

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



Elektronika pre informačné technológie

2020/2021

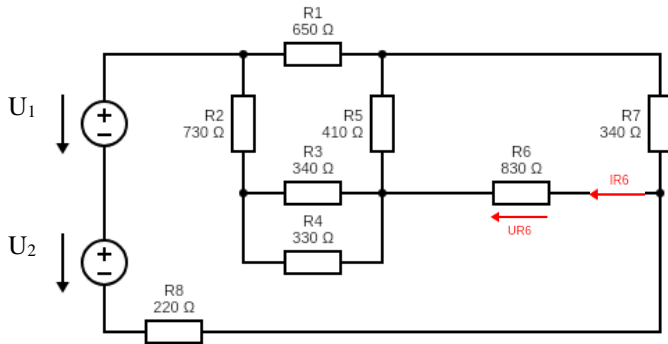
Semestrálny projekt

Obsah

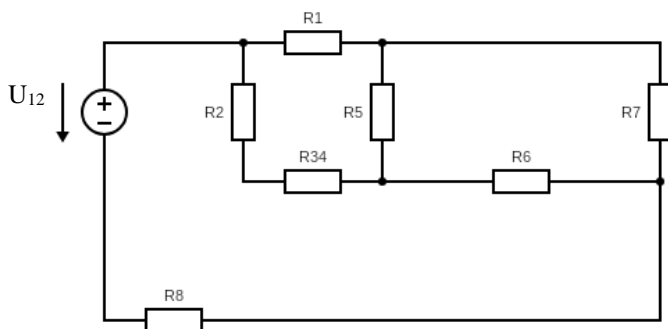
Úloha č.1 – Metóda zjednodušovania	3
Úloha č.2 – Thévenivova veta	6
Úloha č.3 – Metóda uzlových napätí.....	8
Úloha č.4 – Metóda slučkových prúdov (striedavý prúd).....	10
Úloha č.5 – Diferenciálna rovnica.....	12
Zhrnutie	14

Úloha č.1 – Metóda zjednodušovania

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
B	95	115	650	730	340	330	410	830	340	220



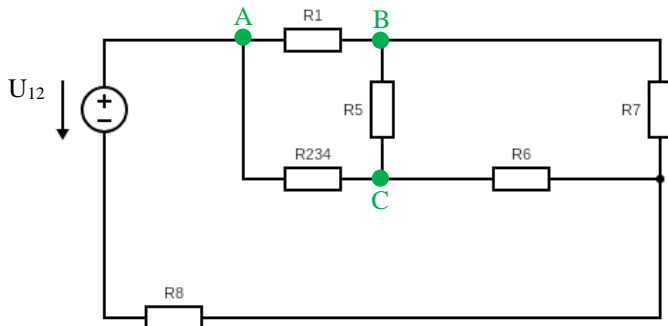
Využitím metódy postupného zjednodušovania dostanem odpor R_{EKV} a celkový prúd I , spätnými krokmi dopočítam I_{R6} , U_{R6} .



1. Napät'ové zdroje U_1 a U_2 zlúčim do U_{12} , paralelne zapojené rezistory R_3 a R_4 zlúčim do R_{34} .

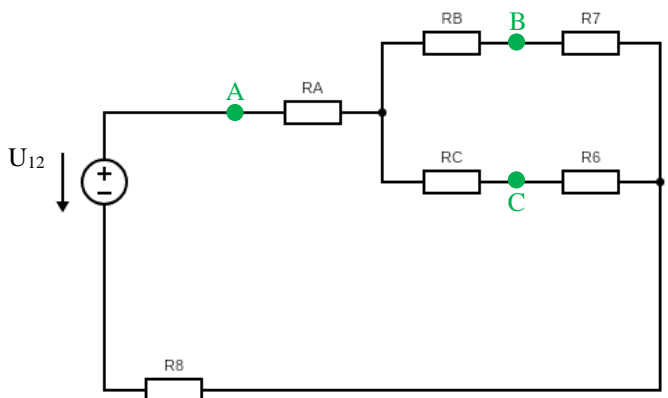
$$U_{12} = U_1 + U_2$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$



