

# Notas de aulas de Estatística Econômica

Marcos Minoru Hasegawa

2020-09-23



# Sumário

<b>Licença</b>	<b>5</b>
<b>Sobre o material</b>	<b>7</b>
<b>Sobre o Autor</b>	<b>9</b>
<b>1 Medidas de posição</b>	<b>11</b>
1.1 Variável Aleatória . . . . .	11
1.2 Média Aritmética Simples . . . . .	11
1.3 Média Aritmética Ponderada . . . . .	13
1.4 Média Geométrica Simples . . . . .	14
1.5 Média Geométrica Ponderada . . . . .	15
1.6 Média Harmônica . . . . .	16
1.7 Média Harmônica Ponderada . . . . .	17
1.8 Mediana . . . . .	18
1.9 Quartis ou Quartiles . . . . .	20
1.10 Moda . . . . .	22
<b>2 Medidas de dispersão</b>	<b>23</b>
2.1 Variância . . . . .	23
2.2 Desvio Padrão . . . . .	24
2.3 Covariância . . . . .	26
<b>3 Revisão de Literatura</b>	<b>29</b>

<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>31</b>
<b>5</b>	<b>Aplicações</b>	<b>33</b>
5.1	Exemplo um . . . . .	33
5.2	Exemplo dois . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>35</b>

# Licença

Como está descrito no repositório, os poucos códigos originais desenvolvidos ao longo do texto estão sob a licença **GNU GPLv3** .

O texto e as artes gráficas elaboradas de forma original estão sob licença **Creative Commons BY-NC-SA 4.0**.



# Sobre o material

A situação especial causada pela pandemia da COVID-19 forçou a muitos professores criarem materiais para facilitar aulas remotas das suas disciplinas. A disciplina SE305 Estatística Econômica e Introdução à Econometria da UFPR não poderia ser diferente. Então, o objetivo deste material é de suprir a falta das bibliografias básicas na sua versão digital com a disponibilização de forma digital e gratuita o que seria o material das notas das aulas da disciplina de Estatística Econômica. Não é o ideal, mas a ideia é melhorar o material com tempo.





# Sobre o Autor

Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal do Paraná. Engenheiro Agrônomo pela UNESP/Jaboticabal, Mestrado em Economia Agrária pela ESALQ/USP e Doutorado em Economia Aplicada pela ESALQ/USP, é um dos professores responsáveis pelas disciplinas de SE305 Estatística Econômica e Introdução à Econometria e SE308 Econometria ambas do curso de Economia da Universidade Federal do Paraná (UFPR).



# Capítulo 1

## Medidas de posição

Este tópico está baseado no material de Sartoris (2013).

Trata-se de medidas de tendência central ou resumo. Como os nomes dizem, tratam-se de medidas que tratam de resumir a massa de valores e um único número.

### 1.1 Variável Aleatória

- variável aleatória (v.a.) é uma variável que está associada a uma *distribuição de probabilidade*.
- Ou seja, cada valor da v.a. está associada a uma probabilidade.
- O resultado do lançamento de uma dado, que poder ser qualquer número de 1 a 6, está associada a uma probabilidade de 1/6.

### 1.2 Média Aritmética Simples

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.1)$$

onde  $i = 1, \dots, n$

#### 1.2.1 Exemplo 1

Qual é a média aritmética de um grupo de cinco pessoas cujas idades são em ordem crescente, 21,23,25,28 e 31. Para responder, basta aplicar (1.1).

$$\overline{X} = \frac{21 + 23 + 25 + 28 + 31}{5} = 25,6$$

### 1.2.2 EXemplo 1 no R

```
X <- c(21, 23, 25, 28, 31)
X
```

```
## [1] 21 23 25 28 31
```

```
mediaX <- mean(X)
mediaX
```

```
## [1] 25,6
```

### 1.2.3 Exemplo 2

Qual é a média aritmética de três provas realizadas por um aluno, cujas notas foram 4,6 e 8. Para responder, basta aplicar (1.1).

$$\overline{X} = \frac{4 + 6 + 8}{3} = 6$$

### 1.2.4 Exemplo 2 no R

```
X2 <- c(4, 6, 8)
X2
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
mediaX2 <- mean(X2)
mediaX2
```

```
## [1] 6
```

