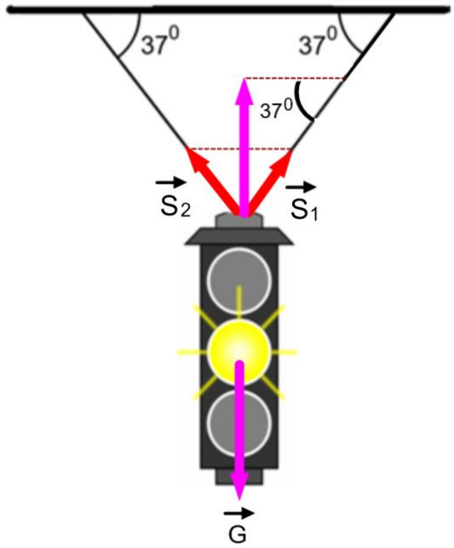
Oppgave 1



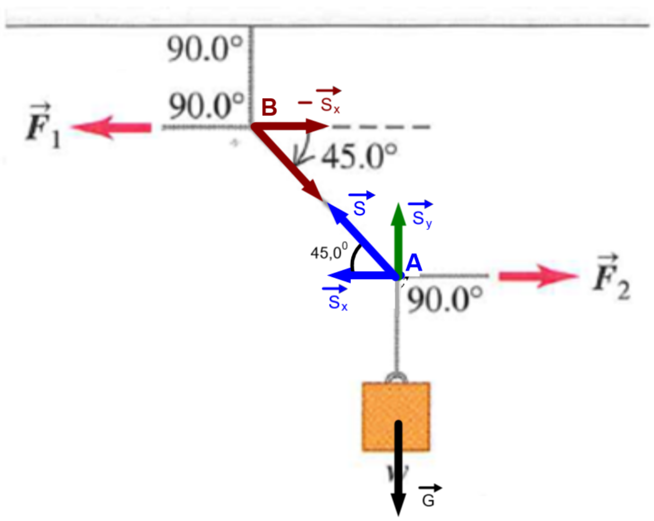
Ettersom trafikklyset henger i ro gjelder ifølge Newtons 1.lov at $\sum \vec{F} = 0$.

Figuren til venstre viser tyngdekrafta $\vec{G} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ (= vekta) samt snorkrafta $\vec{S}_1$ som virker oppover langs snora til høyre. Kraftdiagrammet over trafikklyset viser at størrelsen S_1 på snordraget er gitt ved:

$$S_1 = |\vec{S}_1| = \frac{\frac{G}{2}}{\sin 37^0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 218\ \mathrm{N}}{\sin 37^0} = 181\ \mathrm{N}$$

Ettersom snora på høyre side danner samme vinkel som snora på venstre side vil snordraget på høyre side være like stort.

Oppgave 2



a) Kreftene som virker i dette statiske systemet er tegnet inn i figuren over. Snorkrafta $|\vec{S}| = S$ langs det diagonale tauet bestemmes ut fra kraftdiagrammet i posisjon A. Ettersom systemet er i ro er tyngdekrafta $|\vec{G}| = |\vec{S}_y| = S_y$. Dette innebærer videre at:

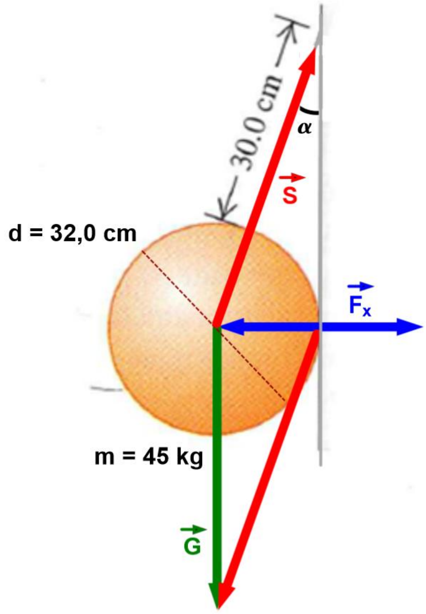
$$S = \frac{S_y}{\sin 45^0} = \frac{G}{\sin 45^0} = \frac{60{,}0\ \mathrm{N}}{\sin 45^0} = 84{,}85\ \mathrm{N} = 84{,}9\ \mathrm{N}$$

