Oppgave 1

a) I denne summen er det to gjeldende siffer. Det vil si:

$$1{,}53 + 2{,}786 + 3{,}3 = 7{,}616 = 7{,}6$$

b) Vi har følgende sammenheng mellom nanometer og centimeter (cm):

$$1\ \mathrm{nm} = 10^{-7}\mathrm{cm}$$

Dette innebærer at

$$400\ \mathrm{nm} = 400 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{cm} = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{cm}$$

c) CD-ROM disken kan lagre $6{,}0 \cdot 10^8$ bytes. Ettersom et enkelt ord tilsvarer 9,0 bytes innebærer det at disken kan lagre

$$\frac{6{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{bytes}}{9{,}0\ \mathrm{bytes/ord}} = 6{,}666 \cdot 10^7\ \mathrm{ord} \approx 6{,}7 \cdot 10^7\ \mathrm{ord}$$

Oppgave 2

a)

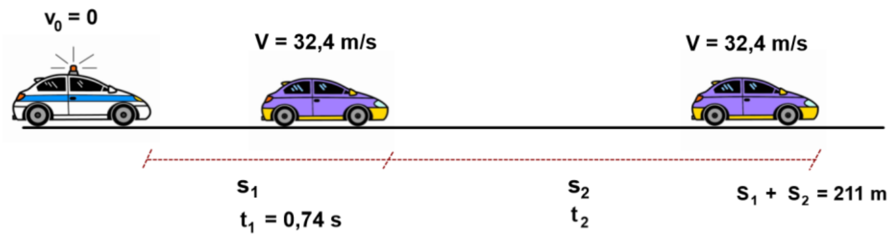
1. Antar at ballen påvirkes av en konstant kraft fra racketen. Dette innebærer at akselerasjonen a som ballen får i løpet av kontakttiden t er konstant. Det gir med startfart $\mathrm{v}_0 = 0$ at:

$$\mathrm{v} = \mathrm{v}_0 + at = at \ \Rightarrow\ a = \frac{\mathrm{v}}{t} = \frac{73{,}14\ \mathrm{m/s}}{0{,}030\ \mathrm{s}} = 2438\ \mathrm{m/s^2}$$

2. Antar at ballens forflytning s under kontakttiden er rettlinjet. Det gir at:

$$s = \mathrm{v}_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2438\ \mathrm{m/s^2} \cdot (0{,}030\ \mathrm{s})^2 = 1{,}0971\ \mathrm{m} = 1{,}10\ \mathrm{m}$$

b)



Før politibilen rekker å komme i bevegelse har den andre bilen beveget seg en distanse

$$s_1 = \mathrm{v} \cdot t_1 = 32{,}4\ \mathrm{m/s} \cdot 0{,}74\ \mathrm{s} = 24{,}0\ \mathrm{m}$$

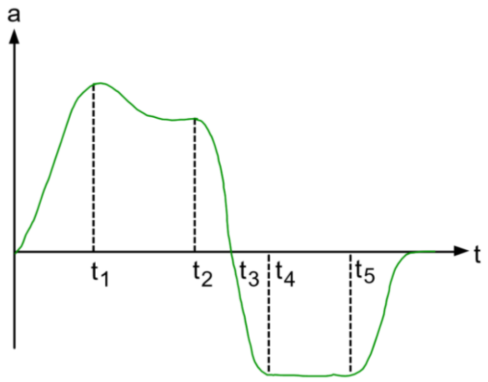
Tiden som politibilen dermed har til rådighet for å tilbakelegge distansen $s_1 + s_2 = 211\ \mathrm{m}$ er den samme tiden som den andre bilen bruker på å tilbakelegge distansen $s_2 = 211\ \mathrm{m} - 24{,}0\ \mathrm{m} = 187\ \mathrm{m}$. Det vil si:

$$t_2 = \frac{s_2}{\mathrm{v}} = \frac{187\ \mathrm{m}}{32{,}4\ \mathrm{m/s}} = 5{,}77\ \mathrm{s}$$

Politibilens akselerasjon blir dermed:

$$s_1 + s_2 = \frac{1}{2}at_2^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2(s_1 + s_2)}{t_2^2} = \frac{2 \cdot 211\ \text{m}}{(5{,}77\ \text{s})^2} = 12{,}7\ \text{m/s}^2$$

Oppgave 3



Påstand **A:** Ikke korrekt. Hastigheten er størst når akselerasjonen $a = 0$ og a skifter fortegn fra å være positiv til å bli negativ. Dette skjer når $t = t_3 > t_1$.

Påstand **B**: Er derfor ikke korrekt siden $t_2 < t_3$.

Påstand **C**: Er derfor **Korrekt**.

Påstand **D**: Ikke korrekt. Oppbremsingen startet når akselerasjonen $a = 0$ og a deretter skiftet fortegn og ble negativ. Dette skjer når $t = t_3 > t_2$

Påstand **E:** Er derfor **korrekt**.

Påstand **F**: Er derfor ikke korrekt. Akselerasjonen $a \neq 0$ når $t = t_4 > t_3$. Oppbremsingen er allerede i full gang.

