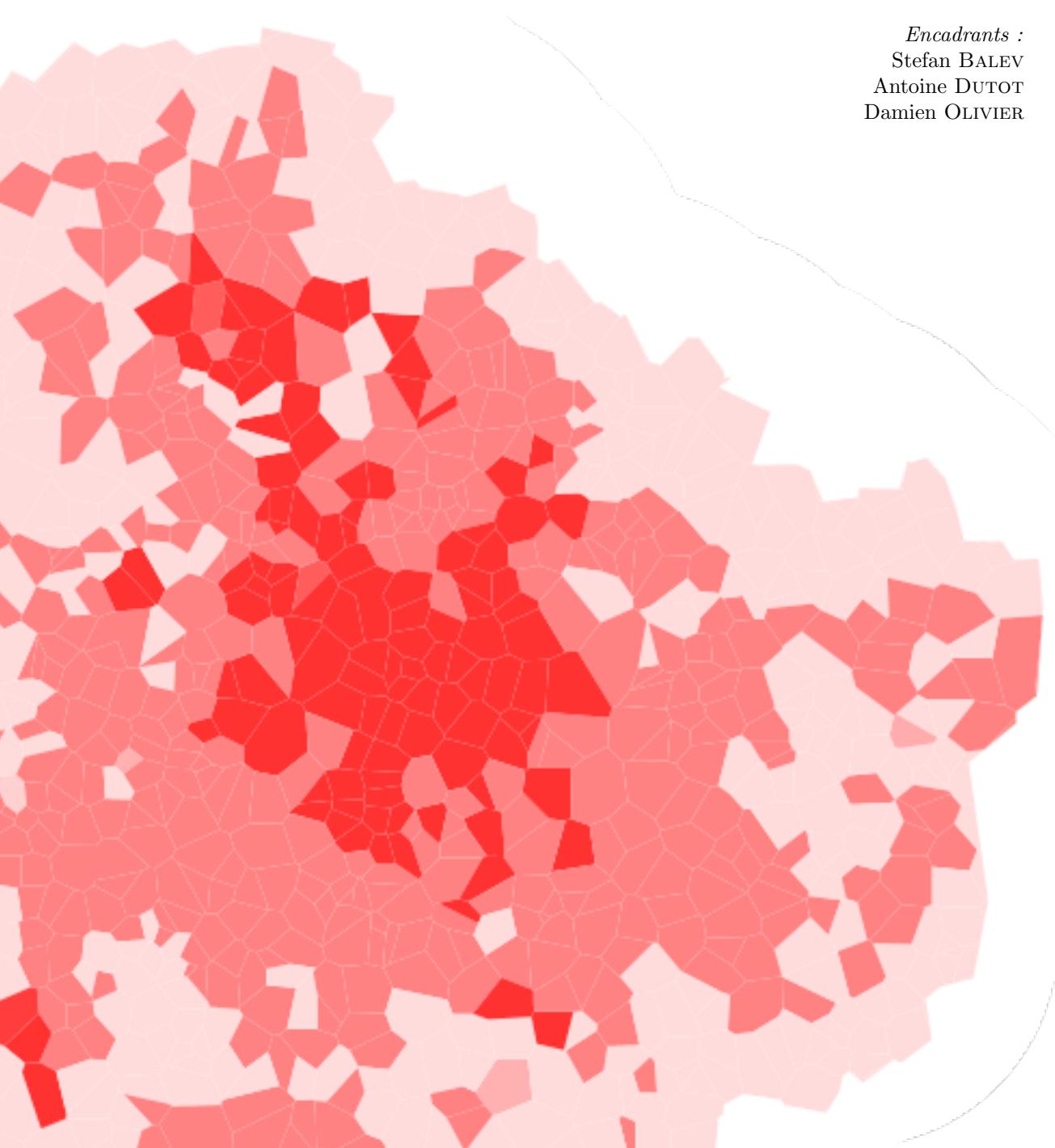


Stage de recherche – Mars/Juin 2012

Morphogenèse urbaine : coévolution du réseau viaire et du bâti

Auteur :
Merwan ACHIBET

Encadrants :
Stefan BALEV
Antoine DUTOT
Damien OLIVIER



KEYWORDS

Urban system, city morphogenesis, Voronoi diagram, cellular automaton.

EXTENDED ABSTRACT

Gathering issues of human, economic, geographic and political nature, the city truly is a complex system [1]. The increasing growth in population produces urban systems like the world has never seen before, of increasing size, increasing heterogeneity and increasing complexity. Studying the relationships between its internal elements is fundamental to the understanding of its mechanics and to better predict their development. This work focuses on the relationship between the pattern of human installations within the city – characterized at the atomic level by a basic subdivision, the land lot – and its road network.

Systematic definitions of the city are many. Through the anthropologist's eye it can be seen as a concentration of persons, the economist will prefer to view it as a support for the exchange of financial and physical assets and the urbanist as a functional entity composed of flows and services. We choose to consider that the evolution of a city is driven by its population, translated as a measure of its density. This goes in hand with our focus, as land lots are inhabited by the same people that use the surrounding roads to go from one place to another, and because urbanistic decisions are motivated by a need to optimize the city, to streamline transport means and to avoid high contrasts in the urban fabric.

A survey of the domain of urban simulations shows that available scientific works can be classified into two categories. Methods have been proposed for visual rendering purposes ; they generate visually satisfying cities without regarding realism as an obligation. These are often based on empirical observations and their main idea is to emulate the street patterns found in any urban system. Scientific modeling, on the other hand, prefers to focus on the inner qualities of a city, often by studying a subset of those, to analyze its current state and extrapolate its future. We orient our research with the latter in mind but the former represents a non-negligible source of inspiration.

A reader browsing through the literature of the field will often encounter cellular automata. The applicability and potential complexity of these structures has been proven many times over and they are fit for describing any kind of space-related problem [2]. Nevertheless, their rigorous formalism may sometimes restrain realism and negatively impact the validity of the model. For example, a cellular automaton topology is, by definition, perfectly regular. Representing a city with a set of identical and aligned cells seems like a coarse simplification. In the same way, we may question the fact that each cell has an identical neighborhood structure, the temporal synchronism and the state discretization. We take a drastic step towards realism and embrace the spatial aspect of the city by replacing the classic cellular automaton with a Voronoi diagram following the same basic principle. Each of its cell represents a land lot, and neighborhood relationships that are ruled by adjacency determine its future state ; the regularity constraint is thus relaxed. Voronoi edges delineate the Voronoi space of land lots and, as such, are ideal supports for roads.

The different elements represented in our model (*i.e.* land lots and roads) are declined in two flavors. *Potential* elements have an ethereal status ; their spatial characteristics are known but until they are effectively built, they have no direct effect on the overall city and only represent an idea, a possible outcome. *Built* elements were potential elements that have been constructed ; they form the physical city. The gist of the model is to add potential elements to the city and, only later, choose which ones will be built and which ones will be forgotten. The road network expands to accomodate the growth in density and to support anticipated land lots. This process is divided into three separate mechanisms.

The cellular part of the model lets the inner variables of the city vary based on the Voronoi tesselation and a set of simple rules. Here, only population density is considered and, as a result, the characteristic gradual patterns found in most towns are reproduced.

Whereas the previous part of the model is ensuring vertical growth, the horizontal evolution of the city is handled by an extensible method based on vector fields. Each piece of information that we want to consider is represented by a vector field that will guide the placement of new lots. For example, a field pointing away from high density areas is used to ensure urban sprawl. Another field makes new lots move towards the closest road such that they remain snapped to the main transport axes. All vector fields are then summed up with distinct factors. This general approach can model any kind of guidance or constraint ; in particular obstacle avoidance, so that the city does not extends itself on forbidden areas like lakes, beaches or protected forests.

The third and last mechanism chooses which of the potential elements are to be permanently built. Potential roads are chosen with respect to their contribution to the global network, by means of a network flow evaluation. Potential land lots are chosen depending on their position relative to the built roads and the date of their addition into the potential domain.

Preliminary measurements show that virtual cities generated by this model share several characteristics with their real-world counterparts. For example, the average degree of crossroads accross the road network tends to remain constant with time. Moreover, it decreases according to the distance from high density areas. The diameter of the network also fluctuates when densification and extension phases occur in turn.

The main shortcoming of the model is the heavy densification occuring in high density areas. The network flow evaluation favours edges that relieve congestion in these parts of the city and, as a consequence, most land lots are surrounded by roads whereas they should be grouped into blocks.

An extension of this model would be to use the actual cadastral shapes of the land lots as the Voronoi generators instead of a simple point at their center. This would be another step towards realism and would solve the heavy densification issue as roads simply could not be built when there is not enough space between two lots.

Table des matières

1	Introduction	5
2	État de l'art	6
2.1	Automates cellulaires et simulation urbaine	6
2.2	Approches alternatives	9
3	Le modèle	12
3.1	Structure	12
3.2	Potentialité	15
3.3	Mécanismes	18
3.3.1	Automate cellulaire graphe	18
3.3.2	Placement des éléments potentiels	24
3.3.3	Construction des éléments potentiels	28
4	Mesures	31
4.1	Démonstration	31
4.2	Mesures	37
5	Conclusion	42

REMERCIEMENTS

Avant d'entrer dans le vif du sujet, j'adresse mes remerciements les plus sincères à ceux qui ont participé, de près ou de loin, à ce projet.

Je tiens tout particulièrement à remercier mes encadrants, Stefan Balev, Antoine Dutot et Damien Olivier, pour leur écoute, leurs conseils avisés et le temps qu'ils m'ont accordé.

Many thanks go to Florent for his thorough examination of my extended abstract. No more passive forms, I swear !

Ce stage de recherche n'aurait pas été si agréable sans mes camarades de travail. Merci à Alexis pour ses facéties – je te pardonne d'avoir bloqué mes plate-formes offshore. Merci à Florent pour son voisinage toujours aussi agréable – je prends bien soin de Link, la boîte verte à moustaches. Merci à Guillaume pour son énergie. Merci à Thibaut pour nos discussions d'ordre cinématographique, même si nous ne sommes pas toujours d'accord à ce sujet !

Enfin, un grand merci va à Christelle et Maureen pour leur relecture minutieuse.

1 Introduction

L'exode des zones rurales vers les communautés urbaines a atteint un pic de croissance durant les années 50 et demeure depuis constant. En 2007, la moitié de la population mondiale habitait en ville et des projections récentes annoncent que cette part atteindra environ 80% d'ici 2050. En conséquence de cette explosion démographique des zones urbaines, un réel besoin de contrôler et de prévoir l'évolution de la ville se fait ressentir. C'est dans ce cadre de contrôle et de prévision qu'il est nécessaire d'étudier ses mécanismes sous-jacents pour pouvoir les reproduire sous forme de simulations et étudier différents scénarios possibles.

L'urbanisation massive et la croissance des villes ne sont pas des phénomènes récents et ont été étudiés à maintes reprises par les urbanistes et les géographes. Parmi les nombreuses problématiques inhérentes aux villes, on en met en avant deux : celle du placement de la population et celle du déplacement de la population. Plusieurs modèles informatiques simulent de façon satisfaisante la morphogenèse urbaine ; ils restent cependant très spécialisés. Certains sont axés sur l'évolution des densités tandis que d'autres se concentrent sur l'expansion des réseaux de transport. Plus rares sont les modèles considérant simultanément ces deux domaines. Quand bien même ces éléments sont gérés de concert, un autre problème subsiste : le manque de cohérence temporelle. En effet, de nombreux modèles fournissent des configurations urbaines finales convaincantes mais le cycle de construction employé ne reflète pas la réalité de la croissance urbaine. Ainsi, stopper une telle simulation en pleine exécution nous octroie une ville incomplète et erronée (bâtiments isolés du réseau de transport, réseau non connexe). Idéalement, si toutes les itérations étaient mises bout à bout, le *film* produit décrirait la croissance naturelle de la ville.

On se concentre donc ici sur deux éléments majeurs du tissu urbain, le *viaire* et le *bâti*, afin d'étudier leur relation de coévolution. Le bâti est représenté à l'échelle de la parcelle cadastrale par un automate cellulaire. Nous relaxons néanmoins ses contraintes d'homogénéité et de régularité spatiale pour aller dans le sens du réalisme. Le modèle d'évolution proposé garantira la cohérence temporelle.

La première partie présente un état de l'art de la modélisation de systèmes urbains et se concentre particulièrement sur les méthodes à base d'automates cellulaires afin de mettre en évidence leurs qualités mais aussi les limitations qu'ils imposent. La structure de données et les mécanismes régissant le modèle conçu dans le cadre de ce stage de recherche sont ensuite présentés en seconde partie. Enfin, un exemple d'application est présenté et analysé pour tester et valider ce travail dans la troisième partie.

2 État de l'art

2.1 Automates cellulaires et simulation urbaine

La modélisation de systèmes complexes est longtemps uniquement passée par l'usage de méthodes mathématiques ; typiquement, des systèmes d'équations différentielles. Ces techniques permettent de décrire des lois d'évolution et d'observer, ainsi que de prédire par extrapolation, le comportement de phénomènes du réel. Dans le cas de modèles prenant en compte un vaste jeu de paramètres, cette approche peut néanmoins se révéler délicate à employer. Plus intrinsèquement, même si une telle modélisation est basée sur des observations ancrées dans la réalité, il s'agit d'une représentation conceptuelle d'un problème et aucune mémique des mécaniques sous-jacentes ne s'opère.

Historiquement, les prémisses de l'informatique moderne et d'un tout autre paradigme de modélisation sont à attribuer aux esprits du milieu du vingtième siècle. Alan Turing introduit en 1936 la machine éponyme qui, bien que purement théorique, possède un module de contrôle ainsi qu'une mémoire et peut donc exécuter une infinité d'algorithmes. Cette démarche se démarque de l'approche mathématique et semble plus humaine ; on ne résout pas un problème en utilisant des fonctions associant une quantité à un résultat mais on agit véritablement sur ses données. L'idée de base de Turing était d'ailleurs d'assimiler le fonctionnement de sa machine au travail d'une personne remplissant les cases d'un tableau infini.