2. Sériovo zapojené rezistory R_2 a R_{34} zlúčim do R_{234} .

$$R_{234} = R_{34} + R_2$$

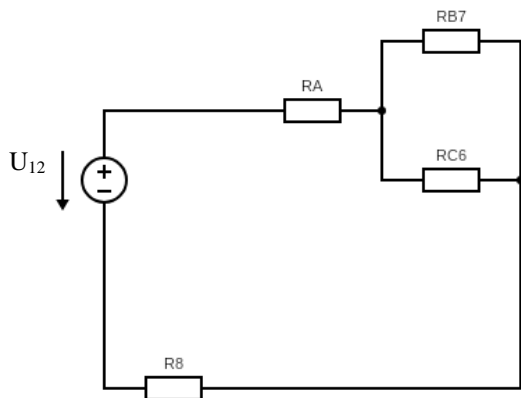


3. Rezistory R_1 , R_5 a R_{234} , ktorú sú zapojené do trojuholníka prekreslím na zapojenie do hviezdy

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{R_1 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \right) + R_5}$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \right) + R_5}$$

$$R_C = \frac{R_5 \cdot R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \right) + R_5}$$



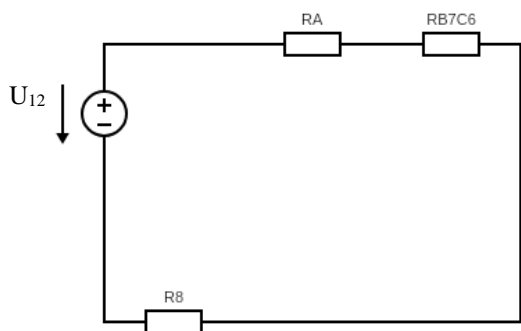
4. Dvojice sériovo zapojených rezistorov R_B , R_7 a R_C , R_6 zlúčim a následne zlúčim paralelne zapojené odpory R_{C6} a R_{B7} .

$$R_{B7} = R_B + R_7 = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_7$$

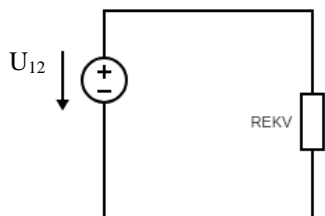
$$R_{C6} = R_C + R_6 = \frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_6$$

$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} \cdot R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_7\right) \cdot \left(\frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_6\right)}{\left(\frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_7\right) + \left(\frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_6\right)}$$



5. Celkový odpor R_{EKV} dostanem po zlúčení troch rezistorov R_A , R_{B7C6} a R_8 zapojených sériovo.



$$R_{EKV} = \frac{R_1 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + \frac{\left(\frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_7\right) \cdot \left(\frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_6\right)}{\left(\frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_7\right) + \left(\frac{R_5 \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 + \left(R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}\right) + R_5} + R_6\right)} + R_8$$

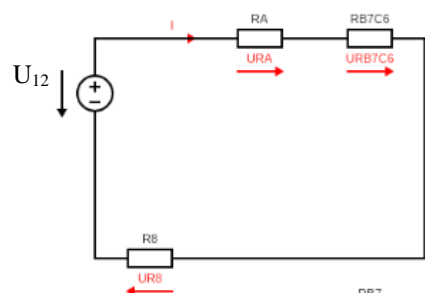
$$R_{EKV} = \frac{650 \cdot \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right)}{650 + \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right) + 410} + \frac{\left(\frac{650 \cdot 410}{650 + \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right) + 410} + 340\right) \cdot \left(\frac{410 \cdot \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right)}{650 + \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right) + 410} + 830\right)}{\left(\frac{650 \cdot 410}{650 + \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right) + 410} + 340\right) + \left(\frac{410 \cdot \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right)}{650 + \left(730 + \frac{340 \cdot 330}{340 + 330}\right) + 410} + 830\right)} + 220$$

