IV.4.2. isotherme Atmosphäre

In einer isothermen Atmosphärenschicht ist nach (17) : $\frac{\partial T}{\partial h} = 0$ (29)

Damit ergibt sich aus (18) :

$$\frac{\partial p}{\partial h} = - p(j,h) \cdot \frac{Po(j) \cdot \gamma(j)}{T(j-1)} \cdot \left(\frac{2 \cdot \Delta h}{R(\varphi) + h} - 1 \right) \tag{30}$$

Da die Entwicklung des Dampfdruckes mit der Höhe in einer isothermen Schicht nach Vorraussetzung denselben Verlauf hat wie in einer polytropen Schicht , gilt hier auch (26) für den Term $\frac{\partial pw}{\partial h}$, wobei natürlich $p(j,h)$ und $\frac{\partial p}{\partial h}$ nach (18) und (30) einzusetzen sind. Hier wird daher aus (19) mit (20) - (22), (26), (29) und (30) :

$$dn_L(j,h) = \left((n_L(j,h) - 1) - \frac{(z-1) \cdot C_O \cdot p_W(j,h)}{T(j-1)} \right) \cdot \left(\frac{Po(j) \cdot \gamma(j)}{T(j-1)} \cdot \frac{R(\varphi) + h - 2 \cdot \Delta h}{R(\varphi) + h} \right) \cdot dh \tag{31}$$

V Die Berechnung des Refraktionswinkels Θ

V.1. das Integral (12)

Mit den Formeln aus Kap.IV ist die Integration (12) über den Brechungsindex entlang der Lichtkurve auf eine Integration über die geometrische Atmosphärenhöhe reduziert. Um das Integral berechnen zu können , ist nun aber auch der Abstand r eines beliebigen Punktes i auf der Lichtkurve vom Erdmittelpunkt in Abhängigkeit von der geometrischen Höhe h zu bestimmen. Zunächst ist : $r(h) = R(\varphi) + h$. Wenn die Erde , wie bisher vorrausgesetzt , eine Kugel ist , so ist $R(\varphi) = const.$, und es ist in (12) einfach $R_B + h$ anstelle von r einzusetzen , wobei R_B von der geographischen Breite φ des Beobachtungsortes abhängen , aber konstant entlang der Lichtkurve sein soll. Damit wird aus dem Refraktionsintegral (12) :

$$\Theta = - R_B \cdot n_O \cdot \sin\zeta_O \cdot \int_{h=0}^{H(S)} \frac{1}{n_L(h) \cdot \sqrt{(R_B + h)^2 \cdot n_L^2(h) - R_B^2 \cdot n_O^2 \cdot \sin^2\zeta_O}} \cdot \frac{\partial n_L}{\partial h} \cdot dh \tag{12a}$$

Hier ist $n_L(h)$ immer in der durch die Höhe h definierten Atmosphärenschicht zu nehmen. Um den Refraktionswinkel Θ zu bestimmen muß also der Wert des Integrals (12a) über die gesamte , für die Strahlenbrechung wirksame Atmosphärenhöhe , berechnet werden.

V.1.1. analytische Lösung : Bei dem Versuch das Integral analytisch zu lösen , etwa durch die Suche nach der Stammfunktion des Integranden , trifft man aber auf größere Schwierigkeiten , da der Integrand keine einfache Funktion der Höhe ist. In früheren Jahrhunderten versuchten Bessel , General Baeyer u.a. eine Lösung vermittels Reihenentwicklung mit periodischen Funktionen zu finden , was