

بسم الله الرحمن الرحيم

تکلیف ۵ درس هوش مصنوعی
دکتر فدایی و دکتر یعقوب زاده

مهدی وجهی

۸۱۰۱۰۱۵۵۸

بهینه سازی

الف

$$\text{input } h_1 = (0.1 \times 0.05) + (0.2 \times 0.15) + 0.25 = 0.285$$

$$\text{input } h_2 = (0.3 \times 0.05) + (0.4 \times 0.15) + 0.35 = 0.425$$

$$h_1 = \sigma(0.285) = \frac{1}{1+e^{-0.285}} = \frac{1}{1+0.752} \simeq 0.570$$

$$h_2 = \sigma(0.425) = \frac{1}{1+e^{-0.425}} = \frac{1}{1+0.654} \simeq 0.604$$

$$\text{input } o_1 = (0.5 \times 0.570) + (0.7 \times 0.604) + 0.45 = 1.158$$

$$\text{input } o_2 = (0.6 \times 0.570) + (0.8 \times 0.604) + 0.55 = 1.375$$

$$o_1 = \sigma(1.158) = \frac{1}{1+e^{-1.158}} = \frac{1}{1+0.314} \simeq 0.761$$

$$o_2 = \sigma(1.375) = \frac{1}{1+e^{-1.375}} = \frac{1}{1+0.253} \simeq 0.798$$

ب

$$E_{o_1} = \frac{1}{2}(0.1 - 0.761)^2 = 0.218$$

$$E_{o_2} = \frac{1}{2}(0.9 - 0.798)^2 = 0.005$$

$$E = E_{o_1} + E_{o_2} = 0.223$$

ج

ابتدا میزان خطا را محاسبه می کنیم.

$$\sigma'(x) = \sigma(x) \cdot (1 - \sigma(x)) = 0.182$$

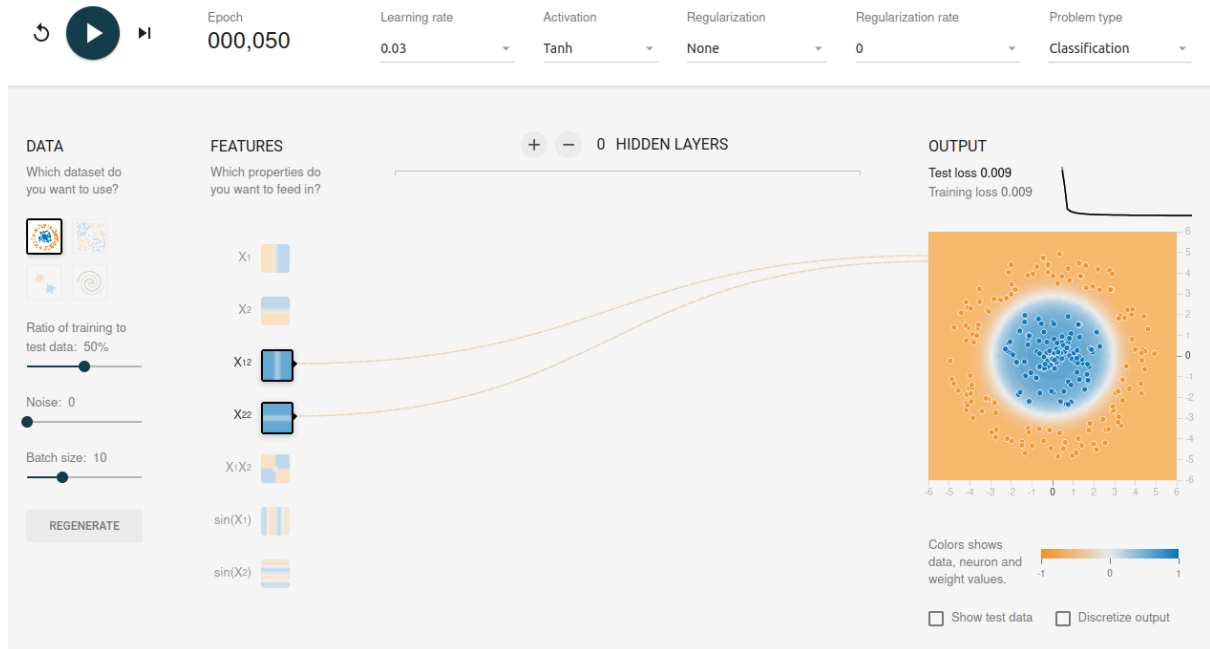
$$\delta_{o_1} = (\text{target}_{o_1} - \text{output}_{o_1}) \cdot \sigma'(o_1) \simeq -0.120$$

حال وزن جدید را به دست بیاوریم.

$$w_{5\text{new}} = w_5 + \eta \cdot \delta_{o_1} \cdot h_1 = 0.5 + 0.5 \times (-0.120) \times 0.570 = 0.466$$

شبکه عصبی

الف



دلیل این موضوع مشخص است چون با انتخاب توان ۲ متغیر ها در واقع فضا را خطی کردیم و می توانیم به صورت یک عبارت لجستیک رگرسیون توصیفش کنیم.

