Livro Matemática C

Pedro Borges

MARÇO/2015

Sumário

Capítulo 1

Conjuntos Numéricos

Capítulo 2

Grandezas Proporcionais

Capítulo 3

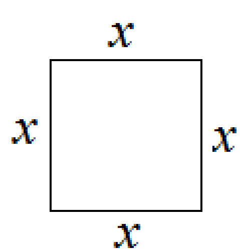
Expressões Algébricas

3.1 Expressões Algébricas

A Matemática é uma linguagem e como tal, expressa alguma coisa. Ao calcular a área de um retângulo com *3 cm* de comprimento e *4 cm* de largura, escrevemos $3 \cdot 4$ (três vezes quatro) e estamos expressando a soma de $4+4+4$. Tanto $3 \cdot 4$ como $4+4+4$ são expressões numéricas, cujo significado particular é o número de cm^2 do retângulo.

Para escrever de modo geral a área de qualquer quadrado de lado x, usamos x^2. Esta expressão com *letras* e *números*, chamamos de *expressão algébrica*.

Exemplo 3.1.1. O lado do quadrado pode ser expresso pela letra x e isso significa que o lado é variável, ou seja, pode assumir diferentes valores positivos.



Se $x = 2$ *cm* o quadrado tem todos os lados iguais a *2 cm* e é aproximadamente do tamanho de um ladrilho de revestimento de paredes.

Se $x = 2,2$ *m*, o quadrado tem todos os lados iguais a $2,2$ *m* e é aproximadamente do tamanho de banheiro.

Se $x = 1$ *hm* (*100m*), o quadrado tem todos os lados iguais a *1 hm* e é aproximadamente do tamanho de uma quadra de cidade.

Devemos observar que o lado do quadrado expresso por x é variável, ou seja, pode assumir diferentes valores.

Para cada valor de x proposto acima, o perímetro (P) de todos os quadrados, pode ser escrito com uma equação algébrica:

$$P = 4x.$$

Dizemos que $4x$ é a expressão algébrica do perímetro de qualquer quadrado de lado x. Nesse caso, o número 4 é uma constante (coeficiente, parte numérica) e x é a variável (parte literal) ■

As expressões algébricas recebem nomes específicos em função do número de termos: 1 termo = **monômios**. Exemplos: $7x^3$; $3m^2n^4$

2 termos = **binômios**. Exemplos: $x+1$; $7x^3-4x$; $4y-3$; x^2-1

3 termos = **trinômios**. Exemplos: x^4-x^3+3; x^2- $2x$ + 3

Mais do que 3 termos = **polinômios**. Exemplo: $2x^4$ - $3x^3$ + $3x^2$ + 2.

Definição 3.1.1. Dois monômios são semelhantes se as partes literais forem idênticas.

Exemplo 3.1.2. **(a)** Os monômios $7x^3$ e $3x^3$ são semelhantes, pois as partes literais são idênticas;

(b) Os monômios $2ab^2$ e $2a^3b$ não são semelhantes, pois as partes literais são diferentes ■

EXERCÍCIOS 3.1

3.1.1 Use variáveis para expressar o perímetro e a área de:

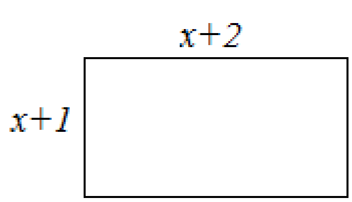
(a) Quadrados

(b) Retângulos em que um lado é o dobro do outro

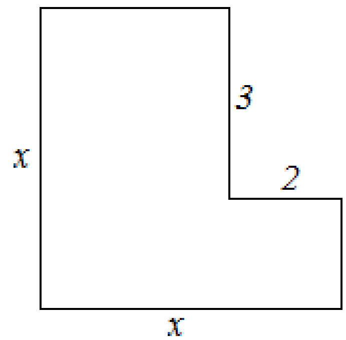
(c) Retângulos em que a diferença dos lados é *2 cm*

(d) Retângulos em que um lado é *5 cm* maior do outro

3.1.2 Determine a expressão algébrica do perímetro do retângulo



3.1.3 Determine a expressão algébrica do perímetro da figura:



3.1.4 Determine o perímetro da figura do **E**x 3.1.3 para $x = 4$.

3.1.5 O valor de x poderia ser 1 na figura do **E**x 3.1.3 ?

3.1.6 Calcule o valor numérico das expressões com os respectivos valores das variáveis:

a) $7x^3 + x^2 - 3x + 1$ para $x = -2$

b) $-x^4 + 5x - \frac{1}{3}$ para $x = -1$

c) $\frac{x+1}{x^2-2}$ para $x = 2$

d) $\frac{x+1}{x^2-x+1}$ para $x = \frac{1}{2}$

3.2 Operações com monômios e polinômios

Adição e subtração de monômios e polinômios

Só é possível adicionar ou subtrair monômios semelhantes.

Para adicionar ou subtrair monômios, soma-se ou subtrai-se os coeficientes e mantem-se a parte literal.

Para adicionar/subtrair polinômios, soma-se ou subtrai-se os monômios semelhantes.

Exemplo 3.2.1. (a) $3x^2 + 5x^2 - 2x^2 = (3+5-2)x^2 = 6x^2$

(b) $5y - 7x - 8y + 6x = (5-8)y + (-7+6)x = -3y - x$

(c) $(x^2 + 5x - 3) - (2x^2 + 2x - 8) = -x^2 + 3x + 5$

Multiplicação e divisão de monômios

Multiplica-se ou divide-se os coeficientes e usa-se a propriedade da multiplicação/divisão de potências de mesma base para multiplicar a parte literal.

Exemplo 3.2.2. (a) $(-3x^2) \cdot (7x^2) = -21x^4$

(b) $(25x^4y^2) \div (5x^2y) = 5x^2y$

(c) $(10x^2) \div (2x) = 5x$

(d) $(12x^3 + 6x^2 - 5x) \div (-2x) = -6x^2 - 3x + \frac{5}{2}$.

Exemplo 3.2.3. Multiplique $12 \cdot 15$

Solução: Vamos escrever $12 = 10 + 2$ e $14 = 10 + 4$. Para multiplicar usamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

$(10 + 2) \cdot (10 + 4) = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 4 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 = 100 + 40 + 20 + 8 = 168.$

Ou, na forma de algoritmo:

1d + 4u

10 + 2

———

2d + 8u

1c + 4d

————

1c + 6d + 8u = 168 u ■

Exemplo 3.2.4. Multiplique os polinômios: $(x^3 + 6x^2 - 5x) \cdot (x - 2)$

Solução: A multiplicação de dois polinômios segue o mesmo algoritmo da multiplicação de dois números decompostos como soma, como no Ex 3.2.3

$x^3 + 6x^2 - 5x$

x – 2

————————

$-2x^3 - 12x^2 + 10x$

$x^4 + 6x^3 - 5x^2$

————————

$x^4 + 4x^3 - 17x^2 + 10x$ ■

Exemplo 3.2.5. Divida os polinômios: $(x^3 + 6x^2 - 5x) \div (x - 2)$.

