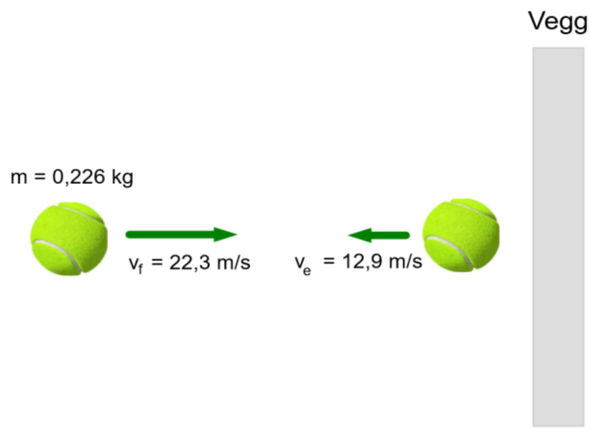
Oppgave 1



a) Dersom dette er et elastisk støt er den kinetiske energien bevart før og etter støtet.
Før støtet:

$$E_{K,f} = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_f^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}226\ \mathrm{kg}\cdot(22{,}3\ \mathrm{m/s})^2 = 56{,}2\ \mathrm{J}$$

Etter støtet:

$$E_{K,e} = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_e^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}226\ \mathrm{kg}\cdot(12{,}9\ \mathrm{m/s})^2 = 18{,}8\ \mathrm{J} < E_{K,f}$$

Støtet er uelastisk.

Energien som har gått tapt i løpet av støtprosessen er

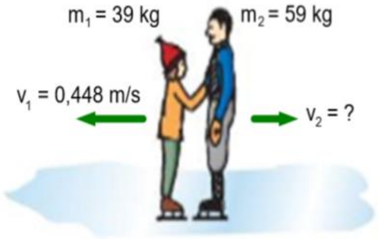
$$\Delta E_K = E_{K,f} - E_{K,e} = 56{,}2\ \mathrm{J} - 18{,}8\ \mathrm{J} = 37{,}4\ \mathrm{J}$$

b) Krafta F som virker mellom veggen og ballen i løpet av kontakttiden $t = 69{,}6\ \mathrm{ms}$ er gitt ved:

$$F\cdot t = m\left(\mathrm{v}_f - \mathrm{v}_e\right)$$

$$\Rightarrow\ F = \frac{m\left(\mathrm{v}_f - \mathrm{v}_e\right)}{t} = \frac{0{,}226\ \mathrm{kg}\cdot\ (22{,}3\ \mathrm{m/s} - (-12{,}9\ \mathrm{m/s}))}{6{,}96\cdot 10^{-2}\ \mathrm{s}} = 114\ \mathrm{N}$$

Oppgave 2



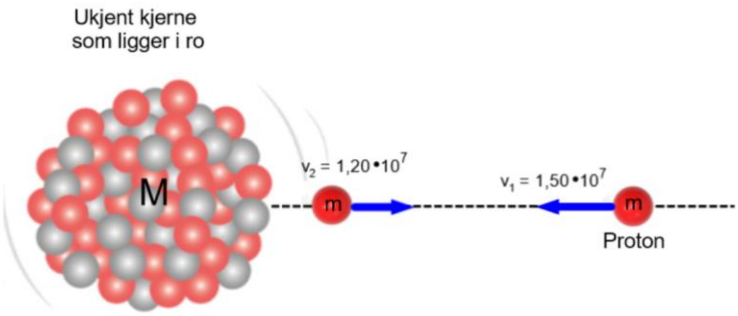
a) Hastigheten til is-danseren med masse $m_2 = 59$ kg finner vi ut fra bevaringen av bevegelsesmengden under støtprosessen:

$$p_1 = p_2 \;\; \Rightarrow \;\; m_1 \mathrm{v}_1 = m_2 \mathrm{v}_2$$

$$\Rightarrow \qquad \mathrm{v}_2 = \frac{m_1}{m_2}\mathrm{v}_1 \;= \frac{39\text{ kg}}{59\text{ kg}} \cdot 0{,}448\text{ m/s} = 0{,}296\text{ m/s}$$

b) Da $E_{K,før} = 0$ og $E_{K,etter} > 0$ er ikke den kinetiske energien bevart. Støtet er uelastisk.