$$R_{EKV} = 842.421794265955 \, \Omega \cong 842.4218 \, \Omega$$

6. Následne dosadím do vzorca na výpočet R_{EKV} hodnoty rezistorov. Pomocou R_{EKV} dopočítam aj celkový prúd I .

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}}$$

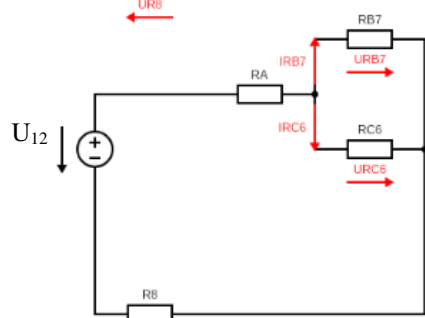
$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = 0.2492812999729525 \text{ A} \cong 249.2813 \text{ mA}$$



$$U_{RA} = I \cdot R_A = \frac{781690}{2623} \text{ V}$$

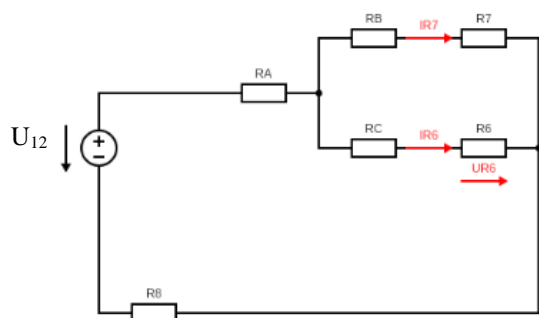
$$U_{RB7C6} = I \cdot R_{B7C6} = \frac{3890644255260}{48110533531} \text{ V}$$

$$U_{RB7C6} = U_{RB7} = U_{RC6}$$



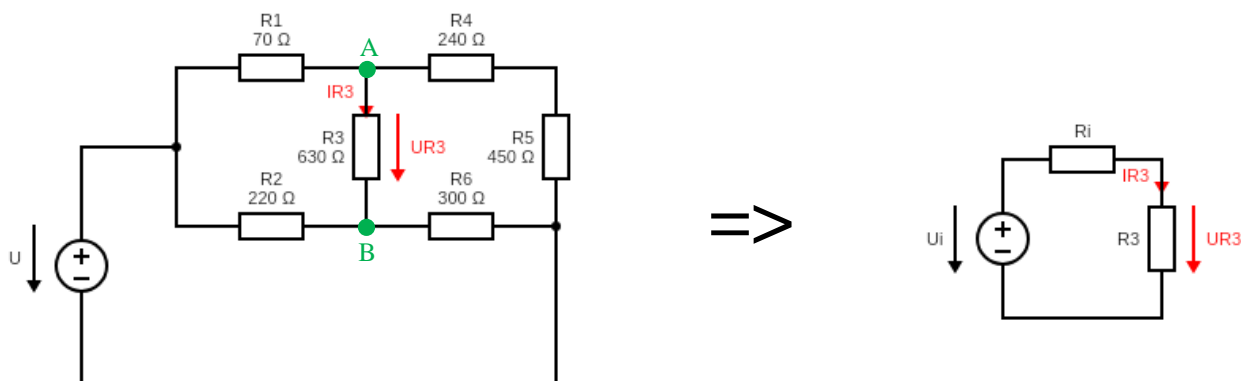
$$I_{RC6} = I_{R6} = \frac{U_{RC6}}{R_{C6}} = \frac{1457085}{18341797} = 0.07944068948 \text{ A} \cong 0.07944 \text{ A}$$

$$U_{R6} = I_{R6} \cdot R_6 = \frac{1209380550}{18341797} = 65.93577227 \text{ V} \cong 65.9358 \text{ V}$$



Úloha č.2 – Théveninova veta

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
C	200	70	220	630	240	450	300



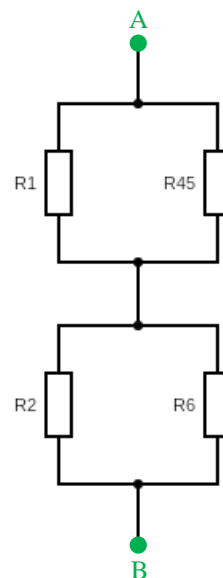
- Obvod naľavo si zjednoduším na obvod napravo, z ktorého následne vypočítam hodnoty prúdu I_{R3} a napätia U_{R3} . Aby som bol schopný vypočítať tieto hodnoty, tak si najprv musím určiť U_i a R_i .
- Výpočet R_i
 - Obvod prekreslím bez R_3 a napäťové zdroje nahradím „skratom“.