Entraînés par cette mouvance procédurale et en réaction aux réseaux de neurones de McCulloch et Pitts, John von Neumann et Stanislaw Ulam joignent leurs travaux durant les années 40 pour concevoir l'automate cellulaire : un système comprenant un ensemble d'automates à états spatialement localisés (typiquement sous forme de grille) et interconnectés en fonction de leur proximité. Les entrées de chaque automate correspondent alors aux états des automates voisins et de cette organisation se dégagent de fortes relations d'interdépendance. Le jeu de la vie de Conway en est un exemple classique. La simplicité de ses règles, mise en contraste avec la variété des configurations engendrées, témoigne de la richesse des automates cellulaires [3].

Les automates cellulaires ont depuis été extensivement étudiés et sont appliqués à l'étude de nombreux phénomènes biologiques, physiques et sociaux [4]. La motivation d'Ulam lors de leur conception était d'ailleurs de modéliser la croissance de cristaux. On peut aussi citer en exemple la simulation de la dynamique de fluides [5] et de la croissance de tumeurs [6]. Leur caractère spatial laisse supposer qu'ils sont particulièrement adaptés aux applications géographiques et, dans le cadre de notre problématique, urbaines. Ils ne furent paradoxalement pas immédiatement exploités à cet effet et c'est seulement suite à un article de Waldo Tobler, en 1975, que le rapprochement entre les automates cellulaires et le domaine de la géographie apparaît clairement [7]. Sont ensuite publiés des travaux majeurs appliquant l'automate cellulaire à des problématiques géographiques multi-échelles telles que l'évolution d'épidémies [8] et la ségrégation de population [9] (voir le modèle de Schelling sur la figure

1) et bien sûr la croissance urbaine [10, 11].

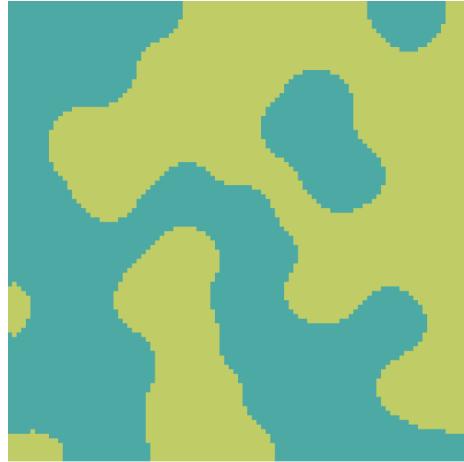


FIGURE 1 – Configuration produite par le modèle de Schelling. Chacune des deux couleurs représente une population différente. La conclusion de ces travaux est qu'un faible degré d'intolérance entre deux populations suffit à les séparer de manière évidente.

Une idée très exploitée dans ce domaine est d'associer un potentiel de transition à chaque cellule et ce, vers tous les états qu'elles peuvent adopter [12]. Dans les modèles déterministes, la transition vers l'état à plus haut potentiel est appliquée tandis que dans les modèles stochastiques, un tirage aléatoire biaisé est préféré. Le potentiel d'une cellule à passer à un nouvel état est déterminé en fonction de paramètres propres au modèle. Peuvent être pris en compte l'élévation du terrain, la densité de population, la proximité d'axes routiers, la proximité de centres urbains, l'âge des parcelles, leur valeur ; en fait, toute combinaison d'attributs relatifs à un réseau urbain. Par exemple, dans une simulation représentant les différents types d'usage, le passage d'une cellule à l'état *résidentiel* pourrait dépendre de la proximité des commerces et des routes et de l'éloignement des zones industrielles. Bien sûr, un nombre élevé de paramètres à prendre en compte requiert un couplage fin et l'impact de chaque variable peut être pondéré. Puisque les variations individuelles de paramètres n'émergent pas de manière transparente à la surface de la simulation, les modèles urbains basés sur des automates cellulaires doivent être finement calibrés et leur réalisme est un défi en soi. Pour contourner ce problème, Yeh et Li prônent l'usage d'un réseau de neurones pour pondérer chaque paramètre à partir de l'analyse de données cartographiques historiques [13].

Il est important de noter que la simplicité du formalisme enveloppant un automate cellulaire strict s'oppose à la fidélité de la simulation, notamment dans le cadre de modèles spécifiques [14, 15]. Dans ce cas, une prise de liberté quant au formalisme originel est autorisée, voire nécessaire, pour obtenir des

résultats satisfaisants [16].

La première limite que le formalisme cellulaire de base impose est la discréétisation des états que chaque cellule peut adopter. Même si cette caractéristique fait partie intégrante des particularités qui confèrent aux automates cellulaires leur simplicité d'usage et d'analyse, la description de quantités pouvant arborer un éventail infini de valeurs est alors impossible. Plus concrètement, il est aisément de catégoriser les cellules d'un espace selon le fait, par exemple, qu'elles contiennent des installations humaines ou non (état booléen) [17, 18] ou de façon plus sophistiquée, en fonction de leur type d'usage (*résidentiel, commercial, industriel* [19] et plus [20]). Représenter des quantités réelles et des variations continues l'est moins. Pour symboliser plus finement la densité au cœur d'un ensemble urbain, Semboloni utilise par exemple un automate cellulaire de dimension trois dans lequel plus une pile de cellules actives est haute, plus la zone représentée est peuplée [21]. Plus généralement, il est accepté de représenter l'état d'une cellule par un vecteur contenant des valeurs réelles ; des règles de transitions adaptées et mesurées sont alors à mettre en place.

L'homogénéité d'un automate cellulaire fait partie intégrante de sa définition originelle : en mettant de côté l'état qu'elles adoptent, toutes les cellules sont identiques en forme et en structure de voisinage. Dans le cadre de notre problématique, cette approche est limitante car, dans une ville, les parcelles ne sont qu'occasionnellement identiques et alignées. Similairement, la notion de voisinage est clairement à redéfinir. Classiquement, les voisinages de von Neumann et de Moore sont utilisés mais la relation par contiguïté qu'ils décrivent ne convient pas à la représentation des liens de dépendance à plus grande échelle se développant dans un système urbain. Le positionnement d'un bâtiment résidentiel dans une ville se base évidemment sur le voisinage direct des zones envisagées (on préfère construire une maison dans un quartier résidentiel) mais il faut aussi prendre en compte les alentours plus distants (la centrale thermique se trouvant à 500 mètres du site peut poser problème). Une solution possible est d'étendre les aires des voisinages de von Neumann et de Moore tout en conservant leur forme caractéristique. La symétrie évidente se dégageant de telles simplifications va à l'encontre de la retranscription des relations prenant place au sein d'une ville. O'Sullivan a choisi de relaxer cette contrainte de partitionnement spatial régulier pour faire un pas dans la direction du réalisme en proposant l'automate cellulaire graphe [22, 23]. Conventionnellement, une cellule d'automate correspond à un sous-espace urbain ou bien une parcelle cadastrale mais dans chacun de ces cas le modèle se base évidemment sur une simplification grossière de l'espace étudié. Il décide donc de donner à chaque cellule les mêmes qualités topologiques que les parcelles qu'elles représentent : même formes, même dimensions, mêmes coordonnées. Une variété de relations de voisinage sont alors envisageables (par voisinage au sens urbain, par distance dans un rayon d'influence, par critère de visibilité). L'éloignement du formalisme cellulaire est drastique car la structure perd de son homogénéité puisque chaque cellule est différente et chaque voisinage est unique. Il faut aussi noter que la couverture de l'espace n'est plus complète car des vides entre les cellules apparaissent. Chacune de ces concessions est mise au service du réalisme de la simulation. Un exemple de sous-espace

urbain représenté par ce modèle est visible sur la figure 2.

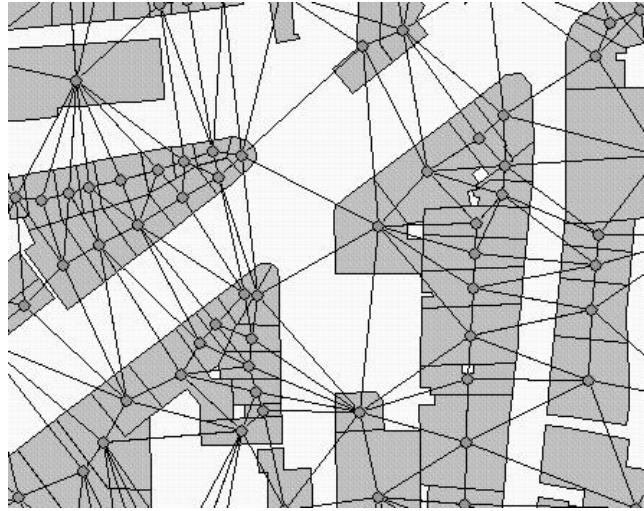


FIGURE 2 – Hoxton, un quartier de Londres, modélisé par l’automate cellulaire graphe de David O’Sullivan [22].

Une prise de liberté quant à l’aspect temporel est aussi envisageable. Un automate cellulaire strict est synchrone, *i.e.* les changements d’état de toutes les cellules s’effectuent simultanément. Si le choix était fait de mettre à jour chaque état de façon asynchrone, le comportement de l’automate en serait lourdement modifié. Par exemple, les qualités auto-réplicatives de certaines entités du jeu de la vie ne seraient pas garanties. Il est pourtant légitime de se questionner sur la validité d’un tel choix dans une simulation urbaine ; premièrement parce qu’une ville est un système complexe et désordonné, ensuite parce que les processus qui s’y déroulent sont réglés sur différentes échelles temporelles.

Bien que les automates cellulaires soient couramment utilisés pour simuler le trafic routier (dans leur version 1D ou 2D [24]), ils s’accordent peu avec la construction même d’un réseau viaire. Dans les simulations cellulaires urbaines, le positionnement des routes a un impact sur le développement des cellules puisque le viaire *attire* le bâti mais le réseau est souvent fourni en entrée et reste statique. Nous sommes amenés à nous interroger sur la capacité des automates cellulaires à modéliser le développement routier car la cellule n’est pas une représentation adéquate pour une structure linéaire dont l’échelle est plus large que celle de la parcelle.

2.2 Approches alternatives

Les automates cellulaires ne sont pas l’unique moyen de modéliser la croissance urbaine. Plusieurs simulations existantes sont des systèmes multi-agents [25, 26]. Dans ces cas, un agent est assimilé à un promoteur immobilier et peut

acheter des terres, les vendre, les développer ou changer leur type. Les actions qu'il entreprend sont évaluées en fonction de l'impact sur la ville (changement de la valeur immobilière, avis de la population) et des réglementations locales afin d'éviter toute configuration illégale. Pour la construction du réseau routier, une solution est de mettre en place, en plus des agents promoteurs, deux types d'agent traceur. Les *extenders* parcouruent toute la surface du terrain à la recherche de bâtiments isolés et éloignés puis tracent une nouvelle route jusqu'au réseau urbain. Les *connectors* se déplacent uniquement sur le réseau viaire et y raccordent les bâtiments non connectés se trouvant dans leur rayon de détection [25]. Cette approche introduit un défaut conceptuel : le réseau viaire est construit après le bâti et non l'inverse. Ainsi, des bâtiments peuvent rester isolés pendant plusieurs itérations de la simulation et, même si le résultat final apparaît comme satisfaisant, arrêter la simulation en cours de l'évolution du système produit une configuration erronée. Autrement dit, l'évolution n'est pas historiquement cohérente et seule la ville finale est correcte.

Un autre modèle gérant à la fois l'évolution du réseau viaire et du bâti est présenté par Weber [27]. Le principe est le suivant : à chaque agrandissement du réseau urbain, on crée plusieurs routes éphémères en suivant des règles géométriques précises (allongement des voies existantes, limitation du degré des carrefours à 4, l'angle entre chaque rue tend vers 90 degrés). Parmi les n routes générées, une seule sera conservée. Pour la choisir, le trafic sur ces nouvelles routes est simulé par des agents piétons et véhicules et l'on identifie celle qui sera la plus globalement bénéfique au réseau.

Barthelemy et Flammini [28] proposent aussi un modèle dans lequel le viaire et le bâti évoluent simultanément. Le bâti, représenté par une mesure de densité sur des points disposés régulièrement dans l'espace, croît linéairement en fonction du temps et le réseau routier s'agrandit en suivant des règles empiriques [29]. Pour raccorder au réseau viaire des points de densité se trouvant à proximité d'une route, cette dernière est allongée de façon à tous les desservir et passe à distance égale de chacun d'eux (figure 3). Il est intéressant de noter que, sans le mentionner, les auteurs construisent ainsi un diagramme de Voronoï comme celui qui est à la base de notre modèle, mais partiel.

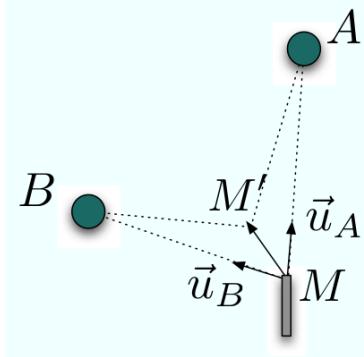


FIGURE 3 – Pour desservir à la fois le point A et le point B , la route va s'allonger dans la direction \vec{M}' [29, 28].

D'autres solutions s'éloignant des systèmes complexes et penchant du côté de la génération procédurale de contenu existent [30]. Souvent, le domaine d'application de telles méthodes est l'infographie, le cinéma et le jeu vidéo. L'objectif est alors de construire de manière automatique une ville visuellement réaliste sans se soucier de son caractère fonctionnel. Usuellement, l'organisation parcellaire dépend entièrement du réseau routier car la première étape est souvent de générer un réseau viaire complet puis de placer le bâti en subdivisant récursivement les niches vides formées par les voies. Dans Citygen [31], un point p de l'espace est aléatoirement choisi puis on calcule un ensemble de plusieurs routes raccordant p au réseau routier existant en faisant varier leur déviation angulaire et un paramètre de bruit ; la route finale est celle, parmi cet échantillonage, dont la variation d'altitude est la plus faible. CityEngine [32] utilise un L-System dont les règles permettent de reproduire les différents motifs quadrillés, radiaux et organiques que l'on retrouve dans une ville. La nature récursive des L-Systems permet à ces motifs de se combiner et d'apparaître à différents niveaux de profondeur (voir figure 4). Dans une autre simulation, le tracé des routes suit les *hyperstreamlines* [33] formées par un champ de vecteurs. Ce champ est calculé par combinaison de plusieurs autres champs de vecteurs, chacun représentant des contraintes directionnelles particulières telles que les zones interdites, l'altitude et les directives données par l'utilisateur. Ces techniques sont intrinsèquement géométriques, et comme précisé plus haut, le résultat est purement visuel ; elles représentent néanmoins une source d'inspiration à ne pas négliger.