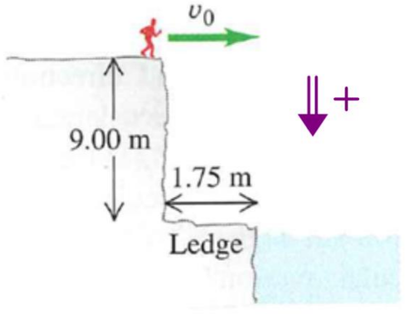
Påstand **G:** Er ikke korrekt. Arealet angir hastighetsendringen $\int_{t_1}^{t_2} a(t)dt = \text{v}(t_2) - \text{v}(t_1)$.

Påstand **H:** Er derfor **korrekt**.

Påstand **I.** Ikke korrekt. Stigningstallet til grafen i et gitt punkt angir endringen $a'(t)$.

Oppgave 4

a)



For at stuperen akkurat skal unngå utspringet må hun ha en «kastelengde» på $1{,}75\ \text{m}$. Dette tilsvarer en horisontal utgangshastighet gitt ved:

$$s_x = \text{v}_0 \cdot t = 1{,}75\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \text{v}_0 = \frac{1{,}75\ \text{m}}{t}$$

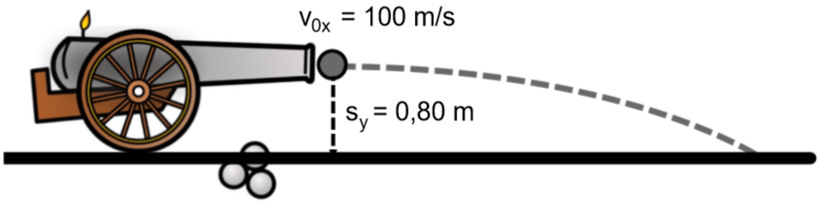
Tiden t er den tiden hun bruker på å tilbakelegge høydeforskjellen fra toppen av klippen ned til utspringet. Med positiv retning valgt nedover gir dette:

$$s_y = \mathrm{v}_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2s_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}00\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}} = 1{,}35\ \mathrm{s}$$

Stuperens horisontale utgangshastighet blir dermed:

$$\mathrm{v}_0 = \frac{1{,}75\ \mathrm{m}}{t} = \frac{1{,}75\ \mathrm{m}}{1{,}35\ \mathrm{s}} = 1{,}29\ \mathrm{m/s}$$

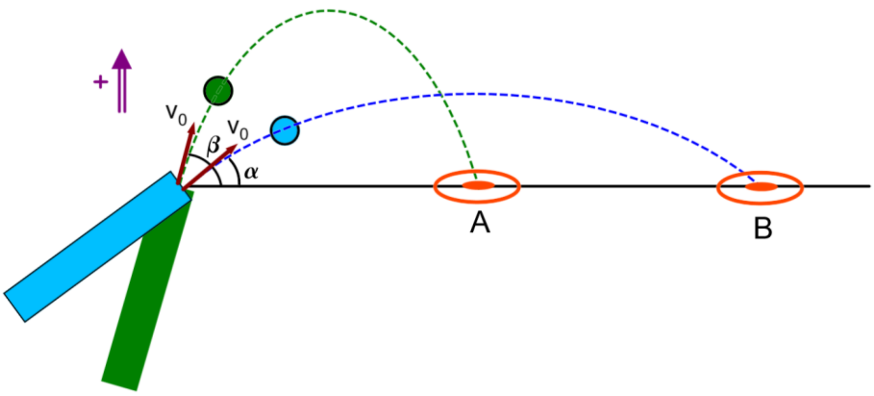
b)



Tiden t det tar for kula å nå bakken er når $\mathrm{v}_{0y} = 0$ gitt ved:

$$s_y = \mathrm{v}_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2s_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}80\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}} = 0{,}40\ \mathrm{s}$$

c)



Positiv retning velges oppover. Fra kanonmunningen til toppunktet på banen som leder til blink A bruker kula tiden:

$$\mathrm{v}_{y,A,topp} = \mathrm{v}_{oy,A} - gt_A = \mathrm{v}_0 \sin\beta - gt_A = 0 \quad\Rightarrow\quad t_A = \frac{\mathrm{v}_0 \sin\beta}{g}$$

Tilsvarende bruker kula som treffer blink B tiden

$$v_{y,B,topp} = v_{oy,B} - gt_B = v_0 \sin\alpha - gt_B = 0 \quad \Rightarrow \quad t_B = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