$$R_{45} = R_4 + R_5$$

$$R_{145} = \frac{R_1 \cdot R_{45}}{R_1 + R_{45}}$$

$$R_{26} = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_6}$$

$$R_i = R_{145} + R_{26} = \frac{R_1 \cdot R_{45}}{R_1 + R_{45}} + \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_6} = 190.4757085 \Omega$$

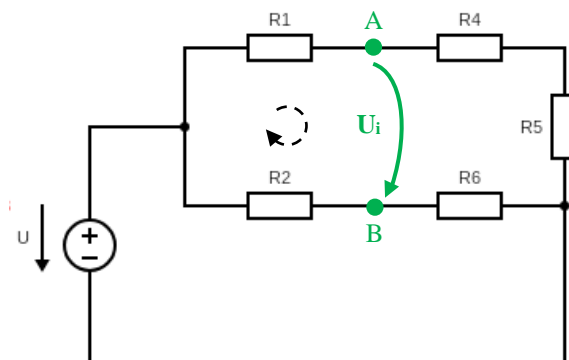


- Výpočet U_i
 - Prekreslím obvod bez R_3 a vypočítam napätie „naprázdno“ medzi bodmi A a B.

$$U_i + U_{R_1} - U_{R_2} = 0$$

$$U_i = U_{R_2} - U_{R_1}$$

- Na výpočet U_i si musím najprv určiť napätia U_{R2} a U_{R1} .

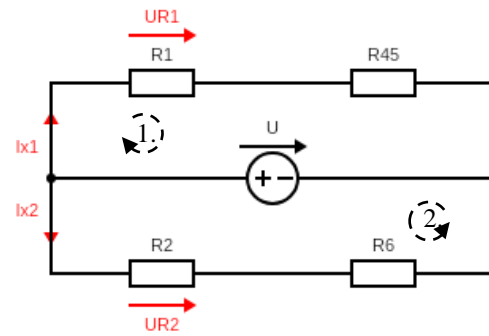


$$1: -U + U_{R_1} - U_{R_{45}} = 0$$

$$1: -U + R_1 \cdot I_{x_1} + R_{45} \cdot I_{x_1} = 0$$

$$2: -U + U_{R_2} + U_{R_6} = 0$$

$$2: -U + R_2 \cdot I_{x_2} + R_6 \cdot I_{x_2} = 0$$



$$I_{x_1} = \frac{U}{R_1 + R_{45}} = \frac{5}{19} A$$

$$I_{x_2} = \frac{U}{R_2 + R_6} = \frac{5}{13} A$$

$$U_{R_1} = R_1 \cdot I_{x_1} = \frac{350}{19} V$$

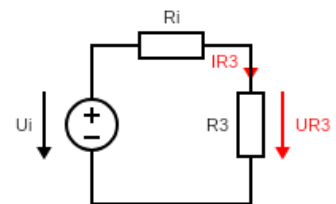
$$U_{R_2} = R_2 \cdot I_{x_2} = \frac{1100}{13} V$$

$$U_i = U_{R_2} - U_{R_1} = \frac{1100}{13} - \frac{350}{19} = \frac{16350}{247} V$$

