

# 第四章动力学实验

## 1. 实验环境及说明

本章的动力学仿真实验采用 *AUBO\_i5* 机器人模型。

本章**逆动力学实验**代码使用 python 实现，版本为 Python3.10.4，64 位。逆动力学分别使用 3D 向量和 6D 向量实现递归牛顿-欧拉算法。

其中，3D 向量递归牛顿-欧拉算法使用了 `sympy` 符号计算工具，可执行文件名：*AUBO\_i5\_RNE(3D).ipynb*。需要用到的 Python 库包括 `numpy`、`sympy`，以及 Jupyter Notebook 工具。

6D 向量递归牛顿-欧拉算法在 MATLAB 中实现，可执行文件为 *SpatialVectorInvDyna.m*。

本章**正动力学实验**使用 MATLAB 实现，版本为 MATLAB2022b (低版本 MATLAB 也可以)，实现了 ABA 算法。

除了 3D 向量递归牛顿-欧拉算法之外，本章其他的动力学实验代码位于文件夹 `spatial_v2` 目录下，如图 1 所示。文件中包含了基于 6D 空间向量表示法的逆动力学算法，以及正动力学 ABA 算法。

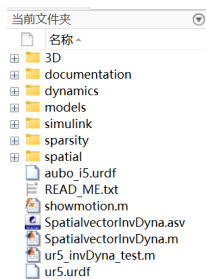


图 1. MATLAB 工程文件组成

MATLAB 环境配置方式：主页->设置路径->添加并包含子文件夹。

本实验代码部分参考了 `featherstone` 的文档及代码：  
<http://royfeatherstone.org/spatial/v2/>，以及开源代码网站：  
[https://github.com/bhtxy0525/Inverse\\_Dynamics\\_with\\_Recursive\\_Newton\\_Euler\\_Algorithm](https://github.com/bhtxy0525/Inverse_Dynamics_with_Recursive_Newton_Euler_Algorithm) 的内容。

## 2. 机器人模型-DH 参数

本次实验根据 DH 参数计算齐次变换矩阵。本次实验使用的是 AUBO-i5 六轴机械臂的 MDH 参数，如表 1。齐次变换矩阵计算方式如公式(1)。需要注意在使用 DH 参数构建动力学模型时，`offset` 角度需要人为补偿。

表 1 AUBO-i5 MDH 参数表

| 连杆坐标系 | $\alpha_{n-1}$ | $a_{n-1}$ | $d_n$ | $\theta_n$ 限制 | offset |
|-------|----------------|-----------|-------|---------------|--------|
|-------|----------------|-----------|-------|---------------|--------|

|   |         |       |        |                          |      |
|---|---------|-------|--------|--------------------------|------|
| 0 | -       | -     | -      | -                        | -    |
| 1 | 0       | 0     | 0.122  | $\theta_1$ : -175°至 175° | 0    |
| 2 | $\pi/2$ | 0     | 0.1405 | $\theta_2$ : -175°至 175° | 90°  |
| 3 | $\pi$   | 0.408 | 0      | $\theta_3$ : -175°至 175° | 0    |
| 4 | $\pi$   | 0.376 | -0.019 | $\theta_4$ : -175°至 175° | 90°  |
| 5 | $\pi/2$ | 0     | 0.1025 | $\theta_5$ : -175°至 175° | 180° |
| 6 | $\pi/2$ | 0     | 0.094  | $\theta_6$ : -175°至 175° | 0    |

$${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

### 3. 动力学算法验证实验

在教材第四章介绍了多种正逆动力学算法，并在教材中给出了相应的伪代码，请在阅读、运行本实验代码时参考教材中的说明。

本章实验包括 3D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学、6D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学以及 ABA 正向动力学算法。实验测试包括固定角度测试、动态轨迹测试两种设定。

#### 3.1 固定关节角度测试实验

设定不同的关节角度值，为了简单起见，将关节速度假设为 0，加速度设定为固定值，计算逆动力学方程的关节扭矩输出，然后再采用 ABA 算法计算正动力学进行验证，计算结果如表 2 所示。

**逆动力学实验：**(A) 3D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学运行文件为：*AUBO\_i5\_RNE(3D).ipynb*，(B) 6D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学运行文件为：*SpatialvectorInvDyna.m*。

**正向动力学实验：**将 3D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学和 6D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学估计得到的关节扭矩输入到 ABA 正向动力学算法中进行验证。