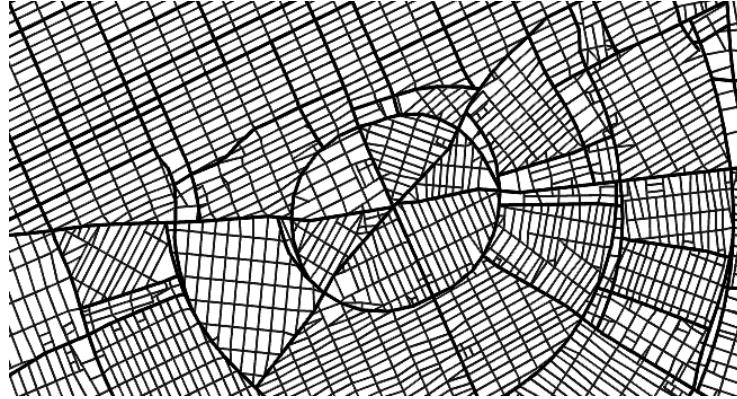


FIGURE 4 – CityEngine mélange des motifs urbains extraits de cartes de Paris et de New York [32].

3 Le modèle

3.1 Structure

Les automates cellulaires sont des structures versatiles et puissantes dont le formalisme original impose néanmoins quelques limitations ; l'une des principales étant, à nos yeux, un maillage régulier et statique. Pour répondre à notre problématique, il est nécessaire d'employer une structure respectant les critères suivants :

1. Elle doit partitionner l'espace, possiblement de façon irrégulière ;
2. Des relations de voisinages pourront être déduites de sa topologie ;
3. Elle doit pouvoir représenter à la fois la parcellisation du territoire et le réseau routier.

le diagramme de Voronoï est le candidat idéal. Soit un ensemble G de n points distincts nommés *générateurs* (ou *sites*). Alors $V(g)$ est la subdivision de l'espace contenant tous les points plus proches du générateur g que de tout autre générateur [2]. Autrement exprimé, pour tout point $p \in V(g)$ et pour tout générateur $h \in G$ différent de g , $d(p, g) < d(p, h)$. $V(g)$ est appelé une cellule de Voronoï. L'ensemble des cellules forme le diagramme de Voronoï.

La figure 5 fournit un exemple de diagramme de Voronoï. On remarque visuellement quelques propriétés notables ; notamment le fait que deux générateurs voisins sont équidistants de l'arête les séparant et que le segment les reliant y est perpendiculaire.

Les diagrammes de Voronoï trouvent de nombreuses applications en science. En robotique, les obstacles présents dans un environnement peuvent être assimilés à des générateurs et un robot cherchant à maximiser leur évitement préférera longer les frontières des cellules (les arêtes de Voronoï) [34]. En socio-logie géographique, ils permettent d'opposer les zones d'influence de différents

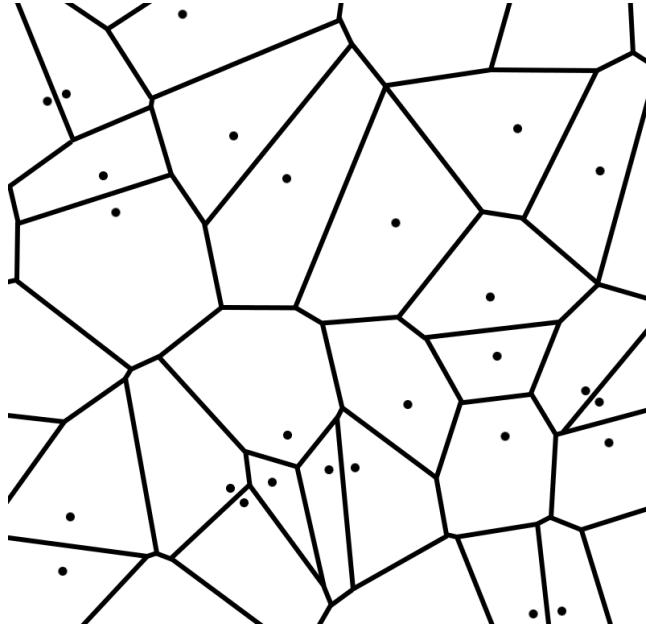


FIGURE 5 – Un diagramme de Voronoï. Chaque point noir est un générateur.

éléments urbains et répondent à des questions telles que : quel magasin un piéton sera-t-il plus susceptible de visiter selon la zone dans laquelle il se trouve ? Leur utilisation pour l'étude de l'épidémie de choléra londonienne en 1854 a permis de vérifier le lien entre fontaines publiques infectées (les générateurs) et zones souffrant d'un fort taux de mortalité (les cellules) [35].

Comme son homonymie le laisse présager, la cellule de Voronoï remplace dans notre modèle la cellule de l'automate cellulaire. Une grille régulière, comme celles présentes dans les automates cellulaires classiques, correspond d'ailleurs à un diagramme de Voronoï dans lequel les générateurs sont régulièrement disposés. Une tessellation de Voronoï peut être considérée comme une généralisation de la structure grillagée et notre première contrainte est satisfaite.

À l'échelle de ce modèle, chaque cellule représente une parcelle cadastrale et on utilise comme générateur le centre de l'empreinte de la parcelle. Le diagramme permet d'identifier les parcelles voisines comme étant celles partageant une arête de Voronoï. Un graphe de voisinage est ainsi construit et adopte la forme dual du diagramme de Voronoï : la triangulation de Delaunay (voir figure 6). Les structures de voisinage de chaque cellule sont déterminées à partir de la topologie du diagramme et la seconde contrainte est satisfaite.

Le diagramme de Voronoï permet de décrire un canevas urbain de base dans lequel l'espace d'influence de chaque parcelle est décrit mais la composante routière reste encore absente du modèle. Chaque arête de Voronoï indique un espace entre deux parcelles et est donc susceptible d'accueillir une route. Bien sûr, dans une véritable ville, chaque parcelle n'est pas encerclée de voies ; l'un

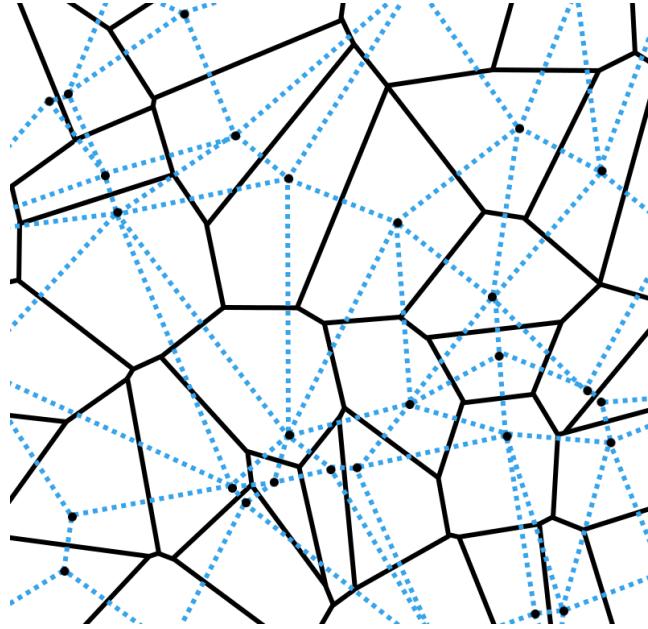


FIGURE 6 – Le réseau de voisinage des parcelles représentées par un diagramme de Voronoï (en noir) correspond à sa forme duale, la triangulation de Delaunay (en bleu).

des objectifs du modèle est de déterminer quelles arêtes accueilleront des routes et quelles arêtes resteront vides. Cette structure suffit donc à représenter à la fois les éléments du viaire et du bâti. Notre dernière contrainte est comblée.

En pratique, dans notre modèle un système urbain est représenté par deux graphes : le graphe viaire et la graphe de voisinage du bâti. Le graphe du bâti a pour nœuds les centres des parcelles et ses arêtes symbolisent les relations de voisinage. Le graphe viaire a des arêtes représentant les routes et des nœuds représentant les carrefours. Les structures de ces graphes sont basées sur la topologie du diagramme de Voronoï puisqu'il s'agit pour le graphe viaire de l'ensemble des arêtes et sommets de Voronoï et pour le graphe du bâti, des arêtes et sommets sa triangulation de Delaunay.

Il est essentiel de dissocier le polygone convexe qu'est la cellule de Voronoï et la véritable empreinte cadastrale de la parcelle qu'elle représente. Une cellule représente l'influence d'une parcelle dans l'espace urbain et possède comme seul point commun avec l'empreinte son centre puisqu'il s'agit du générateur de la cellule. Similairement, une arête peut indiquer qu'une voie passe entre deux parcelles sans pour autant fournir ses coordonnées ou sa courbure. Si l'on souhaite, dans un but infographique, générer une image de notre ville à partir de ce modèle, un travail d'interprétation est nécessaire et n'a pas été traité à l'occasion de ce projet. Un exemple est visible sur la figure 7.

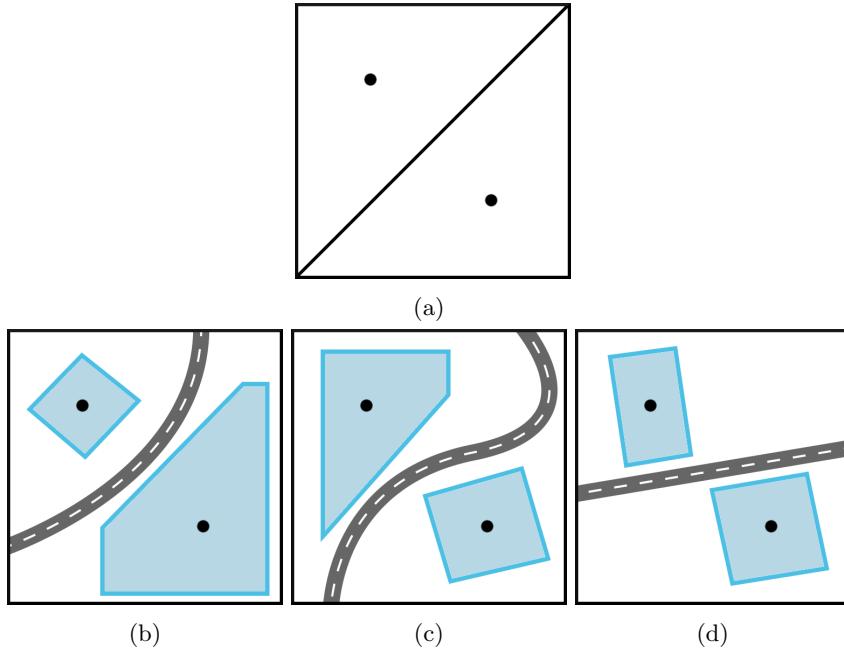


FIGURE 7 – Un diagramme de Voronoï trivial et trois interprétations possibles.

3.2 Potentialité

Via le terme *potentialité*, on souhaite exprimer l’opposition entre deux types d’éléments : les *potentiels* et les *construits*.

Un élément *construit* est une parcelle ou une voie dont l’existence physique est avérée et qui affecte activement ses alentours. L’ensemble des éléments construits forme la ville.

Un élément *potentiel* peut être assimilé à une idée germant dans l’esprit de l’urbaniste ; à une possibilité envisagée et représentée de manière intangible mais néanmoins précise. Les parcelles potentielles, particulièrement, n’ont pas d’effet sur le bâti construit. Par contre, elles attirent la construction des routes.

Un sous-espace urbain décrit par notre modèle est visible sur la figure 8a. On remarque que chaque parcelle (construite ou potentielle) est entourée de routes (elles aussi construites ou potentielles). La figure 8b est la représentation de ce même espace par un diagramme de Voronoï.

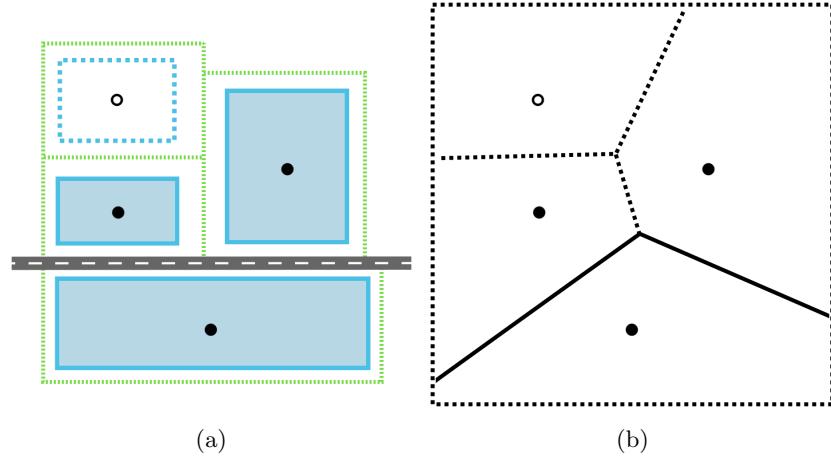


FIGURE 8 – Un sous-espace urbain et sa représentation sous forme de diagramme de Voronoï. La parcelle potentielle et les routes potentielles sont tracées en pointillés.

La dualité introduite par la potentialité est justifiée par un désir de fournir un modèle historiquement cohérent. On ne se contente pas de générer itérativement un système urbain complet et de considérer la configuration finale comme l’unique résultat. Chaque itération fournit un résultat en soi et assebler les instantanés de la ville doit décrire sa croissance naturelle. Le cycle d’urbanisation réel se produisant dans les villes doit donc être reproduit. On voit sur la figure 9 quelques étapes pouvant mener à la construction d’une nouvelle parcelle. Mais même si les configurations de départ et d’arrivée sont correctes, les étapes intermédiaires sont erronées. À l’étape 2, la parcelle potentielle est construite alors qu’elle n’est pas reliée à une route. À l’étape 3, une route y est construite mais elle n’est pas encore reliée au reste du réseau.

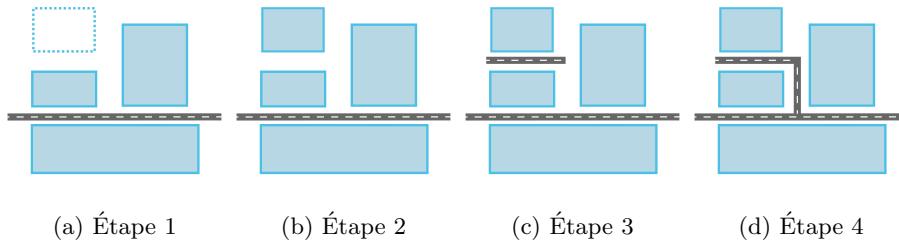


FIGURE 9 – Construction d’une parcelle dans un ordre non naturel.