b) De to kreftene $\vec{F}_1$ og $\vec{F}_2$ har samme størrelse som komponenten $\vec{S}_x$ i henholdsvis posisjon A og posisjon B.

$$F_1 = F_2 = S_x = \frac{S_y}{\tan 45^0} = \frac{G}{\tan 45^0} = \frac{60{,}0\ \mathrm{N}}{\tan 45^0} = 60{,}0\ \mathrm{N}$$

Oppgave 3

a) Kreftene som virker på ballen er angitt i figuren nedenfor:



b) Vinkelen α mellom snordraget $\vec{S}$ og veggen kula hviler mot er gitt ved:

$$\sin\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{30{,}0\ \text{cm} + \frac{d}{2}} = \frac{16{,}0\ \text{cm}}{46{,}0\ \text{cm}} = 0{,}348 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 20{,}4^0$$

Snordraget $|\vec{S}| = S$ finner vi nå fra en ren trekantberegning basert på det inntegnede kraftdiagrammet i figuren over. Dette gir direkte at:

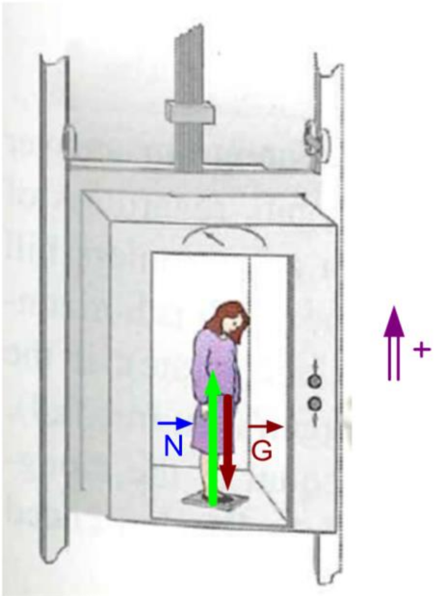
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{G}|}{|\vec{S}|} = \frac{G}{S} \quad \Rightarrow S = \frac{G}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{45\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{\cos(20{,}4)^0} = 471\ \text{N}$$

c) Krafta $\vec{F}_x$ som virker mot veggen fra kula finner vi fra det samme kraftdiagrammet der

$$\tan\alpha = \frac{|\vec{F}_x|}{|\vec{G}_x|} = \frac{F_x}{G} \quad \Rightarrow F_x = G\cdot\tan\alpha = mg\cdot\tan\alpha$$

$$= 45\ \text{kg}\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2\cdot\tan(20{,}4^0) = 164\ \text{N}$$

Oppgave 4



Vi får vite at en person med masse $m = 70$ kg står i en heis. Badevekta viser 72 kg. Her er det viktig å innse følgende to punkter:

1. Badevekta angir til enhver tid massen relatert til **normalkrafta** $\vec{N}$ som virker fra badevekta på personen, og ikke i forhold til personens reelle tyngde $\vec{G}$. Badevektas målte masse på 72 kg er derfor relatert til $\vec{N}$ i figuren til venstre.

2. På et gitt sted (små høydeforskjeller) er tyngden til en person konstant (gitt gravitasjonsakselerasjon g). Personen har en konstant masse på $m = 70$ kg relatert til tyngden $\vec{G}$.

