

# Forelesning nr.6 INF 1411

## Elektroniske systemer

Anvendelser av RC-krester  
Spoler og RL-kretser

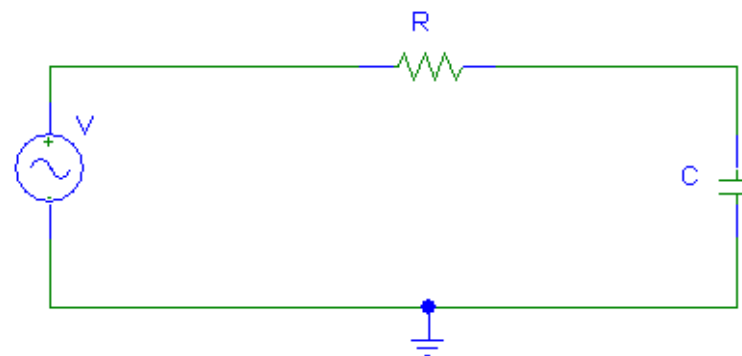


## Dagens temaer

- Regneeksempel på RC-krets
- Bruk av RC-kretser
- Sinusrespons til RL-kretser
  - Impedans og fasevinkel til serielle RL-kretser
  - Analyse av serielle RL-kretser
  - Praktiske anvendelser av spoler
- Temaene hentes fra Kapittel 10.8, 11.1-11.6, 12.1-12.6

## Eksempler

1. Finn den kapasitive reaktansen til en kondensator med  $C_1 = 2,65\mu\text{F}$  og for  $f_1 = 60\text{Hz}$  og deretter for  $f_2 = 60\text{kHz}$
2. Hvor mange Farad må en kondensator  $C_2$  være på hvis den for frekvensen  $f_2 = 60\text{kHz}$  skal ha samme reaktans som  $C_1$  ved  $f_1 = 60\text{Hz}$ ?
3. Hva er forskjellen i arealet til platene i  $C_1$  sammenlignet med  $C_2$ ?
4. Hvor stor er forskjellen i utstrekning hvis vi tenker oss kvadratiske kondensatorer?
5. Hvis  $C_1$  og  $C_2$  har samme areal, hvor stor må forskjellen i avstanden mellom platene være?
6. Gitt den serielle RC-kretsen til høyre
  1. Finn den totale impedansen når  $R = 47\Omega$ ,  $V = 10\text{volt}$ ,  $C = 10\mu\text{F}$  og  $f = 2\text{kHz}$
  2. Finn fasedreiningen mellom kilden  $V$  og spenningen  $V_R$  over  $R$
  3. Finn fasedreiningen mellom kilden  $V$  og spenningen  $V_C$  over  $C$
  4. Finn fasedreiningen mellom  $I$  og  $V_R$ , mellom  $I$  og  $V_C$  og mellom  $I$  og  $V$



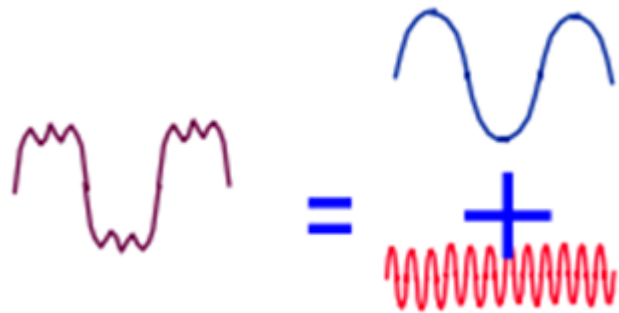
## RC-anvendelser

- RC-kretser finner man i mange både analoge og digitale systemer, bla i trådløse nett
- Parasitteffekter i ledere beskrives bla med RC-ledd
- Skal se på to eksempler:
  - Filtre
  - AC-koblinger



# Generelle ac-signaler og sinussignaler

- Ethvert signal kan skrives som en sum av sinussignaler



Harmonisk frekvens

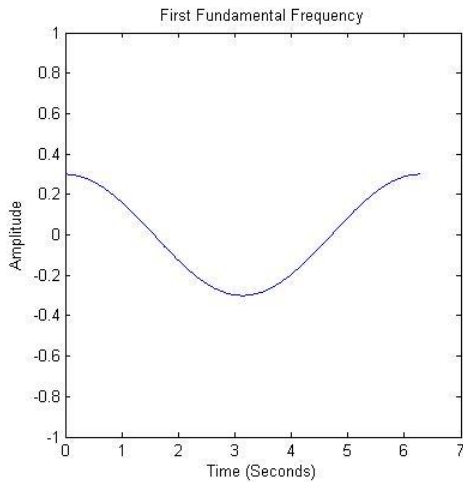
- Fourier-serien* beskriver hvordan et periodisk signal  $g(t)$  kan skrives som en sum av sinus- og cosinus-funksjoner
- Fouriertransform* benyttes hvis  $g(t)$  ikke er et periodisk signal

$$g(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

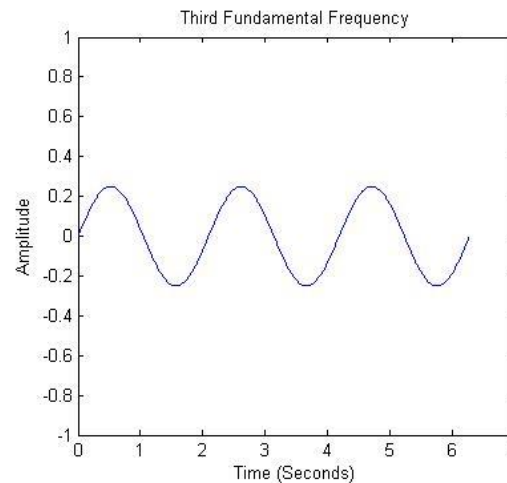
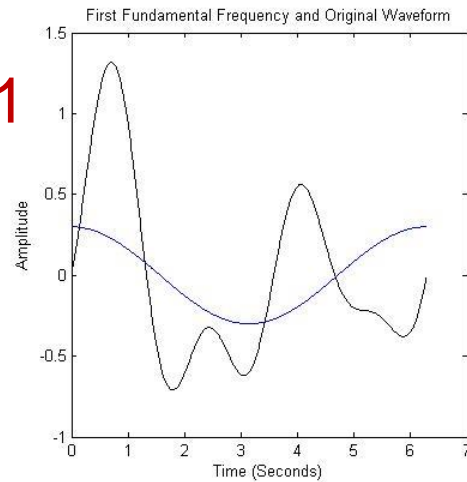
$$= \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right)$$