## 1.3 Média Aritmética Ponderada

Na média aritmética ponderada, cada valor pode ter importância diferentes dos outros valores considerados no computo. A frequência dos valores é muito comumente usada para dar maior ou menor importância relativa entre os valores considerados no computo da média aritmética ponderada. Veja como fica a fórmula para o cálculo da média aritmética ponderada em (1.2)

$$\bar{X} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n w_i X_i \quad (1.2)$$

onde  $w_i$  é a ponderação ou peso associado a  $i$ -ésimo valor de  $X$ .

Podemos escrever na forma de frequência relativa dos valores da variável  $X$ :

$$f_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (1.3)$$

### 1.3.1 Exemplo 3

Qual é a média aritmética de um grupo de vinte alunos, oito com 22 anos, sete de 23 anos, três de 25 anos, um de 28 anos e um de 30 anos. Para responder, basta aplicar (1.2).

$$\bar{X} = \frac{22 \times 8 + 23 \times 7 + 25 \times 3 + 28 \times 1 + 30 \times 1}{20} = 23,5$$

### 1.3.2 Exemplo 3 no R

```
X3 <- c(22, 23, 25, 28, 30)
X3
```

```
## [1] 22 23 25 28 30
```

```
w3 <- c(8, 7, 3, 1, 1)
w3
```

```
## [1] 8 7 3 1 1
```

```
wX3 <- w3 * X3
mediaX3 <- sum(wX3)/sum(w3)
mediaX3
```

```
## [1] 23,5
```

### 1.3.3 Exemplo 4

Qual é a média ponderada de três provas realizadas por um aluno, cujas notas foram 4, 6 e 8. A primeira prova tem peso igual a 1, a segunda tem peso igual a 2 e a terceira tem peso igual a 3. Para responder, basta aplicar (1.2).

$$\bar{X} = \frac{4 \times 1 + 6 \times 2 + 8 \times 3}{1 + 2 + 3} \cong 6,7$$

### 1.3.4 Exemplo 4 no R

```
X4 <- c(4, 6, 8)
X4
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
w4 <- c(1, 2, 3)
w4
```

```
## [1] 1 2 3
```

```
wX4 <- w4 * X4
mediaX4 <- sum(wX4)/sum(w4)
round(mediaX4, digits = 1)
```

```
## [1] 6,7
```

## 1.4 Média Geométrica Simples

Na média geométrica simples, a forma de obter uma medida resumo ou de tendência central é multiplicar todos os  $n$  valores e tirar a raiz enésima do resultado do produtório. Assim é possível ter duas fórmulas para a média geométrica a (1.4) e (1.5).

$$G = \left( \prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1.4)$$

ou

$$G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n} \quad (1.5)$$

O que acontece se um dos valores de  $X$  for igual a zero? E se um dos valores for negativo?

### 1.4.1 Exemplo 5

Sejam três valores 4, 6 e 8. Calcule a média geométrica simples.

$$\sqrt[3]{4 \times 6 \times 8} \cong 5,7690$$

### 1.4.2 Exemplo 5 no R

```
X5 <- c(4, 6, 8)
X5
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
n <- length(X5)
mediaX5 <- prod(X5)^(1/n)
round(mediaX5, digits = 1)
```

```
## [1] 5,8
```

## 1.5 Média Geométrica Ponderada

Na média geométrica ponderada que podem ser calculadas através de duas fórmulas (1.6) e (1.7), cada valor pode ter uma importância diferente em relação aos outros valores no computo da média geométrica. Muito comumente, esta maior ou menor importância pode estar associada a frequência dos valores considerados no cálculo.

$$G = \left( \prod_{j=1}^k X_j^{w_j} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1.6)$$

ou

$$G = \sqrt[n]{X_1^{w_1} \times X_2^{w_2} \times \dots \times X_k^{w_k}} \quad (1.7)$$

onde a  $\sum_{j=1}^k w_j = n$

### 1.5.1 Exemplo 6

tomando os valores do exemplo 5 e ponderando por 1,2 e 3, temos:

$$\sqrt[6]{4^1 \times 6^2 \times 8^3} \cong 6,5$$

### 1.5.2 O exemplo 6 no R

```
x6 <- c(4, 6, 8)
class(x6)
```

```
## [1] "numeric"
```

```
x6
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
w6 <- c(1, 2, 3)
w6
```

```
## [1] 1 2 3
```

```
G2 <- round((prod(x6^w6))^(1/sum(w6)), 1)
G2
```

```
## [1] 6,5
```

## 1.6 Média Harmônica

É o inverso da média dos inversos dos valores da variável que pode ser calculada através das fórmulas (1.8) e (1.9).

