

Die Möglichkeit der technischen Energiegewinnung aus der Uranspaltung

Von W. Heisenberg¹

Zusammenfassung: Die hier zusammengestellten Überlegungen, die eine genauere Erörterung der im *Flüggeschen* Artikel aufgeworfenen Frage bezwecken, gehen von folgenden Voraussetzungen aus: Es wird angenommen, daß die von *Bohr* und *Wheeler* (Phys. Rev. **56**, 426, 1939) gezogenen Schlüsse im wesentlichen richtig sind, daß insbesondere U_{92}^{235} das für die Spaltung durch thermische Neutronen verantwortliche Isotop ist. Ferner wird angenommen, daß die in der *Anderson-Fermi-Szilardschen* Arbeit (Phys. Rev. **56**, 284, 1939) angegebenen Zahlen richtig sind. Unter diesen Voraussetzungen wird untersucht, ob es möglich ist, Stoffgemische herzustellen, die bei der Beschießung mit Neutronen mehr Neutronen aussenden als absorbieren, und in welcher Weise Maschinen zur Energiegewinnung wirken, die mit solchen Gemischen arbeiten.

1) Der Anderson-Fermi-Szilardsche Versuch

Anderson, Fermi und *Szilard* haben gefunden, daß die Anzahl der in einem großen Wassergefäß absorbierten Neutronen um 10% ansteigt, wenn in das Wasser eine bestimmte Menge Uran hineingebracht wird. Dabei wurde festgestellt, daß das Uran im ganzen bei dieser Anordnung etwa die Hälfte der von der Quelle ausgesandten Neutronen als thermische Neutronen absorbiert. Wenn also n Neutronen pro sec von der im Zentrum des Wasserbehälters gelegenen Quelle ausgehen, so werden ohne Uran ebenfalls n im Wasser absorbiert; mit Uran werden jedoch nach Ausweis der Messung $1,1 \cdot n$ im Wasser und $0,5 \cdot n$ im Uran absorbiert, also müssen $0,6 \cdot n$ Neutronen pro sec wieder vom Uran emittiert werden. Dies bedeutet, daß aus einem von Uran absorbierten thermischen Neutron schließlich (nach Einrechnung von Spaltung, Einfangung, Resonanzeinfangung der Spaltungsneutronen usw.) etwa 1,2 thermische Neutronen entstehen.

- 2 Um hieraus die Anzahl der Neutronen zu berechnen, die pro absorbiertes thermisches Neutron zunächst entstehen, muß festgestellt werden, wie wahrscheinlich es ist, daß ein schnelles Neutron im U_{92}^{238} etwa durch Resonanzprozesse eingefangen wird, *bevor* es die thermischen Energien erreicht. (Die Einfangung im Wasser kann hier völlig vernachlässigt werden.) Wir nennen diese Wahrscheinlichkeit w . Dann kann man die eben besprochene Rechnung folgendermaßen verbessern: die Anzahl pro sec der von der Quelle emittierten Neutronen ist n , hiervon gelangen bis ins thermische Gebiet $n(1 - w)$; im Wasser werden $1,1 \cdot n$ thermische Neutronen absorbiert, im Uran $0,5 \cdot n$. Dabei entstehen durch Spal-

¹ Undated, but according to KWI-List dated 6 December 1939. (Editor)

tung $0,5 \cdot n \cdot X$ Neutronen, von denen $0,5 \cdot n (1 - w) \cdot X$ ins thermische Gebiet kommen. Man erhält also die Gleichung:

$$\begin{aligned} (n + 0,5 \cdot X \cdot n) (1 - w) &= 1,1 \cdot n + 0,5 \cdot n, \quad \text{daraus} \\ 1 + 0,5 \cdot X &= 1,6 / (1 - w), \quad X = 3,2 / (1 - w) - 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Die Größe w wird im folgenden Abschnitt bestimmt.

2) Die Einfangung von Neutronen im U_{92}^{238} an Resonanzstellen

Die Uranatome können in zweierlei Weise mit anderen zur Neutronenverlangsamung dienenden Stoffen gemischt sein: das Uran kann entweder in irgend einer Verbindung in einem anderen Stoff gelöst sein (*Halban, Joliot, Kowarski*; *Nature* **143**, 680, 1939), oder das Uran ist in größeren Stücken konzentriert und von der anderen Substanz umgeben (*Anderson, Fermi* und *Szilard*).

a) Im ersteren Fall hängt die Wahrscheinlichkeit w dafür, daß ein Neutron bei seiner Verlangsamung in einer Resonanzstelle eingefangen wird, von dem Konzentrationsverhältnis ab. Wir nehmen an, daß N_U Uranatome und N Atome des für die Verlangsamung bestimmenden Stoffes im ccm vorhanden seien. Dann ist die Wahrscheinlichkeit für den Einfang bei einem Stoß

$$\frac{N_U \sigma_U}{N \sigma + N_U \sigma_U}, \quad (2)$$

wobei σ den elastischen Wirkungsquerschnitt der Streusubstanz, σ_U den Einfangwirkungsquerschnitt von U bedeutet. In der Nähe der Resonanzlinie E_k ist ferner nach *Breit und Wigner*

$$\sigma_U = \sigma_k \frac{(\frac{1}{2} \Gamma_k)^2}{(E - E_k)^2 + (\frac{1}{2} \Gamma_k)^2}. \quad (3)$$

Die mittlere Anzahl der Stöße zwischen der Energie E_1 und E_2 ist

$$\int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{E} \frac{1}{(-\lg \delta)}, \quad (4)$$

wenn δ den Bruchteil bedeutet, auf den im Mittel die Energie eines Neutrons beim elastischen Stoß reduziert wird. ($\delta = 1/2$ für den Stoß mit Protonen.) Allgemein ist $\delta = 1 - [2 M_1 M_2 / (M_1 + M_2)^2]$, wobei M_1 bzw. M_2 die Masse des stoßenden bzw. des gestoßenen Teilchens bedeutet. Schließlich folgt daraus für w , wenn

$$\frac{\sigma N}{\sigma_k N_U} = \eta_k \quad (5)$$

gesetzt wird,

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{1}{-\lg \delta} \int \frac{dE}{E} \frac{\sigma_U N_U}{\sigma N + \sigma_U N_U} \\
 &= \frac{1}{-\lg \delta} \int \frac{dE}{E} \sum_k \frac{1}{\eta_k [(E - E_k)^2 / (\frac{1}{2} \Gamma_k)^2 + 1] + 1} \\
 &= -\frac{1}{\lg \delta} \sum_k \frac{\pi \Gamma_k}{2 E_k^2} [\eta_k (1 + \eta_k)]^{-1/2} .
 \end{aligned} \tag{6}$$

Für die tiefste Resonanzstelle im Uran gilt nach *Bohr* und *Wheeler*:

$$\Gamma_1 = 0,12 \text{ eV} ; \quad E_1 = 25 \text{ eV} ; \quad \sigma_1 = 2700 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 . \tag{7}$$