# Generelle ac-signaler og sinussignaler

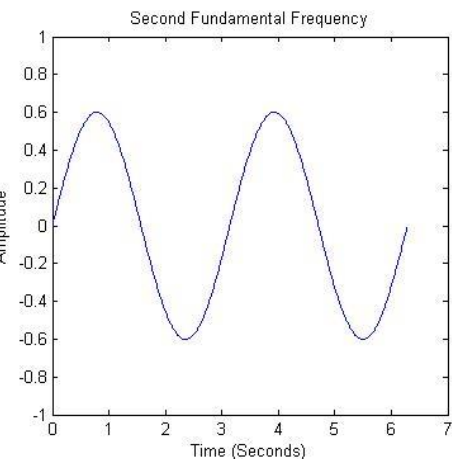
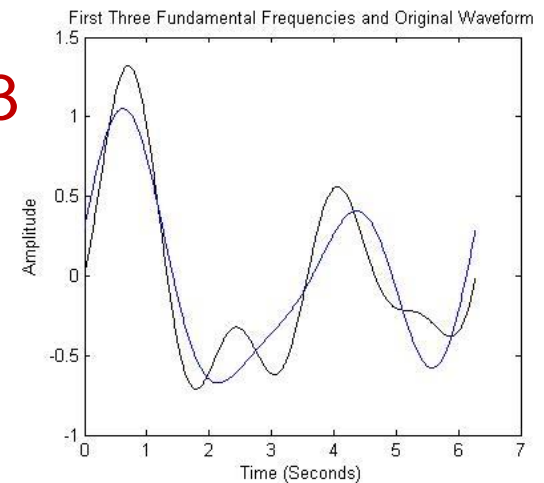
- Eksempel: Signal som sum av de 4 grunnfrekvensene harmoniske



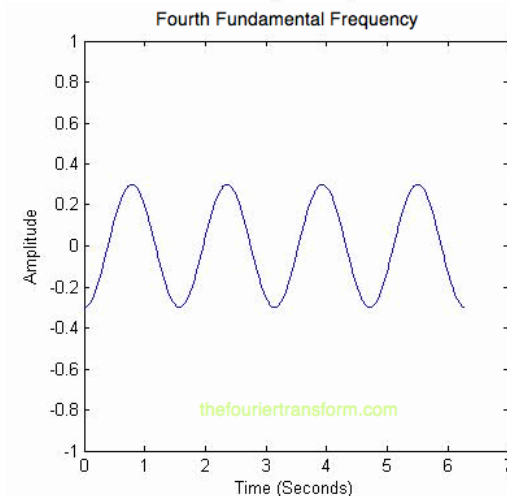
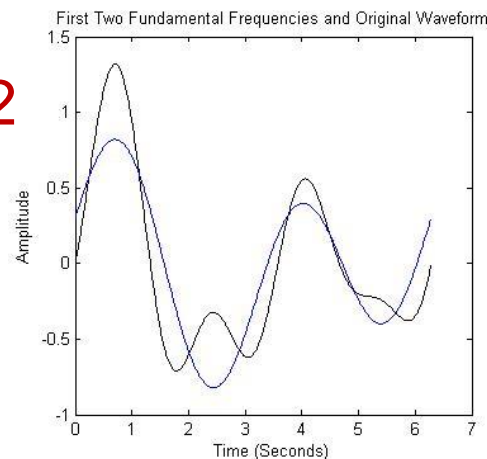
1



