

# Formelark fysikk

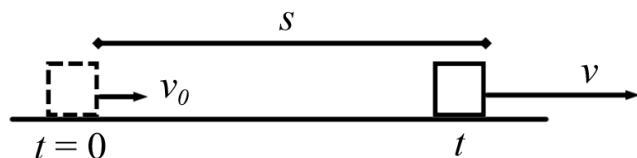
## Rettlinjet bevegelse

Posisjon:  $s$

Fart:  $v = \frac{ds}{dt}$

Akselerasjon:  $a = \frac{dv}{dt}$

Bevegelseslikningene ved konstant akselerasjon



$s = vt$ (konstant fart)
$v = v_0 + at$
$s = \frac{1}{2} (v_0 + v) t$
$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$
$v^2 - v_0^2 = 2as$

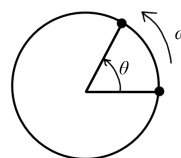
## Rotasjonsbevegelse

Posisjonsvinkel:  $\theta$

Vinkelfart:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

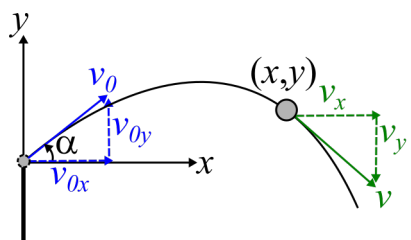
Vinkelakselerasjon:  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

Bevegelseslikningene ved konstant vinkelakselerasjon



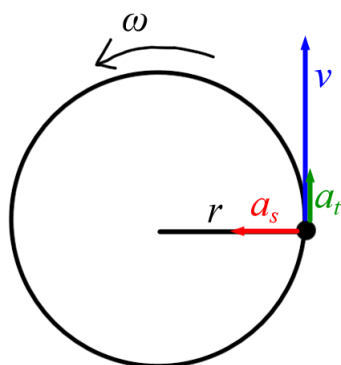
$\theta = \omega t$ (konstant vinkelfart)
$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$\theta = \frac{1}{2} (\omega_0 + \omega) t$
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$

## Kastebevegelse i tyngdefeltet



$x$ -retning (konstant fart)	$y$ -retning ( $a_y = \pm g$ )
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	$v_y = v_{0y} + a_y t = v_0 \sin \alpha + a_y t$
$x = v_{0x} t = v_0 \cos \alpha \cdot t$	$y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = v_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2$

## Sammenheng mellom rotasjonsbevegelse og rettlinjet bevegelse



Omløpstid:  $T$

Vinkelfart:  $\omega$

Vinkelakselerasjon:  $\alpha$

Avstand fra rotasjonsakse:  $r$

Banefart:  $v = \omega r$

Tangentiell akselerasjon:  $a_t = \alpha r$

Sentripetalakselerasjon:  $a_s = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

# Mekanikkformler

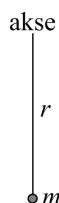
Sentripetalakselerasjon	$a_s = \frac{v^2}{r}$
Newtons 2.lov	$\sum \vec{F} = m\vec{a}$
Bevegelsesmengde for legeme med masse $m$ og fart $v$	$p = mv$
Impulsloven	$F\Delta t = \Delta p$
Relativhastigheter ved elastisk kollisjon mellom to legemer med hhv. start- og slutfart $v_1, v_2$ og $u_1, u_2$	$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
Dreiemoment til kraft $F$ med arm $a$ om dreieakse	$\tau = F \cdot a$
Rotasjonsdynamikkens grunnlov	$\sum \tau = I\alpha$
Rullebetingelse	$v_{CM} = \omega r$
Hookes lov for fjær med konstant fjærstivhet	$F = kx$
Størrelse på statisk friksjonskraft	$f_s \leq \mu_s N$
Størrelse på glidefriksjonskraft	$f_k = \mu_k N$
Effekt produsert av konstant kraft $F$ ved fart $v$	$P = Fv$
Effekt produsert av konstant dreiemoment $\tau$ ved vinkelfart $\omega$	$P = \tau\omega$

