

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по Лабораторной работе №1 по курсу «Методы вычислений» на тему: «Венгерский метод решения» Вариант № 15

Студент	ИУ7-11М (Группа)	(Подпись, дата)	Миронов Г. А (И. О. Фамилия)
Преподава	атель	(Подпись, дата)	Власов П. А. (И. О. Фамилия)

1 Теоретические сведения

Цель работы: изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

1.1 Содержательная постановка задачи

В распоряжении работадателя имеется n работ и такое же число исполнителей. Стоимость выполнения i-ой работы j-ым исполнителем составляет $c_{ij} \geq 0$ единиц.

Требуется распределить все работы между исполнителями так, чтобы:

- 1. каждый из них выполнял ровно 1 работу
- 2. общая стоимость работ была минимальна

1.2 Математическая постановка задачи

Введем управляемые переменные:

$$x_{ij} = egin{cases} 1, & ext{ если i-ую работу выполняет j-ый исполнитель} \ 0, & ext{ иначе} \end{cases}$$
 где $i,j=\overline{1,n}.$

Тогда:

1. Общая стоимость всех работ:

$$f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

2. Условие того, что j-ый исполнитель выполняет ровно 1 работу:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = \overline{1, n}$$

3. Условие того, что i-ую работу выполняет ровно 1 исполнитель:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = \overline{1, n}$$

Таким образом, математическая постановка задачи о назначениях:

$$\begin{cases} f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to min \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = \overline{1, n} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = \overline{1, n} \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, n} \end{cases}$$

1.3 Схема алгоритма

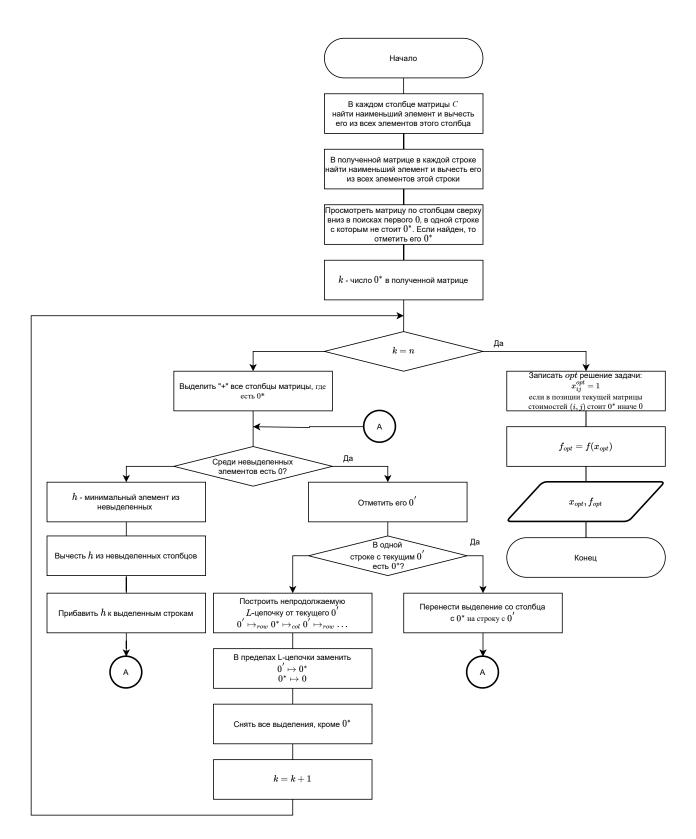


Рисунок 1.1 – Схема алгоритма

2 Выполнение индивидуального задания

2.1 Постановка задачи

Необходимо:

- 1. Реализовать венгерский метод решения задачи о назначениях в виде программы на ЭВМ.
- 2. Провести решение задачи с матрицей стоимостей, заданной в индивидуальном варианте, рассмотрев два случая:
 - (а) задача о назначениях является задачей минимизации,
 - (b) задача о назначениях является задачей максимизации.

