4. Praktikum: Modellierung von Dynamischen Systemen

Andreas Krohn Benjamin Vetter

11. Januar 2011

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung: Modellierung des Wirkungsdiagramms 1

1.1 Bestimmen Sie für den Arbeitspunkt (x0=15mm) den Strom i0 und die Spannung u0 . . . 1

1.2 Zeichnen Sie für die DGLn (1) und (2) die Strukturbilder (Integrierer, Funktionen, ...) . . . 2

1.3 Linearisieren Sie die DGLn (1) und (2) . . . 2

1.4 Normieren Sie die linearisierten DGLn auf SI-Größen . . . 4

1.5 Geben Sie zu den linearisierten und normierten DGLn die Übertragungsfunktionen an . . . 4

1.6 Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke an . . . 4

1.7 sisotool . . . 4

1 Vorbereitung: Modellierung des Wirkungsdiagramms

1.1 Bestimmen Sie für den Arbeitspunkt (x0=15mm) den Strom i0 und die Spannung u0

Es gilt:

$$m\ddot{x} = \sum F = mg - C\left(\frac{i}{x}\right)^2 \tag{1}$$

Für den Strom i_0 gilt:

$$\begin{aligned}
0 &= mg - C\left(\frac{i_0}{x}\right)^2 \\
C\left(\frac{i_0}{x}\right)^2 &= mg \\
\left(\frac{i_0}{x}\right)^2 &= \frac{mg}{C} \\
\frac{i_0}{x} &= \sqrt{\frac{mg}{C}}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
i_0 &= x\sqrt{\frac{mg}{C}} \\
i_0 &= 0.015m\sqrt{\frac{0.025kg\cdot 9.81\frac{m}{s^2}}{5\cdot 10^{-6}\frac{\frac{kg\cdot m}{s^2}m^2}{A^2}}} \\
i_0 &= 0.015m\sqrt{0.025kg\cdot 9.81\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{5\cdot 10^{-6}}\frac{A^2}{\frac{kg\cdot m^3}{s^2}}} \\
i_0 &= 0.015m\sqrt{0.025kg\cdot 9.81\frac{m}{s^2}\cdot\frac{1}{5\cdot 10^{-6}}\cdot A^2\cdot\frac{s^2}{kg\cdot m^3}} \\
i_0 &= 0.015m\sqrt{\frac{0.025\cdot 9.81}{5\cdot 10^{-6}}\cdot\frac{A^2}{m^2}} \\
i_0 &= 3.3221A
\end{aligned}
$$

Es gilt:

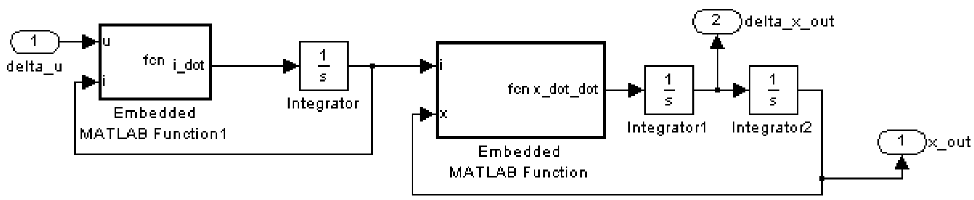
$$
u(t) = R\cdot i(t) + L\cdot\frac{di(t)}{dt} \tag{2}
$$

Für die Spannung u_0 gilt:

$$
\begin{aligned}
u_0 &= 3\frac{V}{A}\cdot 3.3221A + 0.1\frac{Vs}{A}\cdot\frac{di(t)}{dt} \\
u_0 &= 3\frac{V}{A}\cdot 3.3221A + 0 \\
u_0 &= 9.9663V
\end{aligned}
$$