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}} \quad (1.8)$$

$$H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}} \quad (1.9)$$

O que acontece se um dos valores de  $X$  for igual a zero? Para entender essa situação, use o conceito de limite fazendo o valor tender a zero.

### 1.6.1 Exemplo 7

Tomando o exemplo das notas, temos:

$$H = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} \cong 5,5.$$



## 1.7 Média Harmônica Ponderada

Na média harmônica ponderada, assim como na média aritmética ponderada e na média geométrica ponderada, cada valor pode ter uma importância em relação aos outros valores considerados no seu cálculo. Comumente, a frequência do valor pode associar uma maior ou menor importância no cálculo da média harmônica ponderada que pode ser calculada através das fórmulas (1.10) e (1.11)

$$H = \frac{n}{\sum_{j=1}^k w_j \frac{1}{X_j}} \quad (1.10)$$

ou

$$H = \frac{n}{w_1 \frac{1}{X_1} + w_2 \frac{1}{X_2} + \dots + w_k \frac{1}{X_k}} \quad (1.11)$$

onde a  $\sum_{j=1}^k w_j = n$

### 1.7.1 Exemplo 8

Tomando o exemplo das notas

$$H = \frac{6}{\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3} \cong 6,3.$$

### 1.7.2 Observação

Tanto para as médias simples como para as ponderadas, a média aritmética é maior do que a média geométrica e essa, por sua vez, é maior que a harmônica. Isso só não vale quando todos os valores são iguais. Veja de forma esquemática em (1.12)

$$\overline{X} \geq G \geq H \quad (1.12)$$

### 1.7.3 Exemplo 9

O aluno tira as seguintes notas bimestrais: 3,4,5,7 e 8,5. Determine qual seria sua média final se esta fosse calculada dos três modos, aritmética, geométrica e harmônica, em cada um dos seguintes casos: i) as notas têm o mesmo peso e; ii) as notas têm pesos diferentes.

- i) As notas dos bimestres têm os mesmos pesos.

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{3 + 4,5 + 7 + 8,5}{4} = 23/4 = 5,75 \\ G &= \sqrt[4]{3 \times 4,5 \times 7 \times 8,5} = \sqrt[4]{803,25} \cong 5,32 \\ H &= \frac{4}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4,5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8,5}} \cong 4,90\end{aligned}$$

- ii) Suponha que agora os pesos para as notas bimestrais sejam, 30%, 25%, 25% e 20%.

$$\begin{aligned}\bar{X} &= 0,3 \times 3 + 0,25 \times 4,5 + 0,25 \times 7 + 0,20 \times 8,5 = 5,475 \\ G &= 3^{0,3} \times 4,5^{0,25} \times 7^{0,25} \times 8,5^{0,2} \cong 5,05 \\ H &= \frac{1}{0,3\frac{1}{3} + 0,25\frac{1}{4,5} + 0,25\frac{1}{7} + 0,2\frac{1}{8,5}} \cong 4,66\end{aligned}$$

## 1.8 Mediana

é o valor que divide um conjunto de dados ordenados ao meio, ou seja, dois grupos de valores de igual tamanho. Com base na definição de mediana, o valor da mediana pode ser obtida através da sua posição que proporciona duas situações: i) o número de valores é ímpar e ii) o número de valores é par.

- i) Quando o número de valores é ímpar, a posição do valor correspondente a mediana é obtida através de (1.13):

$$PMediana_{\text{ímpar}} = \frac{n+1}{2} \quad (1.13)$$

onde  $n$  é o número de valores considerado no cálculo.