Also wird der hiervon herrührende Beitrag zu w :

$$w_1 = \frac{0,0075}{-\lg \delta \sqrt{\eta_1 (1 + \eta_1)}} . \tag{8}$$

In den meisten praktischen Fällen ist $\eta_1 \ll 1$, also wird

$$4 \quad w_1 = \frac{0,0075}{-\lg \delta \sqrt{\eta_1}} . \tag{9}$$

Aus dem Umstand, daß die übrigen Resonanzstellen zum thermischen Einfang-Wirkungsquerschnitt etwa im ganzen 2,5 mal so viel beitragen wie die unterste, kann man vermuten, daß auch w etwa 3 bis 4 mal so groß sein kann wie w_1 . Doch ist man hier auf diese ganz unsichere Abschätzung angewiesen. Wir setzen also

$$w = \frac{0,026}{-\lg \delta \sqrt{\eta_1}} \kappa , \tag{10}$$

wobei κ einen unbekannten Zahlenfaktor bedeutet, der wahrscheinlich zwischen 1/2 und 2 liegen wird.

b) Wenn das Uran oder eine Uranverbindung große Raumgebiete unvermischt erfüllt und wenn diese Raumgebiete von der zur Verlangsamung bestimmten Substanz umgeben sind, so können nur Neutronen eingefangen werden, die in unmittelbarer Nähe der Uranoberfläche eine Energie in der Nähe der Resonanzenergie erhalten haben. (Wir nehmen dabei an, daß im Uran selbst keine merkbare Verlangsamung der Neutronen im fraglichen Energiegebiet eintreten kann.) Denn die Neutronen, die vor dem Erreichen der Uranoberfläche wieder mit einem anderen Atom zusammenstoßen, wandern durch den Stoß wieder aus dem Resonanzgebiet heraus. Es sei λ die mittlere freie Weglänge der Neutronen in der verlangsamenden Substanz (in dem betreffenden Energiegebiet). Dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Neutron im Abstand x von der Uranoberfläche diese auch erreicht (seine Geschwindigkeit soll mit der Flächennormale den Winkel ϑ einschließen ($\cos \vartheta = + \zeta$)) durch

$$\beta(x) = e^{-x/\lambda\zeta} \quad (11)$$

gegeben. Die mittlere Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Neutron im Abstand x die Oberfläche erreicht, ist also

$$\overline{\beta(x)} = \frac{1}{2} \int_0^1 \beta(x) d\zeta = \frac{1}{2} \int_0^1 d\zeta e^{-x/\lambda\zeta} . \quad (12)$$

Bezeichnet man die mittlere Neutronendichte mit ϱ , so erreichen also pro 5 Flächeneinheit

$$\int \varrho \overline{\beta(x)} dx = \frac{\varrho}{2} \int_0^\infty dx \int_0^1 d\zeta e^{-x/\lambda\zeta} = \varrho \frac{\lambda}{4} \quad (13)$$

Neutronen die Oberfläche. Ihre Richtungsverteilung folgt dem Cosinusetz ($dw = \cos \vartheta d\Omega$), wenn die Neutronendichte in dem Streifen von der Breite $\lambda/4$ nicht merklich variiert. Wir können so rechnen, als ob alle Neutronen in einer Schicht der Breite $\lambda/4$ um den Urankörper herum diesen auch erreichen, während alle anderen Neutronen vorher einen Zusammenstoß mit einem anderen Atom erleiden.

Wir betrachten nun ein Neutron, das die Oberfläche trifft. Der Weg, den es im Mittel beim Durchqueren des Uranblockes zurückzulegen hätte, sei x , seine Energie sei E . Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es im Uran absorbiert wird, ist dann durch

$$1 - e^{-x\sigma_U N_U} , \quad \left(\lambda_U = \frac{1}{\sigma_U N_U} \right) ,$$

gegeben. Diese Wahrscheinlichkeit hängt in der Nähe der Resonanzlinie sehr stark von der Energie ab.

Bilden wir

$$\Delta E = \int dE (1 - e^{-x\sigma_U N_U}) , \quad (14)$$

so erhalten wir die „Äquivalenzbreite“ der Absorptionslinie. Wir können dann so rechnen, als ob alle Neutronen, deren Energie innerhalb ΔE liegt, im Uranblock absorbiert werden, während die übrigen frei durchgehen. Für die Resonanzlinie E_k wird

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int dE (1 - \exp \{ -x\sigma_k N_U (1/2\Gamma_k)^2 / [(E - E_k)^2 - (1/2\Gamma_k)^2] \}) \\ &= \frac{1}{2} \Gamma_k \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi (1 - e^{-(a/1 + \xi^2)}) , \\ &\quad \left(\xi = \frac{E - E_k}{\frac{1}{2}\Gamma_k} \right) , \end{aligned}$$

wobei $x\sigma_k N_U = a$ gesetzt ist.

6 Für $a \gg 1$, was in allen praktischen Fällen zutrifft, wird

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{1}{2} \Gamma_k \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi (1 - e^{-a/\xi^2}) = \Gamma_k \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{\eta^2} (1 - e^{-a\eta^2}) \\ &= \Gamma_k \int_0^{\infty} d\eta 2a e^{-a\eta^2} = \Gamma_k \sqrt{\pi a} = \Gamma_k \sqrt{\pi x \sigma_k N_U} .\end{aligned}\quad (15)$$

Im Versuch von *Anderson, Fermi* und *Szilard* wird Uranoxyd (U_3O_8) in zylindrischen Stäben vom Durchmesser 5 cm benützt. Man kann also etwa $x = 5$ cm setzen. Daher wird $a = 230$ und

$$\Delta E_1 = 0,12 \sqrt{\pi \cdot 5 \cdot 2700 \cdot 1,7 \cdot 10^{-2}} = 3,2 \text{ eV} .\quad (16)$$

Bezeichnet man die gesamte Anzahl der Neutronen in diesem Energiegebiet mit n_e , diejenigen von ihnen, die in der Oberflächenschicht von der Dicke $\lambda/4$ um den Uranblock liegen, mit n_{eo} , so wird der Beitrag der tiefsten Resonanzstelle zu w :

$$\frac{\Delta E_1}{E_1 (-\lg \delta)} \frac{n_{eo}}{n_e} = \frac{0,13}{-\lg \delta} \cdot \frac{n_{eo}}{n_e} .\quad (17)$$

Für w selbst erhält man als Abschätzung

$$w = \frac{0,45}{-\lg \delta} \frac{n_{eo}}{n_e} \kappa ,\quad (18)$$

wobei κ wie in (10) zwischen $1/2$ und 2 liegen dürfte. In dem Versuch von *Anderson, Fermi* und *Szilard* liegt das Verhältnis n_{eo}/n_e , wie aus der Geometrie der Anordnung hervorgeht, etwa zwischen $1/20$ und $1/6$; man erhält also

$$w \approx 0,008 \kappa .\quad (19)$$

Die für alle weiteren Diskussionen entscheidende Größe

$$X = \frac{3,2}{1 - w} - 2 ,$$

7 die die mittlere Anzahl der beim Spaltungsprozeß freiwerdenden Neutronen pro aufgefangesenes thermisches Neutron im gewöhnlichen Uran angibt, liegt also wahrscheinlich zwischen $1,34$ und $1,81$:

$$1,34 \leq X \leq 1,81 .\quad (20)$$

Eine genauere Angabe über X läßt sich aus dem genannten Versuch nicht gewinnen.