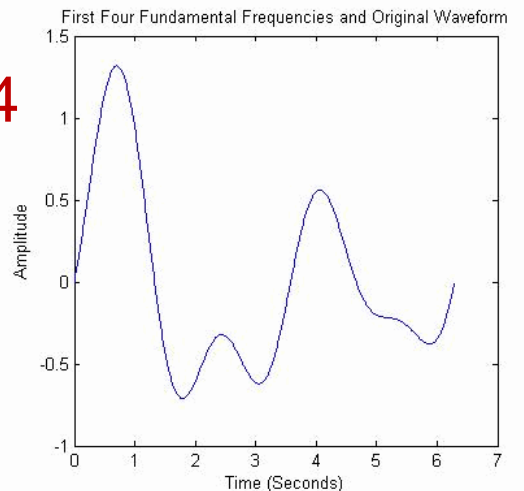
3



2

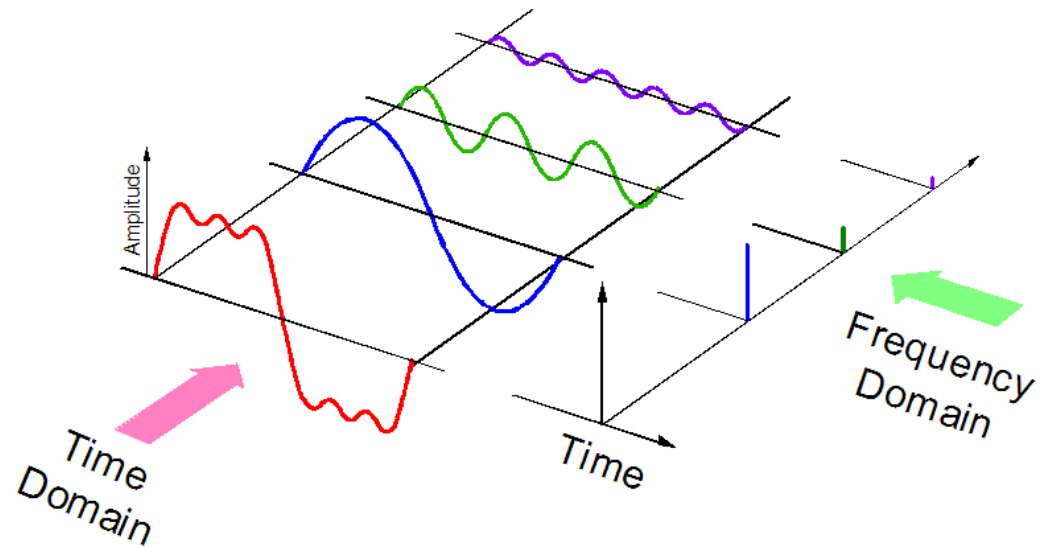


4



# Frekvens vs tid

- AC-signaler har tre «dimensjoner»:
  - Amplitude
  - Tid
  - Frekvens





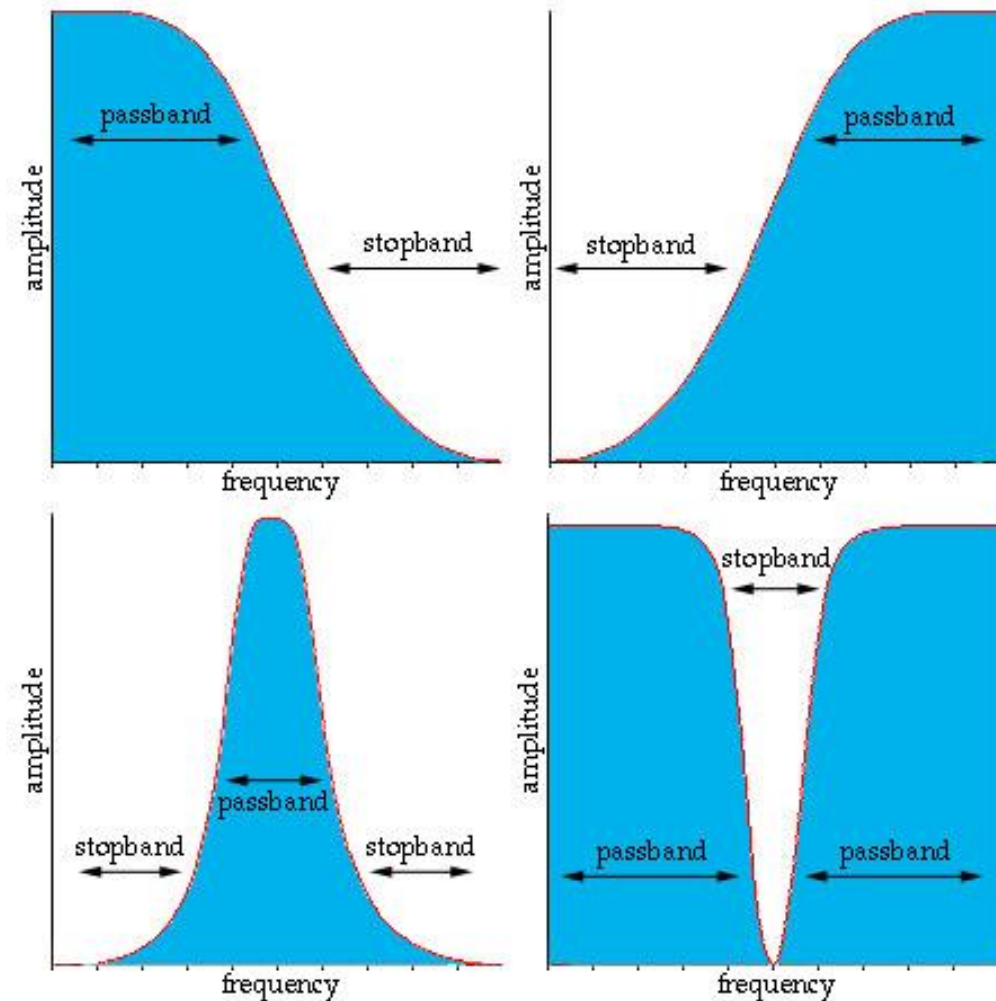
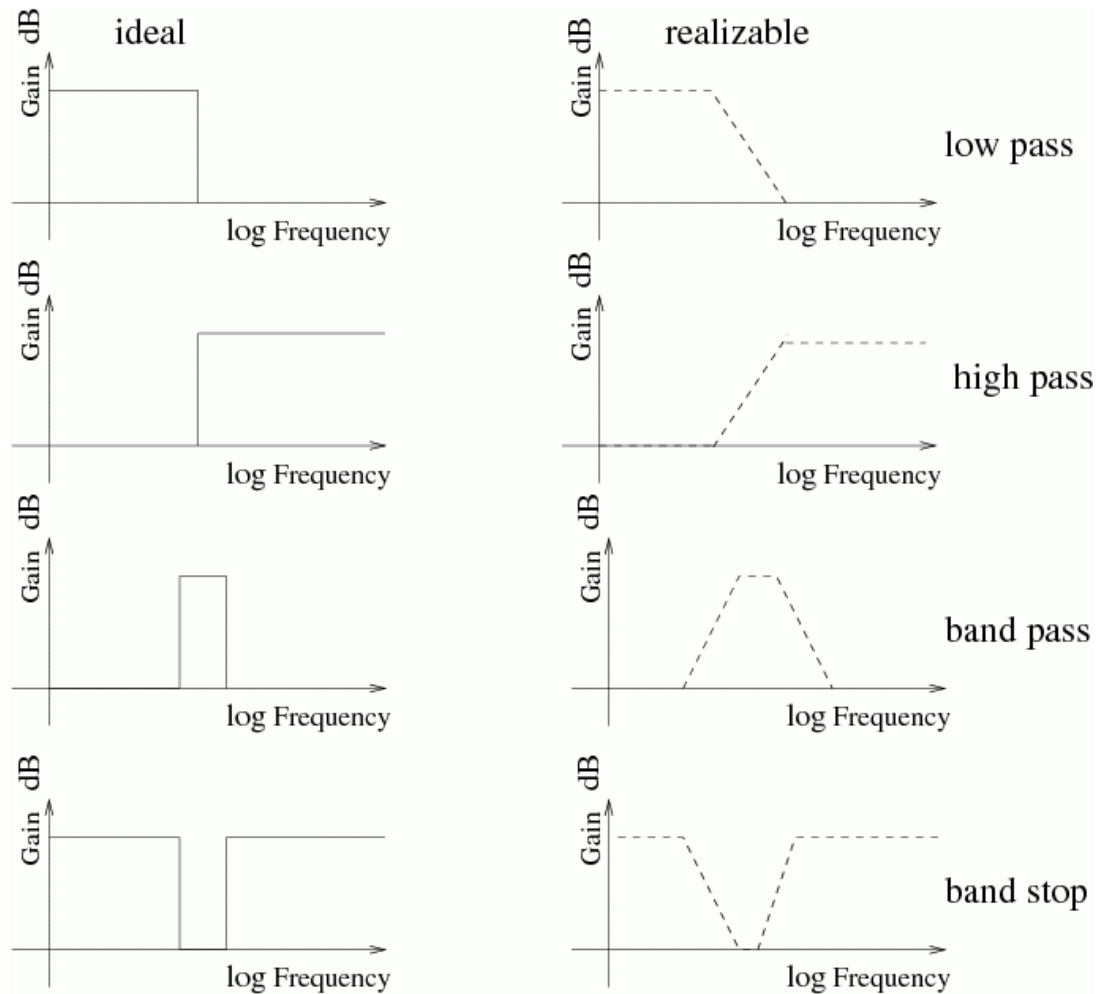
# Filtre