La question de l’ordonnancement des étapes de la morphogenèse urbaine se pose donc. L’implantation de nouveaux bâtiments est lourdement dépendante du réseau routier existant puisqu’on ne construit pas d’infrastructures isolées des

axes de transport. À l'inverse, le développement du réseau viaire est dépendant du bâti puisque la fonction des routes est avant tout de le desservir. En partant de ce constat, nous sommes face à un problème dans lequel chaque domaine traité est dépendant de l'autre. Donc, faut-il construire la bâti puis le relier au réseau viaire ? Faut-il installer les routes puis les peupler par du bâti ? L'œuf ou la poule ?

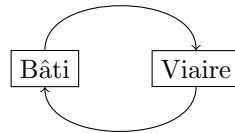


FIGURE 10 – Le viaire dépend du bâti et le bâti dépend du viaire. Par où commencer ?

Lors de la croissance des villes, le cycle d'urbanisation se déroulant est le suivant :

1. Une nouvelle installation est prévue en bordure de la ville, dans une zone possiblement isolée du réseau routier ;
2. Une route est construite pour permettre l'installation de la nouvelle parcelle ;
3. Une fois la route construite, la parcelle prévue peut être à son tour construite.

Dans notre modèle, ces quelques étapes se traduisent comme suit :

1. Une parcelle potentielle est placée dans une zone vide accompagnée de routes potentielles l'entourant ;
2. On construit progressivement des routes potentielles menant à la parcelle potentielle ;
3. Une fois la route construite, la parcelle peut être à son tour construite ;

La figure 11 illustre cet ordonnancement.

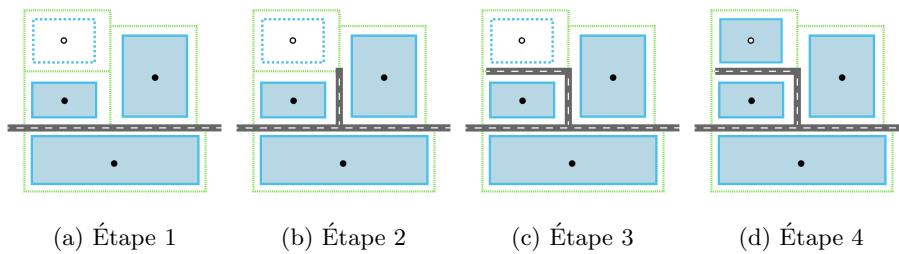


FIGURE 11 – Construction d'une parcelle dans un ordre naturel.

3.3 Mécanismes

3.3.1 Automate cellulaire graphe

La dynamique de croissance urbaine est décomposable sur deux axes. La croissance horizontale décrit l'expansion spatiale de la ville dont l'enveloppe grandit pour occuper plus de territoire tandis que la croissance verticale correspond à l'augmentation des densités en son sein, souvent à partir d'un ou de plusieurs centres. Le mécanisme cellulaire présenté ci-après émule la croissance verticale et les variations de densité internes au système.

La densité de population est la quantité principale guidant l'évolution de ce modèle. La ville évolue, de nouveaux bâtiments apparaissent, d'autres sont rasés, les quartiers changent. Le modèle doit être capable de simuler ces évolutions. C'est bien sûr avec le principe des automates cellulaires en tête que nous allons gérer cette dynamique.

On discrétise la densité sur trois paliers : *faible* (*f*), *moyenne* (*m*) et *élevée* (*e*). La matrice A décrit des coefficients d'affinité mettant en relation les différentes classes de densité.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} f & m & e \end{matrix} \\ \begin{matrix} f \\ m \\ e \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0.01 & 0 \\ 0.001 & 1.5 & 0.01 \\ 0 & 0.01 & 1.6 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

Une valeur haute en A_{ee} signifie par exemple que si une cellule a de nombreux voisins de densité *élevée* alors elle a une grande probabilité de devenir elle-même *élevée*. L'équation 2 permet de formaliser ce principe et fournit un score $T_i(C)$ quantifiant l'éventualité pour une cellule C de passer à l'état i . $V_k(C)$ correspond au nombre de voisins de C ayant l'état k .

$$T_i(C) = \sum_{k \in \{f, m, e\}} V_k(C) A_{ik} \quad (2)$$

Pour obtenir la probabilité $P_i(C)$ de passage à l'état i , on normalise chaque score de transition (équation 3) et une roue de la fortune biaisée se charge du choix.

$$P_i(C) = \frac{T_i(C)}{\sum_{k \in \{f, m, e\}} T_k(C)} \quad (3)$$

Les valeurs fortes présentes sur la diagonale de la matrice A permettent à des groupements de parcelles partageant la même densité de se former. Les valeurs hors de la diagonale sont moindres afin de favoriser la stabilité de ces groupes mais reste supérieures à 0 pour laisser de la place au hasard. Dans la plupart des villes, les données cadastrales indiquent que les densités faibles occupent la majorité de la superficie suivies des densités moyennes puis des densités élevées. Pour contrebalancer cette inégalité et éviter que les densités fortes ne soient *englouties* par la quantité de densités faibles, $A_{ff} < A_{mm} < A_{ee}$.

Ces paramètres sont bien évidemment réglables selon le type de système urbain considéré.

Prenons un exemple trivial pour illustrer ce processus. On souhaite évaluer l'état que pourrait prendre la cellule C , au centre du quadrillage de la figure 12, à la prochaine mise à jour du système. Chacune des cellules en bordure de cette figure est voisine de C selon le voisinage de Moore. On commence par calculer les scores de transition.

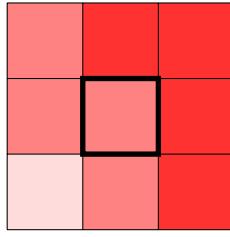


FIGURE 12 – On cherche à calculer les probabilités transitionnelles pour la cellule centrale, C . Les couleurs vives indiquent de haute densités.0

$$\begin{aligned} T_f(C) &= V_f(C)A_{ff} + V_m(C)A_{fm} + V_e(C)A_{fe} \\ &= 1 \times 1 + 3 \times 0.01 + 4 \times 0 \\ &= 1.03 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_m(C) &= V_f(C)A_{mf} + V_m(C)A_{mm} + V_e(C)A_{me} \\ &= 1 \times 0.001 + 3 \times 1.5 + 4 \times 0.01 \\ &= 4.541 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_e(C) &= V_f(C)A_{ef} + V_m(C)A_{em} + V_e(C)A_{ee} \\ &= 1 \times 0 + 3 \times 0.01 + 4 \times 1.6 \\ &= 6.7 \end{aligned}$$

On normalise ensuite les scores afin de sélectionner aléatoirement – mais de façon biaisée – le prochain état de C . Ici, on observe que la cellule a de fortes chances de passer à la densité élevée.

$$\begin{aligned} P_f(C) &= \frac{T_f(C)}{\sum_{k \in \{f, m, e\}} T_k(C)} = \frac{1.03}{1.03 + 4.541 + 6.7} = 0.084 \\ P_m(C) &= \frac{T_m(C)}{\sum_{k \in \{f, m, e\}} T_k(C)} = \frac{4.541}{1.03 + 4.541 + 6.7} = 0.37 \end{aligned}$$

$$P_e(C) = \frac{T_e(C)}{\sum_{k \in \{f, m, e\}} T_k(C)} = \frac{6.7}{1.03 + 4.541 + 6.7} = 0.546$$

Ce processus basé sur les affinités entre différentes classes évoque le modèle de ségrégation de Schelling à la différence qu'ici, trois *populations* interagissent et qu'il n'y a pas de contrainte de déménagement (dans son modèle, si une cellule passe de *A* à *B* alors une autre doit passer de *B* à *A* ailleurs afin de conserver les mêmes quantités de chaque classe).

Si l'on applique cette règle à un automate cellulaire classique plus large, on obtient les configurations visibles sur la figure 13. Les dégradés de densités caractéristiques des systèmes urbains apparaissent. On remarque deux incohérences séparant le système urbain simulé et une vraie ville. Premièrement, l'état de l'automate change drastiquement en juste quelques itérations : au temps 25, la disposition de départ n'est déjà plus discernable. Hors, la granularité temporelle d'une telle simulation doit être fine afin de laisser chaque modification locale du système se répercuter sur le reste de l'automate. Deuxièmement, on observe d'itération en itération que chaque cellule voit son état changer en permanence – ce qui est attendu d'un automate cellulaire auquel on n'a pas adjoint de règle supplémentaire. Il est donc important d'associer à chaque cellule un élanc favorisant la persistance de son état selon son âge afin de ralentir la simulation et surtout d'éviter les transitions constantes qui ne sont absolument pas fidèles à la stabilité d'une ville réelle. Les fonctions sigmoïdes, fréquemment employées en modélisation de systèmes complexes, sont idéales pour exprimer en fonction du temps le passage d'un seuil à un autre. La sigmoïde classique (figure 14) varie de 0 à 1 par une courbe caractéristique. On l'altère (figure 15) pour obtenir une fonction associant à l'âge de la cellule considérée une probabilité de changement d'état. Le facteur 0.02 permet d'adoucir la pente de la sigmoïde tandis que 350 sert à décaler $f(x)$ de façon à pouvoir l'utiliser dans le domaine positif.

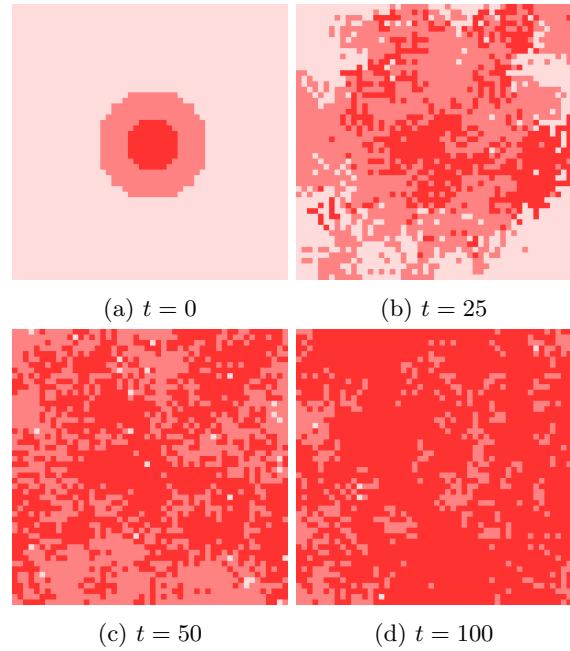


FIGURE 13 – Quatre configurations de l’automate cellulaire. On y retrouve peu de similarités.

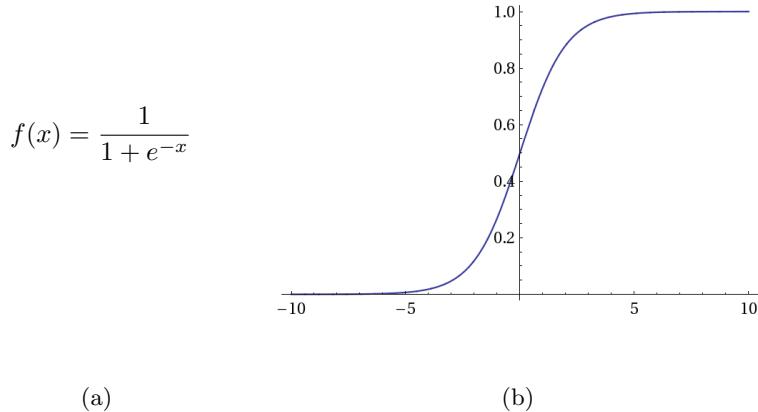
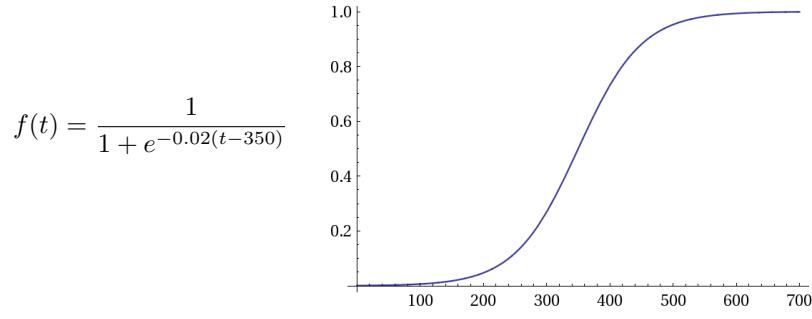


FIGURE 14 – Sigmoïde classique.



(a)

(b)

FIGURE 15 – Probabilité de changement d'état en fonction de l'âge de la parcelle.

On voit sur la figure 16 un automate cellulaire doté des mêmes règles de transition et de la même configuration initiale que lors de notre première tentative mais pour lequel l'âge des cellules est pris en compte lors de l'évaluation de la probabilité de transition vers un autre état. En conséquence, l'évolution de la ville est clairement ralentie, les modifications d'état locales ont le temps de s'exprimer et la ville virtuelle conserve sa forme.

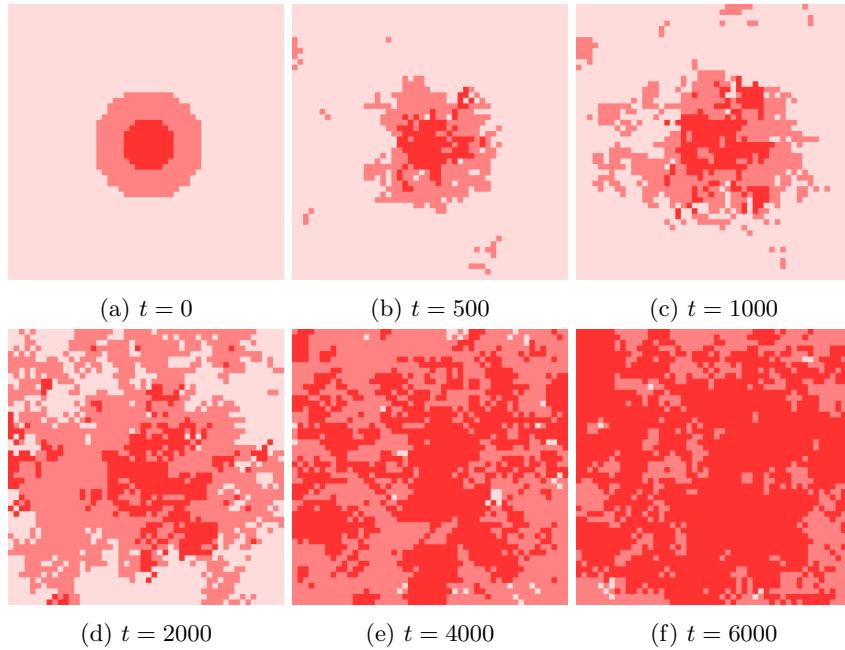


FIGURE 16 – Six configurations de l'automate cellulaire stabilisé.