Solução: A divisão de polinômios é semelhante ao algoritmo da divisão de dois números inteiros.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 + 6x^2 - 5x & x - 2 \\ \cline{2-2}
-x^3 + 2x^2 \quad\quad & x^2 + 8x \\
- - - - - - & \\
+8x^2 - 5x & \\
-8x^2 + 16x & \\
- - - - - & \\
+11x &
\end{array}
$$

A divisão dos polinômios dá $x^2 + 8x$ e o resto é $+11x$ ■

EXERCÍCIOS 3.2

3.2.1 Explique porque podemos cancelar a em $\frac{a \cdot b}{a}$ e não podemos em $\frac{a+b}{a}$.

3.2.2 Verifique se as igualdades são verdadeiras (justifique sua resposta):

a) $a^2 + a^3 = a5$

b) $x^3 \cdot x^3 = x^6$

c) $y^3 : y^3 = 1$

d) $2m^2 - 3m^2 = -m^2$

e) $x^3 \cdot x^3 = 2x^6$

f) $10y^3 : 2y^2 = 5y$

3.2.3 Resolva as operações com as expressões algébricas:

a) $3x^2 + \frac{1}{3}x^2 - 2x^2$

b) $ab^2 - \frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{4}ab^2$

c) $y^3 - \frac{3}{4}y^3 + 2y^3$

d) $x(xy + 2x + 3y)$

e) $(x-3)(x^2 - \frac{1}{3}x + 3$

f) $a^2b \cdot ab^3 \cdot a^3b$

g) $(y^2 - \frac{1}{5} \cdot (5y - 2)$

h) $7a^3b^2x^2 : 14a^2bx$

i) $(2x^3 + 5x^2 + 2x) : (x + \frac{1}{2}$

j) $\frac{1}{2}m^3n^2 : \frac{1}{4}m^2n + mn$

3.2.4 Dados os polinômios $A = 2x + 1$; $B = x - 3$ e $C = 2x^2 + 5x + 2$, resolva:

a) $A + B$

b) $B + C - A$

c) $A \cdot B$

d) $A \cdot C$

e) $C - x \cdot A$

f) $C : A$

g) $C : B$

h) $A \cdot B - C$

3.2.5 Um lado de um retângulo é expresso por $x + 3$ e outro por $2x$:

a) Determine a expressão algébrica do perímetro.

b) Determine a expressão algébrica da área.

c) Para que valor de x o perímetro é $18cm$?

d) Se a área é $56cm^2$, qual é o valor de x?

e) Qual é o valor de x para que os lados sejam iguais?

3.2.6 A área de um retângulo é expressa por $x^2 + 2x - 3$ e um dos lados por $x - 1$. Determine a expressão algébrica do outro lado.

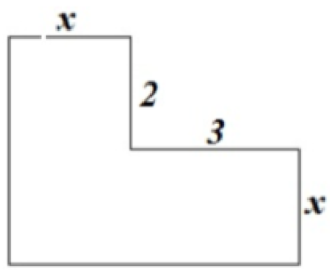
3.2.7 O lado de um cubo é expresso por $x + 1$. Determine a expressão algébrica:

a) Do volume

b) Da área de uma face

c) Da área superficial

3.2.8 Com base na figura, determine as expressões algébricas do perímetro e da área.



3.2.9 O lado de um quadrado é expresso por $x+3$:

a) Determine a expressão algébrica da área.

b) Calcule a área para $x=1$.

c) x pode ser zero?

d) Qual o valor de x para que a área seja nula.

3.2.10 Calcule os valores da área do quadrado do **Ex 3.2.9** para $x=-3,-2,-1,0,1,2,3$

3.3 Produtos Notáveis

Produtos notáveis são produtos especiais de polinômios. São chamados “notáveis” porque aparecem seguidamente em problemas de Matemática.

Quadrado da soma de dois termos: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

Quadrado da diferença de dois termos: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

Produto da soma pela diferença: $(a+b)\cdot(a-b) = a^2-b^2$

Cubo da soma de dois termos: $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Cubo da diferença de dois termos: $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

EXERCÍCIOS 3.3

3.3.1 $(x+5)^2$

3.3.2 $(2x-3)^2$

3.3.3 $(x+\frac{1}{2})^2$

3.3.4 $(3-x)^2$

3.3.5 $(\frac{1}{2}x+2)^2$

3.3.6 $(x+1)^3$

3.3.7 $(2x-5)^3$

3.3.8 $(x-3)(x+3)$

3.3.9 $(m+3n)(m+3n)$

3.3.10 $(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})$

3.3.11 $(x+1)(x+2)$

3.3.12 $(x-1)(x+3)$

3.3.13 $(2a-b)(2a+b)$

3.3.14 $(a+b+1)^2$

3.3.15 $(x+\frac{1}{4})(x+2)$

3.4 Fatoração

***Fatores** são os termos de uma multiplicação e **fatorar** é transformar um número ou expressão algébrica em um produto de fatores.*

Exemplos:

a) O número 12 fatorado é $3\cdot 4$, onde 3 e 4 são fatores.

b) Podemos decompor números em fatores primos, por exemplo: $24 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$. Os números 2 e 3, nesse caso são fatores, onde o fator 2 aparece três vezes.

c) Na expressão $3x^2a^3$, 3, x^2 e a^3 são fatores.

Fatoração com Fator Comum:

Algumas expressões algébricas têm *fatores comuns* (fatores que estão presentes em mais de uma expressão algébrica) que se pode colocar em evidência (colocar em separado, na forma de fatores). Vejamos os exemplos:

a) $3x+6y = 3x+2\cdot 3y = 3\cdot(x+2y)$. Observemos que o 3 é fator comum aos dois monômios.

b) $4ab^3-2a^3b+10ab^4 = 2ab\cdot(2b^2-a^2+5b^3)$. Observemos que o 2ab é fator comum aos três monômios

c) $2an+2bn-am-bm$. **(Fatoração por agrupamento)**

Nos dois primeiros termos o fator comum é $2n$ e nos dois últimos o fator comum é $-m$.

$$2an+2bn-am-bm = 2n(a+b)-m(a+b)$$

A expressão resultante tem mais um fator comum: $(a+b)$. Então:

$$2an+2bn-am-bm = (a+b)(2n-m).$$

Fatoração do Trinômio Quadrado Perfeito (TQP):

Um trinômio é *quadrado perfeito (TQP)* se foi originado pelo quadrado da soma ou subtração de dois termos.