- Filtre fjerner signaler med bestemt frekvenser:
  - *Høypassfiltre* stopper lave frekvenser og slipper gjennom høye
  - *Lavpassfiltre* slipper gjennom lave frekvenser og stopper høye
  - *Båndpassfiltre* slipper igjennom frekvenser i et bestemt område og stopper frekvenser utenfor dette området
  - *Båndstoppfiltre* stopper frekvenser innenfor et bestemt område og slipper gjennom frekvenser utenfor dette området



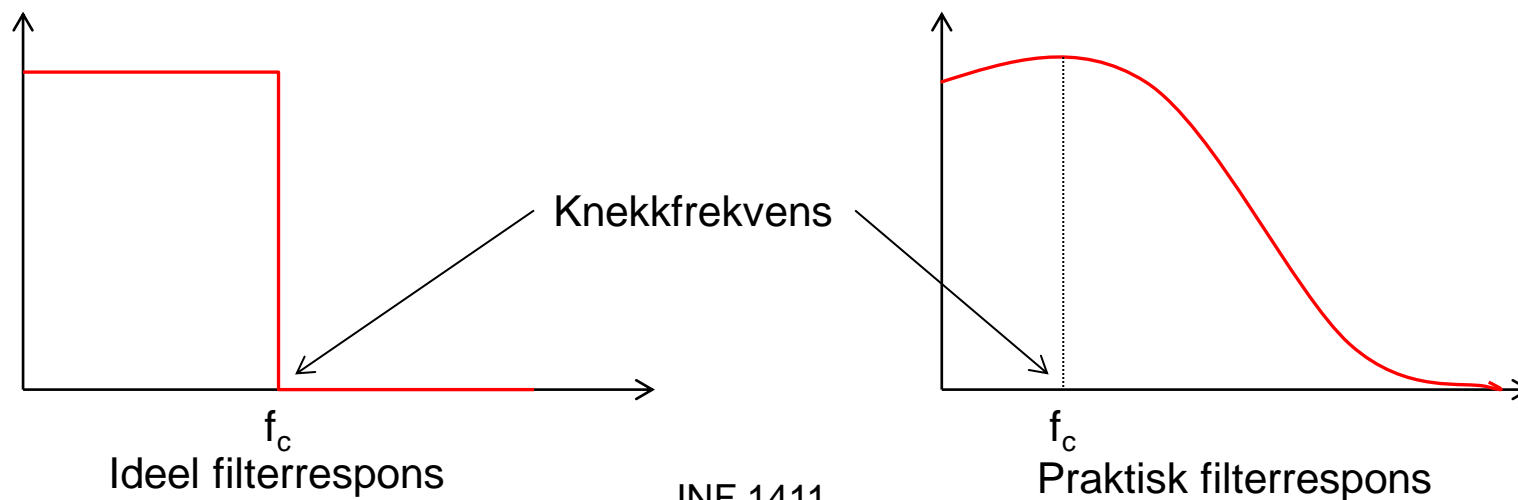


# Filterkarakteristikker



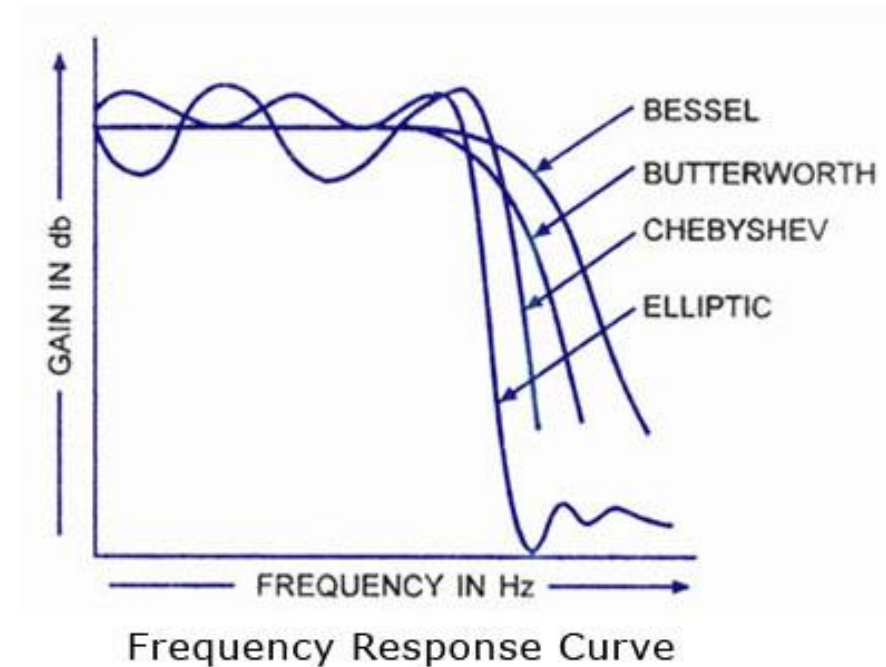
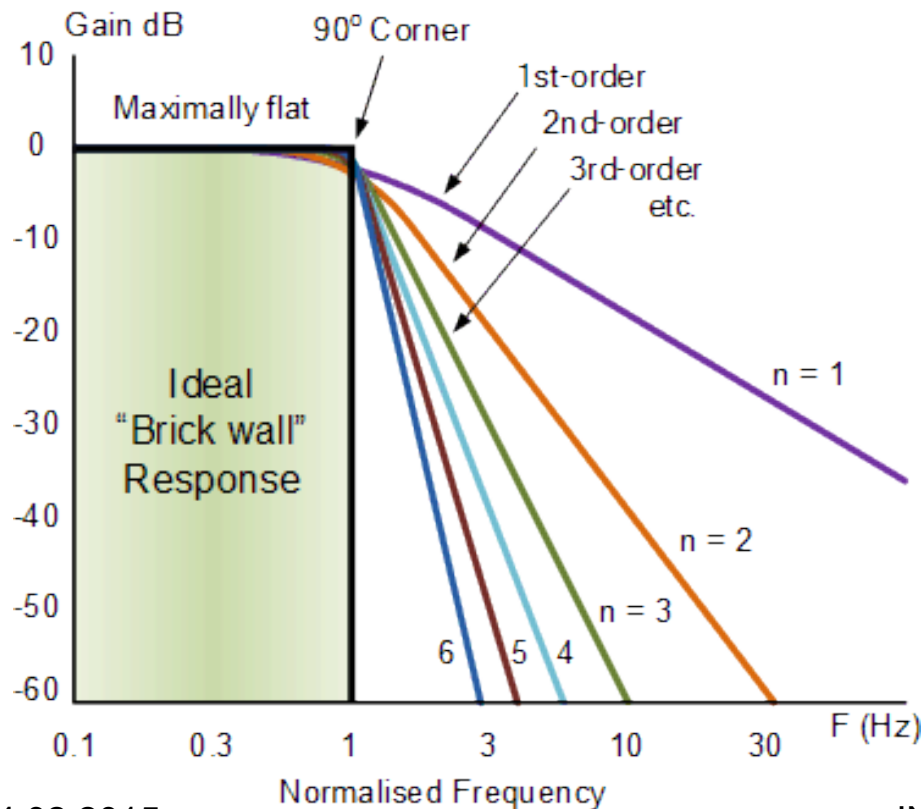
# Knekkfrekvens