1.2 Zeichnen Sie für die DGLn (1) und (2) die Strukturbilder (Integrierer, Funktionen, ...)

$$
\ddot{x} = g - \frac{C}{m}\cdot\left(\frac{i}{x}\right)^2
$$



1.3 Linearisieren Sie die DGLn (1) und (2)

Es gilt:

$$
\begin{aligned}
\ddot{x} &= g - \frac{C}{m}\cdot\left(\frac{i}{x}\right)^2 \\
\ddot{x}(t) &= g - \frac{C}{m}\cdot\left(\frac{i(t)}{x(t)}\right)^2
\end{aligned}
$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\delta f}{\delta i}\right|_A &= -\frac{2Ci_0}{mx^2} \\
&= -2\cdot 5\cdot 10^{-6}\frac{kg\cdot m^3}{A^2s^2}\cdot 3.3221A\cdot\frac{1}{0.025kg\cdot 0.015^2m^2} \\
&= -\frac{2\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 3.3221}{0.025\cdot 0.015^2}\frac{m}{As^2} \\
&= -5.9060\frac{m}{A\cdot s^2}
\end{aligned}$$

Nach dx im AP abgelitten:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\delta f}{\delta x}\right|_A &= \frac{2Ci_0^2}{mx^3} \\
&= 2\cdot 5\cdot 10^{-6}\frac{kg\cdot m^3}{A^2s^2}3.3221^2A^2\cdot\frac{1}{0.025kg\cdot 0.015^3m^3} \\
&= \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot 3.3221^2}{0.025\cdot 0.015^3}\frac{1}{s^2} \\
&= 1308.0120\frac{1}{s^2}
\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\Delta\ddot{x} = -5.9060\frac{m}{As^2}\cdot\Delta i + 1308.0120\frac{1}{s^2}\cdot\Delta x \tag{3}$$

Es gilt:

$$\begin{aligned}
u(t) &= R\cdot i(t) + L\cdot\dot{i}(t) \\
\dot{i}(t) &= \frac{1}{L}\cdot u(t) - \frac{R}{L}\cdot i(t)
\end{aligned}$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\delta f}{\delta i}\right|_A &= -\frac{R}{L} \\
&= -3\frac{V}{A}\cdot 10\frac{A}{Vs} \\
&= -30\frac{1}{s}
\end{aligned}$$

Nach du im AP abgelitten:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\delta f}{\delta u}\right|_A &= \frac{1}{L} \\
&= \frac{1}{0.01\frac{Vs}{A}} \\
&= 10\frac{A}{Vs}
\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\Delta\dot{i} = -30\frac{1}{s}\cdot\Delta i + 10\frac{A}{Vs}\cdot\Delta u \tag{4}$$

1.4 Normieren Sie die linearisierten DGLn auf SI-Größen

(3) liegt bereits in SI-Einheiten vor.

Für (4) gilt:

$$\Delta \dot{i} = -30 \frac{1}{s} \cdot \Delta i + 10 \frac{s^2 A^2}{m^2 kg} \cdot \Delta u \tag{5}$$

1.5 Geben Sie zu den linearisierten und normierten DGLn die Übertragungsfunktionen an

$$\begin{aligned} s^2 X(s) - 1308.012 s^0 X(s) &= -5.9060 s^0 I(s) \\ X(s)(s^2 - 1308.012) &= -5.9060 I(s) \\ G_1(s) &= \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-5.9060}{s^2 - 1308.012} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^1 I(s) + 30 s^0 I(s) &= 10 s^0 U(S) \\ I(s)(s+30) &= 10 U(s) \\ G_2(s) &= \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{10}{s+30} \end{aligned}$$

1.6 Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke an

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) = -\frac{59.060}{s^3 + 30s^2 - 1308.0120s - 39240.36} \tag{6}$$

1.7 sisotool

Die mittels sisotool berechnete Reglerübertragungsfunktion:

```
>> C

Zero/pole/gain from input "Input" to output "Output":
-5362.0135 (s^2 + 13.83s + 62.32)
----------------------------------
            s (s+100)

>> tf(C)

Transfer function from input "Input" to output "Output":
-5362 s^2 - 7.415e004 s - 3.342e005
------------------------------------
            s^2 + 100 s
```