Számítógépes matematika és vizualizáció
Gyakorlófeladatok (2023)

1. Legyen adott az

$$\begin{aligned} x(u,v) &= u - \frac{u^3}{3} + uv^2 \\ y(u,v) &= v - \frac{v^3}{3} + vu^2 \\ z(u,v) &= u^2 - v^2 \\ & u \in [-25, 25]\,, \quad v \in [-25, 25] \end{aligned}$$

   paraméteres felület. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Rajzolja meg az $u = 10$ és $v = 15$ paraméterértékekhez tartozó P pontját a felületnek, valamint a felület ezen paraméterértékekhez tartozó paramétervonalait! Rajzolja meg a felületnek a P pontbeli normálvektorát! Számolja ki a normálvektor hosszát!

2. Tekintsük a

$$z = \sqrt{1 - x^2 - 0.5y^2}$$

   felületet. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Jelenítse meg a $(0.5, 0.2)$ ponthoz tartozó felületi pontot!

3. Tekintsük a

$$z = \sin(x) + \frac{\cos(y)}{x}, \qquad x \in [0.1, 5], \quad y \in [-6, 6]$$

   felületet. Ábrázolja a felületet torzításmentesen! Határozza meg a felületnek az xy síkkal való metszetét, majd ábrázolja ezt a felületen!

4. Adott három sík az alábbi egyenletekkel:

$$x + y - z = 0, \qquad x - 2y + 3z = 4, \qquad 2x - 0.5y + 4z = -2.$$

   Ábrázolja ezeket különböző színekkel!

5. Legyenek adottak a

$$\begin{aligned} p(u) &= (1-u)\ P_1 + u\ P_2 \\ r(u) &= (1-u)\ R_1 + u\ R_2 \\ & u \in [0, 1] \end{aligned}$$

   görbék, ahol $P_1 = (0, 0, 0), P_2 = (0, 1, 1)$, valamint $R_1 = (1, 0, 1)$ és $R_2 = (1, 1, 0)$. Tekintsük továbbá az

$$\begin{aligned} s(u,v) &= (1-v)\ p(u) + v\ r(u) \\ & u \in [0, 1]\,, \quad v \in [0, 1] \end{aligned}$$

   paraméteres felületet. Ábrázolja a két görbét, valamint a felületet is ugyanazon ábrán torzításmentesen!

6. Állítson elő egy negyedfokú polinomiális görbét, amely átmegy a $(10, 20), (20, 40), (40, 40), (50, 20), (20, 10)$ pontokon rendre a $0, 1, 2, 3$ és 4 paraméterértékeknél. Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 0.5$ paraméterértéknél!

7. Legyenek adottak a következő pontok: $P_1 = (-2,-2), P_2 = (4,0), P_3 = (6,-2), P_4 = (10,2)$. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $-1,0,2,3$ paraméterértékeknél! Rajzolja meg a görbe érintővektorát a $t = 2$ paraméterértéknél!

8. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2), P_3 = (10,2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v} = (6,-4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0,1,1.5$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}$ vektor az érintővektora! Ábrázolja a 0 paraméterértékhez tartozó görbepontban a $\mathbf{v}$ vektort is!

9. Legyenek adottak a $P_1 = (-2,-2), P_2 = (6,-2)$ pontok, valamint a $\mathbf{v}_1 = (6,-4)$ és $\mathbf{v}_2 = (4,4)$ vektor. Jelenítse meg azt az Hermite-ívet, amely átmegy ezen pontokon rendre a $0,1$ paraméterértékeknél, valamint amelynek a 0 paraméterértéknél a $\mathbf{v}_1$ vektor, az 1 paraméterértéknél pedig a $\mathbf{v}_2$ vektor az érintővektora!

10. Tekintsük a 9. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez C^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(6,-2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a 0, végpontja pedig a 2 paraméterértékhez tartozzon.

11. Tekintsük a 7. feladat során előálló görbét! Csatlakoztassunk ehhez G^1 folytonosan egy olyan Hermite-ívet, amelynek kezdőpontja a $(10,2)$, végpontja a $(14,-4)$ pont, végpontbeli érintővektora pedig a $(3,0)$ vektor! Ezen görbe kezdőpontja a -1, végpontja pedig az 1 paraméterértékhez tartozzon.

12. Állítsa elő azt a Bézier-görbét, amelynek kontrollpontjai a $(10,20),(20,40),(40,40),(50,20),(20,10)$ pontok! Jelenítse meg a görbe kezdő- és végpontbeli érintővektorát a derviáltfüggvények közvetlen felhasználása nélkül!

13. Csatlakoztasson a 12. feladatban előálló görbéhez G^1 folytonosan egy 3 ponttal és 1 érintővektorral megadott Hermite-ívet!

14. Tekintsük a 6. feladatban előálló görbét! Csatlakoztasson ehhez egy negyedfokú Bézier-görbét G^1 folytonosan!

15. Tekintsük a 12. feladatban előálló Bézier-görbét! Csatlakoztasson ehhez egy ötödfokú Bézier-görbét C^1 folytonosan!