- ii) Quando o número de valores é par, a posição da mediana é obtida através da média entre os dois valores centrais do conjunto de valores ordenados de menor a maior. O primeiro valor central é definido pela posição obtida através de (1.14)

$$P1Mediana_{\text{par}} = \frac{n}{2} \quad (1.14)$$

onde  $n$  é o número de valores considerado para o cálculo.

O segundo valor central é definido pela posição obtida através de (1.15)

$$P2Mediana_{par} = \frac{n}{2} + 1 \quad (1.15)$$

onde  $n$  é o número de valores considerado para o cálculo.

Assim, a mediana quando o número de valores é par é obtida através da média aritmética simples dos valores correspondentes as posições obtidas por (1.14) e por (1.15) através de (1.16)

$$Mediana_{par} = \frac{ValorCentral_1 + ValorCentral_2}{2} \quad (1.16)$$

### 1.8.1 Exemplo numérico de Mediana quando o número de valores é ímpar

Seja um conjunto de valores 2,-3,1,-2,0,-1,3. Obtenha a mediana.

Primeiramente ordena-se do menor para o maior.

-3,-2,-1,0,1,2,3

Como se trata de número ímpar de valores o valor central que divide o conjunto de valores em dois subconjuntos de igual tamanho é o valor da mediana. Neste caso é o zero.

### 1.8.2 Mediana no R

```
w <- c(-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)
mediana1 <- median(w)
print(mediana1)
```

```
## [1] 0
```

### 1.8.3 Exemplo numérico de Mediana quando o número de valores é par

No exemplo anterior o conjunto de dados era composto por um número ímpar de valores. Neste exemplo o número de valores ordenado de menor a maior é par. Nesse caso, apesar de existir vários critérios, o mais usual é tirar a média aritmética simples entre os dois valores centrais do conjunto de valores ordenados de menor a maior. Uma vez que não existe um valor que separe dois subconjuntos de igual tamanho, a média aritmética simples destes dois valores é o valor da mediana quando o número total de valores não é ímpar.

Sejam os valores -2,1,3,2,-3,1. Obtenha a mediana.

Primeiramente ordena-se os seis valores.

-3,-2,-1,1,2,3

Note que trata-se de conjunto com um número par de valores.

Dessa forma, toma-se os dois valores centrais que são -1 e 1 e calcula-se a média aritmética simples. Ou seja, a mediana para este conjunto com seis valores é igual a zero.

#### 1.8.4 O exemplo do número par de valores no R

```
v <- c(-3, -2, -1, 1, 2, 3)
mediana2 <- median(v)
print(mediana2)
```

```
## [1] 0
```

### 1.9 Quartis ou Quartiles

são os valores que dividem o conjunto de dados ordenados em quatro subconjuntos de igual tamanho. Ou seja são valores do conjunto que definem o primeiro quarto dos dados (25%), a metade dos dados (50%) que coincide com a mediana, os três quartos dos dados (75%).

Dessa forma para obter os valores que dividem o conjunto de dados ordenados de menor a maior e quatro subconjuntos de igual tamanho, é necessário definir qual é a posição desses valores. Uma vez definido as suas posições pode-se obter os valores corretamente.

A posição do valor que separa o primeiro do segundo quartil é definido por (1.17).

$$PQ_1 = \frac{(n+1)}{4} \quad (1.17)$$

onde  $n$  é o número de valores. A posição do valor que separa o segundo do terceiro quartil é definido por (1.18).

$$PQ_3 = \frac{3(n+1)}{4} \quad (1.18)$$

onde  $n$  é o número de valores.

Note que o termo genérico é percentil. Por exemplo, o quintis são os valores que dividem o conjunto de ados ordenados de menor a maior em cinco subconjuntos de igual tamanho.