4. Výpočet IR3 a UR3

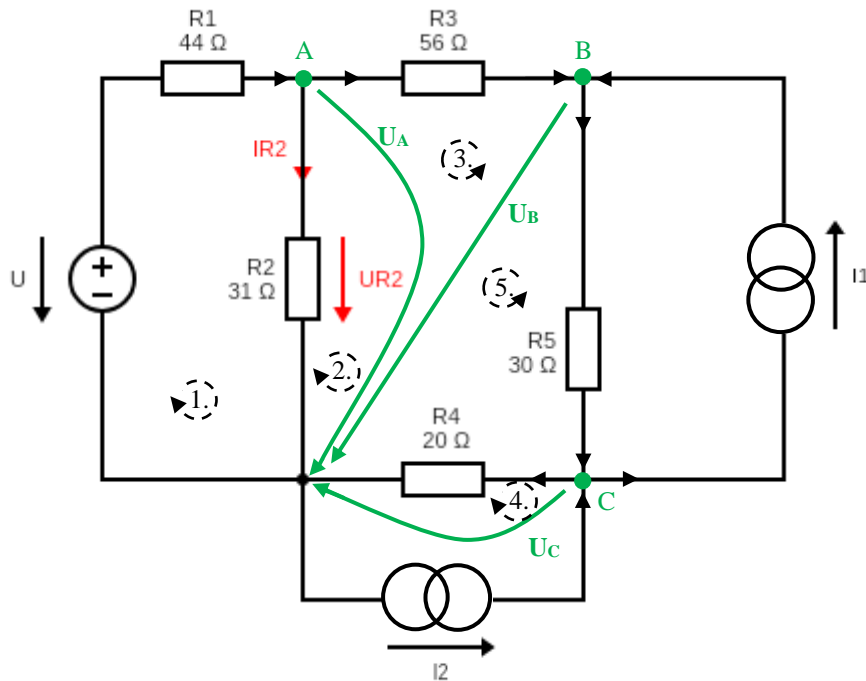
$$I_{R_3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = 0.08067799119 A \cong 0.08068 A$$

$$U_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3} = 50.82713445 V \cong 50.8271 V$$



Úloha č.3 – Metóda uzlových napätí

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
C	110	0.85	0.75	44	31	56	20	30



$$\text{A: } I_{R_1} - I_{R_2} - I_{R_3} = 0$$

$$\text{B: } I_{R_1} + I_1 - I_{R_5} = 0$$

$$\text{C: } I_{R_5} + I_2 - I_1 - I_{R_4} = 0$$

Postupne si v každej sľučke vyznačenej číslom 1.- 5. vyjadrím prúd a dosadím do rovníc A,B a C.

$$1. \quad U_A - U + R_1 I_{R_1} = 0 \Rightarrow I_{R_1} = \frac{U - U_A}{R_1}$$

$$2. \quad U_A - R_2 I_{R_2} = 0 \Rightarrow I_{R_2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$3. \quad U_B + R_3 I_{R_3} - U_A = 0 \Rightarrow I_{R_3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$4. \quad U_C - R_4 I_{R_4} = 0 \Rightarrow I_{R_4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$5. \quad U_B - U_C - R_5 I_{R_5} = 0 \Rightarrow I_{R_5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

$$\text{A: } \frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_A}{R_2} - \frac{U_A - U_B}{R_3} = 0$$

$$\text{B: } \frac{U_A - U_B}{R_3} + I_1 - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$\text{C: } \frac{U_B - U_C}{R_5} + I_2 - I_1 - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

Z rovnice A si vyjadrím napätie U_A a z rovnice C napätie U_C .

$$U_A = \frac{R_1 R_2 U_B + R_2 R_3 U}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

$$U_C = \frac{R_4 U_B + R_4 R_5 (I_2 - I_1)}{R_4 + R_5}$$

Vyjadrené U_A a U_C dosadím do rovnice U_B a vypočítam U_B . Po vyjadrení a vypočítaní U_B mi vyšiel výsledok:

$$U_B = \frac{197921}{4657} = 42.49996779 \text{ V}$$

Dopočítam U_A pomocou U_B .

$$U_A = 44.7393716 \text{ V}$$

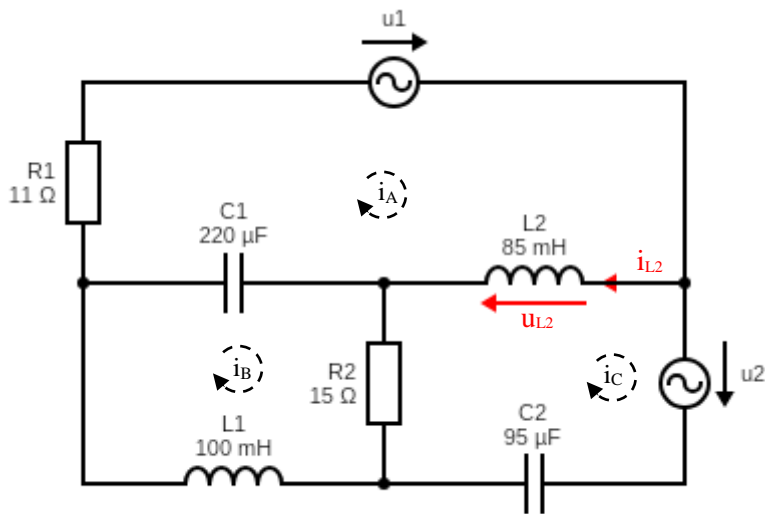
Pomocou U_A dopočítam I_{R_2} a nakoniec U_{R_2} .