Les exemples précédents permettent d'illustrer les règles de transition et mettent en évidence un problème de stabilité et de rythme à prendre en compte. Cependant, le but de cet exposé est de se détacher de la régularité spatiale contraignante des automates cellulaires et c'est à cet effet que l'on a présenté plus tôt le diagramme de Voronoï. À la manière des automates cellulaires graphes de O'Sullivan [22], chaque cellule de Voronoï voit son état varier en fonction de son voisinage ; voisinage établi à partir de la topologie du diagramme ; lui-même issu des positions des centres des parcelles. On applique le même mécanisme cellulaire au diagramme. La configuration initiale contient autant de parcelles que l'automate cellulaire classique utilisé précédemment en guise d'exemple mais leur positionnement est aléatoire (bien que que homogène). La progression de l'évolution des densités est visible sur la figure 17 et dévoile un comportement similaire à celui observé sur l'automate cellulaire classique.

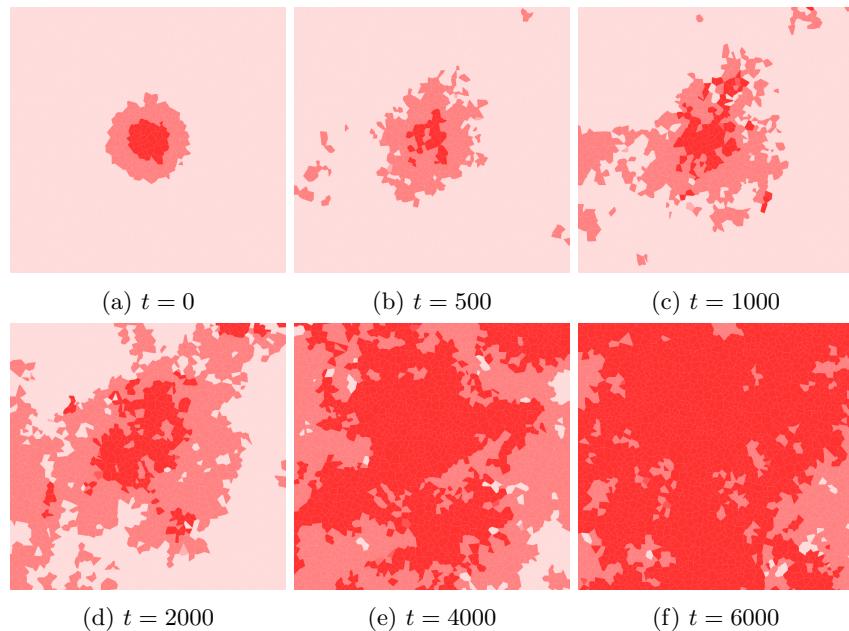


FIGURE 17 – Six configurations du diagramme de Voronoï cellulaire.

Plus la simulation avance et plus le système est chargé de parcelles à haute densité. Un lecteur averti pourrait argumenter que ce comportement est bien différent de ce que l'on peut constater en situation réelle : quel que soit le taux de croissance d'une ville, elle ne finit jamais entièrement remplie de grands immeubles et de centres commerciaux. Mais il faut garder à l'esprit que le mécanisme présenté dans cette section ne gère que la croissance verticale. Par la suite, la croissance horizontale de la ville étendra ses frontières de façon à ce que les nouvelles parcelles à sa bordure soient moins denses.

La problématique étant d'étudier la coévolution de deux aspects urbains,

le viaire et le bâti, et non seulement l'évolution des densités (qui ne sert que de support à l'essor de la ville), on a préféré choisir une règle basique pour l'automatisme cellulaire. Il est néanmoins tout à fait possible d'utiliser par la suite des règles cellulaires plus sophistiquées pour améliorer le réalisme de la simulation mais aussi considérer d'autres données. On pourrait, par exemple, prendre en compte les valeurs financières des parcelles ou les classes sociales des habitants.

3.3.2 Placement des éléments potentiels

Le second mécanisme place de nouveaux éléments potentiels en bordure de la ville et est ainsi responsable de sa croissance horizontale. Ces éléments sont les routes et les parcelles mais il est seulement nécessaire de considérer le placement de ces dernières. En effet, les voies potentielles sont représentées par les arêtes de la cellule de Voronoï associé à une parcelle.

En quelques mots, le placement se déroule comme suit :

1. On détermine les centres de la ville en fonction de la densité ;
2. On dépose sur un des centres une *graine* mobile qui servira de générateur à la nouvelle parcelle ;
3. La graine se déplace sous l'influence des variables immanentes à la ville ;
4. Quand la graine stoppe son mouvement, on y crée la parcelle.

Le déplacement de la graine est un processus pouvant potentiellement prendre en compte de nombreuses variables. Dans la simulation d'exemple que l'on décrit, seules la densité et le placement des routes peuvent guider la graine, car ce sont les uniques données considérées. Cependant, on souhaite que le modèle soit extensible et qu'il soit capable de supporter d'autres variables et contraintes : la valeur des sols par exemple, ou bien la pente des zones envisagées ou l'impossibilité de s'installer sur certains types de terrain. De cette idée de graine se déplaçant en fonction d'influences diverses transpire un véritable aspect physique.

On emploie donc une approche mécanique qui se base sur un champ de vecteurs généré à partir de l'état du système urbain pour guider la graine vers sa destination. Puisque de nombreux paramètres sont à prendre en compte, on utilise un champ de vecteurs par donnée que l'on souhaite exprimer puis on les combine ; ce qui permet d'en pondérer différemment l'effet.

On veut évidemment que la densité soit prise en compte dans ce placement. Dans une ville, les nouvelles installations ont principalement tendance à se répartir sur les frontières de l'enveloppe urbaine et à s'éloigner des centres, non pas par animosité envers l'activité du centre-ville mais simplement par manque d'espace. Pour traduire ce phénomène d'étalement urbain dans le modèle, un premier champ I_d fait donc pointer chacun de ses vecteurs vers la parcelle disposant de la plus faible densité parmi les voisines de la parcelle sur laquelle il est posé. Ainsi des chemins de vecteurs se forment et mènent vers les zones à densité réduite.

Il est aussi naturel que les nouvelles parcelles soient placées près des installations routières existantes de façon à pouvoir communiquer aisément avec les grands axes routiers. À cet effet, on ajoute un champ I_r pour lequel chaque vecteur pointe vers la voie construite la plus proche. Dans notre modèle, les voies ne sont pas hiérarchisées et on ne fait pas de distinction entre les routes primaires, secondaires et tertiaires. Si c'était le cas, on pourrait cependant imaginer adjoindre à chaque route des coefficients différents selon leur classe afin que les grands axes attirent le bâti et que les ruelles aient un impact moindre.

Les nouvelles parcelles ne sont pas uniquement disposées en fonction de variables internes à la ville car, souvent, l'environnement impose des restrictions quant à la direction que son expansion va prendre. Parmi ces contraintes, on pense aux zones non constructibles comme les plans d'eau, les forêts mais aussi les fortes pentes. Un champ de vecteurs I_o est dédié à l'évitement de telles zones et repousse la graine de ces obstacles.

Suivant l'influence de ces quelques champs de vecteurs, la graine se déplace. Son mouvement n'est pas restreint aux parcelles ; elle ne saute pas de cellule en cellule mais se déplace librement sur l'espace de la simulation. Elle dispose d'une vitesse variant selon les parcelles sur lesquelles elle passe. Lorsque cette vitesse devient nulle, la graine s'arrête et on place la parcelle potentielle.

Deux facteurs modifient la vitesse de déplacement de la graine : la potentialité et l'aire de la cellule que la graine survole. Les parcelles construites ont un effet positif et augmentent sa vitesse tandis que les parcelles potentielles (ou le vide) la réduisent. Ce choix permet de ralentir la graine lorsqu'elle s'éloigne de l'enveloppe urbaine et de concentrer les nouvelles parcelles en bordure de la ville. L'allure de la graine dépend aussi de l'aire de la parcelle sur laquelle elle est : une petite aire l'augmente et une grande aire la réduit. Ainsi, les parcelles (construites ou potentielles) de grande taille ont une plus grande chance d'arrêter la graine et d'être subdivisée. Le couplage de ces deux effets permet de reproduire le phénomène de subdivision des grands espaces excentrés apparaissant dans les villes (de larges parcelles agricoles à la frontière de la ville sont divisées et converties en habitations).

Un champ de vecteurs est une représentation discrète d'une influence s'exerçant sur l'environnement de la simulation et ne le recouvre donc pas entièrement. On procède par interpolation pour évaluer son influence en un point de l'espace p . La première étape consiste à identifier le carré de vecteurs dans lequel p se trouve. Ensuite, les directions des vecteurs supérieurs sont interpolés linéairement en fonction de la position horizontale de p ; idem pour les vecteurs inférieurs. Les deux vecteurs produits sont interpolés linéairement en fonction de la position verticale de p . La figure 18 résume ce procédé nommé *interpolation bilinéaire*.

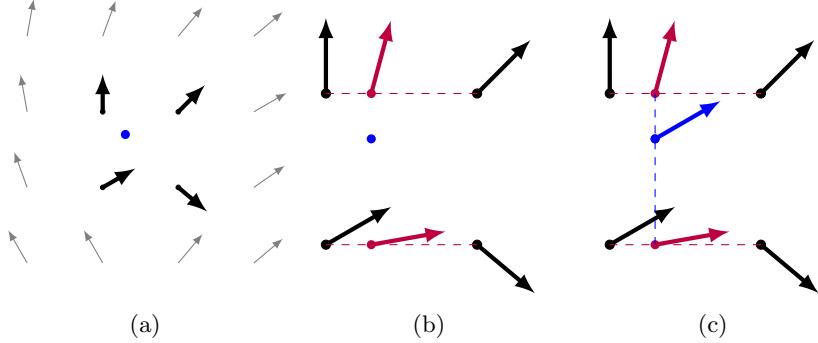


FIGURE 18 – Interpolation bilinéaire entre quatre vecteurs.

L'influence générale qu'a le champ de vecteurs final I , somme pondérée de tous les autres, à la position (x, y) est donnée par l'équation 4. Les facteurs α , β et γ sont à définir en fonction de l'importance que l'on souhaite donner à chaque champ et donc à l'information qu'ils expriment.

$$I(x, y) = \alpha I_d(x, y) + \beta I_r(x, y) + \gamma I_o(x, y) \quad (4)$$

Afin d'illustrer ce mécanisme, une ville virtuelle et les champs de vecteurs associés sont visibles sur la figure 19. Le quart de cercle gris correspond à un obstacle. Les arêtes bleues forment un axe viaire. La combinaison des trois champs de vecteurs fournit le champs final de la figure 20. Les chemins qui s'y forment guident vers les bords ouest et est de la ville par attraction de l'axe routier mais aussi dans une moindre mesure vers le nord et le sud. La croissance vers le sud-est est stoppé par l'influence de l'obstacle.

On remarque que cette ville ne contient qu'une unique route passant horizontalement par son centre. En conséquence, la plupart des parcelles ne sont pas reliées au réseau routier. Cette configuration jouet n'est donc aucunement réaliste mais permet d'illustrer la formation des champs de vecteurs.

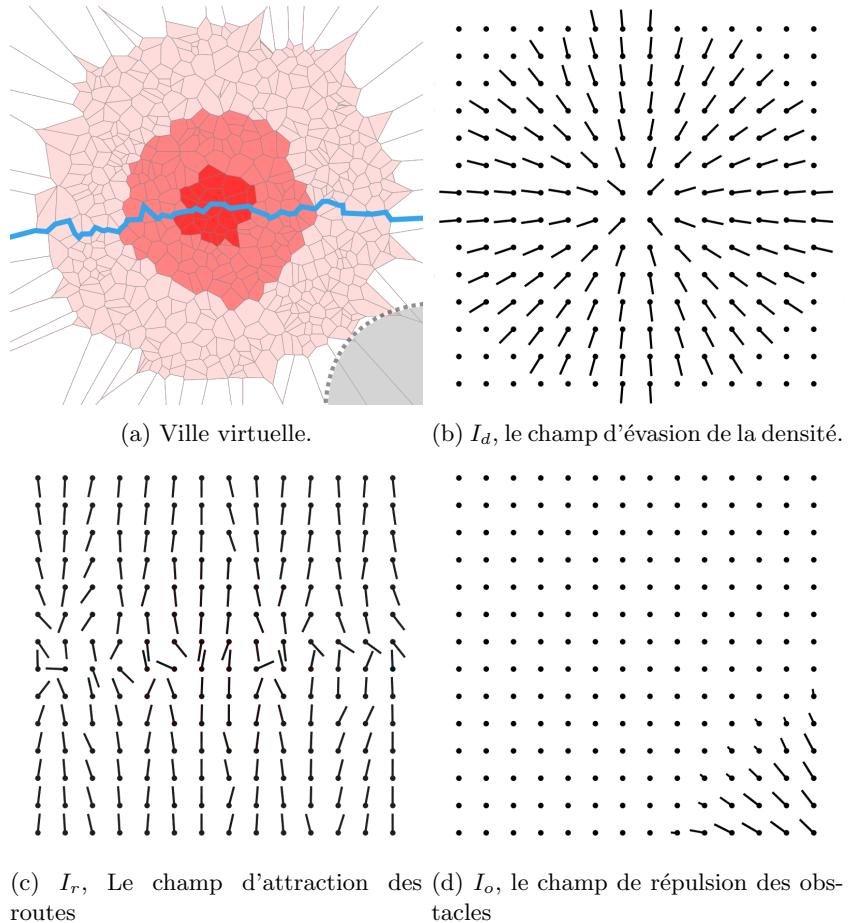


FIGURE 19 – Une ville virtuelle et les différentes influences s'y manifestant.

