_1 + t) \text{ o resultado é o mesmo para qualquer } t \\
&c(t) = C(t_1, t_1 + t)
\end{aligned}$$