## Arbeid og energi

Arbeid, konstant kraft $F$	$W = F \cdot s \cdot \cos \phi$
Arbeid, varierende kraft	$W = \int_b^a F(x) dx$
Arbeid av ytre/ikke-konservative krefter og endring i mekanisk energi $E$	$W = \Delta(K + U) = \Delta E$
Lineær kinetisk energi	$K = \frac{1}{2}mv^2$
Rotasjonskinetisk energi	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
Potensiell energi i tyngdefeltet	$U = mgh$
Potensiell energi, elastisk fjær	$U = \frac{1}{2}kx^2$

## Trehetsmoment

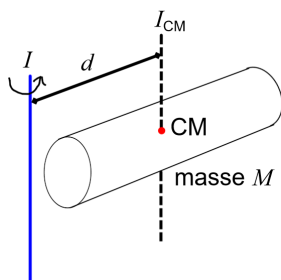
### Definisjoner trehetsmoment



Trehetsmoment punktpartikkel i avtand  $r$  fra rotasjonsakse:  $I = mr^2$

Trehetsmoment for kontinuerlig massefordeling:  $I = \int r^2 dm$

## Steiners sats (parallell akse-teoremet)



Trehetsmoment om massesenter (CM):  $I_{CM}$

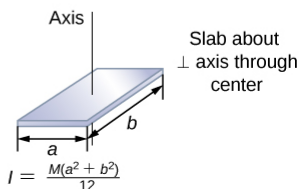
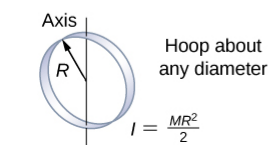
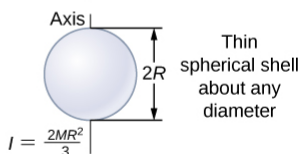
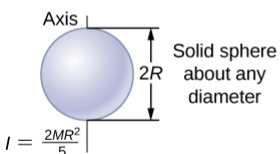
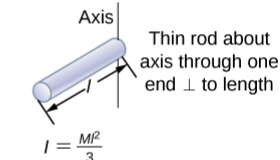
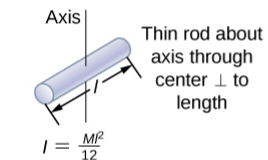
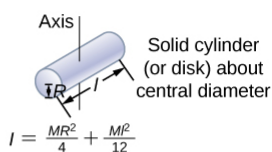
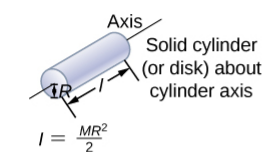
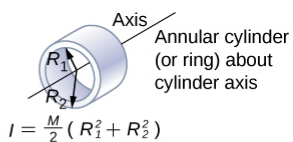
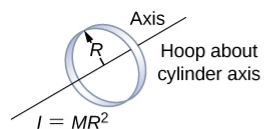
Trehetsmoment om parallell akse:  $I$

Legemets masse:  $M$

Avstand mellom akser:  $d$

Steiners sats (parallell akse-teoremet):  $I = I_{CM} + Md^2$

## Trehetsmoment for utvalgte legemer



## Svingninger

Enkel harmonisk oscillator	$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$
Fri, udempet svingning med amplitude $A_0$ og faseforskyvning $\phi$	$x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \phi), T = \frac{2\pi}{\omega_0}, f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$
Vinkelfrekvens og periode for masse i fjær	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
Vinkelfrekvens og periode for matematisk pendel med lengde $L$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
Vinkelfrekvens og periode for fysisk pendel, $h$ er avstand mellom CM og opphengingspunkt	$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgh}{I}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$
Vinkelfrekvens og periode for torsjonspendel med torsjonskonstant $\kappa$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}, T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$
Fri, dempet svingning	$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$
Kriterium for underkritisk damping	$\frac{b}{2m} < \omega_0$
Svingeløsning for underkritisk damping	$x = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \phi), \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$
Kriterium for kritisk damping	$\frac{b}{2m} = \omega_0$
Kriterium for overkritisk damping	$\frac{b}{2m} > \omega_0$
Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft	$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin(\omega t)$
Partikulærløsning for dempet, tvungen svingning	$x = A \cos(\omega t + \phi), A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2}}$