- Knekkfrekvensen («cutoff») er frekvensen hvor filteret begynner å slippe igjennom eller stoppe signaler
- Ideelle filtre slipper gjennom signaler i passområdet *uten dempning*, og *stopper fullstendig* signaler utenfor
- I praksis dempes signaler i passområdet, og stoppes ikke helt i stoppområdet



# Ulike filtre og filterkarakteristikker

- Filtre finnes i mange typer med ulike navn
  - Filterets orden angir hvor raskt filteret demper

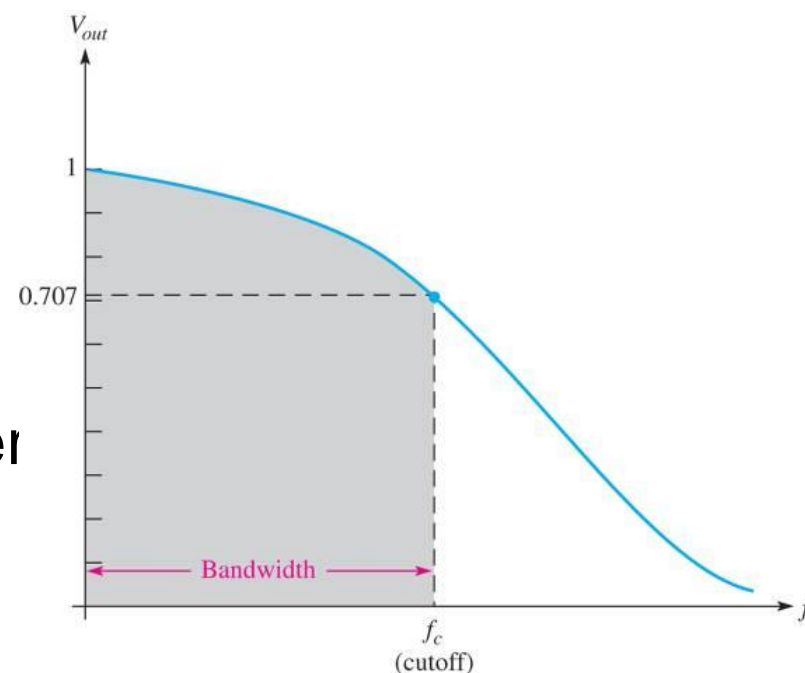


# Knekkfrekvens og båndbredde

- Knekkfrekvensen til et RC-filter er den frekvensen hvor resistiv og kapazitiv reaktans er like store:

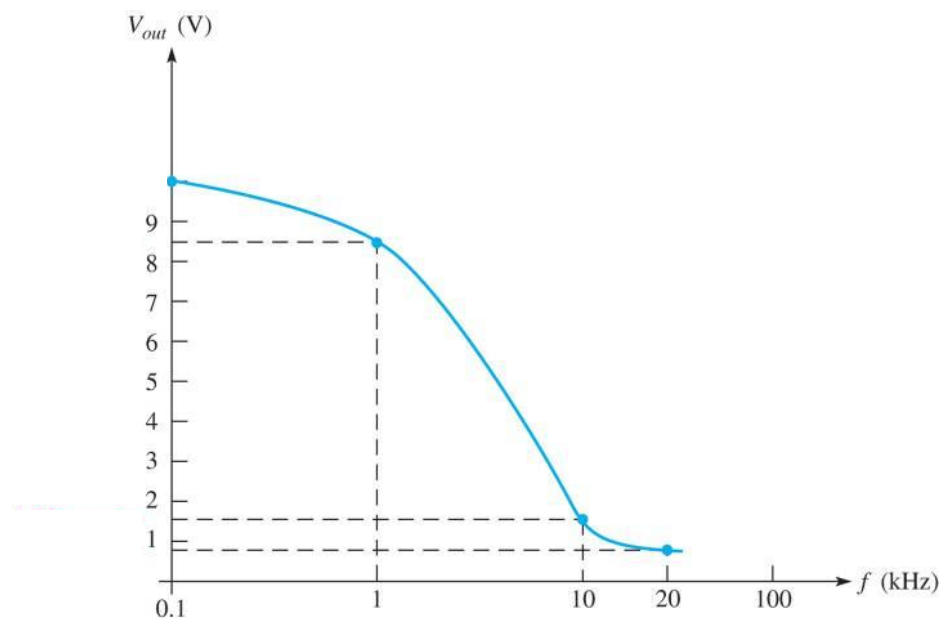
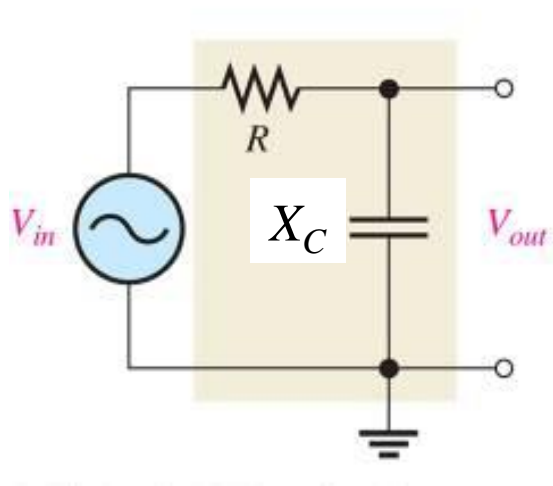
$$R = \frac{1}{2\pi f_c C} \Leftrightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

- Ved knekkfrekvensen er dempningen 3dB og  $V_{out} = \frac{V_{in}}{\sqrt{2}}$
- Båndbredden er området av frekvenser igjennom filteret