Индивидуальный вариант матрицы стоимостей:

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 12 & 7 & 11 & 10 \\ 12 & 5 & 12 & 7 & 12 \\ 8 & 6 & 7 & 8 & 13 \\ 8 & 11 & 5 & 9 & 9 \\ 10 & 8 & 9 & 11 & 11 \end{bmatrix}$$

2.2 Текст программы

Π истинг $2.1-\Phi$ айл main.m.

```
function main()
clc;
debugMode = 1;
findMax = 0;

matr = [
   10 12 7 11 10;
   12 5 12 7 12;
   8 6 7 8 13;
   8 11 5 9 9;
   10 8 9 11 11];

disp('15 вариант. Матрица:');
disp(matr);
```

```
C = matr;
if findMax == 1
  C = convertToMin(matr);
  if debugMode == 1
    disp('Матрица после приведения к задаче минимизации:');
    disp(C);
  end
end
C = updateColumns(C);
if debugMode == 1
  disp('Результат вычитания наименьшего элемента по
     столбцам: ');
  disp(C);
end
C = updateRows(C);
if debugMode == 1
  disp('Результат вычитания наименьшего элемента по строкам:');
  disp(C);
end
[numRows,numCols] = size(C);
matrSIZ = getSIZInit(C);
if debugMode == 1
  disp('Начальная СНН:');
  printSIZ(C, matrSIZ);
end
k = sum(sum(matrSIZ, 1));
if debugMode == 1
  fprintf('Число нулей в построенной СНН: k = %d\n\n', k);
end
iteration = 1;
while k < numCols
  if debugMode == 1
```

```
fprintf('-----\n',
    iteration);
end
matrStreak = zeros(numRows, numCols); % матрица, в которой
  отмечаются позиции 0;
selectedColumns = sum(matrSIZ):
selectedRows = zeros(numRows);
selection = getSelection(numRows, numCols, selectedColumns);
if debugMode == 1
  disp('Результат выделения столбцов, в которых стоит 0*:');
  printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns,
    selectedRows);
end
flag = true;
streakPnt = [-1 -1];
while flag
  if debugMode == 1
    disp('Поиск О среди невыделенных элементов');
  end
  streakPnt = findStreak(C, selection);
  if streakPnt(1) == -1
   C = updateMatrNoZero(C, numRows, numCols, selection,
      selectedRows, selectedColumns);
    if debugMode == 1
      disp('Т.к. среди невыделенных элементов нет нулей,
        матрица была преобразована: ');
      printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak,
        selectedColumns, selectedRows);
    end
    streakPnt = findStreak(C, selection);
  end
  matrStreak(streakPnt(1), streakPnt(2)) = 1;
  if debugMode == 1
    disp('Матрица с найденным О-штрих');
```

```
printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak, selectedColumns,
       selectedRows);
  end
  zeroStarInRow = getZeroStarInRow(streakPnt, numCols,
    matrSIZ);
  if zeroStarInRow(1) == -1
    flag = false;
  else
    % снять выделение со столбца с 0*
    selection(:, zeroStarInRow(2)) = selection(:,
       zeroStarInRow(2)) - 1;
    selectedColumns(zeroStarInRow(2)) = 0;
    % перенести выделение на строку с 0;
    selection(zeroStarInRow(1), :) =
       selection(zeroStarInRow(1), :) + 1;
    selectedRows(zeroStarInRow(1)) = 1;
    if debugMode == 1
      disp('T.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было
         переброшено выделение: ');
      printMarkedMatr(C, matrSIZ, matrStreak,
         selectedColumns, selectedRows);
    end
  end
end
if debugMode == 1
 disp('L-цепочка: ');
end
[matrStreak, matrSIZ] = createL(numRows, numCols, streakPnt,
  matrStreak, matrSIZ);
k = sum(sum(matrSIZ, 1));
if debugMode == 1
  disp('Текущая СНН:');
  printSIZ(C, matrSIZ);
  fprintf('MToro, k = %d\n', k);
end
```

```
iteration = iteration + 1;
   disp('----');
  end
  disp('Конечная СНН:');
 printSIZ(C, matrSIZ);
 disp('X =');
 disp(matrSIZ);
 fOpt = getFOpt(matr, matrSIZ);
  fprintf("Pesymbtat = %d\n", fOpt);
end
% Найти первый нулевой элемент среди невыделенных, в одной
  строке с которым не
% стоит 0*
function [streakPnt] = findStreak(matr, selection)
  streakPnt = [-1 -1];
  [numRows,numCols] = size(matr);
  for i = 1 : numCols
    for j = 1 : numRows
      if selection(j, i) == 0 && matr(j, i) == 0
       streakPnt(1) = j;
       streakPnt(2) = i;
       return;
      end
    end
  end
end
function [] = printSIZ(matr, matrSIZ)
  [numRows, numCols] = size(matr);
  fprintf("\n");
 for i = 1 : numRows
    for j = 1 : numCols