### 1.9.1 Quartis no R

No R tem uma função específica para a obtenção dos quartis.

```
p <- c(0:100)
length(p)
```

```
## [1] 101
```

```
quantile(p)
```

```
##    0%   25%   50%   75%  100%
##     0    25    50    75   100
```

```
faixainterquant <- quantile(p, 0.75) - quantile(p,
  0.25)
faixainterquant
```

```
## 75%
## 50
```

### 1.9.2 Quartis no R

No R tem uma função específica para a obtenção dos quartis.

```
p2 <- c(1:100)
length(p2)
```

```
## [1] 100
```

```
quantile(p2)
```

```
##      0%      25%      50%      75%     100%
##   1,00  25,75  50,50  75,25 100,00
```

```
faixainterquant2 <- quantile(p2, 0.75) - quantile(p2,
0.25)
faixainterquant2
```

```
## 75%
## 49,5
```

## 1.10 Moda

**Moda** é o elemento de maior frequência, ou seja, que aparece o maior número de vezes. Pode haver mais de uma moda em um conjunto de valores:

- Unimodal
- Bimodal
- Multimodal
- Amodal

### 1.10.1 Moda no R

Não existe uma função da moda para pronto uso no R. É necessário criar uma função segue abaixo.

```
# criando a função moda no R

getmode <- function(v) {
  uniqv <- unique(v)
  uniqv[which.max(tabulate(match(v, uniqv)))]
}
z <- c(2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 5, 5, 3, 2, 3)
moda1 <- getmode(z)
print(moda1)
```

```
## [1] 2
```

## Capítulo 2

# Medidas de dispersão

Este tópico está baseado no material de Sartoris (2013).

Medem como os dados estão *agrupados*, mais ou menos próximos entre si, seja, mais ou menos dispersos.

### 2.1 Variância

a variância é a somatória dos desvios em relação a média ao quadrado, dividido pelo número de observações. Ou seja,

$$var(X) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \text{ (população)}$$

$$var(X) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \text{ (amostra)}$$

Note que a variância da amostra é um estimador não viesado da variância populacional.

#### 2.1.1 Variância no R

Aproveitando os dados de alturas de 30 pessoas:

```
tail(X)
```

```
## [1] 21 23 25 28 31
```

```
varX <- round(var(X), 4)
varX
```

```
## [1] 15,8
```

Note que a variância no R é a variância amostral, cujo denominador é  $(n - 1)$ .

## 2.2 Desvio Padrão

É a raiz quadrada da variância. No desvio padrão, denotado como  $d.p.(X)$  ou  $\sigma$ , não tem o efeito do quadrado.

$$d.p.(X) \cong \sigma = \sqrt{var(X)}$$

### 2.2.1 Desvio Padrão no R

```
tail(X)
```

```
## [1] 21 23 25 28 31
```

```
dpX <- round(sd(X), 4)
dpX
```

```
## [1] 3,9749
```

Note que, da mesma forma que a variância no R, o desvio padrão calculado no R tem como base a variância cujo numerador é  $(n - 1)$ .



### 2.2.2 Fórmula alternativa da Variância

Desenvolvendo a fórmula da definição da variância tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{var}(X) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2X_i\bar{X} + \bar{X}^2) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2X_i\bar{X} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X}^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\bar{X} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i + \frac{1}{n} n\bar{X}^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\bar{X}\bar{X} + \bar{X}^2 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2.
 \end{aligned}$$

Em outras palavras

$$\text{var}(X) = \text{média dos quadrados} - \text{quadrado da média}.$$

### 2.2.3 Exemplo de variância e desvio padrão no R

Tomando o exemplo numérico da tabela 2.7 (Sartoris, 2013, p.40) sobre notas do aluno A tem-se:

Aluno A	notas	$\text{notas}^2$
Economia	3	9
Contabilidade	2	4
Administração	4	16
Matemática	1	1
Somatória	10	30
Média	2,5	7,5

$$\text{var}(X) = 7,5 - (2,5)^2 = 1,25$$

$$\text{dp}(X) = \sqrt{1,25} = 1,12$$

```
X3 <- c(3, 2, 4, 1)
mediaX3e2 <- sum(X3^2)/length(X3)
mediaX3 <- sum(X3)/length(X3)
varX3 <- mediaX3e2 - mediaX3^2
varX3
```

```
## [1] 1,25
```

```
dpX3 <- round(sqrt(varX3), 4)
dpX3
```

```
## [1] 1,118
```

## 2.3 Covariância

pode ser estendida como uma *variância conjunta* entre duas variáveis. Ou seja,

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

### 2.3.1 Fórmula alternativa da Variância

Também existe a fórmula alternativa da covariância.