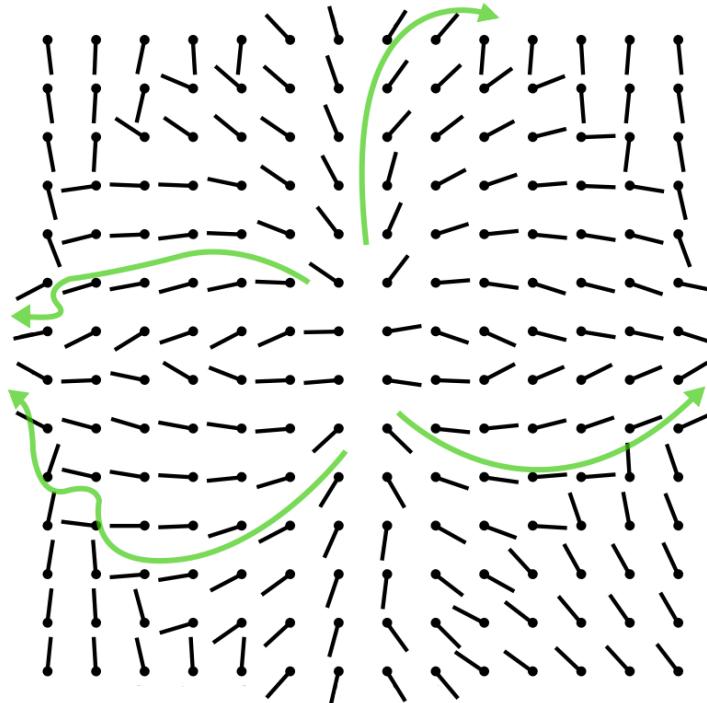


FIGURE 20 – Le champ de vecteurs final, généré par la somme pondérée des trois champs spécifiques.

Les quelques champs de vecteurs décrits ci-dessus servent un but illustratif. La généralité de ce mécanisme permet à l'utilisateur du modèle d'employer les données qu'il juge nécessaires afin de mettre en avant certaines caractéristiques d'un système urbain. Utiliser ces trois champs permet de guider la croissance de la ville en fonction des quantités qui la représentent et de contraintes de l'environnement. Il serait aussi utile de bénéficier de moyens de contrôle sur cette évolution urbaine. Dans les villes, des motifs réguliers se dessinent et sont issus d'un besoin d'organisation de l'espace. On pense notamment à l'organisation en grille typique de Manhattan ou à l'organisation radiale de certains quartiers résidentiels. Afin d'imposer ce type de placement, il serait envisageable d'employer un nouveau champ de vecteurs guidant vers des points fixes. Toujours dans une optique de contrôle, on peut utiliser un champ guidant les nouvelles parcelles vers des zones d'attraction dont une municipalité souhaiterait évaluer le potentiel.

3.3.3 Construction des éléments potentiels

Le mécanisme de placement des éléments présenté précédemment se base sur les variables internes au système urbain ; variables dont l'évolution est régie par le mécanisme cellulaire. Seulement, les nouvelles parcelles et routes placées sont

potentielles. Le troisième mécanisme choisit parmi ces éléments potentiels lesquels sont construits. On traite différemment le choix des parcelles à construire et le choix des routes à construire.

Choix des parcelles

Afin de contrôler l'expansion effective de la ville, un taux de croissance c_p est défini pour régler la vitesse de construction des parcelles potentielles. c_p parcelles sont construites par itération du modèle.

Toujours dans un souci de cohérence historique, on refuse qu'une parcelle potentielle soit construite alors qu'elle n'est pas encore reliée au réseau routier existant. On considère donc uniquement celles dont la cellule de Voronoï a au moins une arête construite.

Une fois ces parcelles candidates listées, on leur adjoint un score fonction de l'âge de leur prévision (le temps auquel elles ont été placées). Le but de cette quantification est de donner la priorité de construction aux parcelles prévues depuis plus longtemps. La ville étant néanmoins une structure imparfaite et parfois désordonnée, le choix des parcelles est fait par un tirage aléatoire biaisé en fonction de ce score et la priorité par l'âge n'est pas garantie.

Choix des routes

Le taux d'utilisation – et donc l'importance – d'une route dépend de son type, mais aussi de son positionnement au sein de l'espace urbain. Naturellement, un axe majeur traversant le centre dense de la ville est plus utile au système global qu'une rue résidentielle desservant quelques habitations. Comme dans la réalité, lorsque l'on choisit quelles routes construire, on a toujours comme objectif d'améliorer ce réseau global et de le préparer à supporter les futures installations. Le placement des routes dans une ville n'est jamais fait au hasard et l'ajout de nouvelles routes traduit un besoin d'étendre le réseau vers l'extérieur ou bien de densifier son centre dans un but de décongestion.

Puisque l'on souhaite conserver un réseau viaire aussi connexe que possible, les seules routes candidates à la construction sont les routes potentielles directement raccordées à une route construite. Ce sont donc celles qui sont à la frontière entre le domaine du potentiel et le domaine du construit (voir figure 21).

L'évaluation des arêtes dont la construction serait bénéfique au réseau global s'apparente à un problème de flot maximum. Le flot en question correspond alors au trafic induit par les parcelles et sa quantité dépend de leur densité. On axe le trafic autour des centres de la ville et pour chaque centre de densité, on détermine un carrefour qui fait office de source pour le flot. Tous les autres carrefours du réseau sont des puits qui recevront une quantité de flot proportionnelle aux densités des parcelles les entourant. Plus précisément, si $D(n)$ est la demande d'un carrefour n , et la fonction $C(k)$ fournit le nombre de parcelles de densité k entourant n alors :

$$D(n) = \delta C(f) + \epsilon C(m) + \eta C(e) \quad (5)$$

Les coefficients δ , ϵ et η permettent de quantifier l'impact de chaque type de densité dans le processus de construction des routes. Ils sont réglables mais on choisit généralement $\delta < \epsilon < \eta$. Afin d'équilibrer ce système, la somme des flots fournis par les sources doit être égale à la somme des demandes des puits.

Il est important de préciser que même les carrefours potentiels éloignés du réseau construit font office de puits. Ainsi, le flot de matière représentant le trafic peut passer par le domaine potentiel et les sous-réseaux routiers placés par différentes parcelles potentielles communiquent indirectement.

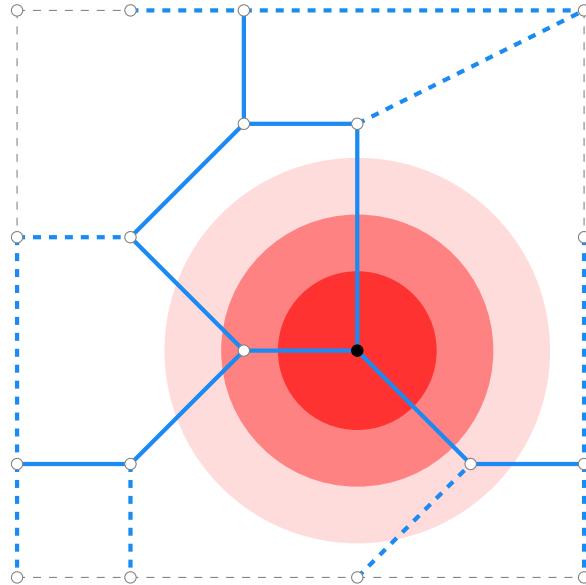


FIGURE 21 – Un carrefour par centre de densité sert de source (nœud noir) et les autres nœuds sont des puits (nœuds blancs). Les routes adjacentes au réseau viaire construit sont candidates (pointillés bleus). Les autres routes potentielles (en pointillés gris) ne sont pas encore constructibles mais peuvent porter le flot.

On utilise l'algorithme du *network simplex* fourni par la bibliothèque GraphStream pour résoudre ce problème de flot maximum. Au final, les arêtes candidates par lesquelles passe le plus de flot sont celles qui bénéficieront le plus au système. On choisit donc de construire les C_r meilleures, où C_r est le taux de croissance du réseau routier.

Comme la démonstration qui suit en témoigne, cette méthode a le défaut principal de *surdensifier* le réseau routier en son centre. En effet, les carrefours des zones hautement peuplées subissent énormément de trafic et y construire de nouvelles voies est souvent bénéfique au système global. En conséquence, les parcelles qui s'y trouvent sont majoritairement encerclées de routes construites alors que dans une vraie ville, les parcelles sont groupées en bandes ou en blocs. Ce phénomène est dû à l'approche trop généreuse que prend ce mécanisme : tant qu'une route peut être construite et améliore l'accessibilité générale, on

la construit. Il serait préférable d'ajouter à l'avenir un critère d'économie qui élimine de la liste des candidates les routes par lesquelles passent un flot trop faible quitte à ignorer le taux de croissance.

4 Mesures

4.1 Démonstration

Afin d'évaluer notre modèle, on l'applique à une configuration issue du réel. La zone géographique étudiée est la partie ouest de la ville du Havre. Les données utilisées¹ ont été réduites à un sous-espace de la ville pour des raisons de temps de calcul. Elles comprennent les informations cadastrales, les densités de population et le tracé du réseau routier. La figure 22 dévoile plusieurs représentations de cette zone géographique.

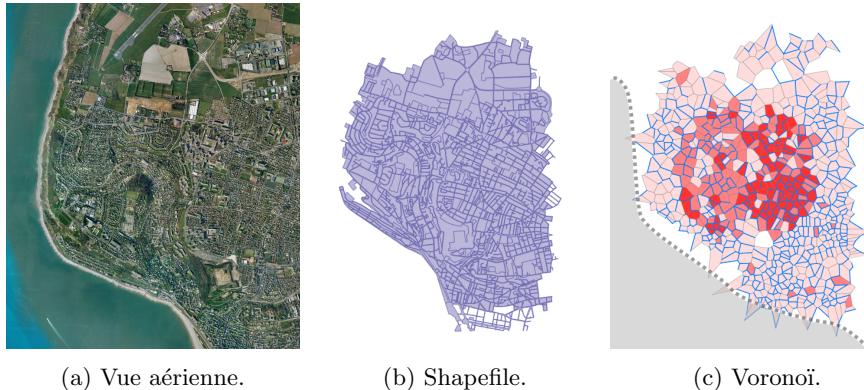


FIGURE 22

La prétention de cette tentative n'est pas d'émuler le développement complet du Havre à partir d'un de ses sous-ensembles mais plutôt de partir d'une configuration existante et obéissant donc à des règles urbaines précises puis d'observer le comportement de la simulation. Chaque ville est unique et évolue dans un cadre différent. Dans notre représentation du Havre, la contrainte la plus apparente provient du profil côtier qui interdit tout développement de la ville dans cette direction (zone grisée sur la figure 22c). Cette limitation nous permet de mettre en application notre évitement des obstacles via un champ de vecteurs approprié.

Quelques itérations de cette simulation sont commentées ci-dessous.

1. Les données employées proviennent de l'Agence Européenne pour l'Environnement <http://www.eea.europa.eu/data-and-maps/data/urban-atlas>

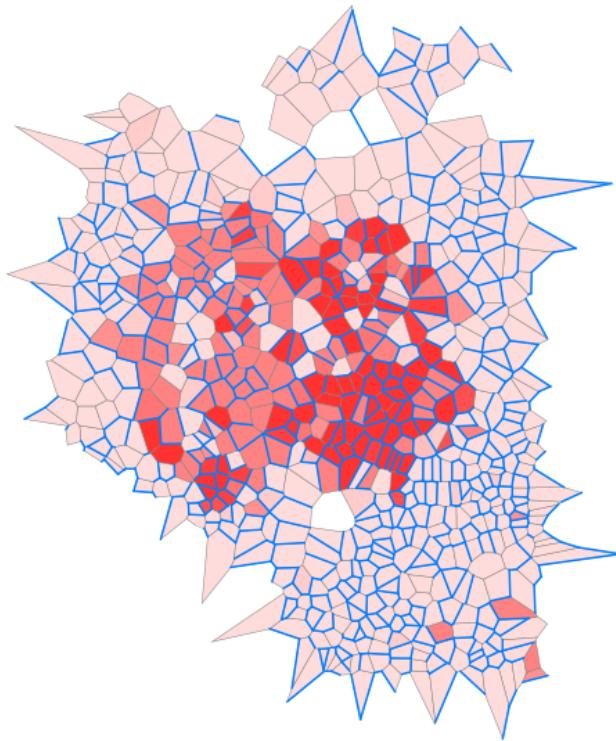


FIGURE 23 – $t = 0$, La configuration initiale comprend un unique centre dense. En toute logique, il devrait s’être élargi à la fin de la simulation. D’autres centres vont éventuellement apparaître, notamment au sud où quelques parcelles à haute densité pourraient se regrouper. On prévoit aussi une expansion du territoire urbain vers le nord, le nord-est et l’est et une stagnation des cotés ouest, sud-ouest et sud à cause de la barrière maritime.

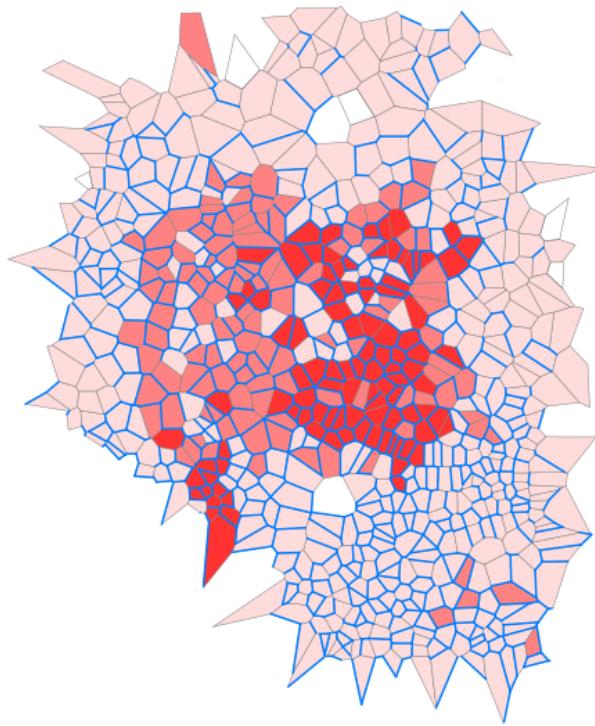


FIGURE 24 – $t = 125$. Le centre historique se densifie. Un nouveau centre commence à se former au sud. Une légère croissance vers le nord et l'est est remarquée.