# Lavpassfilter med RC-ledd

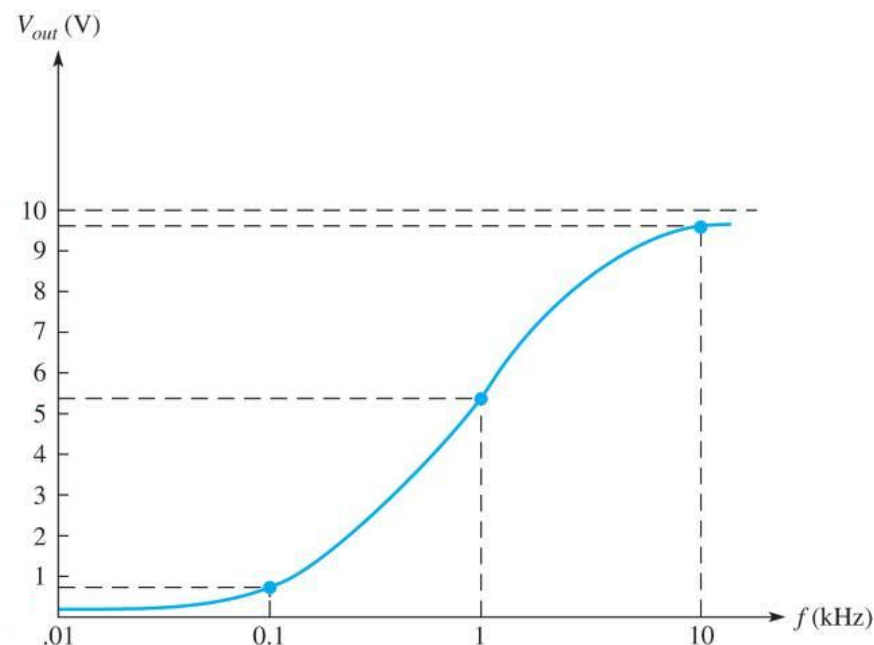
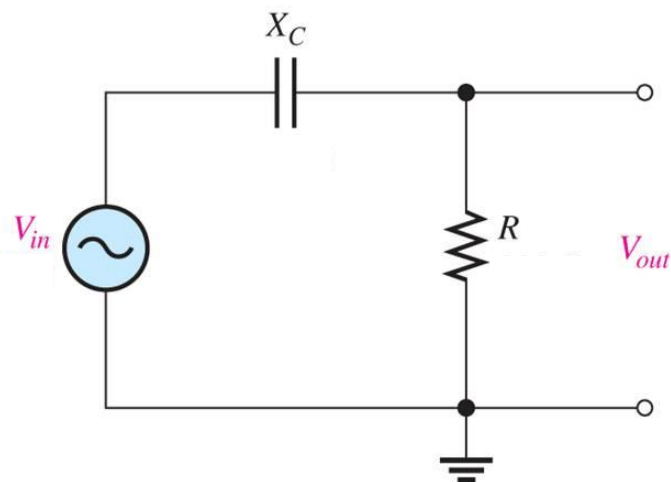
- RC «lag»-kretsen kan også benyttes som et lavpassfilter



Merk den logaritmiske skalaen på den horisontale aksen

# Høypasspassfilter med RC-ledd

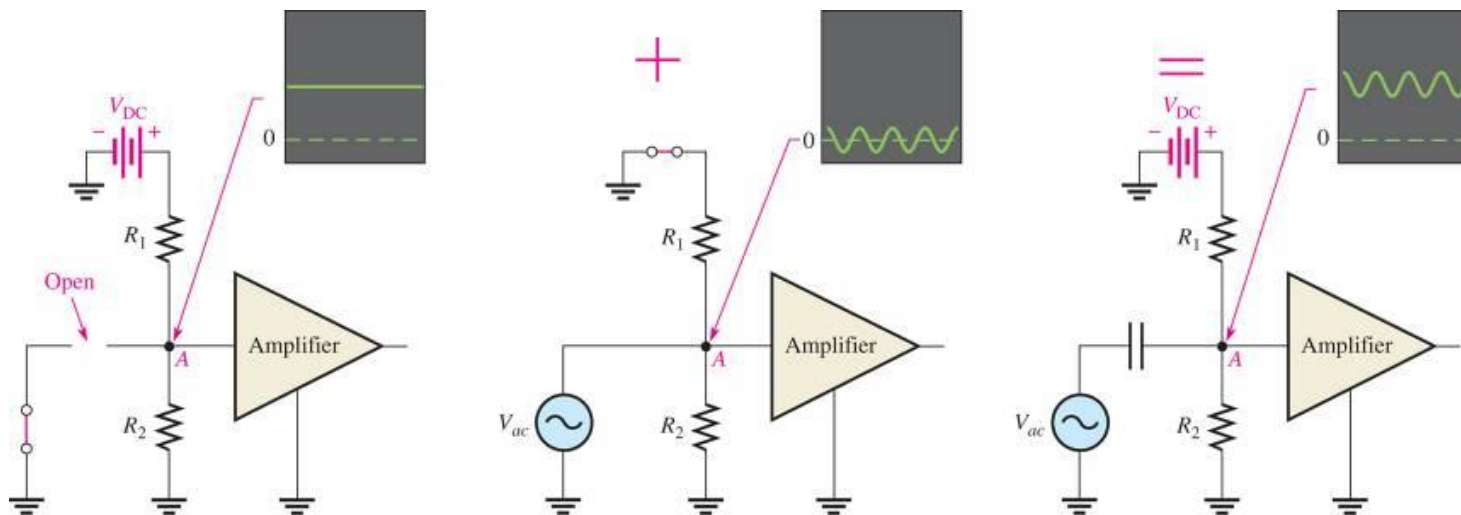
- RC «lead»-kretsen kan også benyttes som et høypassfilter



Merk den logaritmiske skalaen på den horisontale aksen

## AC-kopling med DC-bias

- I noen kretser må man isolere et AC (input)signal fra resten av kretsen, og samtidig legge til et DC-offset