## Bølgefysikk

Harmonisk planbølge (forflytning i positiv $x$ -retning)	$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi), k = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
Bølgelikning	$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$
Bølgefart	$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$
Bølgefart for tversbølger på streng med masse pr. lengdeenhet $\mu$ ved snordrag ("tension") $F_T$	$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$
Energi og midlere effekt transportert av harmonisk bølge på streng, per bølgelengde	$E = \frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2 \lambda, \bar{P} = \frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2 v$
Intensitet av kuleformet bølge i avstand $r$	$I = \frac{P}{4\pi r^2}$
Resultantbølge for to identiske, harmoniske bølger med faseforskyvning $\phi$	$y_R(x, t) = \left[2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$
Stående bølge	$y(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$
Bølgelengde og frekvens for stående bølge på streng med lengde $L$ fastspent i begge ender	$\lambda_n = \frac{2}{n}L, f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1, n = 1, 2, 3, \dots$

# Fluidmekanikk

Oppdrift av legeme som fortrenger et volum $V_{fl}$ av en væske med tetthet $\rho$ (Arkimedes' lov)	$F_B = \rho V_{fl} g$
Trykk av væskesøyle med tetthet $\rho$ i dybde $h$ (hydrostatisk trykk)	$p = p_0 + \rho g h$
Volumstrøm gjennom rør med tverrsnitt $A$ og væskefart $v$	$Q = \frac{dV}{dt} = A \cdot v$
Kontinuitetslikningen	$A \cdot v = \text{konstant}$
Bernoullis likning uten tapsledd	$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$
Bernoullis likning med tapsledd og evt. turbinledd $h_t$	$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f + h_e + h_t$
Tapshøyde for rørfriksjon (Darcy-Weisbachs lov) ved væskefart $v$	$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$
Tapshøyde for enkeltmotstand ved væskefart $v$	$h_e = \xi \cdot \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$
Maksimal turbineffekt ved volumstrøm $Q$ (væskefart $v$ før turbinen; turbinledd $h_t$ )	$P_{max} = \rho g h_t \cdot Q = \frac{1}{2} \rho v^2 Q$
Reynolds tall for væske med tetthet $\rho$ , fart $v$ , rørdiameter $D$ og viskositet $\eta$ (laminær strøm for $N_R < 2000$ , turbulent strøm for $N_R > 3000$ )	$N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$
Relativ ruhet for rør med ruhet $\epsilon$ og diameter $D$	$\frac{\epsilon}{D}$