Newtons 2.lov kan i dette tilfelle skrives som (**positiv retning valgt <u>oppover</u>**):

$$\sum F = N - G = ma \Rightarrow \quad N = ma + G$$

Ut fra denne sammenhengen kan vi se at $N > G$ når akselerasjonen $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$. Det vil si når heisens akselerasjonsvektor **peker oppover**. Dette er tilfelle når

1. Heisen beveger seg oppover og **øker hastigheten.**
   Eksempelvis idet den starter i 1.etasje og går opp til 2.etasje.
2. Heisen beveger seg nedover og **reduserer hastigheten/bremser opp**.
   Eksempelvis når den nærmer seg 1.etasje ovenfra og stopper opp for å slippe deg ut.

Ut fra dette kan vi nå vurdere påstandene i oppgaven:

A. Heisen beveger seg oppover med konstant hastighet.
Ikke korrekt. I dette tilfelle er $a = 0$.

B. Heisen beveger seg nedover med konstant hastighet.
Ikke korrekt. I dette tilfelle er $a = 0$.

C. Heisen har en akselerasjon > 0 på vei oppover.
Korrekt. Heisens hastighet øker på vei oppover.

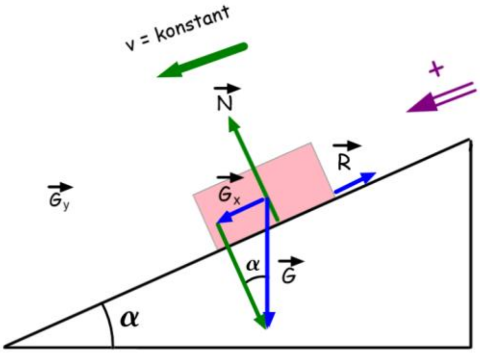
D. Heisen er i ferd med å bremse opp.
Korrekt. Her er $a > 0$ på vei nedover. Hastigheten går ned og heisen bremser opp.

E. Normalkrafta fra underlaget på personen er lik personens tyngde.
Ikke korrekt. I dette tilfelle er $a = 0$ og heisen beveger seg med konstant hastighet.

F. Normalkrafta fra underlaget på personen er større enn personens tyngde.
Korrekt. Da er $a > 0$. Heisen øker hastigheten på vei oppover eller bremser ned på vei nedover.

G. Normalkrafta fra underlaget på personen er mindre enn personens tyngde.
Ikke korrekt. Da er $a < 0$. Heisen øker hastigheten på vei nedover eller bremser opp på vei oppover.

Oppgave 5



Vi skal bestemme uttrykket for glidefriksjonskoeffisienten μ_k relatert til friksjonskrafta som virker mellom klossen og skråplanet. Vi vet at klossen glir nedover skråplanet med konstant hastighet v. Newtons 2.lov tar dermed formen (positiv retning valgt i bevegelsesretningen):

$$\sum F = G_x - R = ma = 0 \quad \Rightarrow \quad G_x = R = \mu_k N$$

Kraftdiagrammet i figuren over viser videre at

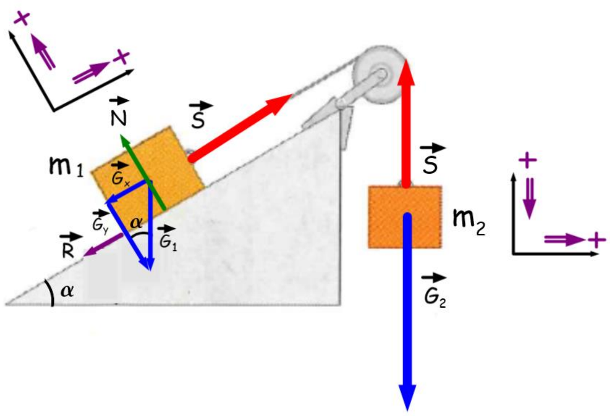
$$G_x = G\sin\alpha$$
$$R = \mu_k N = \mu_k G_y = \mu_k G\cos\alpha$$

Setter vi disse uttrykkene inn i ligningen til høyre øverst viser dette at:

$$G_x = \mu N \quad \Rightarrow \quad G\sin\alpha = \mu_k G\cos\alpha$$
$$\Rightarrow \quad \sin\alpha = \mu_k \cos\alpha$$
$$\Rightarrow \quad \mu_k = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Alternativ G. er korrekt.