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ (*Quadrado da soma de dois termos*)

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ (*Quadrado da diferença de dois termos*)

Observemos que o trinômio foi *transformado (fatorado)* em um produto onde os fatores são $(a \pm b)$. Chamando a de *"primeiro termo do binômio"* e b de *"segundo termo do binômio"*, dizemos que o trinômio $a^2+2ab+b^2$ é o quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro vezes o segundo mais o quadrado do segundo.

Fatoração da Diferença de dois quadrados:

$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$ (*Produto da soma pela diferença de dois termos*)

Exemplo 3.4.1. Verifique se x^2+2x+1 é um TQP.

Solução: Se o trinômio dado é um TQP então o primeiro termo do binômio $(a+b)$ deve ser $a=\sqrt{x^2}=x$; o segundo termo do binômio $(a+b)$ deve ser $b=\sqrt{1}=1$.

Teste do segundo termo do trinômio: $2\cdot a\cdot b=2\cdot x\cdot 1=2x$ deve ser igual ao *segundo termo do trinômio*. O que de fato ocorre, neste caso. Assim,

$$(x+1)^2=x^2+2x+1.$$

Portanto, o polinômio dado é um TQP ■

Exemplo 3.4.2. Verifique se x^2+2x+4 é um TQP.

Solução: Se o trinômio dado é um TQP então o primeiro termo deve ser $a=\sqrt{x^2}=x$ e o segundo termo $b=\sqrt{4}=2$.

Teste do segundo termo do trinômio: $2\cdot a\cdot b=2\cdot x\cdot 2=4x$, que é diferente de 2x. Portanto, o trinômio dado não é um TQP ■

Exemplo 3.4.3. Complete o trinômio $x^2-4x+1=0$, de modo que obtenha-se um TQP.

Solução: Para se obter um TQP na identidade dada, o primeiro termo do binômio $(a+b)$ deve ser $a=\sqrt{x^2}=x$. O segundo termo "b"pode ser obtido, sabendo que

$2\cdot x\cdot b=-4x$ *(duas vezes o primeiro termo, vezes o segundo termo é igual ao segundo termo do trinômio)*

Assim, $b=-2$ e o TQP é $(x-2)^2=x^2-4x+4$.

Para obter o TQP no lado esquerdo da identidade dada, basta adicionar (+3) em ambos os lados:

$x^2-4x+1+(+3)=0+(+3)$

$x^2-4x+4=3$ ■

EXERCÍCIOS 3.4

3.4.1 Fatore as expressões algébricas:

a) x^2-x

b) $a^3b^2-ab+ab^2$

c) $9x^2-12x+4$

d) $9+6x+x^2$

e) $x^2+x+\frac{1}{4}$

f) x^2-25

g) $16x^2-\frac{4}{9}$

h) $ax+bx+ay+by$

i) $6+3x+2y+xy$

j) x^3+1

3.4.2 Verifique se os trinômios são quadrados perfeitos:

a) $x^2+4x+16$

b) x^2+6x+9

c) $4y^2-12y+9$

d) $9x^2-6x+3$

3.4.3 Adicione constantes nas equações de modo a obter trinômios quadrados perfeitos no lado esquerdo da igualdade:

a) $x^2+6x+10=0$

b) $4x^2+4x+3=0$

c) $9x^2-12x+5=0$

d) $x^2+10x+12=0$

3.5 Expressões algébricas fracionárias

Expressões algébricas fracionárias são expressões com variáveis no denominador.

Exemplos:

1) $\frac{a+b}{b}$ 2) $\frac{x^2+3x+5}{x-1}$ 3) $\frac{ab^2-5a+b}{a+b}$

3.5.1 Menor Múltiplo Comum (MMC) com expressões algébricas:

Para encontrar o MMC de números são conhecidos dois métodos:

Encontre o MMC(6,8):

a) Usando conjuntos de múltiplos:

Os múltiplos de 6 são : M(6)=6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,66,72,78,...

Os múltiplos de 8 são : M(8)=8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,...

Examinando os conjuntos de múltiplos de 6 e 8, observa-se que existem vários múltiplos comuns, mas o menor deles é 24. Então, MMC(6,8) = 24.

b) Usando decomposição em fatores primos:

1º) decompor os números em fatores primos;

2º) o MMC é o produto de todos os fatores, porém aqueles que se repetirem, escolhe-se apenas os de potência maior.

$6 = 2 \cdot 3$ e $8 = 2^3$

Os fatores são 2, 3 e 2^3 . Como o fator 2 se repetiu, escolhemos apenas 2^3.

Então, MMC(6,8) = $2^3 \cdot 3 = 24$.

O MMC de expressões algébricas é calculado pelo método da decomposição.

Exemplo 3.5.1. Determine o MMC das expressões algébricas:

a) $ab^2 e a^3 b$.

Os fatores são: a; a^3; b e b^2. Então, o MMC(ab^2, a^3b) = a^3b^2

b) $x^2 + 2x + 1$ e $2(x+1)$:

Fatorando a primeira expressão, temos: $x^2 + 2x + 1$ = $(x+1)^2$. Os fatores são: $(x+1)^2$; 2 e $(x+1)$. Então o MMC das expressões dadas é $2(x+1)^2$ ■

3.5.2 Operações com frações algébricas

As operações com frações algébricas seguem as mesmas regras das operações com frações numéricas e polinômios.