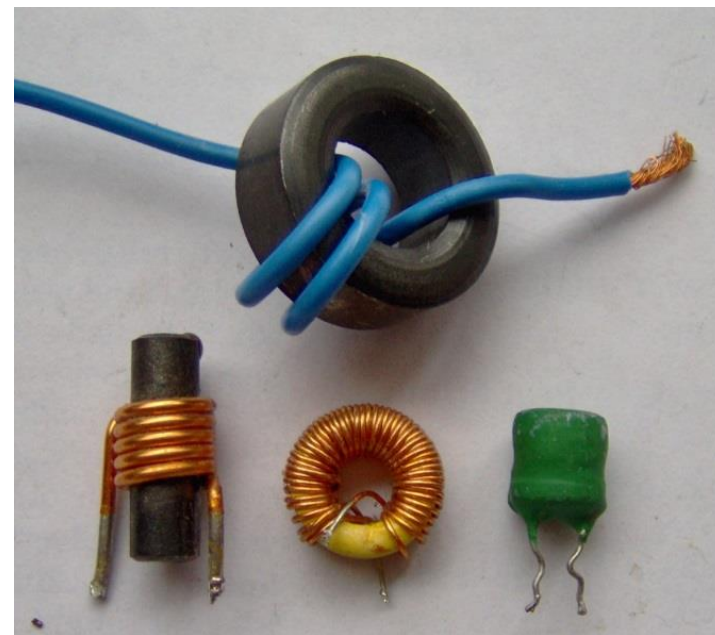
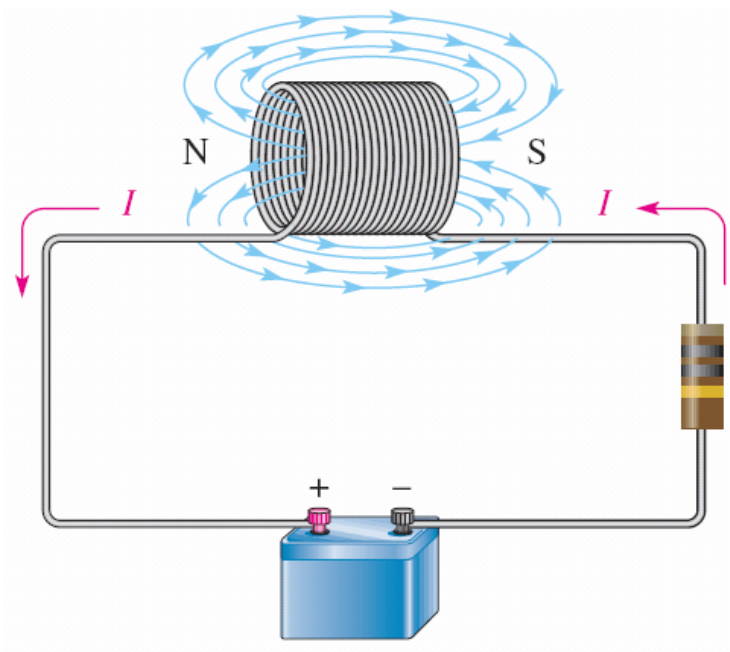


## Spørsmål

- Hva er faseforskyvning?
- Hvilke to deler består impedansen til en RC-krets av?
- Hva er faseforskyvningen mellom spenningen over og strømmen gjennom en kondensator?
- Hvor stor er faseforskyvingen mellom kondensatorspenningen og kildespenningen i en RC-krets?
- Hva er uttrykket for reaktansen til en ideel kondensator?
- Hva er uttrykket for reaktansen til en praktisk kondensator?
- Hva er båndbredden til et filter?
- Hva er knekkfrekvensen til et filter?

# Induktorer

- En induktor (spole) består av en isolert elektrisk leder surret rundt en metallkjerne eller et ikke-magnetisk materiale



- Hver vinding rundt kjernen gir en magnetisk feltlinje; jo flere vindinger desto flere feltlinjer og sterkere magnetfelt

## Induktorer (forts)

- Magnetfeltet lager (induserer) en elektrisk spenning som motarbeider *endringer* i strømmer gjennom spolen
- Styrken på magnetfeltet er direkte proporsjonal med endringen i strømmen gjennom spolen
- Den induserte spenningen er proporsjonal med *endringen* i strømmen

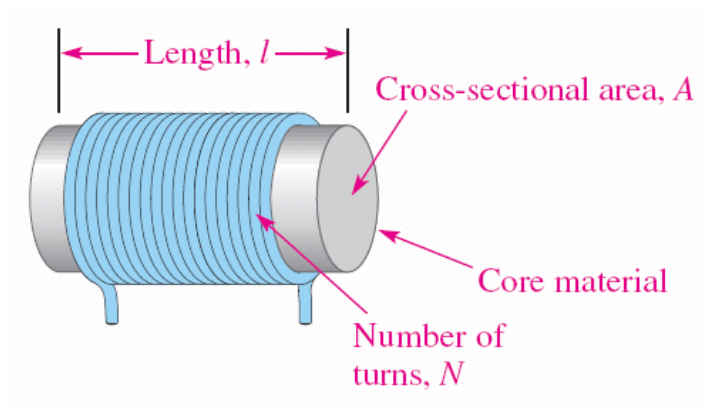
$$v = L \frac{di}{dt}$$

- Ved likespenning vil en spole ha null induktiv impedans, mens den øker med økende frekvens

## Induktorer (forts)

- L (måles i *Henry*) kalles for *induktans* og uttrykker spolens evne til å indusere spenning strømmen gjennom spolen endrer seg
- Merk likheten mellom L og C, og forskjellen til R

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

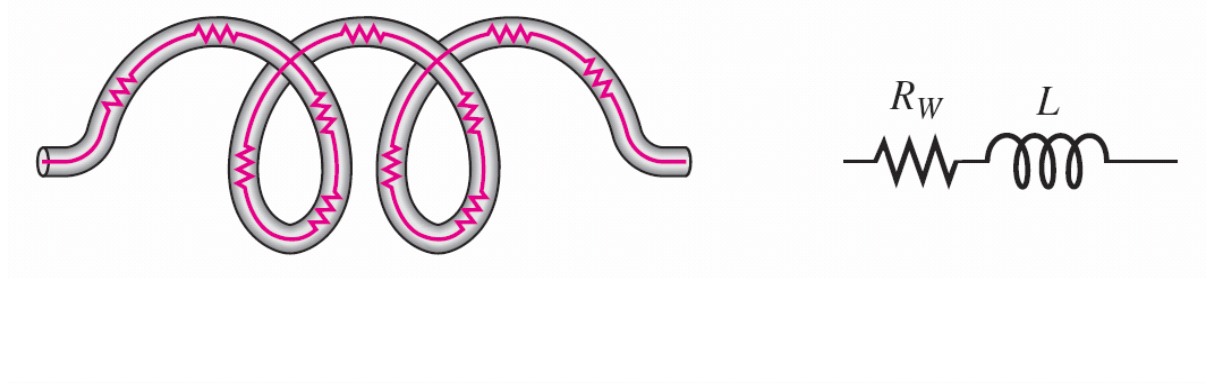


## Induktorer (forts)

- Motstanden mot strøm kalles for *induktiv reaktans* og er gitt av

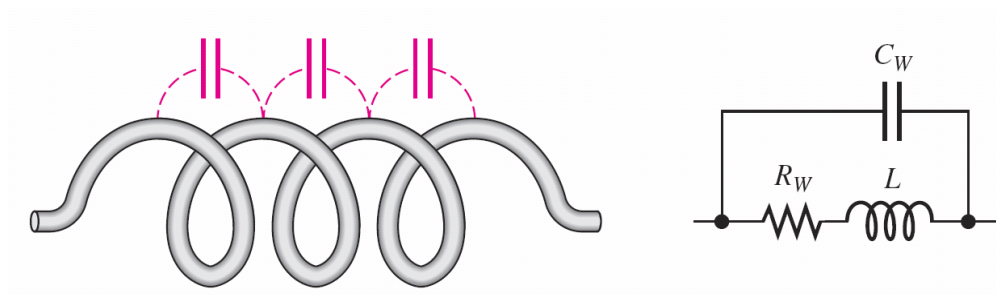
$$X_L = 2\pi fL$$

- Spoler har i tillegg resistans som kalles viklingsresistans  $R_w$  og skyldes at lederen har ohmsk motstand