Vergleicht man die beiden Methoden zur Verlangsamung der Neutronen, so erkennt man, daß bei den *Uranlösungen* die Anzahl der in Resonanzstellen weggefangenen Neutronen mit der Quadratwurzel aus der Urankonzentration an-

steigt, also bei gegebener Menge der verlangsamenden Substanz mit der Wurzel aus der Uranmenge anwächst. Bei einer Anordnung, in der größere Uranstücke von der Streusubstanz umgeben sind, wächst die Zahl der weggefangenen Neutronen mit der Oberfläche und der Wurzel aus der Dicke der Uranschicht, also bei gegebener Form mit der 5/6ten Potenz der Uranmenge.

Die zweite Methode hat gegenüber der ersten ferner den Nachteil, daß unter Umständen nicht die ganze Uranmenge zur Absorption der thermischen Neutronen ausgenützt werden kann, da eventuell nur wenige thermische Neutronen bis ins Innere des Uranblocks gelangen. Andererseits beträgt bei der Anordnung von *Anderson*, *Fermi* und *Szilard* die Größe w nur etwa 2/3 des Wertes, der bei Lösung der gleichen Uranmenge in Wasser zu erwarten wäre. Hätten *Anderson*, *Fermi* und *Szilard* das Uranoxyd in einem kompakten zylindrischen Ring der beiden Radien 16 cm, und 24 cm angeordnet, so hätten sie w damit nochmal auf die Hälfte reduziert. Durch geschickte geometrische Anordnung läßt sich also bei der zweiten Methode w erheblich herabsetzen, worauf *Harteck* aufmerksam gemacht hat.

3) Lösungen von Uran in Wasser und schwerem Wasser

a) Wir betrachten zunächst einmal eine Lösung von Uran im Wasser, in der N_U Uranatome und N_H H-Atome im ccm enthalten sind; die Wirkung der O-Atome und eventuell anderer Atome in der Uranverbindung soll vernachlässigt werden. Für die relative zeitliche Änderung der Neutronenzahl n erhält man, wenn der Wirkungsquerschnitt für Einfangung eines thermischen Neutrons im H-Kern $0,3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, im Urankern $3,4 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, die Geschwindigkeit thermischer Neutronen v und das Verhältnis $N_U/N_H = \alpha$ gesetzt wird:

$$v = \frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = -v N_H \cdot 10^{-24} (0,3 + 3,4 \alpha [1 - X(1 - w)]) . \quad (21)$$

Der Wirkungsquerschnitt für elastische Zusammenstöße mit dem Proton in der Gegend der Resonanzstellen ist $13 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, also wird nach (5)

$$\eta_1 = \frac{13}{2700 \alpha}$$

und nach (10) ($\delta = 1/2$)

$$w = 0,54 \sqrt{\alpha \kappa} , \quad \text{also} \\ v = -v N_H \cdot 10^{-24} (0,3 + 3,4 \alpha [1 - X(1 - 0,54 \sqrt{\alpha \kappa})]) . \quad (22)$$

Setzen wir X aus dem *Fermischen* Versuch ein, so ergibt sich

$$v = -v N_H \cdot 10^{-24} \left(0,3 - 3,4 \alpha \frac{0,2 + 0,24 \kappa}{1 - 0,08 \kappa} + 1,835 \alpha^{3/2} \kappa \frac{1,2 + 0,16 \kappa}{1 - 0,08 \kappa} \right) . \quad (23)$$

Das Maximum der Klammer als Funktion von α liegt bei α_m , das durch

$$1 + 1,2\kappa = \sqrt{\alpha_m} (4,86 + 0,65\kappa) \kappa \quad (24)$$

gegeben ist. Es folgt:

$$\left. \begin{array}{l} v_m = -v N_H \cdot 10^{-24} \left(0,3 - 0,227 \frac{(1 + 1,2\kappa)^3}{(1 - 0,08\kappa)(4,86 + 0,65\kappa)^2 \kappa^2} \right) \\ \text{also die Zahlenwerte} \\ \kappa = 0,5 \quad 1,0 \quad 1,5 \quad 2,0 \\ \frac{v_m}{v N_H \cdot 10^{-24}} = -0,15 \quad -0,21 \quad -0,22 \quad -0,23 \end{array} \right\} \quad (25)$$

9 In einem Uran-Wassergemisch tritt also stets Neutronen*verminderung* ein, das Uran-Wassergemisch eignet sich *nicht* zur Energieerzeugung aus dem Spaltprozeß.

b) Die sicherste Methode zur Verwirklichung der Energieerzeugung besteht in der Anreicherung des für die Spaltung verantwortlichen Isotops U_{92}^{235} . Eine Anreicherung um den Faktor f führt einfach zu einer Erhöhung von X um den Faktor f . Ersetzt man in (22) X durch fX und führt dieselben Rechnungen durch wie oben, so erhält man für

Tabelle 1

f	κ	$v_m/v \cdot N_H \cdot 10^{-24}$
1	0,5	- 0,15
	1	- 0,21
	1,5	- 0,22
	2	- 0,23
1,1	0,5	+ 0,043
	1	- 0,14
	1,5	- 0,18
	2	- 0,19
1,2	0,5	+ 0,31
	1	- 0,044
	1,5	- 0,11
	2	- 0,15
1,3	0,5	+ 0,62
	1	+ 0,37
	1,5	- 0,065
	2	- 0,11

Man erkennt aus der Tabelle, daß wahrscheinlich schon eine Anreicherung um 30% genügt, um die Energieerzeugung mit Hilfe des Uran-Wassergemisches

zu ermöglichen ($\nu > 0$). Bei einer Anreicherung um 50% könnte man praktisch des Erfolges sicher sein.

c) Da eine erhebliche Anreicherung des U_{92}^{235} in großen Mengen wahrscheinlich mit großen Kosten verbunden ist, muß man sich noch nach anderen Methoden der Verwirklichung der Energieerzeugung umsehen. Hier bietet sich in erster Linie die Verlangsamung der Neutronen durch andere Substanzen als Wasser dar. Diese anderen Stoffe müßten die Verlangsamung nicht wesentlich schlechter als H_2O leisten und dürften dabei nur viel weniger absorbieren. Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung der Wirkungsquerschnitte für Einfangung (σ_r) und für elastische Streuung bei thermischen Neutronen (σ_{th}), bei Neutronen von 25 V (σ_{25}) und bei schnellen Neutronen (σ_{sch}) in den Elementen H, D, C, O, 10 und U.

Die Werte sind teils aus Messungen, teils aus theoretischen Abschätzungen gewonnen. Gut bestimmte Werte sind unterstrichen [fett gedruckt]. Bei den übrigen Werten sind Fehler von 50% oder mehr durchaus möglich. Die Wirkungsquerschnitte sind in der Einheit 10^{-24} cm^2 angegeben.