Exemplo 3.5.2. Resolva as operações com as frações algébricas:

a) $\frac{a}{b} + \frac{2a}{b^2} =$

O MMC(b, b^2) = b^2. Aplicando o algoritmo da adição de frações, temos:

$$\frac{a}{b} + \frac{2a}{b^2} = \frac{ab+2a}{b^2} = \frac{a(b+2)}{b^2}$$

b) $\frac{x}{x+2} \cdot \frac{x+1}{x^2-1} =$

Ao invés de multiplicas diretamente, podemos fazer simplificações reescrevendo o denominador da segunda fração como: $(x^2 - 1)$ = $(x+1)(x-1)$. Assim,

$$\frac{x}{x+2}\cdot\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{x}{x+2}\cdot\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}=$$

Cancelando os fatores iguais (propriedade do cancelamento), temos:

$$\frac{x}{x+2}\cdot\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{x}{x+2}\cdot\frac{1}{x-1}=\frac{x}{(x+2)(x-1)} \quad \blacksquare$$

EXERCÍCIOS 3.5

3.5.1 Simplifique as frações algébricas usando a propriedade do cancelamento:

a) $\frac{21x^4}{15x}$ c) $\frac{a^2-a}{a^2-2a+1}$ e) $\frac{x^3+4x^2-21x}{x^2-9}$

b) $\frac{x^2}{x^2-x}$ d) $\frac{y+2}{4y^2-16}$ f) $\frac{a^3+3a^2-5a-15}{a^2+3a}$

3.5.2 Resolva as adições e subtrações com frações algébricas:

a) $\frac{1}{3x}+\frac{x+1}{x^2}$ c) $\frac{1}{y^2-1}-\frac{1}{y+1}$ e) $\frac{x}{x+3}+\frac{1}{x^2+6x+9}$

b) $\frac{2}{x}+\frac{1}{x+1}-\frac{x}{x-1}$ d) $\frac{2}{a}+\frac{a}{a^2+1}$ f) $\frac{x}{x^2-25}-\frac{x-1}{2x-10}$

3.5.3 Multiplique as frações algébricas usando a propriedade do cancelamento:

a) $\frac{4}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{16}$ c) $\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2-6x+9}{x+1}\cdot\frac{x^2+x}{x-3}$ e) $\frac{x^3-1}{2x^2}\cdot\frac{4x}{x^2+x+1}$

b) $\frac{x+4}{1-x^2}\cdot\frac{1-x}{x^2-16}$ d) $\frac{4x^2-2}{x^2}\cdot\frac{6x^2-6}{4x^4-4x^2+1}$ f) $\frac{y+3}{7}\cdot\frac{21}{2y+6}$

3.5.4 Resolva as operações com frações algébricas:

a) $\dfrac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x^3}}$

b) $\frac{x}{3x+1}+\frac{x+1}{9x^2-1}$

c) $\frac{a}{a-1}:\frac{a^3}{a^3-a}$

d) $\frac{1}{2y+5}-\frac{y}{4y^2+20y+25}$

e) $\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{x-2}+\frac{1}{x^2-4}$

f) $\frac{x}{x-3}-\frac{1}{x^2-6x+9}:\frac{6x^2-36x+54}{2x-6}$

3.6 RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESPOSTAS 3.1

3.1.1

a) $P = 4x$; $A = x^2$

b) $P = 6x$; $A = 2x^2$

c) $P = 4x - 4$; $A = x^2 - 2x$

d) $P = 4x + 10$; $A = x^2 + 5x$

3.1.2 $P = 4x + 6$

3.1.3 $P = 4x$

3.1.4 $P = 16cm$

3.1.5 Não. Se $x = 1cm$, a figura não seria fechada.

3.1.6 a) 45 b) $\frac{-19}{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 2

RESPOSTAS 3.2

3.2.1 Só podemos cancelar quando o mesmo número ou variável está sujeito a operações inversas. Neste caso, a multiplicação por a pode ser cancelada com a divisão por a.

3.2.2 a) Falsa. A soma dos expoentes, quando as bases são iguais, só é feita se a operação entre as potências for a multiplicação.

b) Verdadeira. Na multiplicação de potências de mesma base conserva-se a base e soma-se os expoentes.

c) Verdadeira. Na divisão de potências de mesma base, conserva-se a base e subtrai-se os expoentes.

d) Verdadeira.

e) Falsa. Multiplica-se os coeficientes ao invés de somá-los.

f) Verdadeira.

3.2.3 a) $\frac{4}{3}x^2$

b) $\frac{3}{4}ab^2$

c) $\frac{9}{4}y^3$

d) $x^2y + 2x^2 + 3xy$

e) $x^3 - \frac{10}{3}x^2 + 4x - 9$

f) a^6b^5

g) $5y^3 - 2y^2 - y + \frac{2}{5}$

h) $\frac{1}{2}abx$

i) $2x^2 + 4x$

j) $3mn$

3.2.4 a) $3x - 2$

b) $2x^2 + 4x - 2$

c) $2x^2 - 5x - 3$

d) $4x^3 + 12x^2 + 9x + 2$

e) $4x + 2$

f) $x + 2$

g) $2x + 11$; $R = 35$

h) $-10x - 5$

3.2.5 a) $6x + 6$ b) $2x^2 + 6x$ c) $2cm$ d) $4cm$ e) 3

3.2.6 $x + 3$

3.2.7

a) x^3+3x^2+3x+1 b) x^2+2x+1 c) $6x^2+12x+6$

3.2.8 $P=4x+10$; $A=x^2+5x$

3.2.9 a) x^2+6x+9 b) 16 c) Sim d) -3

3.2.10 Respectivamente $0;1;4;9;16;25;36$

RESPOSTAS 3.3

3.3.1 $x^2+10x+25$

3.3.2 $4x^2-12x+9$

3.3.3 x^2+x+14

3.3.4 x^2-6x+9

3.3.5 $\frac{1}{4}x^2+2x+4$

3.3.6 x^3+3x^2+3x+1

3.3.7 $8x^3-60x^2+150x+125$

3.3.8 x^2-9

3.3.9 $m^2+6mn+9n^2$

3.3.10 x^2-14

3.3.11 x^2+3x+2

3.3.12 x^2+2x-3

3.3.13 $4a^2-b^2$

3.3.14 $a^2+b^2+2ab+2a+2b+1$

3.3.15 $x^2+\frac{9}{4}x+\frac{1}{2}$

RESPOSTAS 3.4

3.4.1 a) $x(x-1)$
b) $ab(a^2b-1+b)$
c) $(3x-2)^2$
d) $(x+3)^2$
e) $(x+\frac{1}{2})^2$
f) $(x+5)(x-5)$
g) $(4x+\frac{2}{3})(4x-\frac{2}{3})$
h) $(x+y)(a+b)$
i) $(3+y)(2+x)$
j) $(x^2+1)(x-1)$

3.4.2 a) Não é um TQP.
b) É um TQP: $(x+3)^2$
c) É um TQP: $(2y-3)^2$
d) Não é um TQP.