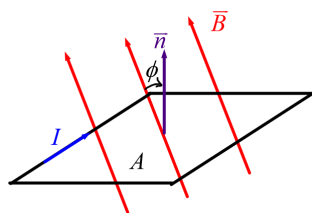
# Elektrisitet

Coulombs lov	$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$
Definisjon av elektrisk felt	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$
Absoluttverdi av elektrisk felt rundt punktladning $Q$	$E = \frac{kQ}{r^2}$
Elektrisk potensial i avstand $r$ fra punktladning $Q$	$V = \frac{kQ}{r}$
Potensialforskjell mellom to punkter	$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$
Elektrisk felt i platekondensator med platespenning $\Delta V$ og -avstand $d$	$E = \frac{\Delta V}{d}$
Elektrisk felt i platekondensator med ladning $Q$ , areal $A$ og ladningstetthet $\sigma$	$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
Elektrisk potensiell energi for punktpartikkel $q$ i homogent elektrisk felt $E$ , avstand $d$ fra nullnivå	$U = qEd$
Elektrisk potensiell energi mellom punktladninger $q_1$ og $q_2$ i avstand $r$	$U = \frac{kq_1 q_2}{r}$
Endring i elektrisk potensiell energi for partikkel med ladning $q$ ved potensialforskjell $\Delta V$	$\Delta U = q\Delta V$
Kapasitans	$C = \frac{Q}{V}$
Kapasitans for platekondensator	$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$
Kapasitans for parallellkobling	$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$
Kapasitans for seriekobling	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$
Kapasitans for kondensator med dielektrikum (isolator) med dielektrisk konstant $\kappa$	$C = \kappa C_0$
Energi lagret i kondensator	$U_C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV$
Definisjon av resistivitet	$\rho = \frac{E}{J}$
Resistans for sylindrisk leder med lengde $L$ og tverrsnitt $A$	$R = \rho \frac{L}{A}$
Ohms lov for komponenter med konstant resistans	$V = IR$
Elektrisk effekt	$P = VI$
Elektrisk effekt produsert i motstand	$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$
Polspenning for batteri med indre resistans $r$	$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir$
Ekvivalent resistans av seriekoblede motstander	$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
Ekvivalent resistans av parallellkoblede motstander	$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$
Kirchoffs 1. lov (strømloven)	$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}$
Kirchoffs 2. lov (spenningsloven)	$\sum V = 0$
Tidskonstant for $RC$ -krets	$\tau = RC$
Ladning på konsensator under oppladning	$q(t) = C\varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
Ladning på konsensator under utladning	$q(t) = Qe^{-\frac{t}{\tau}}$
Strøm gjennom motstand under oppladning av kondensator	$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$
Strøm gjennom motstand under utladning av kondensator	$I = -\frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$

# Magnetisme

Magnetkraft på punktladning i ytre magnetfelt	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}, F = qvB \sin \phi$
Magnetkraft på strømførende leder i ytre magnetfelt	$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}, F = IlB \sin \phi$
Biot-Savarts lov	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{leder}} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
Magnetfelt rundt lang, rett leder	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$
Magnetkraft pr. lengdeenhet mellom parallelle ledere med senteravstand $r$	$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$
Magnetfelt i sentrum av strømsløyfe	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
Magnetfelt på innsiden av strømspole med lengde $l$ og $N$ vindinger; $n$ vindinger per lengdeenhet	$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$

## Induksjon og induktans



Sløyfeareal:  $A$   
 Sløyfas normalvektor:  $\vec{n}$   
 Ytre magnetfelt:  $\vec{B}$   
 Vinkel mellom  $\vec{n}$  og  $\vec{B}$ :  $\phi$   
 Strøm i sløyfa:  $I$

Magnetisk fluks	$\Phi = BA \cos \phi$
Faradays induksjonslov (indusert ems)	$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$
Indusert ems i spole med $N$ vindinger	$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$
Dreiemoment på strømsløyfe	$\tau = I \cdot A \cdot B \cdot \sin \phi$
Indusert ems i leder med lengde $l$ som beveger seg med fart $v$ vinkelrett på magnetfelt	$\varepsilon = vBl$
Gjensidig induktans mellom to spoler med hhv. $N_1$ og $N_2$ vindinger, som fører strøm hhv. $I_1$ og $I_2$	$M = N_1 \frac{\Phi_{12}}{I_2} = N_2 \frac{\Phi_{21}}{I_1}$
Selvinduktans for spole med $N$ vindinger	$L = N \frac{\Phi}{I}$

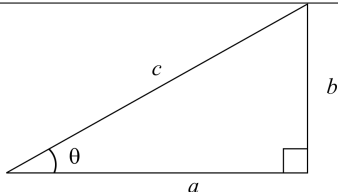
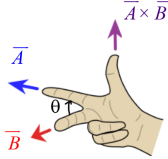
## Fysiske konstanter

Konstant	Verdi
Tyngdeakselerasjonen	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Massetetthet ferskvann	$\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
Massetetthet luft (15 °C, ved havnivå)	$\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$
Dynamisk viskositet vann	$\eta = 8,90 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Coulombs konstant	$k = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$
Elementærladningen	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektronmassen	$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Protonmassen	$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Permittivitet i vakuum	$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$
Permeabilitet i vakuum	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