Tabelle 2

Substanz		H	D	C	O	U
Einfangquerschnitt	σ_r	0,3	0,003	0,003	0,003	3,4
Streuquerschnitte	σ_{th}	40	7	4	3,3	10
	σ_{25}	13	3	3,5	3	—
	σ_{sch}	2	2	2	2	6

In der nächsten Tabelle sind die aus diesen Wirkungsquerschnitten folgenden mittleren freien Weglängen für elastische Streuung λ_{th} , λ_{25} , λ_{sch} und für Einfangung λ_r , ferner die „Diffusionslänge“ $l = \sqrt{D/\nu} = \sqrt{1/3 \lambda_r \lambda_{th}}$ ($D = \frac{1}{3} \nu \lambda_{th}$ ist die Diffusionskonstante) für H_2O , D_2O (gemischt mit 1% H_2O), C (spez. Gewicht 1,25) und U_3O_8 (spez. Gewicht 8) angegeben. Ferner ist die Strecke l' abgeschätzt, die ein anfänglich schnelles Neutron ($\sim 3 \text{ MeV}$) im Mittel in jeder Richtung zurückgelegt hat, bis es bei thermischen Geschwindigkeiten angekommen ist. Da eine genaue Theorie der gleichzeitigen Diffusion und Verlangsamung nicht vorliegt, ist man bei l' auf eine sehr grobe Schätzung angewiesen. (Längen in [cm], $\lambda_r = 1/(N\sigma_{einf})$)

Tabelle 3

Substanz	H_2O	$D_2O + 1\% H_2O$	C	U_3O_8
λ_r	5,0	2000	5200	17
λ_{th}	0,3	1,7	4	3,1
λ_{25}	1	3,2	4,5	—
λ_{sch}	5	5	8	5
l	2,1	34	83	4,2
l'	10	13	38	—

- 11 Die Korrektur dieser Tabellen durch genauere experimentelle Daten wäre eine wichtige Voraussetzung für die zuverlässigere Diskussion der Möglichkeiten zur Energieerzeugung.

Die Zahlen der Tabelle zeigen, daß in erster Linie schweres Wasser zur Verlangsamung der Neutronen in Betracht kommt. Bezeichnet man wieder das Verhältnis der U-Atome zu den D-Atomen mit α , so wird

$$w = 1,32 \sqrt{\alpha \kappa} \quad (26)$$

und

$$\nu = -v N_D \cdot 10^{-24} \left(0,0075 - 3,4 \alpha \frac{0,2 + 0,24 \kappa}{1 - 0,08 \kappa} + 4,48 \alpha^{3/2} \kappa \frac{1,2 + 0,16 \kappa}{1 - 0,08 \kappa} \right). \quad (27)$$

Für die günstigsten Werte von α und ν erhält man:

Tabelle 4

κ	= 0,5	1	1,5	2
α_m	= 0,106	0,038	0,0235	0,016
$\nu_m/v N_D \cdot 10^{-24}$	= 0,050	0,020	0,013	0,011

Führt man wieder eine charakteristische Länge l durch die Gleichung $l^2 = D/\nu$ ein, wobei $D = \frac{1}{3} v \lambda_{th}$ die Diffusionskonstante bedeutet, so wird für

Tabelle 5

$\kappa =$	0,5	1	1,5	2
$l =$	13	21	26	28 cm

Aus Tabelle 4 geht hervor, daß ein Gemisch von schwerem Wasser und Uran schon zur Neutronenvermehrung führen würde, also zur Energieerzeugung brauchbar wäre. Dies gilt natürlich nur unter der Voraussetzung, daß die in Tabelle 2 angegebenen Zahlen richtig sind. Auch zeigen die ziemlich großen Längen l der Tabelle 5, daß zu dieser Herstellung der Uranmaschine große Mengen von schwerem Wasser notwendig sind, was also wieder zu erheblichen Kosten führt.

- 12 Vielleicht werden die Verhältnisse in schwerem Wasser sogar noch etwas günstiger, als es in der Tabelle 4 zum Ausdruck kommt, da im schweren Wasser durch den bei schnellen Neutronen möglichen Prozeß $n \rightarrow 2n$ noch neue Neutronen entstehen. Der entsprechende Prozeß $n \rightarrow p + n$ hat bei einer Protonenenergie von 5,1 MeV einen Wirkungsquerschnitt² von etwa $1,4 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$. Die Mindestenergie, bei der er eintreten kann, ist 3,25 MeV. Da der Wirkungsquerschnitt, wie eine theoretische Rechnung zeigt, etwa mit dem Quadrat der Überschußenergie

² W. H. Barkas und M. G. White: Phys. Rev. **56**, 288, 1939

ansteigt, kann er bei 10 MeV schon etwa $2 \cdot 10^{-25}$ cm betragen. Wenn also die Energie der bei der Spaltung freiwerdenden Neutronen im Mittel sehr groß ist (10 MeV), so kann eine zusätzliche Erhöhung von X und damit der Neutronenvermehrung um etwa 10% eintreten. Wenn jedoch, wie *Zinn* und *Szilard*³ behaupten, die meisten Spaltungsneutronen weniger als 3,5 MeV besitzen, so spielt der genannte Effekt keine merkliche Rolle.

d) Schließlich soll an dieser Stelle die Frage kurz besprochen werden, ob die Spaltung durch schnelle Neutronen bei U_{92}^{238} und Th_{90}^{230} zur Herstellung der Kettenreaktionen benützt werden kann. Die Wirkungsquerschnitte für Spaltung durch 2,5 MeV Neutronen sind nach *Ladenburg, Kanner, Barshall* und *Voorhis* (Phys. Rev. **56**, 168, 1939) $5 \cdot 10^{-25}$ cm² bzw. $1 \cdot 10^{-25}$ cm² und nehmen mit abnehmender Energie rasch ab. Der Wirkungsquerschnitt für Streuung, der ungefähr dem Kernquerschnitt entsprechen wird, ist daher etwa 10 bzw. 50mal größer. Da die Streuung im allgemeinen unelastisch sein dürfte und daher mit Energieverlust verbunden ist, wird in der Regel ein Neutron seine Energie verloren haben |bevor es Gelegenheit hat, den Spaltungsprozeß hervorzurufen. Von einer 13 Kettenreaktion kann also hier wohl kaum die Rede sein.

4) Die Diffusionsgleichung und ihre Folgerungen

a) Gleichzeitig mit der Änderung der gesamten Neutronenzahl geht eine Ausbreitung durch Diffusion vor sich. Diese Diffusion kann charakterisiert werden durch den Diffusionskoeffizienten D , der mit der mittleren freien Weglänge λ und der Geschwindigkeit v durch die Formel

$$D = v\lambda/3 = \frac{v}{3N\sigma} \quad (28)$$

zusammenhängt. σ ist hier der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung. Wenn mehrere Atomsorten mit den Anzahlen N_i pro ccm vorhanden sind, gilt

$$1/D = 1/v \sum_i 3N_i\sigma_i. \quad (29)$$

Eine Schwierigkeit in der Anwendung dieser Gleichung liegt darin, daß die σ_i von der Geschwindigkeit abhängen und daß Neutronen ganz verschiedener Geschwindigkeiten in dem Uran-Wasser-Gemisch vorkommen. Bei den in [Abschn.] 1b besprochenen U – D₂O-Gemischen geringer U-Konzentration kann jedoch angenommen werden, daß die Neutronen die weitaus längste Zeit im thermischen Gebiet verbringen. Für diese Gemische wird man also in (28) einfach die Werte von σ und λ im thermischen Gebiet einsetzen können.

Für die Berechnung der Energieerzeugung ist es ferner wichtig, festzustellen, daß die Diffusionskonstante von der Temperatur T abhängt. In erster Näherung kann λ als von der Temperatur unabhängig angesehen werden, dann steigt also D mit \sqrt{T} an.

