Notas de aulas de Estatística Econômica

Marcos Minoru Hasegawa

2020-08-31

Sumário

Licença

Como está descrito no repositório, os poucos códigos originais desenvolvidos ao longo do texto estão sob a licença **GNU GPLv3** .

O texto e as artes gráficas elaboradas de forma original estão sob licença **Creative Commons BY-NC-SA 4.0**.

Sobre o material

A situação especial causada pela pandemia da COVID-19 forçou a muitos professores criarem materiais para facilitar aulas remotas das suas disciplinas. A disciplina SE305 Estatística Econômica e Introdução à Econometria da UFPR não poderia ser diferente. Então, o objetivo deste material é de suprir a falta das bibliografias básicas na sua versão digital com a disponibilização de forma digital e gratuita o que seria o material das notas das aulas da disciplina de Estatística Econômica. Não é o ideal, mas a ideia é melhorar o material com tempo.

Sobre o Autor

Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal do Paraná. Engenheiro Agrônomo pela UNESP/Jaboticabal, Mestrado em Economia Agrária pela ESALQ/USP e Doutorado em Economia Aplicada pela ESALQ/USP, é um dos professores responsáveis pelas disciplinas de SE305 Estatística Econômica e Introdução à Econometria e SE308 Econometria ambas do curso de Economia da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Capítulo 1

Medidas de posição e dispersão

Este tópico está baseado no material de Sartoris (2013).

1.1 Variável Aleatória

- variável aleatória (v.a.) é uma variável que está associada a uma *distribuição de probabilidade*.
- Ou seja, cada valor da v.a. está associada a uma probabilidade.
- O resultado do lançamento de uma dado, que poder ser qualquer número de 1 a 6, está associada a uma probabilidade de 1/6.

1.2 Média Aritmética Simples

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{1.1}$$

onde $i = 1, ..., n$

1.2.1 Exemplo 1

Qual é a média aritmética de um grupo de cinco pessoas cujas idades são em ordem crescente, 21,23,25,28 e 31. Para responder, basta aplicar (1.1).

$$\overline{X} = \frac{21 + 23 + 25 + 28 + 31}{5} = 25,6$$

1.2.2 EXemplo 1 no R

```
X <- c(21, 23, 25, 28, 31)
X
```

```
## [1] 21 23 25 28 31
```

```
mediaX <- mean(X)
mediaX
```

```
## [1] 25,6
```

1.2.3 Exemplo 2

Qual é a média aritmética de três provas realizadas por um aluno, cujas notas foram 4,6 e 8. Para responder, basta aplicar (1.1).

$$\overline{X} = \frac{4+6+8}{3} = 6$$

1.2.4 Exemplo 2 no R

```
X2 <- c(4, 6, 8)
X2
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
mediaX2 <- mean(X2)
mediaX2
```

```
## [1] 6
```

1.3 Média Aritmética Ponderada

Na média aritmética ponderada, cada valor pode ter importância diferentes do outros valores considerados no computo. A frequência dos valores é muito comumente usada para para dar maior ou menor importância relativa entre os valores considerados no computo da média aritmética ponderada. Veja como fica a fórmula para o cálculo da média aritmética ponderada em (1.2)

$$\overline{X} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \sum_{i=1}^{n} w_i X_i \tag{1.2}$$

onde w_i é a ponderação ou peso associado a iésimo valor de X.

Podemos escrever na forma de frequência relativa dos valores da variável X:

$$f_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \tag{1.3}$$

1.3.1 Exemplo 3

Qual é a média aritmética de um grupo de vinte alunos, oito com 22 anos, sete de 23 anos, três de 25 anos, um de 28 anos e um de 30 anos. Para responder, basta aplicar (1.2).

$$\overline{X} = \frac{22 \times 8 + 23 \times 7 + 25 \times 3 + 28 \times 1 + 30 \times 1}{20} = 23,5$$

1.3.2 Exemplo 3 no R

```
X3 <- c(22, 23, 25, 28, 30)
X3
```

```
## [1] 22 23 25 28 30
```

```
w3 <- c(8, 7, 3, 1, 1)
w3
```

```
## [1] 8 7 3 1 1
```

```
wX3 <- w3 * X3
mediaX3 <- sum(wX3)/sum(w3)
mediaX3
```

```
## [1] 23,5
```

1.3.3 Exemplo 4

Qual é a média ponderada de três provas realizadas por um aluno, cujas notas foram 4, 6 e 8. A primeira prova tem peso igual a 1, a segunda tem peso igual a 2 e a terceira tem peso igual a 3. Para responder, basta aplicar (1.2).

$$\overline{X} = \frac{4 \times 1 + 6 \times 2 + 8 \times 3}{1 + 2 + 3} \cong 6,7$$

1.3.4 Exemplo 4 no R

```
X4 <- c(4, 6, 8)
X4
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
w4 <- c(1, 2, 3)
w4
```

```
## [1] 1 2 3
```

```
wX4 <- w4 * X4
mediaX4 <- sum(wX4)/sum(w4)
round(mediaX4, digits = 1)
```

```
## [1] 6,7
```

1.4 Média Geométrica Simples

Na média geométrica simples, a forma de obter uma medida resumo ou de tendência central é multiplicar todos os n valores e tirar a raiz enésima do resultado do produtório. Assim é possível ter duas fórmulas para a média geométrica a (1.4) e (1.5).

$$G = \left(\prod_{i=1}^{n} X_i \right)^{\frac{1}{n}} \tag{1.4}$$

ou

$$G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n} \tag{1.5}$$

O que acontece se um dos valores de X for igual a zero? E se um dos valores for negativo?