$$I_{R_2} = \frac{U_A}{R_2} = 1.443203779 \text{ A} \cong 1.4432 \text{ A}$$

$$U_{R_2} = I_{R_2} \cdot R_2 = 44.73931715 \text{ V} \cong 44.7393 \text{ V}$$

Úloha č.4 – Metóda slučkových prúdov (striedavý prúd)

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
B	25	40	11	15	100	85	220	95	80



1. Zostavím si rovnice pre slučkové prúdy I_A , I_B a I_C

$$i_A: R_1 I_A + u_1 + Z_{L2} \cdot (I_A - I_C) + Z_{C2} \cdot (I_A - I_B) = 0$$

$$i_B: Z_{C1} \cdot (I_B - I_A) + R_2 \cdot (I_B - I_C) + Z_{L1} I_B = 0$$

$$i_C: u_2 + Z_{C2} I_C + R_2 \cdot (I_C - I_B) + Z_{L2} \cdot (I_C - I_A) = 0$$

2. Vypočítam si uhlovú frekvenciu

$$\omega = 2\pi f = 160\pi$$

3. Zostavím si maticovú rovnicu pre slučkové prúdy I_A , I_B a I_C

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{L2} + Z_{C1} & -Z_{C1} & -Z_{L2} \\ -Z_{C1} & Z_{C1} + R_2 + Z_{L1} & -R_2 \\ -Z_{L2} & -R_2 & Z_{C2} + R_2 + Z_{L2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u_1 \\ 0 \\ -u_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 + 33.68276559j & 9.042894494j & -42.72566009j \\ 9.042894494j & 15 + 41.22258796j & -15 \\ -42.72566009j & -15 & 15 + 21.78422021j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 \\ 0 \\ -40 \end{pmatrix}$$

4. Z tejto rovnice po riešení Cramerovým pravidlom vyjadrím I_A a I_C .

$$\Delta = -24693.744050750965912 + 57181.409805041304832j$$

$$\Delta_1 = 92900.539592031827445 - 43837.21242135j$$

$$\Delta_3 = 89700.230087835994116 - 50978.6351549j$$

$$I_A = -1.2374642117430885358 - 1.0902654426996541261j \text{ A}$$

$$I_C = -1.3223538760373199487 - 0.99763825556155745241j \text{ A}$$

5. Vypočítam i_{L2} a u_{L2}

$$i_{L2} = I_A - I_C = 0.0848896642942314129 - 0.09262718713809667369j \text{ A}$$

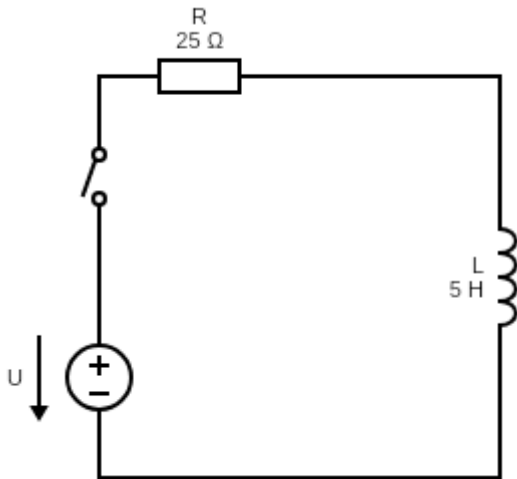
$$u_{L2} = Z_{L2} \cdot i_{L2} = 3.957557712755138369638586 + 3.62696694178954109536584j \text{ A}$$

