4. Praktikum: Modellierung von Dynamischen Systemen

Andreas Krohn Benjamin Vetter

11. Januar 2011

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung: Modellierung des Wirkungsdiagramms

1.1 Bestimmen Sie für den Arbeitspunkt (x0=15mm) den Strom i0 und die Spannung u0

Es gilt:

$$m\ddot{x} = \sum F = mg - C(\frac{i}{x})^2 \tag{1}$$

Für den Strom i_0 gilt:

$$\begin{aligned} 0 &= mg - C(\frac{i}{x})^2 \\ C(\frac{i}{x})^2 &= mg \\ (\frac{i}{x})^2 &= \frac{mg}{C} \\ \frac{i}{x} &= \sqrt{\frac{mg}{C}} \\ i &= x\sqrt{\frac{mg}{C}} \end{aligned}$$

$$i = 0.015m\sqrt{\frac{0.025kg \cdot 9.81\frac{m}{s^2}}{5 \cdot 10^{-6}\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}m^2}{A^2}}}$$
$$i = 0.015m\sqrt{0.025kg \cdot 9.81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}}\frac{A^2}{\frac{kg \cdot m^3}{s^2}}}$$
$$i = 0.015m\sqrt{0.025kg \cdot 9.81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}} \cdot A^2 \cdot \frac{s^2}{kg \cdot m^3}}$$
$$i = 0.015m\sqrt{\frac{0.025 \cdot 9.81}{5 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{A^2}{m^2}}$$
$$i = 3.3221A$$

Für die Spannung u_0 gilt:

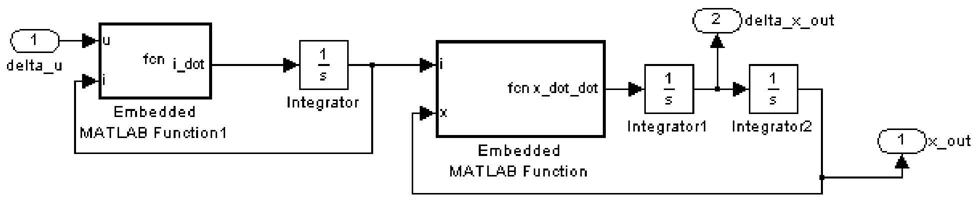
$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{2}$$

Es gilt:

$$u_0 = 3\frac{V}{A} \cdot 3.3221A + 0.1\frac{Vs}{A} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$
$$u_0 = 3\frac{V}{A} \cdot 3.3221A + 0$$
$$u_0 = 9.9663V$$

1.2 Zeichnen Sie für die DGLn (1) und (2) die Strukturbilder (Integrierer, Funktionen, ...)

$$\ddot{x} = g - \frac{C}{m} \cdot (\frac{i}{x})^2$$



1.3 Linearisieren Sie die DGLn (1) und (2)

Es gilt:

$$\ddot{x} = g - \frac{C}{m} \cdot (\frac{i}{x})^2$$
$$\ddot{x}(t) = g - \frac{C}{m} \cdot (\frac{i(t)}{x(t)})^2$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\left.\frac{\delta f}{\delta i}\right|_A = -\frac{2Ci_0}{mx^2}$$
$$= -2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \tfrac{kg \cdot m^3}{A^2 s^2} \cdot 3.3221A \cdot \tfrac{1}{0.025kg \cdot 0.015^2 m^2}$$
$$= -\tfrac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3.3221}{0.025 \cdot 0.015^2} \tfrac{m}{As^2}$$
$$= -5.9060 \tfrac{m}{A \cdot s^2}$$

Nach dx im AP abgelitten:

$$\left.\frac{\delta f}{\delta x}\right|_A = \frac{2Ci_0^2}{mx^3}$$
$$= 2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \tfrac{kg \cdot m^3}{A^2 s^2} 3.3221^2 A^2 \cdot \tfrac{1}{0.025kg \cdot 0.015^3 m^3}$$
$$= \tfrac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3.3221^2}{0.025 \cdot 0.015^3} \tfrac{1}{s^2}$$
$$= 1308.0120 \tfrac{1}{s^2}$$

Daraus folgt:

$$\Delta \ddot{x} = -5.9060 \frac{m}{As^2} \cdot \Delta i + 1308.0120 \frac{1}{s^2} \cdot \Delta x \tag{3}$$

Es gilt:

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \dot{i}(t)$$
$$\dot{i}(t) = \frac{1}{L} \cdot u(t) - \frac{R}{L} \cdot i(t)$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\left.\frac{\delta f}{\delta i}\right|_A = -\frac{R}{L}$$
$$= -3 \tfrac{V}{A} \cdot 10 \tfrac{A}{Vs}$$
$$= -30 \tfrac{1}{s}$$

Nach du im AP abgelitten:

$$\left.\frac{\delta f}{\delta u}\right|_A = \frac{1}{L}$$
$$= \tfrac{1}{0.01 \frac{Vs}{A}}$$
$$= 10 \tfrac{A}{Vs}$$

Daraus folgt:

$$\Delta \dot{i} = -30 \frac{1}{s} \cdot \Delta i + 10 \frac{A}{Vs} \cdot \Delta u \tag{4}$$

1.4 Normieren Sie die linearisierten DGLn auf SI-Größen

(3) liegt bereits in SI-Einheiten vor.

Für (4) gilt:

$$\Delta \dot{i} = -30 \frac{1}{s} \cdot \Delta i + 10 \frac{s^2 A^2}{m^2 kg} \cdot \Delta u \tag{5}$$

TODO?

1.5 Geben Sie zu den linearisierten und normierten DGLn die Übertragungsfunktionen an

$$\begin{aligned} s^2 X(s) - 1308.012 s^0 X(s) &= -5.9060 s^0 I(s) \\ X(s)(s^2 - 1308.012) &= -5.9060 I(s) \\ G_1(s) = \frac{X(s)}{I(s)} &= \frac{-5.9060}{s^2 - 1308.012} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^1 I(s) + 30 s^0 I(s) &= 10 s^0 U(S) \\ I(s)(s + 30) &= 10 U(s) \\ G_2(s) = \frac{I(s)}{U(s)} &= \frac{10}{s + 30} \end{aligned}$$

1.6 Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke an

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) = -\frac{59.060}{s^3 + 30s^2 - 1308.0120s - 39240.36} \tag{6}$$

1.7 sisotool

Die mittels sisotool berechnete Reglerübertragungsfunktion:

```
>> C

Zero/pole/gain from input "Input" to output "Output":
-5362.0135 (s^2 + 13.83s + 62.32)
----------------------------------
           s (s+100)

>> tf(C)

Transfer function from input "Input" to output "Output":
-5362 s^2 - 7.415e004 s - 3.342e005
-----------------------------------
           s^2 + 100 s
```