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{X}\bar{Y}.$$

### 2.3.2 Fórmula alternativa da Covariância

Em outras palavras

$$\text{cov}(X, Y) = \text{média dos produtos de X e Y} - \text{produto das médias de X e Y}.$$

### 2.3.3 Covariância no R

Tomando o exemplo de consumo e renda da tabela 2.11 (Sartoris, 2013, p.42) tem-se

Ano	Consumo(X)	Renda(Y)	(XY)
1	600	1.000	600.000
2	700	1.100	770.000
3	800	1.300	1.040.000
4	900	1.400	1.260.000
Somatória	3.000	4.800	3.670.000
Média	750	1.200	917.500

### 2.3.4 Covariância no R

```
C1 <- c(600, 700, 800, 900)
R1 <- c(1000, 1100, 1300, 1400)
mediaC1 <- sum(C1)/length(C1)
mediaR1 <- sum(R1)/length(R1)
mediaC1R1 <- sum(C1 * R1)/length(C1)
covC1R1 <- mediaC1R1 - mediaC1 * mediaR1
covC1R1
```

```
## [1] 17500
```

```
cov(C1, R1)
```

```
## [1] 23333,33
```

Note que a função covariância no R é calculada dividindo por  $(n - 1)$  e não por  $n$ .

### 2.3.5 Coeficiente de Correlação

É obtido dividindo a covariância pelos desvios padrões das variáveis, retirando-se o efeito dos valores de cada variável. Como as unidades das variáveis se cancelam matematicamente, o coeficiente de correlação é um número puro que varia entre -1 e +1. Essa característica o torna mais fácil e claro de interpretar. Ou seja,

$$\text{corr}(X, Y) \cong \rho_{xy} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{dp(X) \times dp(Y)}$$

onde

$$-1 \leq \rho \leq +1$$

Portanto, quando o coeficiente de correlação é igual a zero ou muito próximo a zero, significa que as duas variáveis analisadas não tem relação do tipo linear entre elas. Quando o coeficiente de correlação é igual a -1 ou próximo de -1, tal fato indica que a existência de uma relação do tipo linear entre as duas variáveis analisadas, sendo que as variações ocorrem no sentido oposto. Ou seja, quando uma das variáveis aumenta de valor, a outra diminui. Quando o coeficiente de correlação é igual a +1 ou muito próximo de um positivo, tal fato indica que as duas variáveis tem uma relação do tipo linear, sendo que as variações em ambas as variáveis ocorrem no mesmo sentido. Ou seja, quando uma das variáveis aumenta de valor, a outra aumenta também. O que significa o coeficiente de correlação ser: i) exatamente igual a zero; ii) ser exatamente igual a -1 e; exatamente igual a +1?

### 2.3.6 Correlação no R

```
medC1 <- sum(C1)/length(C1)
medR1 <- sum(R1)/length(R1)
varC1 <- (sum((C1 - medC1)^2))/length(C1)
varC1
```

```
## [1] 12500
```

```
varR1 <- (sum((R1 - medR1)^2))/length(R1)
varR1
```

```
## [1] 25000
```

```
dpC1 <- abs(sqrt(varC1))
dpR1 <- abs(sqrt(varR1))
corrC1R1 <- round(covC1R1/(dpC1 * dpR1), 4)
corrC1R1
```

```
## [1] 0,9899
```

### 2.3.7 Correlação no R

Ou simplesmente

```
round(cor(C1, R1), 4)
```

```
## [1] 0,9899
```

## Capítulo 3

# Revisão de Literatura

Aqui o estado da arte mundo afora.



## Capítulo 4

# Metodologia

We describe our methods in this chapter.





## Capítulo 5

# Aplicações

Some *significant* applications are demonstrated in this chapter.

### 5.1 Exemplo um

### 5.2 Exemplo dois



## Capítulo 6

# Considerações Finais

Terminado um excelente livro digital.



# Referências Bibliográficas

Sartoris, A. (2013). *Estatística e Introdução à Econometria*. Saraiva, São Paulo, 2 edition.