Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

# ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 3

по курсу «Методы вычислений»

на тему: «Метод парабол»

Вариант № 15

Студент ИУ7-21М (Группа) ________ (Подпись, дата) Миронов Г. А. (И. О. Фамилия)

Преподаватель ________ (Подпись, дата) Власов П. А. (И. О. Фамилия)

*2024 г.*

# 1 Выполнение индивидуального задания

## 1.1 Цель работы

Изучение метода парабол для решения задачи одномерной оптимизации.

## 1.2 Постановка задачи

Необходимо:

1. реализовать метод парабол в сочетании с методом золотого сечения в виде программы на ЭВМ.

2. провести решение задачи

$$\begin{cases} f(x) \to min \\ x \in [a, b] \end{cases}$$

для данных индивидуального варианта для лабораторной работы № 1.

3. организовать вывод на экран графика целевой функции, найденной точки минимума $(x^*, f(x^*))$ и последовательности отрезков $(x_{1,i}, x_{3,i})$, содержащих точку искомого минимума (для последовательности отрезков следует предусмотреть возможность "отключения" вывода ее на экран).

Индивидуальный вариант целевой функции:

$$sh(\frac{3x^4 - x + \sqrt{17} - 3}{2}) + sin(\frac{5^{1/3}x^3 - 5^{1/3}x + 1 - 4 * 5^{1/3}}{-x^3 + x + 2}),$$

при $[a, b] = [0, 1]$.

## Метод парабол

Общая идея метода заключается в том, что целевая функция аппроксимируется квадратичной функцией, точку минимума которой можно найти аналитически. При этом точка минимума аппроксимирующей функции принимается в качестве приближения точки минимума исходной целевой функции.

Выбираются пробные точки $x_1$, $x_2$, $x_3$ внутри рассматриваемого интервала $[a, b]$, так что:

1. $x_1 < x_2 < x_3$.
2. $f(x_1) \geq f(x_2) \geq f(x_3)$, где по крайней мере одно неравенство является строгим.

В силу унимодальности целевой функции можно утверждать, что точка минимума $x*$, как и $x_2$ удовлетворяет условию $x^* \in [x_1, x_3]$.

В методе парабол в качестве аппроксимирующей функции используется квадратичная. Она проходит через точки $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$, $(x_3, f(x_3))$.

Уравнение параболы:

$g(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_1)(x - x_2)$

$$\begin{cases} a_0 = f_1 \\ a_1 = \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} \\ a_2 = \frac{1}{x_3 - x_2}[\frac{f_3 - f_1}{x_3 - x_1} - \frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1}] \\ \overline{x} = \frac{1}{2}[x_1 - x_2 - \frac{a_1}{a_2}] \end{cases}$$