³ W. H. Zinn und L. Szilard: Phys. Rev. **56**, 619, 1939

Für die Neutronendichte ϱ in der zu betrachtenden Substanz gilt schließlich die Gleichung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = D \Delta \varrho + \nu \varrho . \quad (30)$$

- 14 Wir betrachten nun eine stationäre kugelsymmetrische Dichteverteilung in einer Materiekugel vom Radius R . Zur Bestimmung der Lösung brauchen wir Randbedingungen an der Stelle $r = R$. Wenn wir annehmen, daß die Neutronen außen von der Materiekugel in die Luft diffundieren, so folgt, daß am Rande $r = R$ (bis auf Größen von der Ordnung der freien Weglänge) die Dichte verschwinden muß. Wir setzen also zunächst als Grenzbedingung

$$\varrho = 0 \quad \text{für} \quad r = R . \quad (31)$$

Für die in [Abschn.] 3b und c betrachteten Gemische ist ν positiv und wir setzen (vergl. Tabelle 5)

$$D/\nu = l^2 . \quad (32)$$

l ist die für das Gemisch charakteristische Länge, die der Diffusionslänge nach *Amaldi* und *Fermi* entspricht. Für das in Gleichung (27) betrachtete Gemisch ist unter der Annahme $\kappa = 1$

$$N_D/N_U = 26 , \quad l = 21 \text{ cm} . \quad (33)$$

Die stationäre Lösung ($\partial \varrho / \partial t = 0$) lautet jetzt:

$$\varrho = (a/r) \operatorname{sinn} \left(\frac{R-r}{l} \right) . \quad (34)$$

Solange $R < \pi l$ ist, ergibt sich eine überall positive Dichte und eine Singularität bei $r = 0$. Dies bedeutet, daß eine solche Dichteverteilung nur durch eine Neutronenquelle im Zentrum aufrechterhalten werden kann. Nehmen wir zum Beispiel an, daß im Zentrum eine Neutronenquelle vom Radius $r_0 \ll l$ sitzt, die pro sec n Neutronen liefert. Dann muß gelten:

$$\begin{aligned} n &= -D 4 \pi r_0^2 \partial / \partial r [(a/r) \operatorname{sinn} ((R-r)/l)]_{r=0} \approx 4 \pi a D \sin(R/l) . \\ \varrho &= \frac{n}{4 \pi r D} \frac{\sin((R-r)/l)}{\sin(R/l)} . \end{aligned} \quad (35)$$

Die Anzahl der pro sec bei $r = R$ austretenden Neutronen ist dann

$$\begin{aligned} n' &= -D 4 \pi R^2 \partial \varrho / \partial r = n \frac{R}{l \sin(R/l)} , \quad \text{also} \\ n'/n &= \frac{(R/l)}{\sin(R/l)} . \end{aligned} \quad (36)$$

Es findet also eine Vermehrung der Neutronenzahl statt, die bei kleinen Werten von R ($R \ll l$) ungefähr durch

$$n'/n = 1 + 1/6(R/l)^2 \quad (37)$$

gegeben ist. Wenn R sich dem Wert πl nähert, so strebt n' gegen Unendlich. Wenn $R > \pi l$ ist, existiert überhaupt keine stationäre Neutronenverteilung mehr, bei der die Dichte überall positiv ist, es findet also zunächst wegen $\partial \rho / \partial t > 0$ nach (30) eine unbegrenzte Vermehrung der Neutronen statt. Mit einer solchen unbegrenzten Neutronenvermehrung geht jedoch, da die Neutronenvermehrung aus der U-Spaltung stammt, eine erhebliche Temperaturerhöhung Hand in Hand. Damit steigt der Diffusionskoeffizient und damit die Länge l . Dadurch wird, wenn die Temperatur hoch genug ist, wieder $R < \pi l$, so daß die unbegrenzte Neutronenvermehrung wieder aufhört. Es stellt sich also stets automatisch eine Temperatur her, die aus der Gleichung $R = \pi l$ zu berechnen ist. Da l wie $\sqrt[4]{T}$ variiert, kann man

$$T = 300^\circ \left(\frac{R}{\pi l_{300^\circ}} \right)^4 \quad (38)$$

setzen. Diese Temperatur bleibt bestehen unabhängig von einer etwa nach außen abgeführten Energie. Von dieser Energie hängt lediglich die Anzahl der zerfallenden U-Atome ab. Aus diesen Überlegungen folgt auch, daß für eine Maschine, bei der $R > \pi l_{300^\circ}$ ist, die Neutronenquelle im Zentrum praktisch keine Rolle mehr spielt und daher weggelassen werden kann.

Die Gl. (38) hört auf zu gelten, wenn die Temperatur so hoch wird, daß die Koeffizienten ν nicht mehr temperaturunabhängig sind. Für das gewöhnliche Gemisch von U_{92}^{238} und U_{92}^{235} tritt dies schon bei einigen eV Neutronenenergie ein, da von dieser Energie ab die Einfangung in U_{92}^{238} die Spaltung von U_{92}^{235} erheblich überwiegt. Bei Gemischen mit gewöhnlichem Uran wird also die Temperatur nicht über die Temperatur der bisher bekannten guten Sprengstoffe steigen können. Durch Anreicherung | von U_{92}^{235} würde sich aber die Temperatur weiter steigern lassen. Wenn es gelingt, U_{92}^{235} so weit anzureichern, daß Temperaturen erzielt werden können, die einer Neutronenenergie von etwa 300 eV entsprechen, zu denen also nach (38) ein Radius von $R \approx 10 \pi l$ gehört, so würde auch ohne weitere Steigerung des Radius die Temperatur mit einem Schlage auf $\sim 10^{12}$ Grad steigen, d. h. es würde die ganze Strahlungsenergie aller verfügbaren Uranatome auf ein Mal frei werden. Denn bei 300 eV ist der Wirkungsquerschnitt von U_{92}^{235} für Spaltung auf etwa $5 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ gesunken und weiter wird er aus geometrischen Gründen nicht sinken. Oberhalb von 300 eV Neutronenenergie nimmt also l mit der Temperatur nicht weiter zu. Diese explosionsartige Umwandlung der Uranatome kann aber nur in fast reinem U_{92}^{235} auftreten, da schon bei geringen Beimengungen von U_{92}^{238} die Neutronen in der Resonanzstelle von U_{92}^{238} weggefangen werden.

b) Bei den bisher diskutierten Lösungen von (30) war vorausgesetzt, daß die Neutronen aus der Kugel in Luft austreten. Offenbar werden die Verhältnisse für die Neutronenerzeugung noch günstiger, wenn die Neutronen in ein Material aus-

treten, in dem sie langsam diffundieren und sehr wenig absorbiert werden, also eine Substanz mit einem hohen „Albedo“. Wir nehmen zunächst als Beispiel an, daß für das äußere Material D ebenso groß wird wie im Inneren, daß jedoch der Absorptionskoeffizient außen sehr klein ist (also außen soll $\nu_a < 0$ aber $|\nu_a| \ll |\nu_i|$; $D/\nu_a = l_a^2$ sein). Dann wird die Lösung

$$\text{innen: } \varrho = (a/r) \sin((r+b)/l) ; \quad \text{außen: } \varrho = (a'/r) e^{-r/l_a} . \quad (39)$$