Oppgave 6



a) Loddenes akselerasjon finner vi ved å sette opp følgende ligningssett:

Legemet med masse m_1:

$$\sum F_x = S - G_x - R = m_1 a \quad (1)$$
$$\sum F_y = N - G_y = 0 \quad (2)$$

Legemet med masse m_2:

$$\sum F_x = 0 \quad (3)$$
$$\sum F_y = G_2 - S = m_2 a \quad (4)$$

Fra ligning (1) finner vi snordraget S på masse m_1:

$$S = m_1 a + G_x + R = m_1 + G_x + \mu G_y$$
$$= m_1 a + G_1 \sin\alpha + \mu G_1 \cos\alpha$$
$$= m_1 a + m_1 g \sin\alpha + \mu m_1 g \cos\alpha$$

Setter dette uttrykket for snordraget S inn i ligning (4) og finner loddenes akselerasjon a:

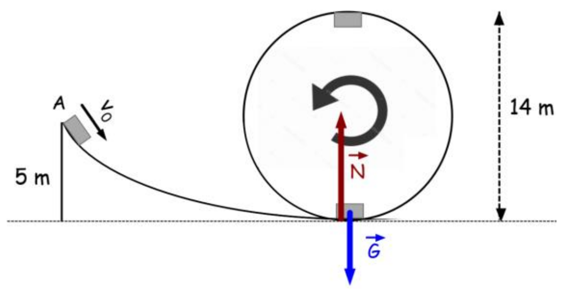
$$G_2 - S = m_2 a$$
$$\Rightarrow \quad m_2 g - (m_1 a + m_1 g \sin\alpha + \mu m_1 g \cos\alpha) = m_2 a$$
$$\Rightarrow \quad (m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1 \sin\alpha - \mu m_1 \cos\alpha)g$$
$$\Rightarrow \qquad a = \left(\frac{m_2 - m_1 \sin\alpha - \mu m_1 \cos\alpha}{m_1 + m_2}\right) g$$
$$\Rightarrow \quad a = \left(\frac{36{,}0\ \mathrm{kg} - 20{,}0\ \mathrm{kg} \cdot \sin 53{,}1^0 - 0{,}40 \cdot 20{,}0\ \mathrm{kg} \cdot \cos 53{,}1^0}{20.0\ \mathrm{kg} + 36{,}0\ \mathrm{kg}}\right) \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 2{,}66\ \mathrm{m/s^2}$$

b) Snordraget S på de to loddene er like store. Fra ligning (4) over finner vi direkte at

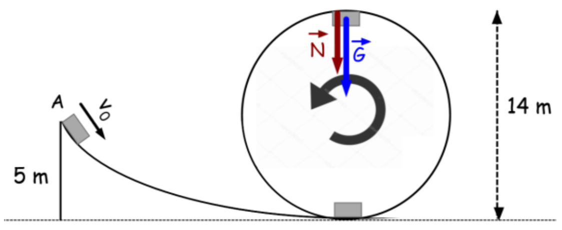
$$G_2 - S = m_2 a$$
$$\Rightarrow \quad S = G_2 - m_2 a = m_2(g - a)$$
$$S = 36{,}0\ \mathrm{kg} \cdot (9{,}81\ \mathrm{m/s^2} - 2{,}66\ \mathrm{m/s^2}) = 257\ \mathrm{N}$$

Oppgave 7

a)



Figur som viser kreftene som virker på en passasjer i bunnen av loopen. Disse kreftene er henholdsvis tyngdekrafta $\vec{G}$ (retning nedover) og normalkrafta fra banen $\vec{N}$ (retning oppover).