3.4.3 a) -1 b) -2 c) -1 d) 13

RESPOSTAS 3.5

3.5.1 a) $\frac{21}{15}x^3$
b) $\frac{x}{x-1}$
c) $\frac{a}{a-1}$
d) $\frac{1}{4y-8}$
e) $\frac{x(x+7)}{x+3}$
f) $\frac{a^2-5}{a}$

3.5.2
a) $\frac{4x+3}{3x^2}$
b) $\frac{-x^3+2x^2-x-2}{x(x+1)(x-1)}$
c) $\frac{1-(y-1)}{(y+1)(y-1)}$
d) $\frac{3a^2+2}{a(a^2+1)}$
e) $\frac{x^2+3x+1}{(x+3)^2}$
f) $\frac{-x^2-2x+5}{2(x^2-25)}$

3.5.3
a) $\frac{x+1}{4}$
b) $\frac{1}{x^2-3x-4}$
c) $x-3$
d) $\frac{6(x^2-1)}{x^2}$
e) $\frac{2(x-1)}{x}$
f) $\frac{3}{2}$

3.5.4
a) $\frac{x^2}{x+1}$
b) $\frac{3x^2+1}{9x^2-1}$
c) $\frac{a+1}{a}$
d) $\frac{y+5}{(2y+5)^2}$
e) $\frac{x^3+2x^2+1}{x}$
f) 1

Capítulo 4

Equações de primeiro e segundo grau

4.1 Introdução

Ao escrever problemas em linguagem matemática, geralmente utilizamos equações. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 4.1.1. A renda de uma família é a soma das rendas do pai (P), da mãe (M) e de uma filha (F). Sabe-se que a renda total é *R$ 4.500,00* e somando a renda do pai e da mãe, obtém-se *R$ 3.100,00*. Qual é a renda do filha ?

Solução: Escrevendo a renda como uma equação temos:

$$R = P + M + F \qquad (4.1)$$

Sabemos que $P + M = R\$ \ 3.100,00,$ e R= $R\$ \ 4.500,00$. Substituindo $P + M$ e R na equação, temos:

$$4500 = 3100 + F \qquad (4.2)$$

Para que o lado esquerdo da Eq. (2) seja igual ao lado direito, $F = 1.400$ ■

Na Eq. (2) temos uma equação com uma letra, cujo valor desconhecemos, mas que desejamos determinar. Chamamos esta letra de *incógnita*.

Exemplo 4.1.2. O perímetro de um quadrado mede *12 cm*. Quanto mede cada lado?

Solução: Chamaremos de x (*incógnita*, a grandeza desconhecida) o lado do quadrado e escrevemos uma equação para o perímetro:

$$P = 4 \cdot x \qquad (4.3)$$

Substituindo *12* no lugar de P obtemos uma equação com uma incógnita.

$2 = 4 \cdot x$

Novamente temos uma equação com uma incógnita. É fácil verificar que o lado do quadrado mede $x = 3\ cm$ ■

Exemplo 4.1.3. a) O dobro de um número mais *3* é igual a *5*. Que número é esse?

b) O dobro de um número mais *3* é igual a *6*. Que número é esse?

Solução: a) Chamando esse número de x, podemos escrever:

$$2x+3=5 \tag{4.4}$$

Novamente temos uma equação com uma incógnita. Para que o lado esquerdo da Eq. (4) seja igual ao lado direito, $x = 1$.

b) Com o mesmo procedimento do item (a), podemos escrever:

$$2x+3=6 \tag{4.5}$$

A solução nesse caso, não é tão óbvia. Neste capítulo vamos estudar operações algébricas para encontrar o valor da incógnita de equações algébricas. A solução é $x = 3/2$. Substitua esse valor de x na equação dada e verifique se ambos os lados da equação são iguais ■

Podemos elaborar equações de vários tipos:

$3 \cdot (5+8) = 10+ 29$	(Equação numérica)
$2+3x+x^2+5x^3+x^4=0$	(Equação polinomial de 4º grau)
$\frac{1}{1+x^2}=0$	(Equação racional)
$3^{x+1}=2$	(Equação exponencial)

Neste capítulo vamos estudar as soluções das equações polinomiais de 1º e 2º Grau.

4.2 Solução da equação

O(s) valor(es) da incógnita que torna ambos os lados iguais é a solução de uma equação. Para resolver equações é necessário conhecer suas propriedades.

Propriedade fundamental das equações:

> Se em ambos os lados da equação for realizada a mesma operação, a equação permanece verdadeira (é mantida a identidade da equação).

Exemplo 4.2.1. Consideremos uma equação numérica: $5 = 5$.

Evidentemente é uma equação verdadeira pois 5 é igual a 5!

1. Se adicionarmos +10 em ambos os lados, temos
   +10 + 5 = 5 + 10
   +15 = +15. A identidade foi mantida.
2. Se adicionarmos -10 em ambos os lados, temos
   -10 + 5 = 5 + (-10)
   -5 = -5. A identidade foi mantida.
3. Se multiplicarmos por 7 em ambos os lados, temos
   $7 \cdot 5 = 5 \cdot 7$
   (a) = 35. A identidade foi mantida.
4. Se dividirmos por 4 em ambos os lados, temos

$\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$. A identidade foi mantida■

Exemplo 4.2.2. Dada a equação *3x = 2x + 5*, determine o valor de *x*.

Solução: Usando a propriedade fundamental, se adicionarmos -*2x* em ambos os lados da equação dada, temos:

-2x +3x = 2x + 5 - 2x

x = 5■

Para resolver uma equação, precisamos isolar a incógnita em um dos lados. Os *princípios aditivo* e *multiplicativo* derivam da propriedade fundamental e a tornam mais prática.

Princípio aditivo

Adicionando constantes ou variáveis em ambos os lados, a solução da equação permanece a mesma.

Exemplo 4.2.3. Dada a equação *2x = x + 12*, determine o valor de *x*.

Solução: Observemos que a solução é *x = 12*. Precisamos reunir as expressões que contem *x* em um lado da equação. Adicionando -*x* em ambos os lados, obtemos:

-x +2x = x - x + 12

x = 12. Observemos que a solução permaneceu a mesma *x = 12* ■

Princípio multiplicativo Multiplicando (ou dividindo) ambos os lados por constantes ou variáveis (diferente de zero), a solução da equação permanece a mesma.

Exemplo 4.2.4. Dada a equação *2x = - 12*, determine o valor de *x*.

Solução: Observemos que a solução é *x = -6*. Multiplicando ambos os lados por $\frac{1}{2}$, obtemos:

$\frac{1}{2} \cdot 2x = -12 \cdot \frac{1}{2}$

x = -6. Observemos que a solução permaneceu a mesma, *x = -6* ■

4.3 Equação do 1º Grau

As equações polinomiais têm a forma de polinômios de uma incógnita igualados a zero:

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \ldots + a_nx^n = 0 \qquad (4.6)$$

O grau de uma equação polinomial é o grau do maior expoente da incógnita. Assim,

$2+3x=0$ é uma equação de 1º grau

$4+5x+x^2=0$ é uma equação do 2º grau

$3+2x+x^2+5x^3+2x^4=0$ é uma equação do 4º grau e assim por diante.