Oppgave 3



a) Protonene har masse m. Den ukjente atommassen settes til å være M. Bevaring av bevegelsesmengde gir oss da følgende ligning:

$$m\mathrm{v}_{p,1} = m\mathrm{v}_{p,2} + M\mathrm{v}_{atom}$$

Ettersom støtet også er elastisk gjelder sammenhengen (se læreboka s…):

$$\mathrm{v}_{atom} = \mathrm{v}_{p,1} + \mathrm{v}_{p,2}$$

Settes denne ligningen inn i ligningen over får vi at:

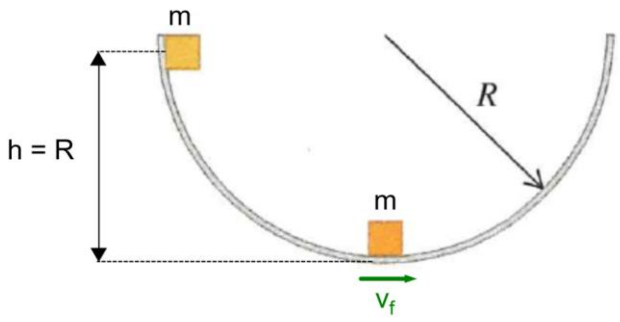
$$m\mathrm{v}_{p,1} = m\mathrm{v}_{p,2} + M\left(\mathrm{v}_{p,1} + \mathrm{v}_{p,2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad M = \frac{m(\mathrm{v}_{p,1} - \mathrm{v}_{p,2})}{\mathrm{v}_{p,1} + \mathrm{v}_{p,2}} = \frac{m(1{,}50 \cdot 10^7\text{m/s} - (-1{,}20 \cdot 10^7\text{ m/s}))}{1{,}50 \cdot 10^7\text{m/s} + (-1{,}20 \cdot 10^7\text{ m/s})} = 9m$$

b) Hastigheten til de ukjente atomene er:

$$\mathrm{v}_{atom} = \mathrm{v}_{p,1} + \mathrm{v}_{p,2} = 1{,}50 \cdot 10^7\text{m/s} + (-1{,}20 \cdot 10^7\text{ m/s}) = 3{,}00 \cdot 10^6\text{ m/s}$$

Oppgave 4



a) Vi benytter loven for bevaring av den totale mekaniske energien i gravitasjonsfeltet til å bestemme hastigheten til massen til venstre idet det treffer legemet i bunnen av banen:

$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}_f^2 = mgh \;\Rightarrow\; \mathrm{v}_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gR}$$

Hastigheten til felleslegemet finner vi fra bevaringen av bevegelsesmengden:

$$m\mathrm{v}_f = (m+m)\mathrm{v}_e = 2m\mathrm{v}_e \;\Rightarrow\; \mathrm{v}_e = \frac{1}{2}\mathrm{v}_f$$

Høyden h over bunnen som felleslegemet beveger seg blir dermed:

$$\frac{1}{2}(2m)\mathrm{v}_e^2 = (2m)gh \;\Rightarrow\; h = \frac{\mathrm{v}_e^2}{2g} = \frac{\mathrm{v}_f^2}{8g} = \frac{2gR}{8g} = \frac{R}{4}$$

b) I det generelle tilfelle med $m_1 \neq m_2$ blir hastigheten for legemet til venstre det samme som i oppgave a) da hastigheten er uavhengig av m_1. Det vil si:

$$\mathrm{v}_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gR}$$

Hastigheten for felleslegemet blir derimot nå av størrelsesorden:

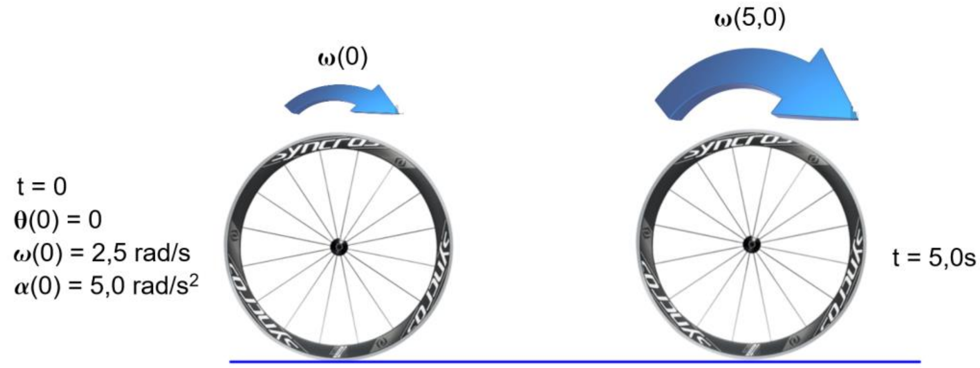
$$m_1\mathrm{v}_f = (m_1+m_2)\mathrm{v}_e \;\Rightarrow\; \mathrm{v}_e = \frac{m_1}{m_1+m_2}\,\mathrm{v}_f$$