     if matrSIZ(i, j) == 1
       fprintf("\t%d*", matr(i, j));
     else
```

```
fprintf("\t%d", matr(i, j));
      end
    end
    fprintf("\n");
  fprintf("\n");
end
function [] = printMarkedMatr(matr, matrSIZ, matrStreak,
  selectedCols, selectedRows)
  [numRows,numCols] = size(matr);
  for i = 1 : numRows
    if selectedRows(i) == 1
      fprintf("+")
    end
    for j = 1 : numCols
      fprintf("\t%d", matr(i, j))
      if matrSIZ(i, j) == 1
        fprintf("*");
      elseif matrStreak(i, j) == 1
        fprintf("')
      end
    end
    fprintf('\n');
  end
  for i = 1 : numCols
    if selectedCols(i) == 1
      fprintf("\t+")
    else
      fprintf(" \t")
    end
  end
  fprintf('\n\n');
end
% Для случая задачи максимизации – привести её к задаче
  минимизации
```

```
function matr = convertToMin(matr)
  maxElem = max(max(matr));
  matr = matr * (-1) + maxElem;
end
% В каждом столбце С нах. наим. эл-т и вычесть его из соотв.
  столбиа
function matr = updateColumns(matr)
  minElemArr = min(matr);
  for i = 1 : length(minElemArr)
    matr(:, i) = matr(:, i) - minElemArr(i);
  end
end
% В каждой строке С нах. наим. эл-т и вычесть его из соотв.
  строки
function matr = updateRows(matr)
  minElemArr = min(matr, [], 2);
  for i = 1 : length(minElemArr)
    matr(i, :) = matr(i, :) - minElemArr(i);
  end
end
% Начальное состояние СНН
function matrSIZ = getSIZInit(matr)
  [numRows, numCols] = size(matr);
  matrSIZ = zeros(numRows, numCols);
  for i = 1: numCols
    for j = 1 : numRows
      if matr(j, i) == 0
        count = 0;
        for k = 1 : numCols
           count = count + matrSIZ(j, k);
        end
        for k = 1 : numRows
           count = count + matrSIZ(k, i);
        end
        if count == 0
          matrSIZ(j, i) = 1;
        end
```

```
end
    end
  end
end
% Выделить столбцы, в которых стоит 0*
function [selection] = getSelection(numRows, numCols,
  selectedColumns)
  selection = zeros(numRows, numCols);
  for i = 1 : numCols
    if selectedColumns(i) == 1
      selection(:, i) = selection(:, i) + 1;
    end
  end
end
% Изменить матрицу в случае, если среди невыделенных элементов
  нет нуля
function [matr] = updateMatrNoZero(matr, numRows, numCols,
  selection, selectedRows, selectedColumns)
  h = 1e5; % Наименьший элемент среди невыделенных
  for i = 1 : numCols
    for j = 1 : numRows
      if selection(j, i) == 0 && matr(j, i) < h</pre>
        h = matr(j, i);
      end
    end
  end
  for i = 1 : numCols
    if selectedColumns(i) == 0
      matr(:, i) = matr(:, i) - h;
    end
  end
  for i = 1 : numRows
    if selectedRows(i) == 1
      matr(i, :) = matr(i, :) + h;
    end
  end
end
```

```
\% Найти 0* в той же строке, что и 0'
function [zeroStarInRow] = getZeroStarInRow(streakPnt, numCols,
  matrSIZ)
 j = streakPnt(1);
 zeroStarInRow = [-1 -1];
 for i = 1 : numCols
     if matrSIZ(j, i) == 1
       zeroStarInRow(1) = j;
       zeroStarInRow(2) = i;
       break
     end
  end
end
% Построить L-цепочку
function [matrStreak, matrSIZ] = createL(numRows, numCols,
  streakPnt, matrStreak, matrSIZ)
 i = streakPnt(1);
 j = streakPnt(2);
 while i > 0 && j > 0 && i \le numRows && j \le numCols
   % Снять *
   matrStreak(i, j) = 0;
   % Заменить ' на *
   matrSIZ(i, j) = 1;
    fprintf("[%d, %d] ", i, j);
   % Дойти до 0* по столбцу от 0'
    kRow = 1;
    while kRow <= numRows && (matrSIZ(kRow, j) ~= 1 || kRow ==
      i)
      kRow = kRow + 1;
    end
    if (kRow <= numRows)</pre>
      % Дойти до 0' по столбцу от 0*
      1Col = 1;
      while lCol <= numCols && (matrStreak(kRow, lCol) ~= 1 ||
        1Col == j)
        1Col = 1Col + 1;
```

```
end
      if lCol <= numCols
        matrSIZ(kRow,j) = 0;
        fprintf("-> [%d, %d] -> ", kRow, j);
      j = 1Co1;
    {\tt end}
    i = kRow;
   end
   fprintf("\n");
end
function [fOpt] = getFOpt(matr, matrSIZ)
  fOpt = 0;
  [numRows, numCols] = size(matr);
  for i = 1 : numCols
    for j = 1 : numRows
      if matrSIZ(j, i) == 1
        fOpt = fOpt + matr(j, i);
      end
    end
  end
end
```