## SI-prefikser

Tierpotens	Prefiks	Symbol	Navn
$10^{15}$	peta	P	Billiard
$10^{12}$	tera	T	Billion
$10^9$	giga	G	Milliard
$10^6$	mega	M	Million
$10^3$	kilo	k	Tusen
$10^2$	hekto	h	Hundre
$10^1$	deka	da	Ti
$10^{-1}$	desi	d	Tidel
$10^{-2}$	cent	c	Hundredel
$10^{-3}$	milli	m	Tusendel
$10^{-6}$	mikro	$\mu$	Milliondel
$10^{-9}$	nano	n	Milliarddel
$10^{-12}$	piko	p	Billiondel
$10^{-15}$	femto	f	Billiarddel

## Matematiske formler

Størrelse	Definisjon/formel
Trigonometriske definisjoner	 $\sin \theta = \frac{b}{c}, \cos \theta = \frac{a}{c}, \tan \theta = \frac{b}{a}$
Trigonometriske identiteter	$\sin u + \sin v = 2 \sin \left( \frac{u+v}{2} \right) \cos \left( \frac{u-v}{2} \right)$ $\cos u + \cos v = 2 \cos \left( \frac{u+v}{2} \right) \cos \left( \frac{u-v}{2} \right)$ $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin (2\alpha)$ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$
Skalarprodukt av to vektorer	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$
Høyrehåndsregel for kryssprodukt/vektorprodukt	
Absoluttverdi av vektorprodukt	$ \vec{A} \times \vec{B}  = AB \sin \theta$
Volum av sylinder med radius $r$ , høyde $h$	$V = \pi r^2 h$
Volum av kule med radius $r$	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$



# Symbolforklaringer

Symbol	Størrelse	Enhet (navn)	Enhet (forkortelse)
$a$	Akselerasjon		$\text{m/s}^2$
$B$	Magnetisk flukstetthet	tesla	T
$C$	Kapasitans	fahrad	F
$E$	Elektrisk felt		$\text{N/C} = \text{V/m}$
$f$	Frekvens	hertz	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
$F$	Kraft	newton	N
$I$	Trehetsmoment		$\text{kgm}^2$
$I$	Elektrisk strøm	ampere	A
$k$	Fjærkonstant		$\text{N/m}$
$L$	Selvinduktans	henry	H
$m$	Masse	kilogram	kg
$M$	Gjensidig induktans	henry	H
$p$	Bevegelsesmengde		$\text{kgm/s}$
$p$	Trykk	pascal	Pa
$P$	Effekt	watt	W
$Q$	Volumstrøm		$\text{m}^3/\text{s}$
$Q$	Elektrisk ladning	coulomb	C
$s$	Posisjon/tilbakelagt strekning	meter	m
$t$	Tid	sekund	s
$T$	Periode/svingetid	sekund	s
$U$	Potensiell energi	joule	J
$v$	Fart		$\text{m/s}$
$V$	Elektrisk potensial	volt	V
$W$	Arbeid	joule	J
$x, y$	Posisjon	meter	m
$\alpha$	Vinkelhastighet		$\text{rad/s}^2$
$\varepsilon$	Elektromotorisk spenning	volt	V
$\eta$	Viskositet		$\text{Pa} \cdot \text{s}$
$\kappa$	Torsjonskonstant		$\text{Nm/rad}$
$\mu$	Friksjonskoeffisient		—
$\theta$	Rotert vinkel		rad
$\omega$	Vinkelfart		$\text{rad/s}$
$\rho$	Massetetthet		$\text{kg/m}^3$
$\phi$	Vinkel	radianer	rad
$\Phi$	Magnetisk fluks	weber	Wb
$\tau$	Dreiemoment		Nm
$\zeta$	Tapskoeffisient enkeltmotstand		—