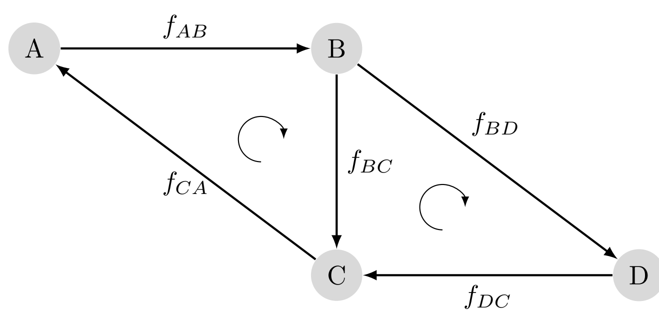
Tarea 3

Fecha de entrega : 10 de Noviembre de 2017 hasta la medianoche por Webcursos
60 puntos

Instrucciones

- Respete los límites de espacio para las preguntas en que estos se mencionan.
- Se descontará 1 punto por cada falta de ortografía (e.g., 5 o más faltas de ortografía en una pregunta de 5 puntos resulta en un puntaje igual a 0 en la pregunta en cuestión).
- No es necesario que pegue los códigos de los modelos utilizados en su documento de respuestas.

1. (20 puntos) Considere un sistema de transmisión como el que se muestra en la siguiente figura. Los nodos (o barras) A, B, C, y D representan distintas subestaciones (e.g., ciudades). Las variables sobre las líneas indican los flujos de potencia en la dirección indicada (e.g., $f_{AB} > 0$ denota un flujo de potencia del nodo A al B, si $f_{AB} < 0$ entonces el flujo es en la dirección inversa).



Todas las líneas tienen una reactancia igual a 1 p.u. (recuerde que lo que interesa es el valor relativo de las reactancias, no el absoluto). Sólo la línea BC posee un límite de capacidad de 50 MW (recuerde que el límite es en ambos sentidos). En el sistema hay 3 generadores, sin restricciones de capacidad, con costos marginales de operación $MC_A = 70$ \$/MWh, $MC_B = 20$ \$/MWh, y $MC_C = 80$ \$/MWh ubicados en los nodos (o barras) A, B, y C, respectivamente. Las demandas eléctricas por nodo son $D_A = D_C = D_D = 100$ MW y $D_B = 0$ MW.

   a) (5 puntos) Plantee un modelo de despacho económico para suplir la demanda a mínimo costo asumiendo que el sistema se operará sólo por 1 hora. No considere variables de desprendimiento de demanda por nodo, no es necesario. Plantee el problema utilizando los valores de los parámetros entregados en el enunciado, no sólo de manera algebráica. Recuerde considerar las restricciones de balance de potencia por nodo (ley de corriente de Kirchhoff), las de flujos en malla (ley de voltaje de Kirchhoff), y la restricción de capacidad de la línea BC. Respete la convención de signos indicada en la figura.

b) (5 puntos) Resuelva el problema de despacho económico, debería obtener un costo total igual a \$16.000. Indique el nivel de despacho óptimo de cada generador (q_A, q_B, y q_D) y los flujos de potencia óptimos por cada línea (f_{AB}, f_{BC}, f_{CA}, f_{BD}, y f_{DC}) respetando la convención de signos indicada en la figura. Indique además el precio nodal de la energía (p_A, p_B, p_C, y p_D) en \$/MWh.

c) (5 puntos) ¿Como se compara p_C al costo marginal de los generadores presentes en el sistema (i.e., está dentro o fuera del rango [20, 70] \$/MWh)? ¿Por qué posee ese valor? Hint: Usando la definición del precio nodal, aumente la demanda en el nodo C en una unidad y vea cómo cambia el despacho óptimo de los generadores.

d) (5 puntos) Vuelva a resolver el problema, pero ahora ignore las restricciones de flujos en malla (segunda ley de Kirchhoff). Considere eso sí ahora restricciones de flujos máximos en ambos sentidos de 100 MW por todas las líneas AB, CA, BD, y DC (esto además de la restricción original de flujo máximo de 50 MW para la línea BC). Indique nuevamente los niveles de despacho óptimos por generador, flujos por cada línea, y los precios nodales. Compare el costo total de operación del sistema al del problema en que si considera la ley de voltaje de Kirchhoff, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar por un aparato que le permitiera controlar los flujos de potencia en malla en este sistema (i.e., bypassear la ley de voltaje de Kirchhoff)? Este aparato se llama phase shifter o transformador desfasador.