## 1.3 Схема алгоритма

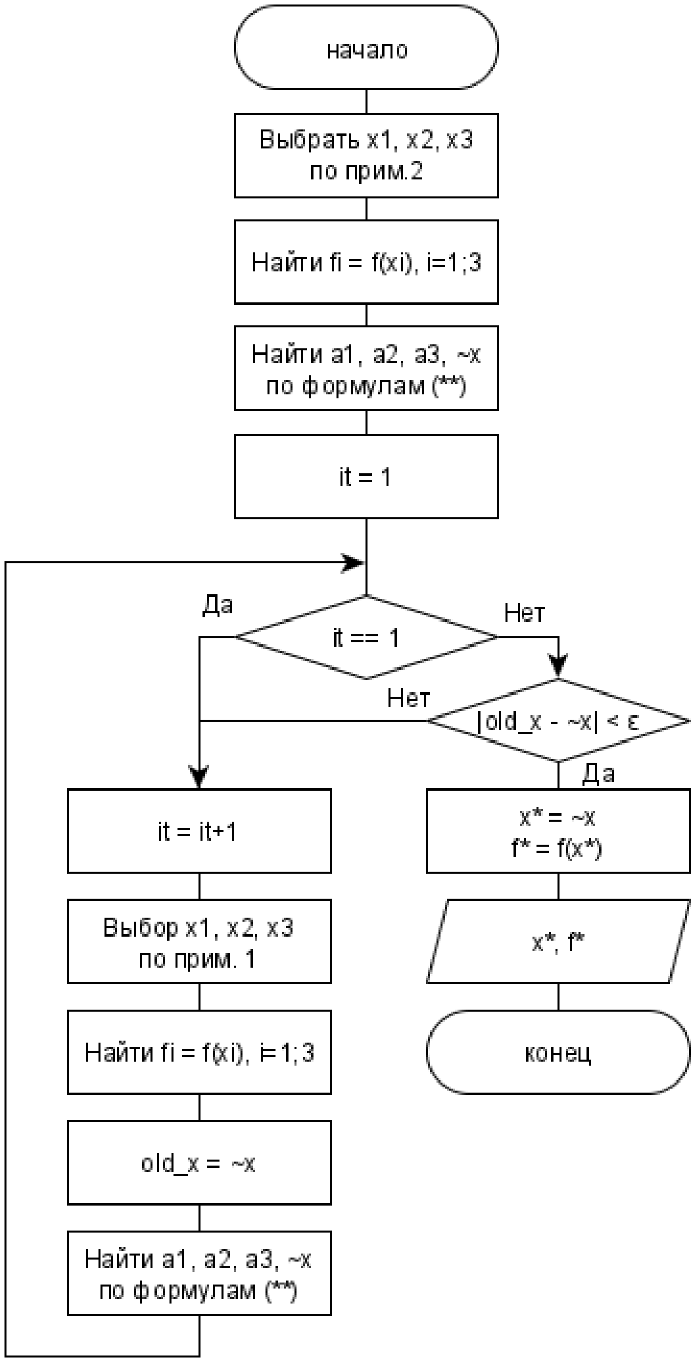


Рисунок 1.1 – Схема алгоритма

## 1.4 Текст программы

Листинг 1.1 – Файл `main.m`

```
function lab02()
    clc();
    debugFlg = 1;
```

```
    delayS = 0.8;
    a = 0;
    b = 1;
    eps = 1e-2;

    fplot(@f, [a, b]);
    hold on;

    [xStar, fStar] = goldenRatio(a, b, eps, debugFlg, delayS);

    scatter(xStar, fStar, 'r', 'filled');

    legend("off");
end

function [xStar, fStar] = goldenRatio(a, b, eps, debugFlg,
   delayS)
    tau = (sqrt(5) - 1) / 2;
    l = b - a;

    x1 = b - tau * l;
    x2 = a + tau * l;
    f1 = f(x1);
    f2 = f(x2);

    i = 0;
    while 1
        i = i + 1;

        if debugFlg
            fprintf(' %2d ai=%.10f bi=%.10f\n', i, a, b);
            line([a b], [f(a) f(b)], 'color', 'b');
            %plot(a, f(a), 'xm', b, f(b), 'xb');
            hold on;
            pause(delayS);
        end

        if l > 2 * eps
            if f1 <= f2
                b = x2;
                l = b - a;
```

```
                x2 = x1;
                f2 = f1;

                x1 = b - tau * l;
                f1 = f(x1);
            else
                a = x1;
                l = b - a;

                x1 = x2;
                f1 = f2;

                x2 = a + tau * l;
                f2 = f(x2);
            end
        else
            xStar = (a + b) / 2;
            fStar= f(xStar);
            break
        end
    end

    i = i + 1;
    if debugFlg
        fprintf(' %2d ai=%.10f bi=%.10f\n', i, a, b);
        fprintf('RESULT: x*=%.10f f(x*)=%.10f\n', xStar, fStar);

        line([a b], [f(a) f(b)], 'color', 'r');
    end
end

function y = f(x)
    k = power(5,1/3);

    y = sinh((3 * power(x,4) - x + sqrt(17) - 3) / 2) + sin((k *
       power(x, 3) - k * x + 1 - 2 * k) ./ (-power(x,3) + x +
       2));
end
```

## 1.5 Результаты расчетов для задачи из индивидуального варианта.

Таблица 1.1 – Результаты расчетов

| № п/п | $\epsilon$ | $N$ | $x^*$ | $f(x^*)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $1e-2$ | 2 | 0.4381262644 | −0.5511546082 |
| 2 | $1e-4$ | 7 | 0.4423213847 | −0.5511898772 |
| 3 | $1e-6$ | 12 | 0.4423638093 | −0.5511898808 |