表 2. 固定关节角度的动力学关节扭矩计算实验

|                   | 逆动力学输入<br>(角度, 速度, 加速度)   | 逆动力学输出<br>(关节扭矩, N.m)  | ABA 正动力学输入<br>(角度, 速度, 扭矩)  | ABA 正动力学输出<br>(关节加速度) |
|-------------------|---|--|---|-----------------------|
| 6-D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学 | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>加速度: [0, 2, 0, 0, 0, 0] | [0.0197,<br>-26.5364,<br>7.1862,<br>0.0155,<br>-0.0030,<br>0.0002] | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>扭矩:<br>[0.0197,<br>-26.5364,<br>7.1862, | [0, 2, 0, 0, 0, 0]    |

|                           |   |  |   |  |
|---------------------------|---|--|---|--|
|                           |   |  | 0.0155 ,<br>-0.0030,<br>0.0002]   |  |
|                           | 角度: [0, -pi/2, 0, -pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>加速度: [0, 2, 0, 0, 0, 0] | [0.0197,<br>34.0747,<br>-9.7784,<br>0.0155,<br>-0.0030,<br>0.0002]   | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>扭矩:<br>[0.0197,<br>34.0747,<br>-9.7784,<br>0.0155,<br>-0.0030,<br>0.0002]   | [0, 2, 0, 0, 0, 0]                           |
| 3-D 向量递归<br>牛顿-欧拉逆<br>动力学 | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>加速度: [0, 2, 0, 0, 0, 0]   | [0.0181,<br>-26.5205,<br>7.1811,<br>0.01549,<br>0.00296,<br>-0.0002] | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>扭矩:<br>[0.0122,<br>-26.5205,<br>7.1811,<br>0.01549,<br>0.00296,<br>-0.0002] | [-0.007, 2, 0, 0.0014, -<br>0.0009, -0.0014] |
|                           | 角度: [0, -pi/2, 0, -pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>加速度: [0, 2, 0, 0, 0, 0] | [0.0181,<br>34.0540,<br>-9.7783,<br>0.01549,<br>-0.00296,<br>0.0002] | 角度: [0, pi/2, 0, pi/2, 0, 0]<br>速度: [0, 0, 0, 0, 0, 0]<br>扭矩:<br>[0.0122,<br>34.0540,<br>-9.7783,<br>0.01549,<br>0.00296,<br>-0.0002] | [0.007, 2, 0, 0.0015, -<br>0.0009, -0.0015]  |

### 3.2 变化轨迹下的动力学测试

运行 *SpatialVectorInvDyna.m*，将轨迹曲线输入到逆动力学方程中进行计算，在 MATLAB 环境下采用 6D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学算法计算扭矩，并和采用 ABA 正向动力学算法的输出进行对比。

在该实验示例中简单给定了关节 2 的轨迹为正弦曲线，使关节 2 跟踪该正弦轨迹，其他关节保持 0 弧度不变，其他关节速度和加速度也假设为 0。采用 6D 向量递归牛顿-欧拉逆动力学算法计算的关节 2 扭矩曲线如图 2 所示，近似为正弦曲线。

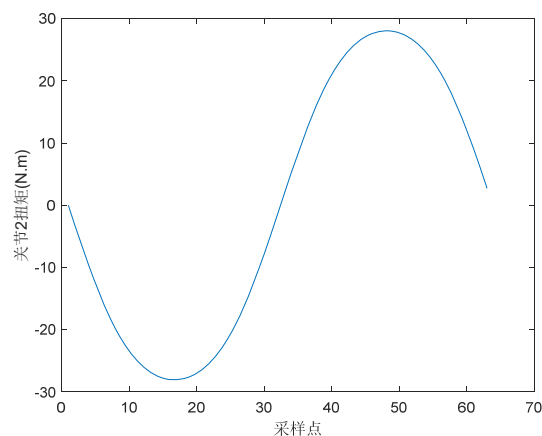


图 2. 关节 2 扭矩变化曲线

同样，将上一步得到的关节扭矩数据作为输入，输入到 ABA 正向动力学算法中，可以得到加速度曲线，如图 3 中所示，虚线为 ABA 正向动力学算法计算得到的加速度曲线，实线为输入期望加速度曲线。

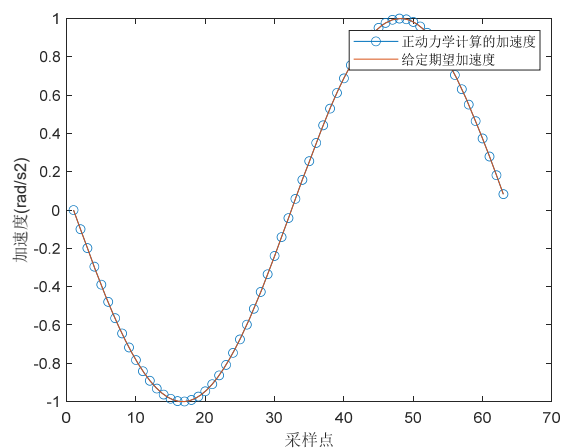


图 3. ABA 算法计算关节 2 加速度和期望加速度对比

注：本章实验代码及说明由黄文晖博士撰写与整理