

4. Praktikum: Modellierung von Dynamischen Systemen

Andreas Krohn

Benjamin Vetter

29. Dezember 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung: Modellierung des Wirkungsdiagramms	1
1.1 Bestimmen Sie für den Arbeitspunkt ($x_0=15\text{mm}$) den Strom i_0 und die Spannung u_0	1
1.2 Zeichnen Sie für die DGLn (1) und (2) die Strukturbilder (Integrierer, Funktionen, ...)	2
1.3 Linearisieren Sie die DGLn (1) und (2)	3
1.4 Normieren Sie die linearisierten DGLn auf SI-Größen	4
1.5 Geben Sie zu den linearisierten und normierten DGLn die Übertragungsfunktionen an	4
1.6 Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke an	4

1 Vorbereitung: Modellierung des Wirkungsdiagramms

1.1 Bestimmen Sie für den Arbeitspunkt ($x_0=15\text{mm}$) den Strom i_0 und die Spannung u_0

Es gilt:

$$m\ddot{x} = \sum F = mg - C\left(\frac{\dot{i}}{x}\right)^2 \quad (1)$$

Für den Strom i_0 gilt:

$$\begin{aligned} 0 &= mg - C\left(\frac{\dot{i}}{x}\right)^2 \\ C\left(\frac{\dot{i}}{x}\right)^2 &= mg \\ \left(\frac{\dot{i}}{x}\right)^2 &= \frac{mg}{C} \\ \frac{\dot{i}}{x} &= \sqrt{\frac{mg}{C}} \\ i &= x\sqrt{\frac{mg}{C}} \end{aligned}$$

$$i = 0.015m \sqrt{\frac{0.025kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{5 \cdot 10^{-6} \frac{kg \cdot m}{s^2} \frac{m^2}{A^2}}}$$

$$i = 0.015m \sqrt{0.025kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \frac{kg \cdot m^3}{s^2}} \frac{A^2}{m^2}}$$

$$i = 0.015m \sqrt{0.025kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}} \cdot A^2 \cdot \frac{s^2}{kg \cdot m^3}}$$

$$i = 0.015m \sqrt{\frac{0.025 \cdot 9.81}{5 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{A^2}{m^2}}$$

$$i = 3.3221A$$

Für die Spannung u_0 gilt:

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (2)$$

Es gilt:

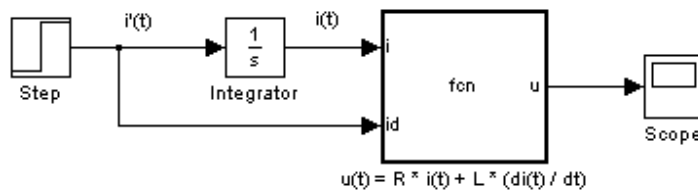
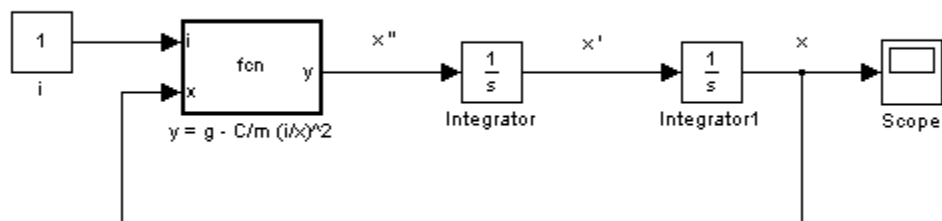
$$u_0 = 3 \frac{V}{A} \cdot 3.3221A + 0.1 \frac{Vs}{A} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_0 = 3 \frac{V}{A} \cdot 3.3221A + 0$$

$$u_0 = 9.9663V$$

1.2 Zeichnen Sie für die DGLn (1) und (2) die Strukturbilder (Integrierer, Funktionen, ...)

$$\ddot{x} = g - \frac{C}{m} \cdot \left(\frac{i}{x}\right)^2$$



1.3 Linearisieren Sie die DGLn (1) und (2)

Es gilt:

$$\ddot{x} = g - \frac{C}{m} \cdot \left(\frac{i}{x}\right)^2$$

$$\ddot{x}(t) = g - \frac{C}{m} \cdot \left(\frac{i(t)}{x(t)}\right)^2$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\left. \frac{\delta f}{\delta i} \right|_A = -\frac{2Ci_0}{mx^2}$$

$$= -2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{kg \cdot m^3}{A^2 s^2} \cdot 3.3221 A \cdot \frac{1}{0.025 kg \cdot 0.015^2 m^2}$$

$$= -\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3.3221}{0.025 \cdot 0.015^2} \frac{m}{As^2}$$

$$= -5.9060 \frac{m}{A \cdot s^2}$$

Nach dx im AP abgelitten:

$$\left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_A = \frac{2Ci_0^2}{mx^3}$$

$$= 2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{kg \cdot m^3}{A^2 s^2} \cdot 3.3221^2 A^2 \cdot \frac{1}{0.025 kg \cdot 0.015^3 m^3}$$

$$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3.3221^2}{0.025 \cdot 0.015^3} \frac{1}{s^2}$$

$$= 1308.0120 \frac{1}{s^2}$$

Daraus folgt:

$$\Delta \ddot{x} = -5.9060 \frac{m}{As^2} \cdot \Delta i + 1308.0120 \frac{1}{s^2} \cdot \Delta x \quad (3)$$

Es gilt:

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \dot{i}(t)$$

$$\dot{i}(t) = \frac{1}{L} \cdot u(t) - \frac{R}{L} \cdot i(t)$$

Nach di im AP abgelitten:

$$\left. \frac{\delta f}{\delta i} \right|_A = -\frac{R}{L}$$

$$= -3 \frac{V}{A} \cdot 10 \frac{A}{Vs}$$

$$= -30 \frac{1}{s}$$

Nach du im AP abgelitten:

$$\left. \frac{\delta f}{\delta u} \right|_A = \frac{1}{L}$$

$$= \frac{1}{0.01 \frac{Vs}{A}}$$

$$= 10 \frac{A}{Vs}$$

Daraus folgt:

$$\Delta \dot{i} = -30 \frac{1}{s} \cdot \Delta i + 10 \frac{A}{V_s} \cdot \Delta u \quad (4)$$

1.4 Normieren Sie die linearisierten DGLn auf SI-Größen

(3) liegt bereits in SI-Einheiten vor.

Für (4) gilt:

$$\Delta \dot{i} = -30 \frac{1}{s} \cdot \Delta i + 10 \frac{s^2 A^2}{m^2 kg} \cdot \Delta u \quad (5)$$

TODO?

1.5 Geben Sie zu den linearisierten und normierten DGLn die Übertragungsfunktionen an

$$\begin{aligned} s^2 X(s) - 1308.012 s^0 X(s) &= -5.9060 s^0 I(s) \\ X(s)(s^2 - 1308.012) &= -5.9060 I(s) \\ G_1(s) = \frac{X(s)}{I(s)} &= \frac{-5.9060}{s^2 - 1308.012} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^1 I(s) + 30 s^0 I(s) &= 10 s^0 U(s) \\ I(s)(s + 30) &= 10 U(s) \\ G_2(s) = \frac{I(s)}{U(s)} &= \frac{10}{s + 30} \end{aligned}$$

1.6 Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Regelstrecke an

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) = -\frac{59.060}{s^3 + 30s^2 - 1308.0120s - 39240.36} \quad (6)$$