ϱ und $D\partial\varrho/\partial t$ müssen an der Grenzfläche $r = R$ auf beiden Seiten den gleichen Wert haben. Daraus folgt:

$$-1/R + (1/l) \cotg((R+b)/l) = -1/R - 1/l_a , \quad (40)$$

17 also, wenn $l_a \gg R$ ist:

$$\cotg((R+b)/l) = 0 , \quad b = (\pi/2)l - R . \quad (41)$$

Im Inneren ist dann

$$\varrho = (a/r) \cos((R-r)/l) . \quad (42)$$

Für die Quelle im Zentrum erhält man

$$n = 4\pi a D \cos(R/l) , \quad (43)$$

für die bei $r = R$ austretenden Neutronen

$$n' = 4\pi a D , \quad (44)$$

also

$$\frac{n'}{n} = \frac{1}{\cos(R/l)} . \quad (45)$$

Die Neutronenvermehrung setzt also schneller ein als im früher behandelten Falle, und schon bei $R = (\pi/2)l$ beginnt die spontane Neutronenerzeugung. Ein derartiger Effekt kann schon durch Wasser als äußere Substanz erreicht werden. Wir betrachten, um dies zu zeigen, das Uran-D₂O-Gemisch aus [Abschn.] 3 b, für das $l = 21$ cm, $\lambda_{th} = 1,7$ cm gesetzt werde. Für H₂O ist $l = 2,1$ cm, $\lambda_{th} = 0,3$ cm (nach *Amaldi* und *Fermi*). Statt (40) erhalten wir die Gleichung

$$-1/R + (1/l) \cotg((R+b)/l) = D_{H_2O}/D_{D_2O} \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{l_a} \right) = \frac{1}{5,7} \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{l_a} \right) , \quad (46)$$

$$\cotg((R+b)/l) = -1,75 + 0,825 (l/R) . \quad (47)$$

Die spontane Neutronenerzeugung beginnt bei dem Radius R , bei dem aus (47)

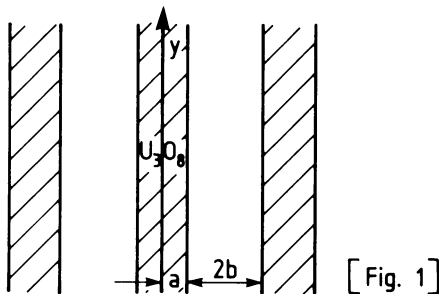
der Wert $b = 0$ folgt; dies ist der Fall für $R = 2,5l$. – Schon für $R = 0,5l$, also $R = 10$ cm, wäre eine Neutronenvermehrung um ca. 13% zu erwarten.

Im Ganzen kann man also damit rechnen, daß bei dem D_2O -Uran-Gemisch eine von Wasser umgebene Kugel von ca. 60 cm Radius (die ca. 1000 l D_2O und 1200 kg Uran enthält) schon eine spontane Energieerzeugung liefert; ihre stationäre Temperatur wäre etwa 800° Celsius.

Viel günstiger wäre natürlich Uran, bei dem das Isotop 235 angereichert ist. Für Anreicherung um 30% wird (für $\kappa = 1$) nach (22) und Tabelle 1 $l \sim 2$ cm. Kleine Kugeln von 8 cm Radius gäben also bereits |spontane Energieerzeugung. 18
Allerdings wird hier die Größe bereits nach unten durch die mittlere Reichweite für schnelle Neutronen begrenzt und es ist deshalb fraglich, ob Kugeln unter 20 cm Radius brauchbar wären.

5) Anordnungen, bei denen das Uran von der zur Neutronenverlangsamung dienenden Substanz getrennt ist

Es ist von *Hartek* darauf hingewiesen worden, daß durch geeignete geometrische Anordnung der Uranstücke in der verlangsamen Substanz ein günstigeres Ergebnis als in der Lösung erzielt werden kann. Um die sehr zahlreichen Möglichkeiten, die sich hier bieten, überschauen zu können, soll zunächst von der absoluten Größe der Apparatur abgesehen werden, d. h. wir wollen die Apparatur zunächst als beliebig groß annehmen und fragen, wie pro Volumeneinheit die stärkste Neutronenvermehrung erzielt werden kann. Unter dieser Voraussetzung besteht die günstigste Anordnung wahrscheinlich in einer Reihe von gleich dicken Uran- (oder U_3O_8)-Platten, die durch Platten der verlangsamen Substanz getrennt sind (Fig. 1). Die Platten seien in der y - und z -Richtung unendlich



[Fig. 1]

ausgedehnt. In der x -Richtung betrage die Dicke der Uranplatten $2a$, die der Zwischenräume $2b$. Da die Anordnung sich in der x -Richtung periodisch wiederholt, und in der $+x$ - und $-x$ -Richtung symmetrisch ist, muß auch die Lösung der Diffusionsgleichung periodisch und symmetrisch sein. Bezeichnen wir die auf die Uranverbindung bezogenen Größen mit dem Index U , so folgt aus

$$D \Delta \varrho + \nu \varrho = 0, \quad -\frac{\nu}{D} = \frac{1}{l^2}, \quad (48)$$

daß die Dichteverteilung in der mittleren Uranschicht durch

$$\varrho = \varrho_0 \cosh \frac{x}{l_U} \quad (49)$$

- 19 gegeben sein muß. Bei den Zwischengebieten, die mit einer die Neutronen verlangsamenden Substanz erfüllt sind, ist zu beachten, daß in ihnen vom Uran (oder einer anderen Neutronenquelle) her thermische Neutronen entstehen. Wir nennen n die pro sec und Volumeneinheit entstehenden thermischen Neutronen und nehmen an, daß n überall den gleichen Wert habe, was dann, wenn die Neutronen aus dem Uran stammen, in sehr guter Näherung erfüllt sein wird. In der Streusubstanz gilt dann die Diffusionsgleichung ($\nu < 0$!)

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = D \Delta \varrho + \nu \varrho + n . \quad (50)$$

Die stationäre Lösung, die auch die Symmetriebedingungen befriedigt, lautet in dem ersten Zwischenraum rechts von $x = 0$:

$$\varrho = \frac{n}{|\nu|} + \varrho_1 \cosh \frac{x-a-b}{l} . \quad (51)$$

Die auf die Streusubstanz bezogenen Größen bezeichnen wir mit dem Index s :

$$\frac{D_s}{\nu_s} = -l_s^2 ; \quad \varrho = \frac{n}{|\nu|} + \varrho_1 \cosh \frac{x-a-b}{l_s} . \quad (52)$$

An der Grenze müssen ϱ und $D \partial \varrho / \partial x$ stetig sein:

$$\varrho_0 \cosh \frac{a}{l_U} = \frac{n}{|\nu_s|} + \varrho_1 \cosh \frac{b}{l_s} \quad (53)$$

$$(D_U/l_U) \varrho_0 \sinh \frac{a}{l_U} = -\frac{D_s}{l_s} \varrho_1 \sinh \frac{b}{l_s} , \quad \text{also} \quad (54)$$

$$\varrho_1 = -\frac{D_U l_s}{D_s l_U} \frac{\sinh(a/l_U)}{\sinh(b/l_s)} \varrho_0 ; \quad \frac{n}{|\nu_s|} = \varrho_0 \left(\cosh \frac{a}{l_U} + \frac{D_U l_s}{D_s l_U} \sinh \frac{a}{l_U} \coth \frac{b}{l_s} \right) \quad (55)$$

Die Anzahl der pro cm^2 im Uran zwischen 0 und a absorbierten Neutronen ist

$$\int_0^a \varrho |\nu_U| dx = \varrho_0 |\nu_U| l_U \sinh \left(\frac{a}{l_U} \right) . \quad (56)$$