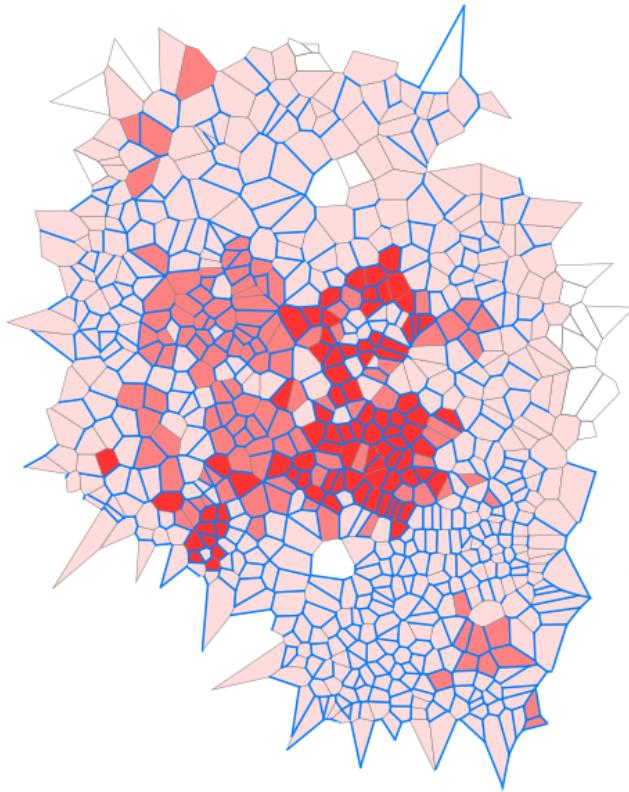


FIGURE 25 – $t = 250$. Un nouveau centre commence à se former au nord. Le centre du sud se renforce. L’expansion vers les terres continue. On remarque un bloc de parcelles potentielles à l’est.

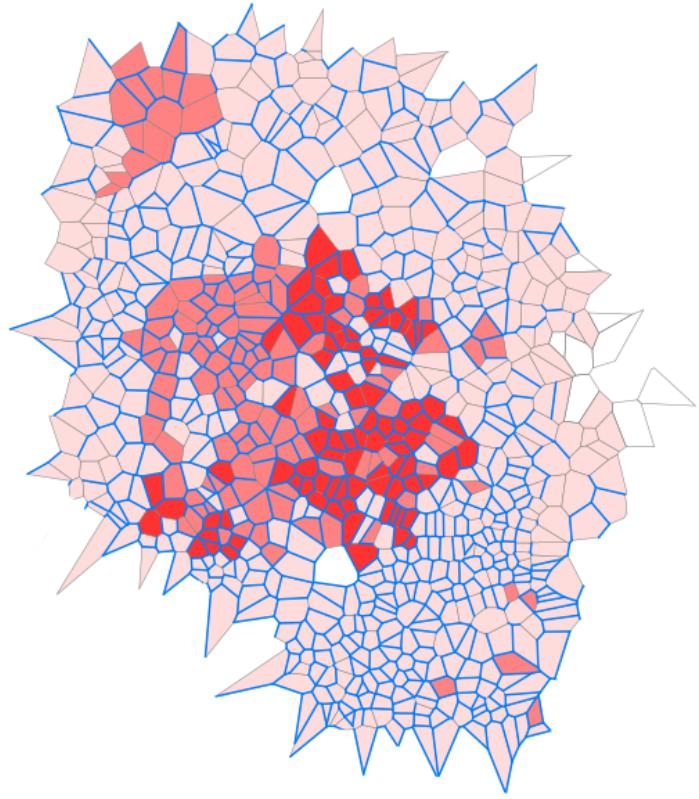


FIGURE 26 – $t = 375$. Le centre du sud s'affaiblit à cause des nombreuses parcelles à densités faibles l'entourant. Au contraire, celui au nord se renforce.

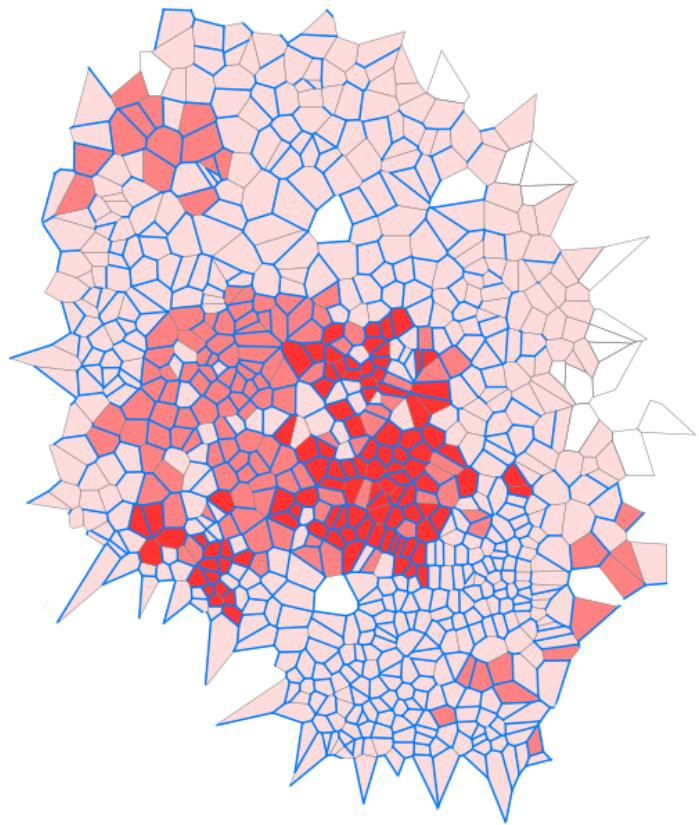


FIGURE 27 – $t = 500$. Forte croissance au nord. Le centre historique de la ville s'étend vers l'ouest. Le centre de densité au sud reste instable et semble se déplacer.

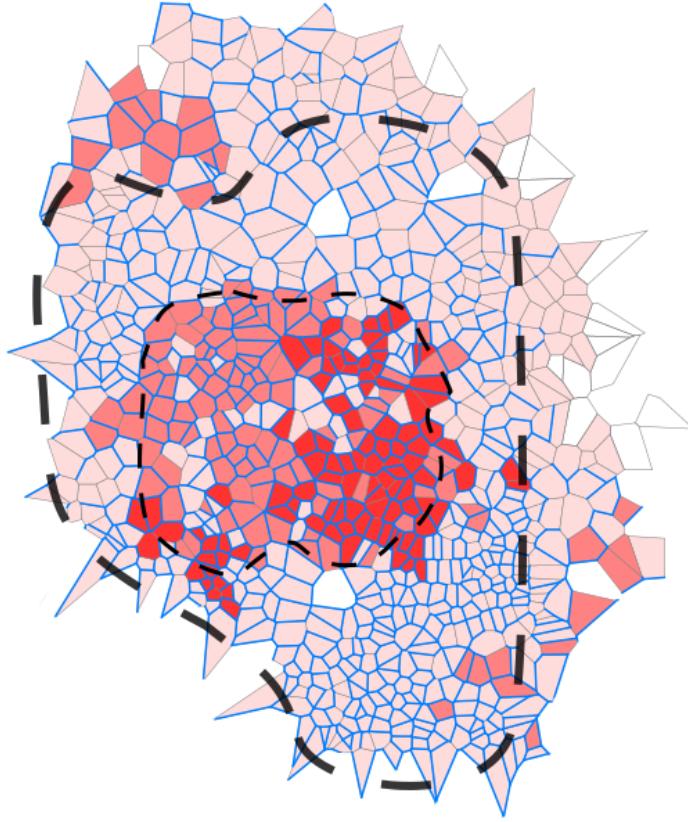


FIGURE 28 – À titre de comparaison, l'état de la ville à $t = 500$ sous le contour de la ville (pointillés épais) et le contour du centre historique (pointillés fins) à $t = 0$.

4.2 Mesures

L'obtention de données urbaines a été un problème récurrent durant la réalisation de ce projet. Les données les plus précises sont sujettes à des processus administratifs d'autorisation de consultation et les quelques données libres disponibles sont souvent partielles ou incomplètes. De même, il n'a pas été possible d'acquérir des données historiques. Ce manque d'information nous empêche d'effectuer des mesures comparatives entre l'évolution réelle d'une ville et celle simulée par ce modèle. On peut néanmoins effectuer quelques mesures sur la ville générée pour étudier l'évolution du bâti et du viaire.

Commençons par observer l'évolution de la surface de la ville. Pour la calculer, on additionne les surfaces des cellules de chaque parcelle construite. Une fois de plus, la cellule de Voronoï ne représente pas la véritable empreinte cadastrale d'une parcelle ; l'aire que l'on calcule est donc une approximation généreuse.

Cette simplification est négligeable au sein des centres de densité puisque les parcelles y sont usuellement collées, par souci d'économie d'espace. Par contre, les cellules sont plus larges vers l'extérieur de la ville et on ne dispose d'aucune garantie que l'aire des cellules y soit représentative de l'aire des véritables parcelles.

On peut voir sur la figure 29 que l'augmentation de la superficie est globalement constante. Les creux dans la courbe sont explicables par le phénomène de subdivision des cellules construites : lorsque la graine portant une parcelle potentielle s'arrête avant d'avoir pu sortir de l'enveloppe de la ville, elle subdivise une parcelle construite et remplace une partie de son aire par une nouvelle parcelle potentielle ce qui a pour effet de diminuer la surface construite totale.

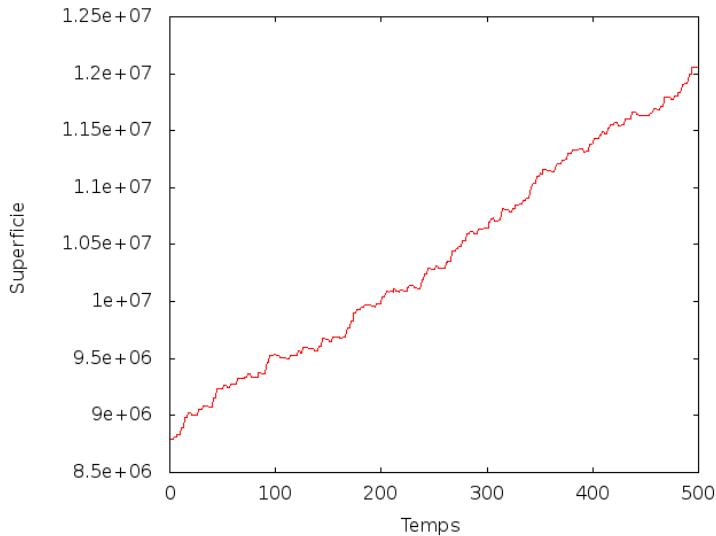


FIGURE 29 – Évolution de la superficie de la ville en fonction du temps.

On affine cette mesure pour analyser séparément l'évolution des aires de chaque type de densité (figure 30). La courbe de l'aire des parcelles de densité faible se démarque des autres par sa hauteur et sa croissance. La différence est notable dès la première itération mais dépend seulement de la configuration de départ sur laquelle on n'a pas de contrôle. Par contre, sa croissance est plus forte car l'ajout de parcelles de densité faible dépend à la fois du mécanisme cellulaire et de la croissance horizontale alors que les parcelles de densité moyenne et élevée ne peuvent compter que sur le mécanisme cellulaire pour se multiplier. Une légère augmentation de leur aire est tout de même perceptible. Ce faible écart entre la configuration initiale finale et la configuration finale est dû aux coefficients de la matrice d'affinités qui favorisent le regroupement et la stabilité au détriment de l'expansion. Selon la dynamique que l'on souhaite donner à la ville virtuelle, il est possible de les modifier.

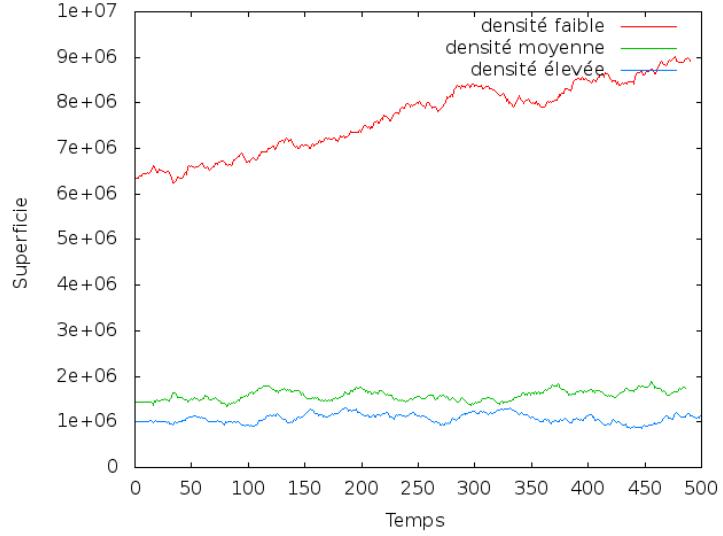


FIGURE 30 – Évolution de la densité de la ville en fonction du temps et par densité.

Pour mesurer l’efficacité du réseau de transport, on calcule le diamètre du graphe le représentant. Le diamètre est la longueur du plus des plus courts chemins entre toutes les paires de noeuds et exprime l’accessibilité que fournit le réseau. On remarque sur la figure 31 une croissance régulière entrecoupée de descentes brusques. Cette alternance met en évidence la présence de deux phases naturelles de la construction du réseau. L’augmentation est évidemment dû à l’expansion constante du réseau routier : puisque la ville grandit, les noeuds extrêmes s’éloignent. Les descentes sont quant à elle le résultat de sa densification qui améliore l’accessibilité en décongestionnant les parties fortement peuplées du réseau. Les paliers par lesquels la courbe passe sont dûs à l’aspect opportuniste de ce modèle : pendant plusieurs itérations le diamètre moyen stagne quand seules des routes potentielles peu bénéfiques sont disponibles mais il suffit que de nouvelles parcelles potentielles soient placées en bordure de ville pour que le réseau routier s’y installe et donc que le diamètre augmente drastiquement.