2.3 Примеры работы программы

Листинг 2.2 – Решение задачи минимизации

```
15 вариант. Матрица:
  10
       12
           7
                     10
  12
       5
           12
                7
                     12
   8
       6
           7
                 8
                     13
   8
       11
            5
                     9
                 9
  10
        8
            9
                11
                     11
Результат вычитания наименьшего элемента по столбцам:
      7
                1
      0 7 0
                3
  0
     1 2 1
                4
      6 0
```

2	3 4	4 2			
			меньшего	элемент	а по строкам:
		3 0			· · · · · ·
4	0 7				
	1 2				
	6 0				
0	1 2	2 0			
Начальн	ая СНН:				
	1	6	1	3	0*
	4	0*	7	0	3
	0*			1	4
	0	6		2	0
	0	1	2	2	0
Число н	улей в п	остроенн	ой СНН:	k = 4	
		- Итерац	ия 1		
Результ	ат выдел	ения сто	лбцов, в	которых	стоит 0*:
	1	6	1	3	0*
	4	0*	7	0	3
	0*	1	2	1	4
	0	6	0*	2	0
	0	1	2	2	0
	+	+	+		+
Поиск О	среди н	евыделен	ных элем	ентов	
Матрица	с найде	нным 0-ш	трих		
	1	6	1	3	0*
	4	0*	7	0,	3
	0*	1	2	1	4
Í		_			
	0	6	0*	2	0
		6 1			0
	0		2		
	0	1	2		0
Т.к. в	0 +	1 +	2 +	2	0
	0 +	1 +	2 +	2	0 +
	0 + одной ст пение: 1	1 + роке с О	2 + -штрих е 1	2 сть 0*, 3	0 + было переброшено 0*
	0 + одной ст пение: 1	1 + роке с 0	2 + -штрих е 1	2 сть 0*, 3	0 + было переброшено 0*
выдеј	0 + одной ст пение: 1 4	1 + роке с О	2 + -штрих е 1 7	2 сть 0*, 3 0'	0 + было переброшено 0* 3