Für jedes absorbierte Neutron entstehen X Spaltungsneutronen, von denen wieder $X(1-w)$ ins thermische Gebiet gelangen. Wenn ϱ_0 gegeben ist, so entstehen also in einem Gebiet der Grundfläche 1 cm^2 und der Höhe $a+b$ im Ganzen

$$\varrho_0 |v_0| l_U \sinh \frac{a}{l_U} (1-w) x - \varrho_0 |v_s| b \left(\cosh \frac{a}{l_U} + \frac{D_U l_s}{D_s l_U} \sinh \frac{a}{l_U} \coth \frac{b}{l_s} \right) \quad (57)$$

Neutronen. Wir erhalten also die mittlere relative Neutronenvermehrung \bar{v} , wenn wir diesen Ausdruck durch

$$\int_0^{a+b} \varrho dx = \varrho_0 l_U \sinh \frac{a}{l_U} + \varrho_0 b \left(\cosh \frac{a}{l_U} + \frac{D_U l_s}{D_s l_U} \sinh \frac{a}{l_U} \coth \frac{b}{l_s} \right) - \varrho_0 l_s \frac{D_U l_s}{D_s l_U} \sinh \frac{a}{l_U} \quad (58)$$

teilen. Benützt man noch die Beziehungen $v_s = -D_s/l_s^2$; $v_U = -D_U/l_U^2$ und setzt man $a/l_U = \xi$, $b/l_s = \eta$, so erhält man

$$\bar{v} = |v_s| \frac{(1-w)X - \eta [\coth \eta + (D_s l_U / D_U l_s) \coth \xi]}{v_s / v_U + \eta [\coth \eta + (D_s l_U / D_U l_s) \coth \xi] - 1} \quad (59)$$

Dabei hängt noch w von ξ und η ab. Um diese Abhängigkeit zu berechnen, müssen wir zunächst den Mittelwert der Äquivalenzbreite der Resonanzlinie bei gegebener Plattendicke berechnen. Die einfallenden Neutronen sind nach dem Cosinusetz in der Richtung verteilt; die Äquivalenzbreite variiert mit der Wurzel aus der durchlaufenen Strecke. Wir erhalten also als mittlere Äquivalenzbreite der Resonanzstelle E_k nach (15)

$$\overline{\Delta E} = \Gamma_k \sqrt{\pi \sigma_k N_U} \frac{\int_0^1 d\xi \xi \sqrt{2a/\xi}}{\int_0^1 d\xi \xi} = \frac{4}{3} \Gamma_k \sqrt{2\pi a \sigma_k N_U} \quad (60)$$

Für das Verhältnis n_{eo}/n_e (vgl. Gl. (17)) gilt

$$n_{eo}/n_e = \frac{\lambda_{25}^s}{4b} = \lambda_{25}^s / (4l_s \eta) \quad (61)$$

Schließlich ergibt sich für w (für U_3O_8)

$$w = \frac{4}{3} \frac{3,5 \Gamma_1}{E_1 (-\lg \delta)} \sqrt{2\pi a \sigma_1 N_U} \frac{\lambda_{25}^s}{4l_s \eta} \kappa = \frac{0,195}{-\lg \delta} \frac{\lambda_{25}^s}{l_s} \frac{\sqrt{\xi}}{\eta} \kappa \quad (62)$$

Setzt man die Zahlenwerte für H_2O als Streusubstanz aus Tabelle 3 ein, so erhält man für \bar{v} bei den günstigsten Werten für ξ und η die folgenden Ergebnisse, die wir, um den Vergleich mit Tabelle 1 zu erleichtern, auch auf die Anzahl pro cm^3 N_H der H-Atome in Wasser beziehen:

Tabelle 6

κ	= 0,5	1	1,5	2
$\bar{v}/v N_H \cdot 10^{-24}$	= -0,026	-0,047	-0,056	-0,054

Es tritt also wieder stets Neutronenverminderung ein, jedoch ist die Verminderung erheblich geringer als bei der günstigsten Lösung von Uran in Wasser. Trotzdem bestätigt sich das Ergebnis von Gl. (25), daß die Energieerzeugung aus der Uranspaltung unmöglich ist, wenn Wasser zur Verlangsamung der Neutronen benützt wird.

- 21 Ein positiver Wert von \bar{v} ergibt sich erst, wenn andere Substan|zen zur Verlangsamung der Neutronen benützt werden. Für schweres Wasser erhält man, wenn man die Angaben der Tabelle 3 in (59) und (62) einsetzt, für $\kappa = 1$

$$\bar{v} = v N_D \cdot 10^{-24} \cdot 0,045 \quad (63)$$

als günstigsten Wert, der für $\xi = 0,5$, $\eta = 0,17$ erreicht wird. Dieser Wert ist wieder erheblich günstiger als der entsprechende Wert in Tabelle 4. Die entsprechende charakteristische Länge l wird – wenn man die Verschiedenheit der Diffusion parallel zu den Platten und senkrecht zu den Platten vernachlässigt – etwa 17 cm, verglichen mit 21 cm bei der Uran-D₂O-Lösung. Die günstigsten Plattendicken betragen hierbei etwa 4 cm für die U₃O₈-Platte und 11,5 cm für die Zwischenräume, die mit D₂O gefüllt sind.

Bei der Berechnung der absoluten Größe der Apparatur im Anschluß an [Abschn.] 4a und b ist noch zu beachten, daß gewisse Neutronenmengen dadurch verlorengehen, daß von den am Rand liegenden Uransichten die Spaltungsneutronen teilweise die Apparatur verlassen, bevor sie thermische Geschwindigkeiten erreicht haben. Berücksichtigt man diesen Effekt, so kann man abschätzen, daß jedenfalls bei einer Apparaturgröße von (1,2 m)³ schon Energieerzeugung eintreten müßte. Durch noch zweckmäßigere geometrische Anordnung der Uranplatten ließe sich das Volumen vielleicht noch um einen Faktor 2 oder 3 reduzieren.

Auch reine Kohle ist zur Verlangsamung der Neutronen geeignet. Setzt man in (59) die Werte der Tabelle 3 von C ein, so findet man den günstigsten Wert von $\bar{v}(\kappa = 1)$ etwa bei $\xi = 1/2$, $\eta = 1/5$

$$\bar{v} = 2,3 |v_s| . \quad (64)$$

Die charakteristische Länge wird $l = 55$ cm. Die günstigste Dicke der Uranplatten wird etwa 4 cm, ihr günstigster Abstand 33 cm. Dementsprechend muß auch die absolute Größe der Apparatur erheblich gesteigert werden. Man schätzt nach (38) ab, daß etwa bei einer Größe von (3 m)³ die Energieerzeugung eintreten müßte. Man braucht zu dieser Apparatur also etwa 30 t reine Kohle und 25 t

- 22 Uranoxyd. Schließlich | könnte die absolute Größe dadurch erheblich verringert werden, daß man sowohl D₂O wie C in folgender Weise verwendet: Die U₃O₈-Platten werden auf beiden Seiten mit einer etwa 5 cm dicken Schicht von D₂O bedeckt. Dies hätte eine Verringerung von w auf etwa den dritten Teil zur Folge, da die aus der Kohle stammenden Neutronen erst die D₂O-Schicht passieren müssen, bevor sie im Uran eingefangen werden. Die mit Kohle zu füllenden Zwischenräume könnten entsprechend etwa auf den dritten Teil verkleinert, die Uransichten etwas vergrößert werden, die ganze Apparatur würde also etwa auf (1,2 m)³ reduziert werden können. Sie würde dann etwa 2 bis 3 t U₃O₈, 600 l schweres Wasser und 1 t Kohle enthalten. Auch diese Zahlen können eventuell durch gün-

stigere geometrische Anordnung noch etwa um einen Faktor 2 verkleinert werden.