Definição 4.3.1. A equação do 1º Grau tem a forma

$$ax+b=0 \qquad (4.7)$$

Onde a e b são números reais e x é uma incógnita.

Exemplo 4.3.1. Mostre que a equação $x + 3x + 3(x-1) = 5$ pode ser reduzida à forma $ax + b = 0$.

Solução: Multiplicando a constante 3 pelo conteúdo do parêntesis, temos:

$x + 3x + 3x - 3 = 5$. Adicionando os termos semelhantes e adicionando $+3$ em ambos os lados da equação, temos:

$7x - 3 + 3 = 5 + 3$ou adicionando (-8), temos:

$7x - 8 = 0$. Portanto, a equação dada é do 1º Grau ■

Exemplo 4.3.2. Mostre que a equação $\frac{x-3}{2} = \frac{x+3}{3} + 3$ pode ser reduzida à forma $ax + b = 0$ e resolva a equação.

Solução: Multiplicando toda equação por 6, temos:

$$6\left(\frac{x-3}{2}\right) = 6\left(\frac{x+3}{3} + 3\right)$$

Efetivando os produtos, temos:

$3x - 9 = 2x + 6 + 18$. Adicionando $-2x$ e -24 em ambos os lados, temos:

$x - 33 = 0$. Portanto, a equação dada é do 1º Grau.

Para resolver a equação, basta adicionar $+33$ em ambos os lados.

$x = 33$ ■

Observemos que nas equações de 1º Grau existe apenas uma solução.

EXERCÍCIOS 4.3

4.3.1 Uma estratégia para resolver equações fracionárias de apenas um termo em cada lado da igualdade é multiplicando os meios e os extremos (lembrar de proporções):

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ então $a \cdot d = b \cdot c$. (a e d são os extremos e b e c são os meios)

a) Use essaestratégia para resolver a equação $\frac{x}{2} = \frac{2}{3}$

b) A estratégia poderia ser usada para resolver $\frac{x}{2} = \frac{2x}{3} + \frac{1}{2}$?

4.3.2 Resolva a equação $\frac{x+1}{4} = x + \frac{1}{2}$:

(a) Multiplicando ambos os lados pelo MMC dos denominadores

(b) Adicionando os termos do lado direito e igualando o produto dos meios e dos extremos.

4.3.3 Determine a solução das equações:

(a) $x + 3 = 1$

(b) $3x - 3 = x + 1$

(c) $3(x+2) = 9$

(d) $2(3x+3) = 3x$

(e) $2(x-2x) = 4(x-1)$

(f) $\frac{x-1}{2} = \frac{x-4}{3}$

(g) $\frac{x+5}{4} = \frac{3x+3}{6}$

(h) $\frac{12}{x} = \frac{3}{x} + \frac{3}{2}$

(i) $3(x+5) = \frac{x-20}{2}$

(j) $\frac{1}{2} = \frac{x-2}{3}$

4.3.4 Resolva a equação $\frac{x}{5} + \frac{x-1}{10} = \frac{1}{2}$:

(a) Adicionando as frações do lado esquerdo e depois resolvendo para x;

(b) Multiplicando toda a equação pelo MMC dos denominadores e depois resolvendo para x.

4.3.5 Resolva as equações:

(a) $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2} = \frac{x}{5} + 2x$ c) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1}{6}$

$(d)\frac{x+1}{2} + \frac{3x}{4} = \frac{5x}{2}$ e) $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{x+2}$ f) $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{2}$

4.3.6 Determine:

(a) Um número mais sua metade e mais 5 é 8. Que número é este?

(b) Um número mais sua metade e mais 5 é 3. Que número é este?

(c) A terça parte de um número, mais a metade desse número menos 1 é 1/3. Que número é este?

4.3.7 O lado de um quadrado mede $x+2cm$, onde x é uma variável real. Qual é o valor de x, sabendo-se que o perímetro é 12 cm?

4.3.8 A largura e o comprimento de um retângulo medem xcm e $(x+3)\,cm$, respectivamente. Qual é o valor de x, para que o perímetro seja:

(a) P = 10 cm

(b) P = 12 cm

4.3.9 A largura de um retângulo é dada pela expressão 3x− 1 e o comprimento por $x+\frac{1}{2}$. Qual é o valor de x, se a largura é a metade do comprimento?

4.3.10 O comprimento de um campo de futebol é 30m maior do que a largura. Quais são as dimensões do campo, se o perímetro é 340m?

4.3.11 Os lados, em sequência, de um triângulo diferem entre si por *2 cm*. Quanto mede cada lado se o perímetro é 12 cm?

4.4 Equação do 2º Grau

Definição 4.4.1. as equações de segundo grau têm a forma

$$a_0+a_1x+a_2x^2=0, \text{ para } a_2\neq 0\blacksquare \tag{4.8}$$

4.4.1 Solução da equação do 2º Grau incompleta

Se a_0 e/ou a_1 forem iguais a zero, a solução da Eq. (8) pode ser obtida facilmente usando a propriedade fundamental das equações. Vejamos os casos 1, 2 e 3:

Caso 1: Se $a_0 = a_1 = 0$. Nesse caso a Eq. (8) tem a forma:

$$a_2x^2=0$$

e a única solução é $x = 0$ ■

Caso 2: $a_0 \neq 0$ e $a_1 = 0$. Nesse caso a Eq. (8) tem a forma:

$$a_0+a_2x^2=0. \tag{4.9}$$

Adicionando (-a_0) em ambos os lados, temos:

$$a_2x^2 = -a_0 \tag{4.10}$$

Dividindo a Eq. (10) por a_2 e em seguida aplicando raiz quadrada em ambos os lados, temos:

$$x = \pm\sqrt{-\tfrac{a_0}{a_2}}. \tag{4.11}$$

Como a raiz quadrada de números negativos não é número real (é número complexo), podemos afirmar que x será real, somente se

$$-\tfrac{a_0}{a_2} \geq 0 \blacksquare \tag{4.12}$$

Caso 3: $a_1 \neq 0$ e $a_0 = 0$. Nesse caso a Eq. (8) tem a forma:

$$a_1x + a_2x^2 = 0. \tag{4.13}$$

Colocando o fator comum x em evidência, temos:

$$x \cdot (a_1 + a_2x) = 0 \tag{4.14}$$

Esse produto de dois termos será zero somente **se um ou os dois termos** forem nulos. Assim, teremos duas soluções possíveis: x_1 e x_2.

