3. gyakorlat

3.1. feladat. *Legyenek A, B, C formulák. Hányféleképpen lehet zárójelekkel ellátni az alábbi jelsorozatokat úgy, hogy (teljesen zárójelezett) formulákat kapjunk.*

(a) $A \supset \neg B \vee B \wedge C$

(b) $A \supset B \supset C \supset \neg A \supset \neg B$

3.2. feladat. *Hagyjuk el a lehető legtöbb zárójelet a formulákból.*

(a) $((X \vee Y) \supset Z)$

(b) $(\neg(X \vee Y) \supset Z)$

(c) $((\neg(\neg X \vee Y) \wedge Z) \supset (X \vee Z))$

(d) $(((X \supset Y) \wedge (Y \supset Z)) \supset (\neg X \vee Z))$

(e) $\neg(((X \supset Y) \supset (Y \vee Z)) \supset (\neg X \vee Z))$

(f) $((X \supset Y) \equiv (\neg X \vee Y))$

(g) $(((X \vee Y) \supset \neg Z) \equiv (X \wedge \neg Z))$

3.3. feladat. *Adjuk meg az alábbi formulák teljesen zárójelezett alakját.*

(a) $X \wedge \neg Y \supset Z$

(b) $\neg X \supset Y \vee \neg Z$

(c) $\neg X \supset Y \vee .\neg Z$

(d) $\neg X \vee Y \supset \neg Y \wedge Z$

(e) $\neg .X \vee Y \supset \neg Y \wedge Z$

(f) $\neg X \vee Y \supset \neg Y \wedge .Z$

(g) $X \supset Y \supset .Z \supset V$

(h) $\neg(X \supset Y \supset .Z \supset V) \wedge Y \vee .\neg Z \vee V$

(i) $X \vee Y \supset \neg Z \equiv X \wedge \neg Z$

3.4. feladat. *Bizonyítsuk be, hogy egy formulában a nyitó- és zárójelek száma megegyezik.*

3.5. feladat. *Mely formula(ák) részformulája(i) az alábbi formuláknak?*

(a) $X \vee Y \supset \neg Z \equiv X \wedge \neg Z$

(1) $\neg Z \equiv X$ *(2)* $\neg Z \equiv X \wedge \neg Z$
(3) $Y \supset \neg Z$ *(4)* $X \vee Y$

(b) $X \supset \neg Y \wedge Z \equiv Y \vee \neg X$

(1) $\neg Y \wedge Z$ *(2)* $Z \equiv Y$
(3) $X \supset \neg Y$ *(4)* $\neg Y \wedge Z \equiv Y$

(c) $X \supset Y \wedge \neg Z \equiv \neg X \supset \neg Y \wedge Z$

(1) $X \supset Y$ *(2)* $\neg Z \equiv \neg X \supset \neg Y$
(3) $Y \wedge \neg Z$ *(4)* $Y \wedge A$

3.6. feladat. *Adjuk meg az alábbi formulák közvetlen részformuláit, részformuláik halmazait és állapítsuk meg a logikai összetettségüket.*

(a) $\neg X \vee Y \supset \neg Z$

(b) $\neg((X \supset Y) \supset ((X \supset \neg Y) \supset \neg Y))$

(c) $X \vee Y \supset \neg Z \wedge \neg(X \supset \neg Z)$

(d) $(X \supset Y) \wedge (Y \supset Z) \supset \neg X \vee Z$

3.7. feladat. *Legyen egy formulában* n *helyen logikai összekötőjel. Hány részformulája lehet maximum a formulának?*

3.8. feladat. *Igazoljuk, hogy egy formula valamelyik részformuláját másik formulával helyettesítve ismét formulát kapunk.*

3.9. feladat. *Határozzuk meg az alábbi formulák igazságértékét, ha* $|X| = h$, *és* $|Y| = i$.

(a) $X \supset (Y \supset X)$

(b) $\neg(Y \supset X) \wedge (X \vee \neg Y)$

(c) $\neg(\neg Y \vee \neg X \supset \neg X \wedge Y)$

3.10. feladat. *A megadott igazságértékek ismeretében határozzuk meg az alábbi formulák igazsáértékét, ha lehet.*

(a) $X \equiv \neg Y$, *ha* $|X \equiv Y| = i$

(b) $X \equiv \neg Y$, *ha* $|X \equiv Y| = h$

(c) $(X \supset Y) \supset Z$, *ha* $|Y| = i$

(d) $(X \supset Y) \supset (\neg Y \supset \neg X)$, *ha* $|Y| = i$

(e) $X \wedge Y \supset X \vee Z$, *ha* $|X| = i$ *és* $|Z| = h$

(f) $\neg X \wedge Y \supset X \vee Y$, *ha* $|X \supset Y| = i$

(g) $\neg X \wedge Y \equiv X \vee Y$, *ha* $|X \supset Y| = i$

3.11. feladat. *Az alábbi állítások közül melyek igazak, és melyek hamisak?*

(a) *Ha kétszer kettő négy, akkor öt osztható hárommal.*

(b) *Ha öt osztható hárommal, akkor kétszer kettő négy.*

(c) *Abból, hogy a körvonalon van három egy egyenesen levő pont, következik, hogy öt osztható hárommal.*

(d) *Nem igaz, hogy a következő két állítás ekvivalens:*

- *Kétszer kettő egyenlő öttel.*
- *Öt osztható hárommal.*

(e) *Az a tény, hogy öt osztható hárommal ekvivalens azzal, hogy van a körvonalon három olyan pont, amely egy egyenesre illeszkedik.*