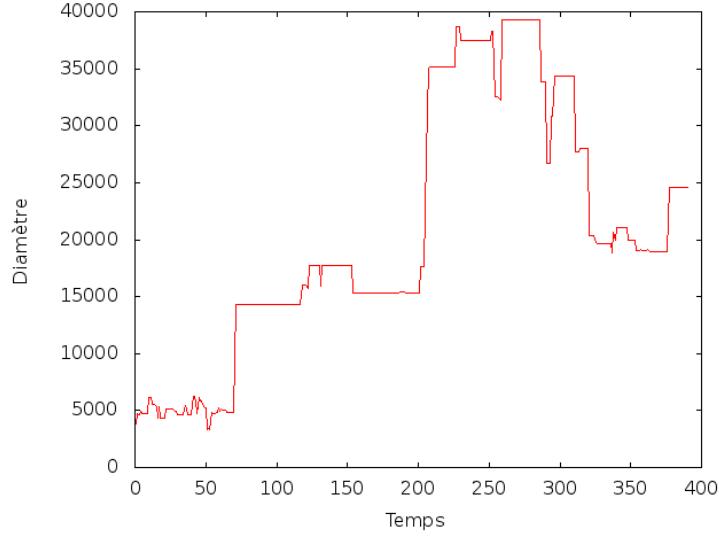


FIGURE 31 – Évolution du diamètre du réseau routier en fonction du temps.

Toujours pour évaluer le réseau viaire, on calcule le degré moyen des noeuds du graphe. On ne prend pas en compte les noeuds de degré 2 car ils ne représentent pas un véritable carrefour. La valeur du degré moyen est très faible à $t = 0$ (figure 32) à cause d'un défaut d'implémentation. Le fichier de données géographiques contenant seulement des informations vectorielles, une approximation est utilisée pour retranscrire le tracé routier sur le diagramme de Voronoï. À cause de cette importation imparfaite, certaines routes sont oubliées et le réseau contient de nombreuses composantes non-connexes. Au fur et à mesure de la progression de la simulation, le degré moyen augmente car la connexité est rétablie par la phase de densification. La stabilisation du degré moyen à partir de $t = 300$ est l'information principale fournie par cette courbe. Cette stabilisation est caractéristique des systèmes urbains [36]. Le degré moyen du réseau routier d'une ville reste globalement constant et lui sert de signature. San Francisco a par exemple un degré moyen de 2.54 tandis celui de Shanghai vaut 3.29 [37].

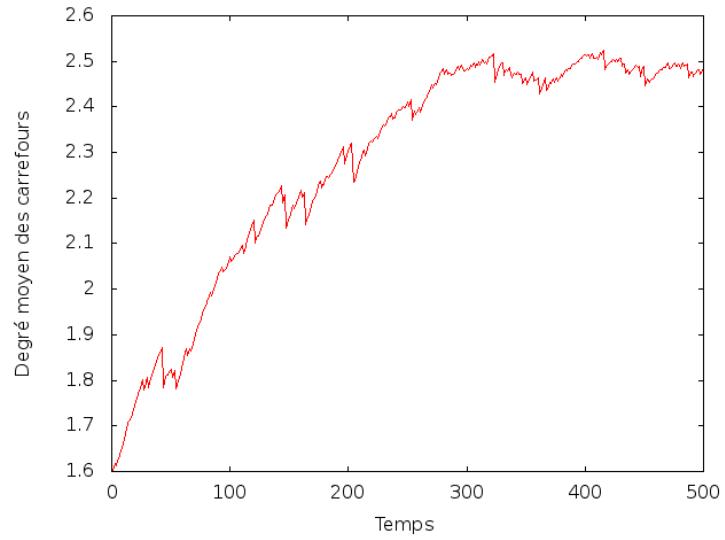


FIGURE 32 – Évolution du degré moyen des nœuds du réseau viaire.

Finalement, on mesure le degré moyen des nœuds en fonction de la distance à laquelle ils se trouvent du centre de densité (voir figure 33). La diminution du degré moyen est inversement proportionnelle à l'éloignement des centres. C'est une particularité intrinsèque des réseaux urbains : les centres sont très denses et plus on s'éloigne, moins le réseau est serré.

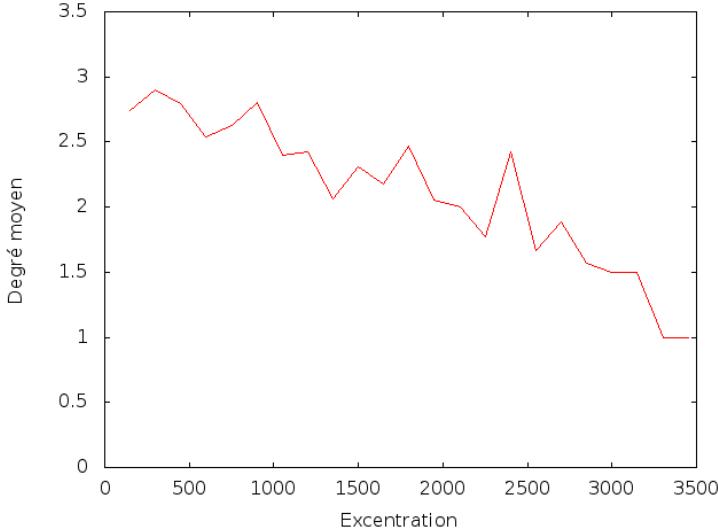


FIGURE 33 – Degré des noeuds du réseau viaire en fonction de leur distance par rapport au centre de densité.

5 Conclusion

Le but de ce projet était de proposer un modèle de croissance urbaine simulant à la fois l'évolution du réseau routier et de la topologie de la ville. Une garantie supplémentaire concernant la cohérence historique a été formulée.

L'utilisation d'un automate cellulaire relaxé, prenant la forme d'un diagramme de Voronoï, a permis de traduire l'irrégularité du système que forme la ville tout en perpétuant un concept simple axé autour du changement d'état et de la relation de voisinage.

La morphogenèse de la ville est guidée par un ensemble de champs de vecteurs exprimant des qualités du système (ici, la densité et le placement des routes) et des contraintes (les obstacles). Cette méthode générale est extensible et peut modéliser de nombreux autres facteurs.

La dualité entre éléments potentiels et éléments construits, ainsi que les rapports d'ordre qu'ils entretiennent ont permis d'imiter le cycle d'urbanisation réel et d'assurer la cohérence historique.

Les mesures effectuées sur quelques simulations ont mis en évidence des similarités entre les configurations obtenues et de véritables systèmes urbains. Notamment le fait que notre modèle alterne phase d'expansion et phase de densification, la stabilisation du degré moyen des carrefours et l'amenuisement du réseau routier allant de paire avec la réduction des densités.

Ce modèle souffre néanmoins de plusieurs lacunes. Premièrement, il serait avantageux d'employer un mécanisme cellulaire plus sophistiqué que celui présenté en exemple qui, bien qu'illustrant les idées sous-jacentes au modèle,

reste très basique. De la même façon, revoir les coefficients de la matrice d'affinités donnerait des résultats plus convaincants. Ces quelques nécessités font néanmoins partie du domaines des réglages et il est plus intéressant de se pencher sur les défauts conceptuels du modèle.

La cellule de Voronoï représente un espace d'influence et ni la forme ni l'aire de la parcelle représentée ne sont connues. Il serait bénéficiaire, toujours dans une optique d'amélioration du réalisme, d'employer des générateurs prenant la formes des empreintes cadastrales plutôt que de simples points en leur centre. Représenter une ville existante avec cette représentation révisée est tout à fait envisageable mais qu'en est-il de la génération des empreintes des nouvelles parcelles ? Plusieurs travaux récents proposent des méthodes de création de façades de bâtiments à l'aide de L-Systems desquelles nous pourrions nous inspirer [32].

Le défaut principal du modèle est lié au développement du réseau viaire. Avec l'avancement du temps, le réseau se densifie autour des zones de fortes densités jusqu'à ce que toutes les parcelles qui s'y trouvent soient encerclées de routes. Cette densification extrême va à l'encontre du réalisme. Une solution basée sur l'ajout d'une contrainte d'économie a été mentionnée pour réduire ce phénomène. Mais représenter les véritables empreintes cadastrales des parcelles permettra aussi de l'éviter. En effet, il sera ainsi plus aisément de regrouper les parcelles en contact direct ou dont l'espace de séparation ne permet pas d'accueillir une route. De véritables blocs de parcelles apparaîtront et les *patterns* caractéristiques du tissu urbain se dessineront.

Références

- [1] Michael BATTY. "Building a Science of Cities". Dans : *Cities* 44 (2011).
- [2] Geoffrey EDWARDS. "The Voronoi model and cultural space : applications to the social sciences and humanities". Dans : *Proceedings of the European Conference on Spatial Information Theory, COSIT'93*. 1993.
- [3] Martin GARDNER. "The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life"". Dans : *Scientific American* 223 (1970).
- [4] Niloy GANGULY et al. *A Survey on Cellular Automata*. Rap. tech. 2003.
- [5] U. FRISCH, B. HASSLACHER et Y. POMEAU. "Lattice-gas Automata for the Navier-Stokes equation". Dans : *Physical Review Letters* 56 (1986).
- [6] A.R. KANSAL et al. "Cellular automaton of idealized brain tumor growth dynamics". Dans : *BioSystems* 55 (2000).
- [7] Waldo TOBLER. *Cellular Geography*. Rap. tech. International Institute for Applied Systems Analysis, 1975.
- [8] Shih Ching FU et George MILNE. "Epidemic Modelling Using Cellular Automata". Dans : *Proceedings of the Australian Conference on Artificial Life*. 2003.
- [9] Thomas C. SCHELLING. "Models of segregation". Dans : *The American Economic Review* 59 (1969).

- [10] Michael BATTY. "Cellular Automata and Urban Form : A Primer". Dans : *Journal of the American Planning Association* 63 (1997).
- [11] D. STEVENS, S. DRAGICEVIC et K. ROTHLEY. "iCity : A GIS–CA modelling tool for urban planning and decision making". Dans : *Environmental Modelling & Software* 22 (2007).
- [12] Itzhak BENENSON et Paul M. TORRENS. *Geosimulation : Automata-based modelling of urban phenomena*. Wiley.
- [13] Anthony Gar-On YEH et Xia LI. "Urban simulation using neural networks and cellular automata for land use planning". Dans : *Symposium on Geospatial Theory, Processing and Applications*. 2002.
- [14] Paul M. TORRENS. *How Cellular Models of Urban Systems Work*. Rap. tech. Centre for Advanced Spatial Analysis, University College London, 2000.
- [15] Paul M. TORRENS et David O'SULLIVAN. "Cellular automata and urban simulation : where do we go from here ?" Dans : *Environment and Planning B : Planning and Design* 28 (2001).
- [16] Roger WHITE. "Cities and cellular automata". Dans : *Discrete Dynamics in Nature and Society* 2 (1997).
- [17] Lucien BENGUIGUI, Daniel CZALANSKI et Rafael ROTH. "Modeling cities in 3D : a cellular automaton approach". Dans : *Environment and Planning B : Planning and Design* 3 (2004).
- [18] Jeremy CORNU et Adrien DELCOURT. *Simulation de la dynamique spatiale urbaine par automate cellulaires*. 2008.
- [19] Tom LECHNER, Seth TISUE et Andy MODDRELL. *Procedural Modeling of Urban Land Use*. Rap. tech. Department of Computer Science, North Carolina State University, 2007.
- [20] Edwige DUBOS-PAILLARD, Yves GUERMOND et Patrice LANGLOIS. "Analyse de l'évolution urbaine par automate cellulaire : le modèle SpaCelle". Dans : *L'Espace géographique* 32 (2003).
- [21] Ferdinando SEMBOLONI. "The dynamic of an urban cellular automata in a 3-D spatial pattern". Dans : *XXI National Conference Aisre, Regional and Urban Growth in a Global Market*. 2000.
- [22] David O'SULLIVAN. "Graph-based Cellular Automaton Models of Urban Spatial Processes". Thèse de doct. Bartlett School of Architecture et Planning, University College London, 2000.
- [23] David O'SULLIVAN. "Exploring Spatial Process Dynamics Using Irregular Cellular Automaton Models". Dans : *Geographical Analysis* 33 (2001).
- [24] P. QUELOZ, B. CHOPARD et Luthi P. O. "Cellular automata model of car traffic in a two-dimensional street network". Dans : *Journal of Physics A : Mathematical and General* 29 (1996).

- [25] Thomas LECHNER et al. “Procedural City Modeling”. Dans : *1st Midwestern Graphics Conference*. 2003.
- [26] Thomas LECHNER et al. *Procedural Modeling of Land Use in Cities*. Rap. tech. Computer Science Department, Northwestern University, 2004.
- [27] Basil WEBER et al. “Interactive Geometric Simulation of 4D Cities”. Dans : *Eurographics*. 2009.
- [28] Marc BARTHELEMY et Alessandro FLAMMINI. “Co-evolution of density and topology in a simple model of city formation”. Dans : *Networks and Spatial Economics* 9 (2009).
- [29] Marc BARTHELEMY et Alessandro FLAMMINI. “Modeling urban street patterns”. Dans : *Physical Review Letters* 100 (2008).
- [30] George KELLY et Hugh MCCABE. “A Survey of Procedural Techniques for City Generation”. Dans : *ITB Journal* 14 (2006).
- [31] George KELLY et Hugh MCCABE. “Citygen : An Interactive System for Procedural City Generation”. Dans : *Game Design & Technology Workshop*. 2006.
- [32] Yoav I. H. PARISH et Pascal MÜLLER. “Procedural Modeling of Cities”. Dans : *SIGGRAPH '01*. 2001.
- [33] Guoning CHEN et al. “Interactive Procedural Street Modeling”. Dans : *SIGGRAPH '08*. 2008.
- [34] Santiago GARRIDO et al. “Path Planning for Mobile Robot Navigation using Voronoi Diagram and Fast Marching”. Dans : *IROS*. 2006.
- [35] Rachel THOMAS. *Uncovering the cause of cholera*. <http://plus.maths.org/content/uncovering-cause-cholera>. 2010.
- [36] Emanuele STRANO et al. “Elementary processes governing the evolution of road networks”. Dans : *Scientific Reports* 2 (2012).
- [37] Ian X. Y. LEUNG et al. “Intra-City Urban Network and Traffic Flow Analysis from GPS Mobility Trace”. Dans : *CoRR* (2011).