0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + Maтрица с найденным 0-штрих 1 2 0* + 5 0* 8 0' 4 0* 0 0 2 1 0 0 0 0 2 1 0 + + + + + + 5 0* 8 0' 4 + 0* 0 2 0 4 + 0* 0 2 0 4 + 0* 0 0 4 0 + 0* 0 0 0 4 + 0* 0 0 0 0 + 0 0 0 0 0 + 0 0 0 0 0 + 0 0 0 </th <th></th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>2</th> <th></th> <th>0</th> <th></th> <th></th>		0	1	2	2		0		
Г.к. среди невыделенных элементов нет нулей, матрица был преобразована: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 1 5 0* 8 0' 4 0 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 1 5 0* 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 1 5 0* 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0		+		+			+		
Преобразована: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 6 0* 0' 2 0 4 0 8 0' 4 0 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Г.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 + + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 1 5 0* 8 0' 4 0 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 8 0' 4 0 0* 0' 2 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	Поиск	0 среди	невыделен	ных эл	ементо	ЭВ			
1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 + + + + + Г.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 1 5 0* 8 0' 4 0 8 0' 4 0 8 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +	Т.к. с	реди не:	выделенных	элеме	нтов і	нет і	нулей,	матрица	был
# 5 0* 8 0' 4 0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + *** **Matpuna c найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + **C.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* + 5 0* 8 0' 4 0 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 - + + + + **Touck 0 среди невыделенных элементов **Matpuna c найденным 0-штрих **Touck 0 среди невыделенных элементов **Matpuna c найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* + 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 8 0' 4 - 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 - + + + + **Touck 0 среди невыделенных элементов **Matpuna c найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* - + + + + + + + + + + + + + + + + + + +	прес	образова	ина:						
0* 0 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + 1 5 1 2 0* 4 0* 0 2 0 4 0* 0 0 2 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 2 1 0 1 5 1 2 0* 4 1 5 0* 8 0' 4 4 0* 0' 2 0 4 4 0* 0' 2 0 4 4 0* 0 2 1 0 0 0 0 2 1 0 0* 0 0 0 4		1	5	1	2		0*		
0 5 0* 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 2 1 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	+	5	0*	8	0,		4		
Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0° 4 0* 0° 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + П.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0° 4 0* 0° 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 5 0* 1 0 0 0 5 0* 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0° 4 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0° 4 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0° 4 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0° 4 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0° 4 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0		0*	0	2	0		4		
# # # # # # # # # # # # # # # # # # #		0	5	0*	1		0		
Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 1 0 1 0 1 1 5 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0' 4 1 5 1 2 0* 6 5 0* 8 0' 4 7 К. В одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 6 0* 0* 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 1 5 1 2 0* 6 Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 1 5 0* 8 0' 4 0 5 0* 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 1 0 0* 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 5 0* 8 0' 4 1 0* 0* 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0		0	0	2	1		0		
1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + П.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 0 0 2 1 0 + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0		+		+			+		
1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + П.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 2 0 4 0 0 0 2 1 0 + + + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	Матрица	а с най;	денным 0-ш	трих					
0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + 1 5 1 2 0* + 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* + 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 + 0* 0' 2 0 4 + 0* 0' 2 0 4 + 0* 0' 2 0 4 + 0* 0 2 1 0 0 0 2 1 0 0 0 2 1	-			_	2		0*		
О 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + + +	+	5	0*	8	0,		4		
О О 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +		0*	0,	2	0		4		
+ + + + + + + + + + + + + + + + + + +		0	5	0*	1		0		
Г.к. в одной строке с О-штрих есть О*, было переброшено выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +		0	0	2	1		0		
Выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +		+		+			+		
Выделение: 1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +	Т.к. в	олной	строке с О	- штрих	есть	0*.	было	переброше	o H.S
1 5 1 2 0* 1 0* 0° 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + + + + + + + + + + + + + + + + +			orpono o o	P	0012	ν,	0 2201 0	пороброш	311 0
1 5 0* 8 0' 4 4 0* 0' 2 0 4 0 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 Н 0 0 0 0 0 1 5 1 2 0* 4 0* 0' 4 0' 4 0 0 0 2 0 4 0 0 2 1 0 0 0 0 2 1 0 0			5	1	2		0*		
Нетори 0 0 0 0 4 О 0 0 0 1 0 О 0 0 2 1 0 Натрица 0 0 0 0 0 Натрица 0 0 0 0 0 Натрица 0 0 0 0 0 0 Натрица 0	+								
О 5 0* 1 0 10 0 0 2 1 0 10 0 0 2 1 0 10 0 0 0 2 1 0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	+								
0 0 2 1 0 + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* + 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1									
Натрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 5 0* 8 0' 4 4 0* 0 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0' 0 2 1 0 0 0 2 1 0 + + + +									
Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + +		Ü	v		-				
Матрица с найденным 0-штрих 1 5 1 2 0* 4 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + +	_								
1 5 1 2 0* 5 0* 8 0' 4 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + +		_			ементо	В			
+ 5 0* 8 0' 4 + 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + + +	L ',				2		0*		
+ 0* 0' 2 0 4 0' 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + +	+								
0, 5 0* 1 0 0 0 2 1 0 + +	+								
0 0 2 1 0 +									
+ +									
Г.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено		V	V		1				
Г.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено									
	Т.к. в	одной	строке с О	-штрих	есть	0*,	было	переброше	оне

выделение:

	1	5	1	2	0*
+	5	0*	8	0,	4
· +	0*	0,	2	0	4
+	0,	5	0*	1	0
	0	0	2	1	0
	O	O	2	1	+
					·
Поиск О) среди	невыдел	енных эл	гементов	
Матрица	с найд	ценным О	-штрих		
	1	5	1	2	0*
+	5	0*	8	0,	4
+	0*	0,	2	0	4
+	0,	5	0*	1	0
	0,	0	2	1	0
					+
L-цепоч		47	2 27 .	[0 0]	\ [O 47
		T] -> [ა, 2] ->	[2, 2]	-> [2, 4]
Текущая	CHH:				
	1	5	1	2	0*
	5	0	8	0*	4
	0	0*	2	0	4
	0	5	2 0*	1	0
	U				
	O.*	\cap	· γ	1	()
	0*	0	2	1	0
Итого,		0	2	1	U
	k = 5	0	2		
	k = 5		2	1	
	k = 5		2 1	2	0*
	k = 5 я СНН:			· — — — — — ·	
Итого , Конечна	k = 5 я СНН:	5	1	2	0*
	k = 5 я СНН: 1 5	5 0	1 8	2 0*	0* 4
	k = 5 я СНН: 1 5 0	5 0 0*	1 8 2	2 0* 0	0* 4 4
	k = 5 ля СНН: 1 5 0	5 0 0* 5	1 8 2 0*	2 0* 0	0* 4 4 0
Конечна	k = 5 ля СНН: 1 5 0	5 0 0* 5	1 8 2 0*	2 0* 0	0* 4 4 0
Конечна	k = 5 ля СНН: 1 5 0	5 0 0* 5	1 8 2 0*	2 0* 0	0* 4 4 0
 Конечна X =	k = 5 ля СНН: 1 5 0 0 0*	5 0 0* 5	1 8 2 0*	2 0* 0	0* 4 4 0
X = 0	k = 5 ля СНН: 1 5 0 0 0*	5 0 0* 5 0	1 8 2 0*	2 0* 0	0* 4 4 0

```
1 0 0 0 0
Результат = 38
```

```
15 вариант. Матрица:
  10
      12
          7
               11
                   10
  12
          12
               7
       5
                   12
   8
          7
                  13
      6
               8
             9
   8
      11
          5
                   9
          9 11
  10
      8
                   11
Матрица после приведения к задаче минимизации:
            2
         6
  1
     8
            6
         1
     7
        6
            5
               0
    2
  5
        8
            4
               4
            2
  3
     5
        4
               2
Результат вычитания наименьшего элемента по столбцам:
  2
        5
     7
  0
        0
            4
               1
     6 5
  4
            3
               0
        7 2
     1
  2
     4
        3
            0
               2
Результат вычитания наименьшего элемента по строкам:
        5
            0
               3
     0
  0
     7
               1
        0
            4
    6
        5
            3
  3
     0 6 1
               3
  2
     4
        3 0
               2
Начальная СНН:
      2
          0*
                  5
                         0
                                 3
      ()*
            7
                   0
                          4
                                1
      4
            6
                   5
                          3
                                0*
      3
             0
                   6
                          1
                                 3
      2
                   3
                                 2
                          0*
Число нулей в построенной СНН: k = 4
----- Итерация 1 -----
Результат выделения столбцов, в которых стоит 0*:
      2
             0*
                   5
                                 3
      0*
            7
                   0
                          4
                                 1
```

	4	6	5	3	0*
	3	0	6	1	3
	2	4	3	0*	2
	+	+		+	+
Поиск О	среди не	евыделен	ных элем	ентов	
Матрица	с найден	ным 0-ш	грих		
	2	0*	5	0	3
	0*	7	0,	4	1
	4	6	5	3	0*
	3	0	6	1	3
	2	4	3	0*	2
	+	+		+	+
		роке с 0-	-штрих е	сть 0*,	было переброшено
выдел	ение:				
	2		5	0	3
+		7		4	1
			5		
	3	0	6	1	3
	2	4	3	0*	2
		+		+	+
	среди не				
_			элемент	ов нет н	улей, матрица была
преоб	разована		_	_	_
	0	0*	3	0	3
+	0*	9	0,	6	3
	2	6	3	3	0*
	1	0	4	1	3
	0	4	1	0*	2
		+		+	+
Матанта	с найден	1111M ∩	rn u v		
патрица	О,	о* О*	3	0	3
+	0*	9	0,	6	3
T					
	2	6	3	3	0*
	1	0	4	1	3
	0	4	1	0*	2
		+		+	+

Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0 4 1 3 0 4 1 0* 2 + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделеных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 *
+ 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0 4 1 0* 2 + + + Поиск О среди невыделенных элементов Матрица с найденным О-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 - 1 0 4 1 3 -
+ 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0 4 1 0* 2 + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 0* 2 + + + T.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 1 0 4 1 0* 2 + + + T.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 0 4 1 0* 2 + + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 1 0 4 1 3 + 0' 0 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
1 0 4 1 3 0 4 1 0* 2 + + + + Н 0 0 3 0 3 + 0* 0* 3 0* 3 + 0* 9 0* 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0* 0* 4 1 0* 2 6 3 + 0* 0* 3 0 3 0* 3 + 0* 9 0* 6 3 0* 3 0* 3 0* 3 0* 3 0* 3 0* 3 0* 1 0* 4 1 3 0* 3 0* 1 0* 4 1 3 0* 3 0* 1 0* 4 1 0* 2 0* 0* 0* 0* 0* 0* 0*<
Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 0* 2 + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Ноиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 0* 2 + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 0* 2 + + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 1 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 0 2 + + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + + + + 1 0 0* 3 0 3 4 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + 0' 4 1 0* 2 + 0' 4 1 0* 2 + 0' 0 3 0 3 + 0' 0* 3 0 3 + 0' 0* 3 0 3 + 0' 0* 3 0 3 - 0
+ 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + + + 1 0 4 1 3 1 0 4 1 3 1 0 4 1 3 1 0 4 1 3 1 0' 4 1 0* 2 1 0' 4 1 0* 2 1 0' 4 1 0* 2 1 0' 4 1 0* 2 1 0' 4 1 0* 2 1 0' 0' 0' 0' 0' 1 0' 0' 0' 0' 0' 1 0' 0' 0'
2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть О*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск О среди невыделенных элементов Матрица с найденным О-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть О*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск О среди невыделенных элементов Матрица с найденным О-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
1 0 4 1 3 0' 4 1 0* 2 + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
О' 4 1 0* 2 + + Т.к. в одной строке с О-штрих есть О*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск О среди невыделенных элементов Матрица с найденным О-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ + + Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Т.к. в одной строке с 0-штрих есть 0*, было переброшено выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Выделение: + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ 0° 0* 3 0 3 + 0* 9 0° 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0° 4 1 0* 2 + 0° 0° 0° 0° 3 + 0° 0* 3 0 3 + 0* 9 0° 6 3
+ 0* 9 0' 6 3 2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + 0 0 0 0 3 Н 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
2 6 3 3 0* 1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + Поиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
1 0 4 1 3 + 0' 4 1 0* 2 + 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
+ 0° 4 1 0* 2 Ноиск 0 среди невыделенных элементов Матрица с найденным 0-штрих + 0° 0* 3 0 3 + 0* 9 0° 6 3
+ 0' 4 1 0* 2 Натрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ Поиск О среди невыделенных элементов Матрица с найденным О-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
Матрица с найденным 0-штрих + 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ 0' 0* 3 0 3 + 0* 9 0' 6 3
+ 0* 9 0' 6 3
1 0, 4 1 3
+ 0, 4 1 0* 2
+
L-цепочка:
[4, 2] -> [1, 2] -> [1, 1] -> [2, 1] -> [2, 3]
Текущая СНН:
0* 0 3 0 3

```
0
        9
             0*
                  6
                       3
    2
        6
             3
                  3
                       0*
             4
                  1
                        3
    1
         0*
             1
                        2
    0
         4
                  0*
Mroro, k = 5
______
Конечная СНН:
    0*
        0
             3
                  0
                        3
    0
         9
             0*
                  6
                        3
    2
                   3
        6
             3
                       0*
        0*
             4
                        3
    1
                  1
    0
        4
             1
                  0*
                        2
X =
 1 0 0 0
          0
 0 0 1
         0
           0
 0
   0
      0
        0
          1
   1 0
 0
        0
           0
 0
    0
      0 1
           0
Результат = 57
```