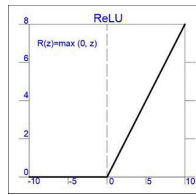
ب



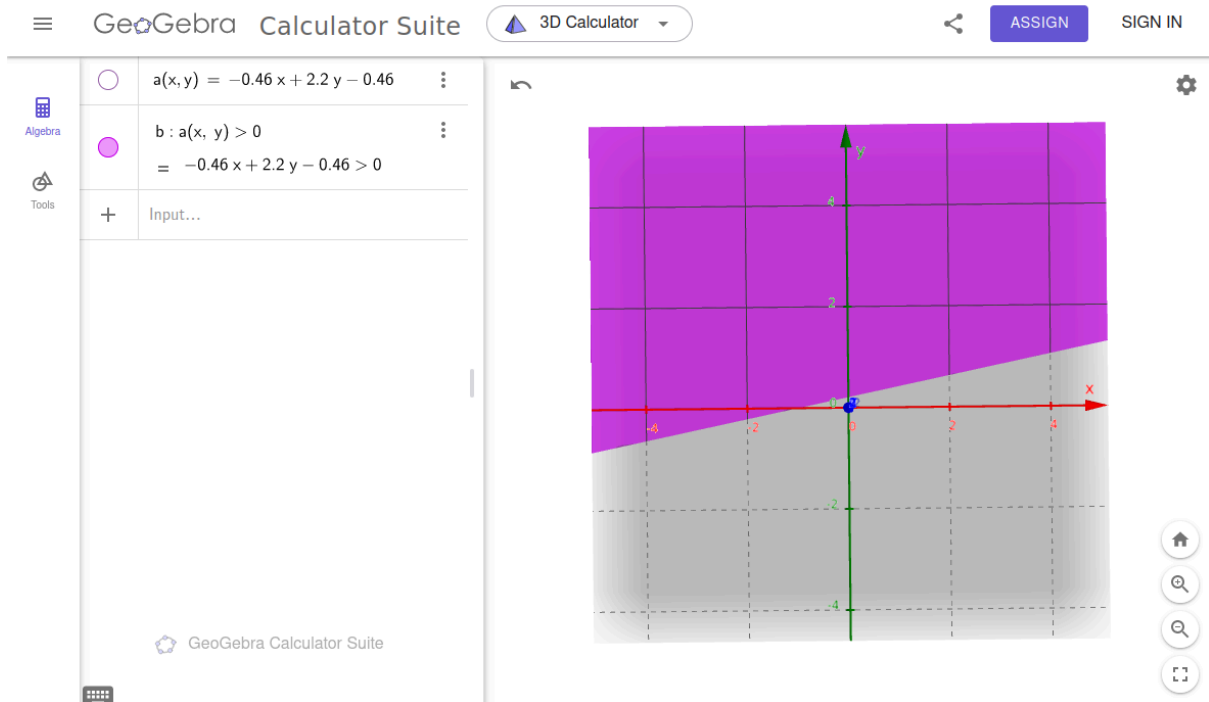
به عنوان مثال این موضوع را برای نورون اول بررسی می کنیم. هر نورون عبارت زیر را حساب می کند

$$h_i = \text{ReLU}(w_{i1} \cdot x_1 + w_{i2} \cdot x_2 + b_i)$$

$$h_1 = \text{ReLU}(-0.46 \cdot x_1 + 2.2 \cdot x_2 - 0.46)$$



به نمودار زیر توجه کنید:



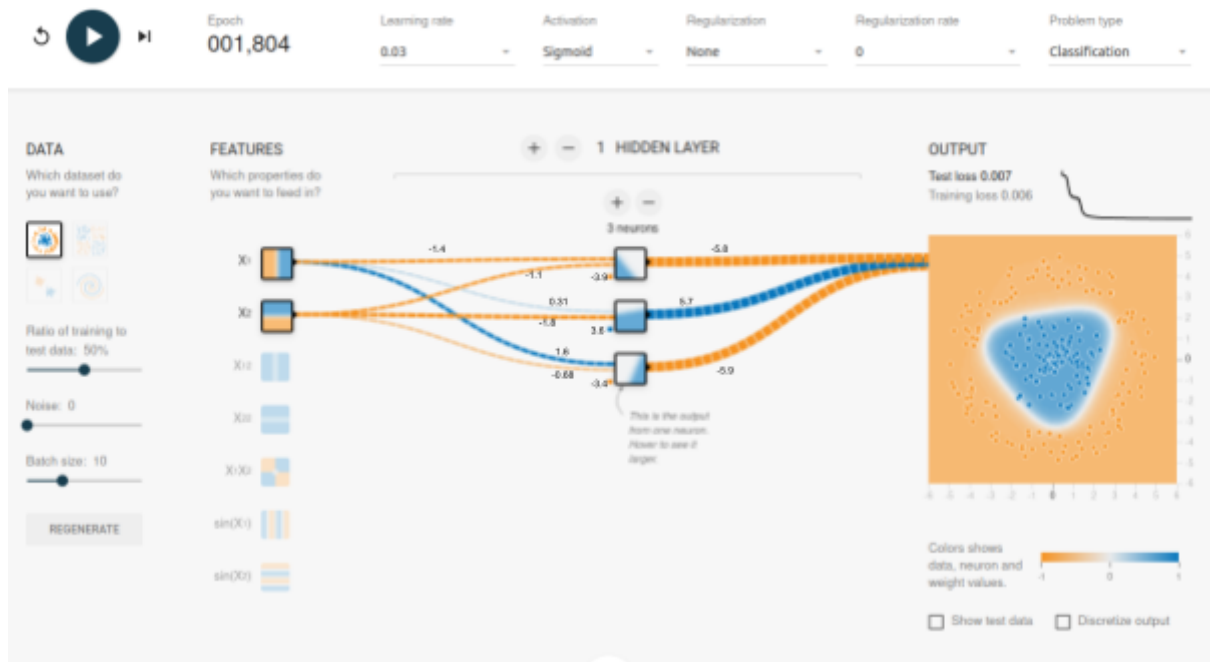
نمودار نورون اول دقیقا به همین شکل است. (در محدوده رنگی مقدار تابع مشخص کننده خروجی هست) باقی نورون ها نیز دقیقا به همین شکل محاسبه می شوند.

حال به سراغ خروجی می رویم.

وزن ها آن همانطور که در کلاس توضیح داده شده با استفاده از backpropagation و مشتق زنجیره ای محاسبه می کنیم. مرز تصمیم هم دقیقا مانند باقی نورون ها به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\text{Out} = \text{ReLU}(-2.3h_1 - 2.2h_2 + 3.3h_3 + b)$$

پ (ج؟؟ 😊)



با نگاهی به فرمول ها این تابع می توان شکل و خروجی هر کدام را به صورت زیر تحلیل کرد:

- **ReLU**: مرزهای تصمیم قطعه‌ای و خطی دارند.
- **Sigmoid**: مرزهای تصمیم منحنی و نرم دارند.
- **Tanh**: مرزهای تصمیم منحنی و نرم دارند، با این تفاوت که خروجی‌ها در اطراف صفر متمرکز هستند که می‌تواند به همگرایی سریع‌تر کمک کند.

شبکه عصبی پیچشی

سوال ۱

۱. کاهش تعداد پارامترها

- لایه‌های تماماً متصل: تعداد پارامترها در این لایه‌ها به شدت زیاد است، زیرا هر نورون به تمام نورون‌های لایه قبلی متصل است. این تعداد پارامترها به خصوص در تصاویر با رزولوشن بالا بسیار بزرگ می‌شود.
- لایه‌های کانولوشن: استفاده از فیلترهای کوچک و اشتراک‌گذاری وزن‌ها موجب کاهش قابل توجه تعداد پارامترها می‌شود.

۲. حفظ اطلاعات مکانی و پیوستگی داده‌ها

- لایه‌های تماماً متصل: در این لایه‌ها، ساختار مکانی داده‌ها از بین می‌رود، زیرا هر نورون تمام اطلاعات ورودی را به یک مقدار اسکالر تبدیل می‌کند.
- لایه‌های کانولوشن: این لایه‌ها ساختار مکانی داده‌ها را حفظ می‌کنند، زیرا هر فیلتر تنها بخشی از تصویر را پردازش می‌کند و موقعیت‌های مکانی را در خروجی حفظ می‌کند. این خاصیت بسیار مهم است به خصوص در پردازش تصاویر.

۳. کاهش Overfitting

- لایه‌های تماماً متصل: با توجه به تعداد زیاد پارامترها، این لایه‌ها مستعد Overfitting هستند، به‌ویژه در صورتی که داده‌های آموزشی کافی نباشد.
- لایه‌های کانولوشن: به دلیل تعداد کمتر پارامترها و اشتراک‌گذاری وزن‌ها، این لایه‌ها کمتر مستعد Overfitting هستند.

سوال ۲

$$\begin{aligned} 1. f_1 + 4. f_2 + 0. f_3 &= -2 \\ 4. f_1 + 0. f_2 - 2. f_3 &= -2 \\ 0. f_1 - 2. f_2 + 3. f_3 &= 11 \end{aligned}$$

حال به آسانی ۳ معادله ۳ مجهول بالا را حل می‌کنیم.

$$f = [2, -1, 5]$$