1 Um breve exercício: *Mounty Hall Problem*

Suponha 3 portas que escondem um objeto. Atrás de uma porta, há a representação de um carro. Ademais, cada uma das outras portas esconde o desenho de uma cabra.

Um apresentador solicita que um participante escolha uma das portas. A ideia é que se o participante acerta a (porta) que está a frente do carro, ele leva o carro como prêmio!! O apresentador sempre mostra uma das portas após a escolha inicial, revelando uma cabra. Ele então questiona o participante se ele deseja trocar sua escolha.
Pergunta: Para tentar aumentar a chance de ganhar, o participante deve trocar, deve manter ou não faz diferença?

2 Proprieades da PDF (continuação)

Momentos Para a variável aleatória X: são números que traduzem informação sobre o comportamento estatístico de uma variável, em crescente nível de detalhamento acumulado.

Definição formal: Momentos de orden m (momento não-central de ordem m) $M_m = \int_{-\infty}^{\infty} x^m f_X(x)dx$, $M_1 = \mathbb{E}(X)$, $M_0 = 1\ \forall$ v.a.
O momento central em torno de $\mathbb{E}(X)$ é $C_m = \int_{-\infty}^{\infty}(x - \mathbb{E}(X))^m f_X dx$
O momento central em torno de k é $C_m = \int_{-\infty}^{\infty}(x-k)^m f_X dx$

Na prática, conseguimos estimar momentos (usando estimadores). Ter um estimador preciso é tão mais difícil quanto maior for a ordem. Nem toda v.a. possui todos os momentos (a integral pode não convergir).

Quandos os momentos existem, conhecer uma PDF equivale a conhecer infinitos momentos. Ou seja, saber N momentos não nos permite conhecer qual a PDF.

3 Variável Aleatória Gaussiana

Uma variável aletória X é dita normal ou Gaussiana quando sua PDF é data por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-B)^2}{A}\right],\ \forall\ x, A, B \in \mathbb{R}, A > 0.$$

$$\text{alternativamente: } f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\mu}\right]$$

Demonstrar:

$$f_X(x) > 0,\ \forall\ x \in \mathbb{R}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) = 1 \textit{ confira demonstração de Poisson}$$

Obs: $\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)dx = B = M_1$ e $Var(X) = A = C_2$

Observe que ao se tratar de PDF Gaussiana os 2 momentos servem para descrever a v.a. em sua totalidade. O ponto de máximo de uma PDF é o valor de x denominado moda. Na Gaussiana: moda, média e mediana são iguais. Mediana é o x tal que: $\int_{-\infty}^{x} f_X(\lambda)d\lambda = \int_{x}^{\infty} f_X(\lambda)d\lambda = 0.5$