1. $x_1 = 0$ ou
2. $a_1 + a_2x_2 = 0$. Resolvendo para x, temos:

$$x = -\frac{a_1}{a_2}$$

A solução da equação de 2º grau, nesse caso, é

$$x_1 = 0$$

e $x_2 = -\frac{a_1}{a_2}$. $\blacksquare$

4.4.2 Solução da Eq. do 2º grau completa

Quando nenhum coeficiente da equação de segundo grau for nulo, a solução pode ser obtida por fatoração do trinômio, completando o quadrado perfeito. Lembremos que

$$\overbrace{(\underset{\substack{\Uparrow\\ \text{primeiro}\\ \text{termo}}}{a} + \underset{\substack{\Uparrow\\ \text{segundo}\\ \text{termo}}}{b})^2}^{\text{binômio}} = \overbrace{a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2}^{\text{trinômio}}$$

(quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo)

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 4.4.1. Determine as raízes da equação $x^2 + 6x + 9 = 0$.

Solução: Nesse caso, temos um TQP, pois $a = x$ e $b=3$. Portanto,

$2ab = 2 \cdot x \cdot 3 = 6x$ que é igual ao termo intermediário do trinômio. Assim,

$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2=0$. Aplicando raiz quadrada em ambos os lados, temos:

$x + 3 = 0$. Adicionando (-3) em ambos os lados, temos:

$x = -3$ é a raiz da equação dada ■

Exemplo 4.4.2. Determine as raízes da equação $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Solução: Nesse caso, NÃO temos um TQP, pois se $a = x$ e $b = \sqrt{6}$ não temos uma identidade, comparando com o termo intermediário do trinômio:

$2ab = 2 \cdot x \cdot \sqrt{6} \neq 5x$.

Para obter um trinômio, vamos usar $a = x$ e determinar b, tal que

$5x = 2ab = 2 \cdot x \cdot b$ ou

$5 = 2 \cdot b$

$b = 5/2$.

Adicionando $b^2 = (5/2)^2$ em ambos os lados da equação dada, obtemos:

$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2+6=\left(\frac{5}{2}\right)^2$. Adicionando (-6) em ambos os lados e reescrevendo, temos

$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$. Fatorando o TQP obtido, temos:

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$. Aplicando raiz quadrada em ambos os lados, temos:

$x+\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$. Adicionando (-5/2) em ambos os lados e operando, temos:

$x=\pm\frac{1}{2}-\frac{5}{2}$. Finalmente, as soluções da equação dada são:

$x_1=-2$ e $x_2=-3$ ■

O processo desenvolvido no Ex. 5.2 pode ser generalizado da seguinte maneira:

Inicialmente, para evitar o uso de sub-índices, vamos usar $A=a_2$; $B=a_1$ e $C=a_0$ e reescrever a Eq. (7) :

$Ax^2 + Bx + C = 0.$ (4.15)

Para que o coeficiente de x^2 seja 1, vamos dividir a Eq. (8) por A.

$\frac{Ax^2+Bx+C}{A} = \frac{0}{A}$ ou $x^2 + \frac{B}{A}x + \frac{C}{A} = 0$ (4.16)

Para obter o TQP, vamos usar $a = x$ e determinar b, tal que:

$\frac{B}{A}x = 2ab = 2xb$. Então $b = \frac{B}{2A}$.

Adicionando ($b^2 = \left(\frac{B}{2A}\right)^2$) em ambos os lados da Eq. (16), temos

$x^2 + \frac{B}{A}x + \left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{C}{A} = \left(\frac{B}{2A}\right)^2$. Fatorando o TQP obtido e adicionando (-C/A) em ambos os lados, temos:

$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}$. Operando o lado direito e aplicando raiz quadrada em ambos os lados, temos:

$x + \frac{B}{2A} = \sqrt{\frac{B^2-4AC}{4A^2}}$. Adicionando $-\frac{B}{2A}$ em ambos os lados, temos:

$x = \pm\sqrt{\frac{B^2-4AC}{4A^2}} - \frac{B}{2A}$ ou

$x = \frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$ ou $x = \frac{-a_1\pm\sqrt{a_1^2-4a_2a_0}}{2a_2}$ (4.17)

com os coeficientes da Eq. (8)

A Eq. (17) é conhecida como a Fórmula de Baskhara e a expressão no radicando da Eq. (17)

$\Delta = B^2 - 4 \cdot A \cdot C$

chama-se *discriminante* e é simbolizada pela letra grega delta maiúscula (Δ) ■

As equações do 2º grau tem sempre duas soluções, x_1 e x_2. Da fórmula de Baskhara, podemos tirar a seguinte conclusão, sobre o número de soluções das equações do 2º grau:

1. Se $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ as soluções são reais e idênticas: $x_1 = x_2$
2. Se $\Delta = B^2 - 4AC > 0$ as soluções são reais e distintas: $x_1 \neq x_2$
3. Se $\Delta = B^2 - 4AC < 0$ as soluções não são reais.

4.4.3 Método do produto e soma

A equação

$x^2 + (a+b)\cdot x + a\cdot b = 0$ (4.18)

é gerada pelo produto

$$(x+a)\cdot(x+b)=0. \tag{4.19}$$

Observemos na Eq. (19) que se os termos entre parênteses forem nulos, a equação será uma identidade. Ou seja,

1. Se $x + a = 0$ temos uma solução da Eq. (18) : $x_1 = -a$.
2. Se $x + b = 0$ temos outra solução da Eq. (18) : $x_2 = -b$.

Assim, as soluções da Eq. (18) poder ser determinadas desde que encontremos dois números a e b, tal que

$a + b = B$ **(soma)**

$a \cdot b = C$ **(produto)**

Exemplo 4.4.3. Encontre as soluções de $x^2 + x - 6 = 0$.

Solução: Temos que encontrar números a e b, tal que

$$\mathrm{a + b = 1} \tag{4.20}$$

$a \cdot b = - 6.$

A solução é obtida por tentativas, por isso o método é eficiente quando as soluções são inteiras. Nesse caso, $a = -2$ e $b = 3$ satisfazem as Eq. (20), portanto as soluções são $x_1 = 2$ e $x_2 = -3$.

Observemos que as soluções têm o *sinal oposto* dos números a e b ■

EXERCÍCIOS 4.4

4.4.1 Para que $Ax^2 + Bx + C = 0$ seja uma equação de 2º grau, o coeficiente A pode ser nulo ? e os coeficientes B e C ?