5. Vypočítám $|U_{L2}|$ a $\varphi_{u_{L2}}$

$$|U_{L2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(u_{L2})^2 + \operatorname{Im}(u_{L2})^2} = 5.368160974358151518590395253 \text{ V} \cong 5.3682 \text{ V}$$

$$\varphi_{L2} = \arctan \frac{\operatorname{Im}(u_{L2})}{\operatorname{Re}(u_{L2})} = 0.741838195684874817616042 \text{ rad} \cong 0.7418 \text{ rad}$$

Úloha č.5 – Diferenciálna rovnica



sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
D	25	5	25	12

1. II. Kirchhoffov zákon

$$0 = u_R + u_L - U$$

$$u_L = U - R \cdot i_L$$

2. Známe hodnoty dosadím do rovníc, ktoré platia pre zadaný obvod a následne rovnice upravím

$$i'_L = \frac{1}{L} u_L$$

$$i'_L = \frac{1}{L} \cdot (U - R \cdot i_L)$$

$$i'_L = \frac{1}{5} \cdot (25 - 25 \cdot i_L)$$

$$i'_L = 5 - 5 \cdot i_L$$

$$i'_L + 5 \cdot i_L = 5$$

3. Všeobecný (obecný) tvar riešenia

$$i_L(t) = K(t) \cdot e^{\lambda t}$$

4. Vyjadřím λ z charakteristickej rovnice

$$\lambda + 5 = 0$$

$$\lambda = -5$$

5. Hodnoty dosadím do všeobecného (obecného) tvaru riešenia a rovnicu zderivujem. Následne hodnoty dosadím do rovnice z bodu 2 a vyjadřím.

$$i_L(t) = K(t) \cdot e^{-5t}$$

$$i'_L(t) = K'(t) \cdot e^{-5t} - 5 \cdot K(t) \cdot e^{-5t}$$

$$i'_L + 5 \cdot i_L = 5$$

$$K'(t) \cdot e^{-5t} - 5 \cdot K(t) \cdot e^{-5t} + 5 \cdot K(t) \cdot e^{-5t} = 5$$

$$K'(t) \cdot e^{-5t} = 5$$

6. Z $K'(t)$ vyjadrím $K(t)$ pomocou integrácie

$$K'(t) \cdot e^{-5t} = 5 \Rightarrow K'(t) = 5 \cdot e^{5t}$$

$$\int K'(t) dt = 5 \cdot e^{5t}$$

$$K(t) = e^{5t} + c$$

7. $K(t)$ dosadím do rovnice všeobecného(obecného) tvaru riešenia.

$$i_L(t) = K(t) \cdot e^{\lambda t}$$

$$i_L(t) = (e^{5t} + c) \cdot e^{-5t}$$

$$i_L(t) = 1 + c \cdot e^{-5t}$$

8. Pomocou počiatočnej podmienky si vyjadrím konštantu „c“, ktorá vznikla pri integrácii.

$$12 = 1 + c \cdot e^{-5 \cdot 0}$$

$$12 = 1 + c \cdot 1$$

$$11 = c$$

9. Riešenie

$$i_L(t) = 1 + 11 \cdot e^{-5t}$$

10. Skúška správnosti

$$i_L(0) = 1 + 11 \cdot e^{-5 \cdot 0}$$

$$i_L(0) = 12$$

$$i_L' + 5 \cdot i_L = 5$$

$$i_L(t) = 1 + 11 \cdot e^{-5t}$$

$$i_L'(t) = -55 \cdot e^{-5t}$$

$$-55 \cdot e^{-5t} + 5 \cdot (1 + 11 \cdot e^{-5t}) = 5$$

$$5 = 5$$

Zhrnutie

Príklad	Variant	Výsledky	
č.1	B	$I_{R6} \cong 0.07944 \text{ A}$	$U_{R6} \cong 65.9358 \text{ V}$
č.2	C	$I_{R3} \cong 0.08068 \text{ A}$	$U_{R3} \cong 50.8271 \text{ V}$
č.3	C	$I_{R2} \cong 1.4432 \text{ A}$	$U_{R2} \cong 44.7393 \text{ V}$
č.4	B	$\varphi_{L2} \cong 0.7418 \text{ rad}$	$ U_{L2} \cong 5.3682 \text{ V}$
č.5	D	$i_L(t) = 1 + 11 \cdot e^{-5t}$	$i_L(0) = 12$