Differentiation von (8) liefert für jedes kleine Fortschreiten auf der Lichtkurve :

$$d\zeta_{o,w} = d\zeta + d\tau \tag{8a}$$

Bei schwacher Krümmung der Lichtkurve ist außerdem : $\frac{dr}{r} \approx \frac{d\tau}{\tan\zeta}$ (9)

III.4. der Refraktionswinkel Θ

Aus (7a), (8a) und (9) folgt : $d\zeta_{o,w} = -\tan\zeta \cdot \frac{dn}{n}$ (10)

Die wahre Zenitdistanz des Lichtstrahls im Beobachtungsort ändert sich — beim Fortschreiten entlang der Lichtkurve um einen infinitesimalen Anteil— also entsprechend (10) . Die gesamte Änderung dieses Winkels auf dem Weg durch die ganze Atmosphäre von S nach B ist aber nun gerade der Unterschied zwischen der beobachteten Zenitdistanz an der Atmosphärengrenze in S , und derjenigen in B auf der Erdoberfläche , also der Winkel den die Tangenten an den Sehstrahl in diesen beiden Punkten einschließen , der Refraktionswinkel Θ. Bei "normaler" Krümmung des Lichtstrahls (konkav gegenüber der Erdoberfläche) sieht ein Beobachter in B nun ein leuchtendes kosmisches Objekt (Anm. : es werden nur Lichtstrahlen von der Sonne kommend untersucht , die Refraktion macht sich jedoch auch bei jedem anderen kosmischen , und auch bei terristrischen Objekten (z.B. Fata Morgana bei "anormaler Strahlenbrechung" u.ä.) bemerkbar) unter dem um Θ verminderten Zenitdistanzwinkel gegenüber einem gedachten Beobachter an der Atmosphärengrenze in S. Dieser Winkel Θ ergibt sich durch Integration von (10) über den gesamten Weg von S nach B :

$$\Theta = \int_B^S d\zeta_{o,w} = -\int_{n(B)}^{n(S)} \frac{\tan\zeta}{n} \cdot dn \tag{11}$$

Aus (7) findet man : $\tan\zeta = \frac{R_B \cdot n_o \cdot \sin\zeta_o}{\sqrt{r^2 \cdot n^2 - R_B^2 \cdot n_o^2 \cdot \sin^2\zeta_o}}$, (7b)

und aus (7b) und (11) wird endlich :

$$\Theta = -R_B \cdot n_o \cdot \sin\zeta_o \cdot \int_{n(B)}^{n(S)} \frac{1}{n \cdot \sqrt{r^2 \cdot n^2 - R_B^2 \cdot n_o^2 \cdot \sin^2\zeta_o}} \cdot dn \tag{12}$$

IV Der Brechungsindex in Abhängigkeit von der geometrischen Höhe

IV.1. Um den Refraktionswinkel Θ zu berechnen , ist es nach (12) nötig den Brechungsindex n an jedem Ort der Lichtkurve , sowie die Änderung dn entlang dieser Kurve explizit zu kennen (die Werte R_B, n_o, ζ_o im Beobachtungsort können z.B. durch Messungen bekannt sein) . Das kann nicht der Fall sein , da es nicht möglich ist, Informationen über den Brechungsindex an beliebiger Stelle der Lichtkurve zu beliebiger Zeit zu erhalten. Die Vorraussetzung (III.1.) war jedoch , daß die Schichten gleichen Brechungsindex konzentrische Kugelschalen zum Erdmittelpunkt sind , d.h. der Brechungsindex ändert sich nur mit der geometrischen Höhe über der Erdoberfläche. Andererseits ist nach (3) der Brechungsindex der Luft nur eine Funktion der thermodynamischen Größen Temperatur , Druck , Dampfdruck . Auch diese Größen können zu einem beliebigen Zeitpunkt in einer beliebigen Höhe nicht bekannt sein. Durch sinnvolle Annahmen über die Entwicklung