4.4.2 Verifique se o valor de x dado é solução da respectiva equação:

a) $x^2\ 9 = 0$ para $x = -3$ c) $2x^2 + x - 3 = 0$ para $x = 1$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$ para $x = -3$ d) $5x^2 + 3x - 5/2 = 0$ para $x = 1/2$

4.4.3 Resolva as equações usando apenas as propriedades das equações (sem usar a fórmula de Baskhara):

a) $x^2 - 16 = 0$ b) $x^2 + 2x = 0$ c) $-2x^2 + 18 = 0$

d) $-x^2 + 8x = 0$ e) $-3x^2 + 6x = 0$ f) $2x^2 = 0$

4.4.4 Determine B para que as expressões sejam trinômios quadrados perfeitos:

a) $x^2 + Bx + 16 = 0$ b) $x^2 - Bx + 9 = 0$ c) $4t^2 - Bt + 9 = 0$

d) $9x^2 + Bx + 25 = 0$ e) $16s^2 - Bs + 4 = 0$ f) $36x^2 + Bx + 9 = 0$

4.4.5 Resolva as equações usando fatoração do trinômio:

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$ b) $x^2 + x - 12 = 0$ c) $x^2 - 14x + 40 = 0$

d) $x^2 - 12x + 36 = 0$ e) $x^2 - 3x - 8 = 0$ f) $3x^2 - 2x - 2 = 0$

4.4.6 Resolva as equações usando o método de produto e soma:

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$ b) $x^2 + x - 12 = 0$ c) $x^2 - 3x - 10 = 0$

d) $x^2 - 7x + 10 = 0$ e) $x^2 + 10x + 21 = 0$ f) $x^2 - x - 2 = 0$

4.4.7 Verifique se o método produto e soma é eficiente para a solução de:

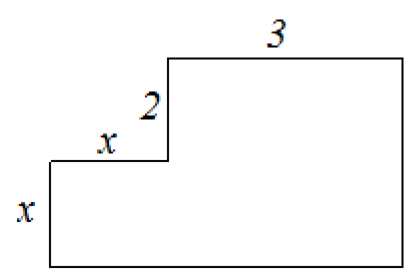
a) $2x^2 - 4x - 30 = 0$ b) $3x^2 + 8x + 12 = 0$

4.4.8 Resolva as equações usando a fórmula de Baskhara:

a) $x^2 - 2x - 8 = 0$ b) $4x^2 + 4x + 1 = 0$ c) $- x^2 + 7x - 6 = 0$

d) $2x^2 - x + 3 = 0$ e) $x^2 + 5/2x + 1 = 0$ f) $x^2 - 8 = 0$

4.4.9 Determine o valor de x para que a área da figura seja $7{,}5\ cm^2$. (medidas do desenho em centímetros)



4.4.10 Invente uma equação de 2º grau tal que o discriminante seja nulo.

4.4.11 Invente uma equação de 2º grau tal que:

a) As soluções sejam reais e idênticas
b) As soluções não sejam reais (complexas)
c) As soluções sejam reais e distintas

4.4.12 Resolva as equações usando qualquer método:

a) $x(x-1)+3(x^2-1) = 0$ c) $(x+1)^2 + (x-1)^2 = 0$

b) $2x(x-4)+2(x-1) = 0$ d) $(x+2)^2 + 2(x+1/2)^2 = 0$

4.5 RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESPOSTAS 4.3

4.3.1 a) *x = 4/3*

b) Até poderia ser usada a estratégia, porém somente após realizar a adição do lado direito.

4.3.2 $x = -\frac{1}{3}$

4.3.3 a) -2 b) 2 c) 1 d) -2 e) 4/6

f) -5 g) 3 h) 6 i) -10 j) 7/2

4.3.4 *x* = *2*.

4.3.5 a) $x = 1$ b) $x = \frac{5}{22}$ c) $x = \frac{1}{7}$ d) $x = 2/5$ e) $x = -\frac{7}{2}$ f) *x* = *-3*.

4.3.6 a) 2 b) $-\frac{4}{3}$ c) $\frac{8}{5}$

4.3.7 $x = 1cm$

4.3.8 a) $x = 1cm$ b) $x = \frac{3}{2}cm$

4.3.9 $x = \frac{1}{2}$;

4.3.10 Comprimento=*100m* e largura=*70m*;

4.3.11 *2cm, 4cm* e *6 cm*.

RESPOSTAS 4.4

4.4.1 Não pois sem o coeficiente A a equação se torna de 1^o grau. Os coeficientes B e C podem ser nulos.

4.4.2 a) sim, b) não, c) o valor de x é solução da equação, d) o valor de x não é solução da equação

4.4.3 a) $x = \pm 4$ d) $x' = 0; x" = 8$

b) $x' = 0; x" = -2$ e) $x' = 0; x" = 2$

c) $x = \pm 3$ f) $x = 0$

4.4.4 a) 8 d) 30

b) 6 e) 16

c) 12 f) 36

4.4.5 a) $x^{'} = 1; x" = -5$ d) $x^{'} = 6; x" = 6$

b) $x^{'} = 3; x" = -4$ e) $x = \pm\sqrt{\frac{41}{4}} + \frac{3}{2}$

c) $x^{'} = 10; x" = 4$ f) $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

4.4.6 a) $x^{'} = x" = -2$ d) $x^{'} = 2; x" = 5$

b) $x^{'} = 3; x" = -4$ e) $x^{'} = -3; x" = -7$

c) $x^{'} = -2; x" = 5$ f) $x^{'} = -1; x" = 2$

4.4.7 a) O método é eficiente porque as raízes são inteiras.

b) O método do produto e soma não é eficiente pois as raízes não são inteiras.

4.4.8 a) $x^{'} = 4; x" = -2$ d) $\frac{1 \pm \sqrt{-23})}{4}$

b) $x^{'} = -\frac{1}{2}; x" = -\frac{1}{2}$ e) $x^{'} = -\frac{1}{2}; x^{''} = -2$

c) $x^{'} = 1;\ x" = 6$ f) $\frac{\pm\sqrt{-32}}{2}$

4.4.9 $x \cong 0,4364$

4.4.12 a) $x^{'} = 1; x" = 0,75$

b) $x^{'} \cong 3,302\ldots;\ x" \cong -0,302\ldots$

c) $\pm\sqrt{-1}$

d) $\frac{-2 \pm \sqrt{-2}}{2}$

Capítulo 5

Função do primeiro grau

Capítulo 6

Função do segundo grau

Capítulo 7

Inequações

Capítulo 8

Potências e funções exponenciais

Capítulo 9

Logarítmos e função logarítmica

Capítulo 10

Trigonometria e funções trigonométricas

Capítulo 11

Outras Funções