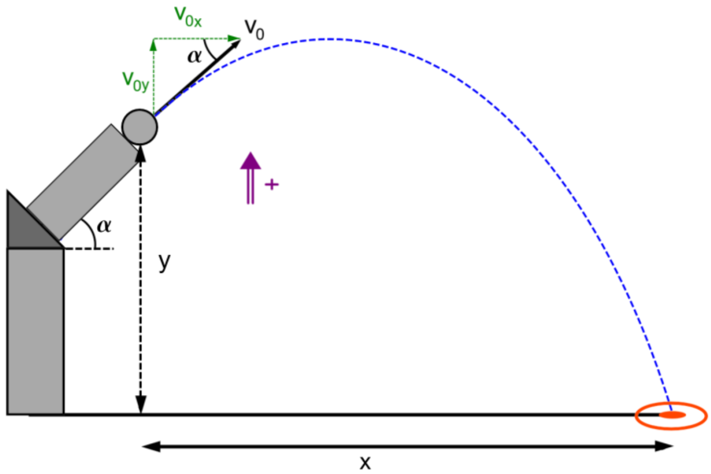
Ettersom

$$\alpha < \beta \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha < \sin\beta \quad \Rightarrow \quad t_B < t_A$$

vil blink B treffes først siden kulene bruker like lang tid på veien opp til toppunktet som ned til blinkene.

Alternativ B er korrekt.

d)



Målet er å uttrykke utskytningsvinkelen α ved bruk av kastelengden x, høyden y fra kanon-munningen og kulas utgangshastighet v_0. Vi velger positiv retning oppover samt nullhøyde ved kanonmunningen. Da ser vi ut fra figuren at kastelengden x og høyden y er gitt ved henholdsvis:

$$x = v_{0x} \cdot t = v_0 \cos\alpha \cdot t \tag{1}$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

Vi løser nå dette ligningssettet med hensyn på utskytningsvinkelen α som er en felles ukjent i begge ligninger. Det er her lurt å sette at (vi snur på ligning (1) og (2))

$$\cos\alpha = \frac{x}{v_0 t} \qquad \text{og} \quad \sin\alpha = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{v_0 t}$$

ettersom disse to ligningene kan settes sammen til en enkelt ligning der

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} \cdot \frac{v_0 t}{x} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{x}$$

Det eneste som nå gjenstår er å bytte ut tiden t lengst ut til høyre slik at vi får inkludert kulas utgangshastighet v_0. Fra ligning (1) har vi at:

$$t = \frac{x}{\mathrm{v}_0 \cos\alpha}$$

som endelig gir

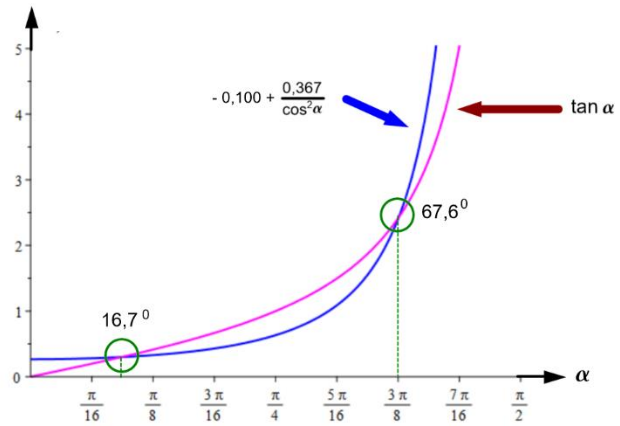
$$\tan\alpha = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{x} = \frac{y + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\mathrm{v}_0\cos\alpha}\right)^2}{x} \qquad (3)$$

Under følger to løsningsmetoder: tilnærmet løsning med kalkulator, og eksakt løsning ved bruk av en trigonometrisk identitet.

På kalkulator: Med innsatte verdier $x = 2{,}1\ \mathrm{m}$, $y = -\,0{,}21\ \mathrm{m}$ (y er negativ siden blinken ligger nedenfor den valgte nullhøyden ved kanonmunningen) og $\mathrm{v}_0 = 5{,}3$ m/s i ligning (3) får vi

$$\begin{aligned}\tan\alpha &= \frac{y + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\mathrm{v}_0\cos\alpha}\right)^2}{x} \\ &= \frac{-0{,}21\ \mathrm{m} + \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\left(\frac{2{,}1\ \mathrm{m}}{5{,}3\ \mathrm{m/s}\cdot\cos\alpha}\right)^2}{2{,}1\ \mathrm{m}} = -0{,}100 + \frac{0{,}367}{\cos^2\alpha}\end{aligned}$$

Tegner vi nå grafene av henholdsvis høyre og venstre side i ligningen hver for seg (under) på kalkulatoren finner vi ved å lese av skjæringspunktene at $\alpha = 17^0$ og $\alpha = 68^0$ med to siffers nøyaktighet.



Eksakt løsning: Vi kan benytte den trigonometriske identiteten

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Vi kan da skrive om den opprinnelige likningen slik:

$$\tan \alpha = -0{,}100 + \frac{0{,}367}{\cos^2 \alpha} = -0{,}100 + 0{,}367 \cdot (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\Rightarrow \qquad \tan \alpha = -0{,}100 + 0{,}367 + 0{,}367 \tan^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \qquad 0{,}367 \tan^2 \alpha - \tan \alpha + 0{,}267 = 0$$

Benytter vi videre 2.grads formelen på denne siste ligningen får vi at

$$\tan \alpha = 2{,}42 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 67{,}6^0 = 68^0$$

$$\tan \alpha = 0{,}30 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 16{,}7^0 = 17^0$$