2. (20 puntos) Considere firmas generadoras $i = 1, .., N$ en un mercado eléctrico con permisos transables de emisiones de CO_2. Cada firma i resuelve el siguiente problema de maximización de utilidades:

$$
\begin{aligned}
\max_{q_i, e_i} \quad & P^E \cdot q_i - C_i(q_i) + P^{CO_2} \cdot e_i \\
\text{sujeto a} \quad & E_i \cdot q_i + e_i \leq CAP_i \quad (\lambda_i) \\
& q_i \geq 0, \ e_i \text{ libre}
\end{aligned}
$$

donde P^E y P^{CO_2} son los precios de equilibrio de la electricidad en \$/MWh y de los permisos de emisiones en \$/Ton-CO_2.Cada firma produce una cantidad q_i de energía (siempre no negativo) y vende e_i permisos de emisiones. Si $e_i > 0$ la firma i vende permisos a un precio P^{CO_2}, si $e_i < 0$ la firma i compra permisos a un precio P^{CO_2}.Cada firma posee una función de costos $C_i()$ que es continua, diferenciable y donde $\frac{dC_i(q_i)}{q_i} > 0$. El regulador tiene el objetivo de limitar las emisiones totales de CO_2 de los generadores a un máximo de $\overline{CAP}$, por lo que a cada firma se le asigna un total inicial de CAP_i ($\sum_{i=1}^{N} CAP_i = \overline{CAP}$) permisos de emisiones en toneladas de CO_2 de manera gratuita, donde E_i es la tasa de emisiones por unidad de energía (i.e., si genera q_i, emite un total de $E_i \cdot q_i$ toneladas de CO_2).

a) (5 puntos) Escriba las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker de una firma generadora i como un problema complementario mixto.

b) (3 puntos) Si la demanda por energía es D (i.e., perfectamente inelástica) y el mercado de permisos de emisiones se debe despejar totalmente (i.e., oferta = demanda de permisos entre firmas), escriba las condiciones de despeje de los mercados de energía y permisos de emisiones como un problema complementario mixto.

c) (2 puntos) A partir de lo anterior, muestre que en equilibrio $\lambda_i = P^{CO_2}$ y que si $P^{CO_2} > 0$, entonces $e_i = CAP_i - E_i \cdot q_i$.

d) (5 puntos) Muestre que si $P^{CO_2} > 0$, entonces $\sum_{i=1}^{N} E_i \cdot q_i = \overline{CAP}$.

e) (5 puntos) ¿Qué podría decir respecto a la distribución inicial de permisos de emisiones CAP_i de las firmas y la asignación final de éstos por firma, $CAP_i - e_i$? ¿Depende de la asignación inicial de permisos la asignación final de estos (i.e., post compra y venta de éstos) para cada firma? Para responder estas preguntas busque acerca del Teorema de Coase y fundamente.

3. (20 puntos) Suponga que usted es dueño de una central a gas de 100 MW de capacidad con costos marginales de operación de 60 \$/MWh. Por simplicidad, considere un mercado en donde hay 24 escenarios s de precios spot P_s^{spot} descritos en la planilla adjunta, cada uno con una probabilidad $p_s = 1/24$ y duración de 1 hora. El coordinador del sistema despachará el total de su capacidad (i.e., $q_s = 100$ MW) si $P_s^{spot} > 60$ \$/MWh y no lo despachará (i.e., $q_s = 0$ MW) si $P_s^{spot} < 60$ \$/MWh.[1] Este problema lo puede resolver directamente en Excel.

a) (5 puntos) Presente una tabla con los siguientes valores esperados:

Cuadro 1: Tabla con resultados. Por ejemplo, la generación esperada se calcula como $\sum_{s=1}^{24} p_s \cdot q_s \cdot 1[hr]$.

Generación esperada [MWh]	Ingresos venta a spot esperados [\$]	Costos esperados [\$]	Utilidades esperadas [\$]
-	-	-	-

b) (5 puntos) La minera CODELCO está interesada en firmar un Power Purchase Agreement (PPA) con usted por 100 MW (por 1 hora) a un precio fijo $P^C = \sum_{s=1}^{24} p_s \cdot P_s^{spot} = E[P_s^{spot}]$.[2] Calcule las utilidades esperadas que obtendría si aceptara ese contrato. ¿En qué se parecen a las utilidades esperadas que obtendría vendiendo el 100 % de su energía al spot? Presente un gráfico de columnas dobles en que se muestren las utilidades por venta 100 % a spot y por contrato para cada uno de los 24 escenarios.

c) (5 puntos) Suponga ahora que usted es averso al riesgo y que cualquier renta económica x_s que obtenga por escenario la evalúa de acuerdo a la función de utilidad $U(x_s) = 1 - e^{-\frac{x_s}{R}}$, donde $R = 1000$ su grado de aversión al riesgo. Calcule primero las utilidades esperadas que obtendría vendiendo el 100 % de su energía al spot, debería obtener un valor aproximado de 0,552 (recuerde que ahora las utilidades esperadas son $E[U(x_s)] = \sum_{s=1}^{24} p_s \cdot U(x_s)$). Luego, calcule el nuevo precio de contrato P_R^C que lo dejaría indiferente entre aceptar el contrato y vender el 100 % de su energía al spot. ¿Por qué ahora estaría dispuesto a aceptar un contrato por un precio fijo mucho menor al de la parte b)?

d) (5 puntos) Repita el ejercicio de c), pero ahora para los valores de $R = \{1, 10, 100, 1{,}000, 10{,}000, 100{,}000\}$. ¿Qué ocurre con P_R^C en la medida que disminuye su grado de aversión al riesgo, a qué valor converge? Recuerde que a mayor R, menor grado de aversión al riesgo.

[1] No se preocupe, no hay ningún caso en que $P_s^{spot} = 60$ \$/MWh.

[2] $E[P_s^{spot}]$ denota el valor esperado del precio spot.