som gir en høyde:

$$h = \frac{\mathrm{v}_e^2}{2g} = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2\frac{\mathrm{v}_f^2}{2g} = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2\frac{2gR}{2g} = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 R$$

Dermed blir alternativ D korrekt.

Oppgave 5



a) Vinkelfunksjonen til hjulets rotasjon er gitt ved:

$$\theta(t) = \omega_0 t + \alpha_0 t^2 \ ; \ t \geq 0$$

Vinkelhastigheten $\omega(t)$ og vinkelakselerasjonen $\alpha(t)$ er dermed gitt ved henholdsvis:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_0 t + \alpha_0 t^2) = \omega_0 + 2\alpha_0 t \ ; \quad t \geq 0$$

$$\alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_0 + 2\alpha_0 t) = 2\alpha_0 \ ; \quad t \geq 0$$

b) Rotasjonen $\theta(t = 0)$ og $\omega(t = 0)$:

$$\theta(0) = 2{,}5 \text{ rad/s} \cdot 0 + 5{,}0 \text{ rad/s}^2 \cdot 0^2 = 0 \text{ rad}$$

$$\omega(0) = 2{,}5 \text{ rad/s} + 2 \cdot \ 5{,}0 \text{ rad/s}^2 \cdot 0 = \ \ 2{,}5 \text{ rad/s}$$

Rotasjonen $\theta(t = 5{,}0 \text{ s})$ og $\omega(t = 5{,}0 \text{ s})$:

$$\theta(5{,}0) = 2{,}5 \text{ rad/s} \cdot 5{,}0 \text{ s} + 5{,}0 \text{ rad/s}^2 \cdot (5{,}0 \text{ s})^2 = 137{,}5 \text{ rad}$$

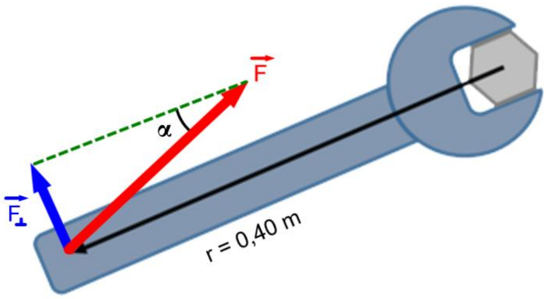
$$\omega(5{,}0) = 2{,}5 \text{ rad/s} + 2 \cdot \ 5{,}0 \text{ rad/s}^2 \cdot 5{,}0 \text{ s} = \ \ 52{,}5 \text{ rad/s}$$

Den gjennomsnittlige vinkelhastigheten og den gjennomsnittlige vinkelakselerasjonen blir dermed:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta(5{,}0) - \theta(0)}{5{,}0 - 0{,}0} = \frac{137{,}5 \text{ rad} - 0 \text{ rad}}{5{,}0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 27{,}5 \text{ rad/s}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega(5{,}0) - \omega(0)}{5{,}0 - 0{,}0} = \frac{52{,}5 \text{ rad/s} - 2{,}5 \text{ rad/s}}{5{,}0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 10{,}0 \text{ rad/s}^2$$

Oppgave 6



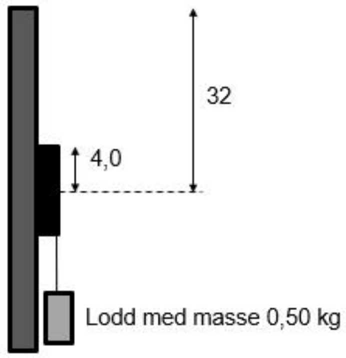
Dreiemomentet τ produsert av krafta $\vec{F}$ er pr definisjon gitt ved:

$$\tau = F_{\perp} \cdot r = F \cdot r \sin\alpha = 12{,}8 \text{ Nm}$$

Vinkelen α mellom krafta $\vec{F}$ og arma til skiftenøkkelen blir dermed:

$$\Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{12{,}8 \text{ Nm}}{F \cdot r} = \frac{12{,}8 \text{ Nm}}{66{,}8 \text{ N} \cdot 0{,}40 \text{ m}} = 0{,}479 \;\Rightarrow\; \alpha = 28{,}6^0 = 29^0$$