Bei der Verwendung von Kohle ist noch folgendes zu beachten: Wenn die Spaltungsneutronen häufig hohe Energie besitzen, so können sie die Reaktion (n, α) (und eventuell (n, p)) in C auslösen. Die dazu nötigen Energien sind 5,4 MeV (und 13 MeV). Dies würde eine zusätzliche Absorption bedingen, die die Energieerzeugung unmöglich machen kann. Wenn also die Spaltungsneutronen im Mittel eine hohe Energie besitzen, so *muß* man das U_3O_8 mit nicht zu dünnen Schichten D_2O umgeben. Aus dem genannten Grunde würden sich auch andere leichte Elemente, wie Li, Be und B nicht zur Neutronenverlangsamung eignen, da in ihnen schon durch ziemlich langsame Neutronen Kernreaktionen (n, α) ausgelöst werden können, die die Neutronen absorbieren.

6) Die Wirkungsweise der Uranmaschine

Wie in Abschn. 4a auseinandergesetzt wurde, müßte eine Uranmaschine der hier besprochenen Art sich automatisch auf einer durch die Größe der Apparatur bedingten höheren Temperatur halten; sie würde jeweils so viel Energie durch Spaltungsprozesse liefern, wie ihr von außen entzogen wird. Dies geht so lange, bis die ursprüngliche Uranmenge erheblich verringert ist oder bis die Verunreinigung durch die Spaltungsprodukte die Absorption so stark erhöht hat, daß die Temperatur sinkt. Die Verunreinigung wird früher eintreten als der Verbrauch des Urans. Diese Grenze soll berechnet werden: Wir nehmen etwa einen mittleren Wirkungsquerschnitt für Eingang der Spaltungsprodukte zu $50 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ an. Betrachten wir nun eine Uranmaschine, die aus 1 cbm $D_2O + U_3O_8$ besteht, so wird die Absorption vergleichbar mit der Neutronenerzeugung, wenn sich auf je 1000 D-Atome ein Atom der Spaltprodukte in der Lösung findet; wenn also im Ganzen $0,7 \cdot 10^{26}$ Atome der Spaltprodukte gebildet sind. Bis zu dieser Zeit sind

$$\begin{aligned} 0,35 \cdot 10^{26} \cdot 190 \cdot 10^6 \text{ eV} &= 0,35 \cdot 10^{26} \cdot 190 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ erg} \\ &= 1,05 \cdot 10^{22} \text{ erg} = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ cal} \end{aligned}$$

freigeworden, da bei jedem Spaltungsprozeß etwa 190 MeV Energie freiwerden. Die Temperatur der Maschine würde also erst dann anfangen zu sinken, wenn man ihr Energiemengen der Ordnung 10^{13} cal entzogen hat; 10^{13} cal sind etwa der zehnte Teil der Jahresleistung eines großen Kraftwerks.

Mit der Energieerzeugung würde eine außerordentlich intensive Neutronenstrahlung und γ -Strahlung Hand in Hand gehen. Bei jedem Spaltprozeß werden etwa $7 \cdot 10^{-12} \text{ cal}$ frei. Für jede Kalorie, die der Maschine entzogen wird, werden daher $0,5 \cdot 10^{12}$ Neutronen und etwa ebenso viele γ -Quanten emittiert. Bei einer Leistung von nur 10 kW würden pro sec 10^{15} Neutronen und γ -Quanten ausgesandt; dies entspricht der γ -Strahlungsintensität von 10 kg Ra oder der Neutronenintensität einer Ra-Be-Quelle, die 10^5 kg Ra enthält. Die Strahlungsleistung wäre also etwa das 10^5 -fache der Leistung eines großen Zyklotrons. Selbst wenn von dieser Strahlungsintensität ein erheblicher Teil im Inneren der Maschine absorbiert wird, so würde der Betrieb der Maschine doch offenbar ganz umfang-

- 24 reiche Strahlungsschutzmaßnahmen notwendig machen. Dies gilt insbesondere beim „Einschalten“ der Maschine, d. h. beim Zusammenfügen der einzelnen Teile. In dem Moment, in dem die Temperatur auf den stationären Wert, z. B. 100°C steigt, werden in diesem Beispiel 10^8 cal zur Erwärmung der Maschine verbraucht, also $5 \cdot 10^{19}$ Neutronen und γ -Quanten freigesetzt. Dies entspricht der gesamten γ -Strahlung von 1 kg Ra im Lauf eines Tages.

Zusammenfassung

Die von *Hahn* und *Straßmann* entdeckten Spaltungsprozesse an Uran können nach den bisher vorliegenden Daten auch zur Energieerzeugung im Großen verwendet werden. Die sicherste Methode zur Herstellung einer hierzu geeigneten Maschine besteht in der Anreicherung des Isotops U_{92}^{235} . Je weiter die Anreicherung getrieben wird, desto kleiner kann die Maschine gebaut werden. Die Anreicherung von U_{92}^{235} ist die einzige Methode, mit der das Volumen der Maschine klein gegen 1 cbm gemacht werden kann. Sie ist ferner die einzige Methode, um Explosivstoffe herzustellen, die die Explosivkraft der bisher stärksten Explosivstoffe um mehrere Zehnerpotenzen übertreffen. Zur Energieerzeugung kann man aber auch das normale Uran ohne Anreicherung von U_{92}^{235} benützen, wenn man Uran mit einer anderen Substanz verbindet, die die Neutronen von Uran verlangsamt, ohne sie zu absorbieren. Wasser eignet sich hierzu nicht. Dagegen erfüllen nach den bisher vorliegenden Daten schweres Wasser und ganz reine Kohle diesen Zweck. Geringe Verunreinigungen können die Energieerzeugung stets unmöglich machen. Die günstigste Anordnung der Maschine besteht nach den bisher vorliegenden Resultaten aus U_3O_8 -Schichten von etwa 4 cm Dicke, die auf beiden Seiten mit D_2O -Schichten von etwa 5 cm Dicke bedeckt sind. Der Zwischenraum zwischen den verschiedenen Dreifachschichten dieser Art soll etwa 10–20 cm betragen und mit reiner Kohle gefüllt sein; auch wird die ganze Maschine zweckmäßig mit reiner Kohle umgeben. Die Mindestfläche der Schichten ist etwa 1 m^2 . Eine Maschine dieser Art würde durch die Spaltprozesse dauernd auf einer konstanten Temperatur gehalten, deren Höhe von der Größe der Apparatur abhängt. Die absolute Temperatur wächst mit der vierten Potenz des Durchmessers der Apparatur. Die Maschine wäre gleichzeitig eine außerordentlich intensive Neutronen und γ -Strahlungsquelle. – Zur Kontrolle dieser Ergebnisse wäre eine Nachprüfung der Tabellen 2 und 3 von größt[er] Wichtigkeit.