Figur som viser kreftene som virker på en passasjer på toppen av loopen. Disse kreftene er henholdsvis tyngdekrafta $\vec{G}$ (retning nedover) og normalkrafta fra banen $\vec{N}$ (retning nedover).

b) Normalkrafta $|\overrightarrow{N}| = N$ på passasjeren i det laveste punktet i loopen finner vi ved å anvende Newtons 2. lov. Velger positiv retning oppover.

$$\sum F = N - G = m\frac{\mathrm{v}_{bunn}^2}{r} \quad \Rightarrow \quad N = m\frac{\mathrm{v}_{bunn}^2}{r} + mg = mg\left(\frac{\mathrm{v}_{bunn}^2}{gr} + 1\right)$$

Hastigheten i antall m/s er

$$\mathrm{v}_{bunn} = \frac{70}{3{,}6}\,\mathrm{m/s} = 19{,}4\ \mathrm{m/s}$$

som videre gir at:

$$N = mg\cdot\left(\frac{(19{,}4\ \mathrm{m/s})^2}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 7{,}0\ \mathrm{m}} + 1\right) = 6{,}51\,G = 6{,}5\,G$$

Passasjeren føler seg altså 6,5 ganger tyngre enn normalt.

c) Normalkrafta $|\overrightarrow{N}| = N$ på passasjeren i det høyeste punktet i loopen finner ut fra at:

$$\sum F = N + G = m\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{r} \quad \Rightarrow \quad N = m\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{r} - mg = mg\left(\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{gr} - 1\right)$$

Vognas hastighet v_{topp} på toppen av loopen finner ved å benytte bevaringsloven for den totale mekaniske energien. Med nullhøyde i bunnen av loopen gir dette at:

$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}_{bunn}^2 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_{topp}^2 + mgh_{topp}$$

$$\Rightarrow \qquad \mathrm{v}_{topp}^2 = \mathrm{v}_{bunn}^2 - 2gh_{topp}$$

$$\Rightarrow \qquad \mathrm{v}_{topp} = \sqrt{\mathrm{v}_{bunn}^2 - 2gh_{topp}}$$

$$= \sqrt{(19{,}4\ \mathrm{m/s})^2 - 2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 14\ \mathrm{m}} = 10{,}2\ \mathrm{m/s}$$

Innsatt gir dette videre at:

$$N = mg\left(\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{gr} - 1\right) = mg\cdot\left(\frac{(10{,}2\ \mathrm{m/s})^2}{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 7{,}0\ \mathrm{m}} - 1\right) = 0{,}506\,mg = 0{,}51\,G$$

d) Normalkrafta fra underlaget på vogna er i dette tilfelle lik null. Dette betyr at

$$\sum F = N + G = m\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{r} \quad \Rightarrow \quad G = m\frac{\mathrm{v}_{topp}^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}_{topp} = \sqrt{\frac{mgr}{m}} = \sqrt{gr}$$

$$= \sqrt{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 7{,}0\ \mathrm{m}} = 8{,}28\ \mathrm{m/s} = 8{,}3\ \mathrm{m/s}$$

Posisjon A befinner seg $5{,}0\ \mathrm{m}$ over bunnen av loopen. Ettersom loopen har en diameter på $14\ \mathrm{m}$ ligger punktet A en høyde $h = 14\ \mathrm{m} - 5{,}0\ \mathrm{m} = 9{,}0\ \mathrm{m}$ under toppunktet på loopen. Energiloven gir dermed at:

$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}_A^2 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_{topp}^2 + mgh \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}_A = \sqrt{\mathrm{v}_{topp}^2 + 2gh}$$

$$= \sqrt{(8{,}3\ \mathrm{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 9{,}0\ \mathrm{m}} = 15{,}7\ \mathrm{m/s} = 16\ \mathrm{m/s}$$