Oppgave 7



a) Hjulet består av 3 eiker, en felg med bredde lik $0{,}02$ m og ei trinse. Vi setter opp treghetsmomentet til hver enkelt bestanddel før vi til slutt summerer opp:

1. Eikene: Rotasjonsaksen er plassert i enden. Det gir treghetsmomentet

$$I_e = \frac{1}{3} m_e l_e^2$$

2. Felgen er et sylinder med en indre radius R_1 og en ytre radius R_2. Det gir treghetsmomentet

$$I_{fe} = \frac{1}{2} m_{fe}(R_i^2 + R_y^2)$$

3. Trinsa er en solid sylinder. Det gir treghetsmomentet

$$I_{tr} = \frac{1}{2} m_{tr} R_{tr}^2$$

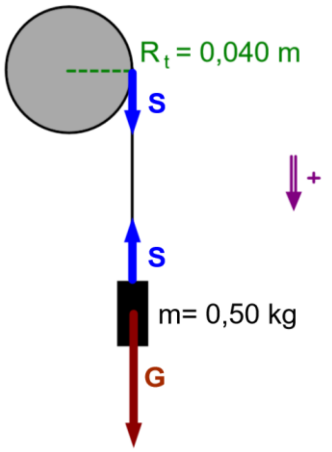
Treghetsmomentet til hele hjulet, inkludert trinsa, blir dermed:

$$I = 3 \cdot I_e + I_{hj} + I_{tr} = m_e l_e^2 + \frac{1}{2} m_{hj}\left(R_i^2 + R_y^2\right) + \frac{1}{2} m_{tr} R_{tr}^2$$

$$= 0{,}20\ \mathrm{kg} \cdot (0{,}30\ \mathrm{m})^2 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}0\ \mathrm{kg} \cdot ((0{,}30\ \mathrm{m})^2 + (0{,}32\ \mathrm{m})^2) + \frac{1}{2} \cdot 0{,}10\ \mathrm{kg} \cdot (0{,}040\ \mathrm{m})^2$$

$$= 0{,}114\ \mathrm{kgm}^2 = 0{,}11\ \mathrm{kgm}^2$$

b) Loddets akselerasjon a finner vi ved å kombinere Newtons 2.lov og rotasjonsdynamikkens grunnlov. Ifølge figuren nedenfor finner vi at (positiv retning valgt nedover):



$$\sum F = G - S = ma \qquad (1)$$

$$\tau = R_t \cdot S = I\alpha = \frac{Ia}{R_t} \qquad (2)$$

Fra ligning (2) innser vi at snordraget S kan skrives på formen

$$S = \frac{Ia}{R_t^2}$$

som innsatt i ligning (1) gir at

$$G - S = mg - \frac{Ia}{R_t^2} = ma \quad \Rightarrow \quad ma + \frac{Ia}{R_t^2} = a\left(m + \frac{I}{R_t^2}\right) = mg$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{mg}{m + \frac{I}{R_t^2}} = \frac{0{,}50\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}{\left(0{,}50\ \mathrm{kg} + \frac{0{,}11\ \mathrm{kgm^2}}{(0{,}040\ \mathrm{m})^2}\right)} = 0{,}0682\ \mathrm{m/s^2} = 0{,}068\ \mathrm{m/s^2}$$

c) Hjulets vinkelhastighet når loddet har falt $y = 1{,}2\ \mathrm{m}$ finner vi ved å først beregne loddets hastighet i denne posisjonen. Siden loddet har konstant akselerasjon er denne hastigheten gitt ved

$$\mathrm{v}^2 - \mathrm{v}_0^2 = 2ay \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}^2 = 2ay \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = \sqrt{2ay} = \sqrt{2 \cdot 0{,}068\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}2} = 0{,}405\ \mathrm{m/s}$$

Dette innebærer at trinsas vinkelhastighet

$$\omega = \frac{\mathrm{v}}{R_t} = \frac{0{,}405\ \mathrm{m/s}}{0{,}040\ \mathrm{m}} = 10{,}1\ \mathrm{rad/s} = 10\ \mathrm{rad/s}$$