1.4.1 EXemplo 5 no R

```
X5 <- c(4, 6, 8)
X5
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
n <- length(X5)
mediaX5 <- prod(X5)^(1/n)
round(mediaX5, digits = 1)
```

```
## [1] 5,8
```

1.5 Média Geométrica Ponderada

Na média geométrica ponderada que podem ser calculadas através de duas fórmulas (1.6) e (1.7), cada valor pode ter uma importância diferente em relação aos outros valores no computo da média geométrica. Muito comumente, esta maior ou menor importância pode estar associada a frequência dos valores considerados no cálculo.

$$G = \left(\prod_{j=1}^{k} X_j^{w_j} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{1.6}$$

ou

$$G = \sqrt[n]{X_1^{w_1} \times X_2^{w_2} \times \ldots \times X_k^{w_k}} \tag{1.7}$$

onde a $\sum_{j=1}^{k} w_j = n$

1.5.1 Exemplo 6

tomando os valores do exemplo 5 e ponderando por 1,2 e 3, temos:

$$\sqrt[6]{4^1 \times 6^2 \times 8^3} \cong 6,5$$

1.5.2 O exemplo 6 no R

```
x6 <- c(4, 6, 8)
class(x6)
```

```
## [1] "numeric"
```

```
x6
```

```
## [1] 4 6 8
```

```
w6 <- c(1, 2, 3)
w6
```

```
## [1] 1 2 3
```

```
G2 <- round((prod(x6^w6))^(1/sum(w6)), 1)
G2
```

```
## [1] 6,5
```

1.6 Média Harmônica

É o inverso da média dos inversos dos valores da variável que pode ser calculada através das fórmulas (1.8) e (1.9).

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}} \tag{1.8}$$

$$H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \ldots + \frac{1}{X_n}} \tag{1.9}$$

O que acontece se um dos valores de X for igual a zero?

1.6.1 Exemplo 7

Tomando o exemplo das notas, temos:

$$H = \frac{3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}} \cong 5,5.$$

1.7 Média Harmônica Ponderada

Na média harmônica ponderada, assim como na média aritmética ponderada e na média geométrica ponderada, cada valor pode ter uma importância em relação aos outros valores considerados no seu cálculo. Comumente, a frequência do valor pode associaar uma maior ou menor importância no cálculo da média harmônica ponderada que pode ser calculada através das fórmulas (1.10) e (1.11)

$$H = \frac{n}{\sum_{j=1}^{k} w_j \frac{1}{X_j}} \tag{1.10}$$

ou

$$H = \frac{n}{w_1 \frac{1}{X_1} + w_2 \frac{1}{X_2} + \ldots + w_k \frac{1}{X_k}} \tag{1.11}$$

onde a $\sum_{j=1}^{k} w_j = n$

1.7.1 Exemplo 8

Tomando o exemplo das notas

$$H = \frac{6}{\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3} \cong 6,3.$$

1.7.2 Observação

Tanto para as médias simples como para as ponderadas, a média aritmética é maior do que a média geométrica e essa, por sua vez, é maior que a harmônica. Isso só não vale quando todos os valores são iguais. Veja de forma esquemática em (1.12)

$$\overline{X} \geq G \geq H \tag{1.12}$$

1.7.3 Exemplo 9

O aluno tira as seguintes notas bimestrais: 3,4,5,7 e 8,5. Determine qual seria sua média final se esta fosse calculada dos três modos, aritmética, geométirca e harmônica, em cada um dos seguintes casos: \ As notas dos bimestres têm os

mesmos pesos.

$$\overline{X} = \frac{3 + 4,5 + 7 + 8,5}{4} = 23/4 = 5,75$$

$$G = \sqrt[4]{3 \times 4,5 \times 7 \times 8,5} = \sqrt[4]{803,25} \cong 5,32$$

$$H = \frac{4}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4,5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8,5}} \cong 4,90$$

Suponha que agora os pesos para as notas bimestrais sejam, 30%, 25%, 25% e 20%.

$$\overline{X} = 0,3 \times 3 + 0,25 \times 4,5 + 0,25 \times 7 + 0,20 \times 8,5 = 5,475$$

$$G = 3^{0,3} \times 4,5^{0,25} \times 7^{0,25} \times 8,5^{0,2} = \cong 5,05$$

$$H = \frac{1}{0,3\frac{1}{3} + 0,25\frac{1}{4,5} + 0,25\frac{1}{7} + 0,2\frac{1}{8,5}} \cong 4,66$$

Capítulo 2

Revisão de Literatura

Aqui o estado da arte mundo afora.

Capítulo 3

Metodologia

We describe our methods in this chapter.

Capítulo 4

Aplicações

Some *significant* applications are demonstrated in this chapter.

4.1 Exemplo um

4.2 Examplo dois

Capítulo 5

Considerações Finais

Terminado um excelente livro digital.

Referências Bibliográficas

Sartoris, A. (2013). *Estatística e Introdução à Econometria*. Saraiva, São Paulo, 2 edition.