## Induktorer (forts)

- Spoler har i tillegg parasittkapasitans

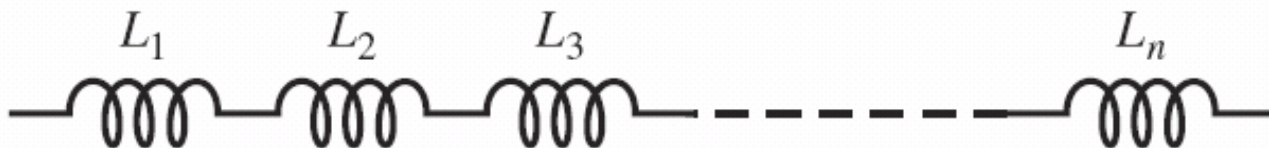


- Grunnet parasittkapasitans og -resistans, og fysisk størrelse, er spoler mindre brukt enn kondensatorer

## Spoler i serie

- Hvis man kobler spoler i serie får man en total induktans som er lik summen av de individuelle induktansene

$$L_T = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$$

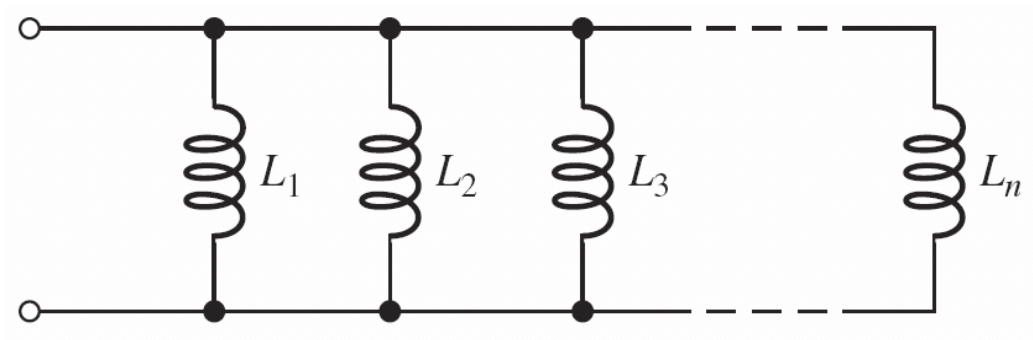




## Spoler i parallell

- Hvis man kobler spoler i parallell får man en total induktans som er mindre enn den minste av de individuelle induktansene

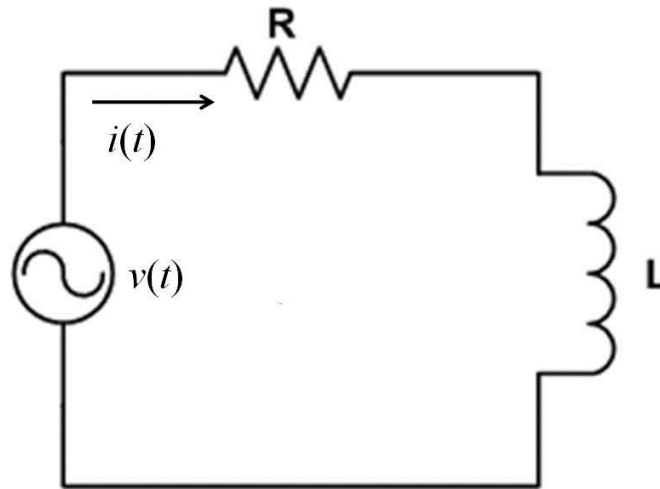
$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$



## Tidskonstant i RL-kretser

- RL-tidskonstanten er forholdet mellom induktansen og resistansen, dvs

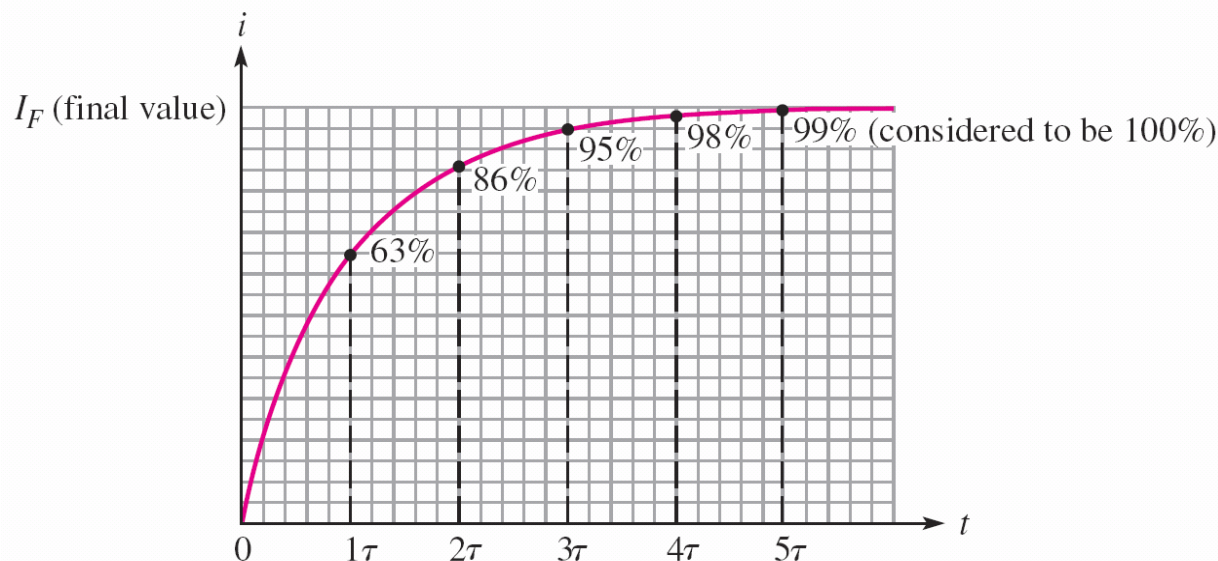
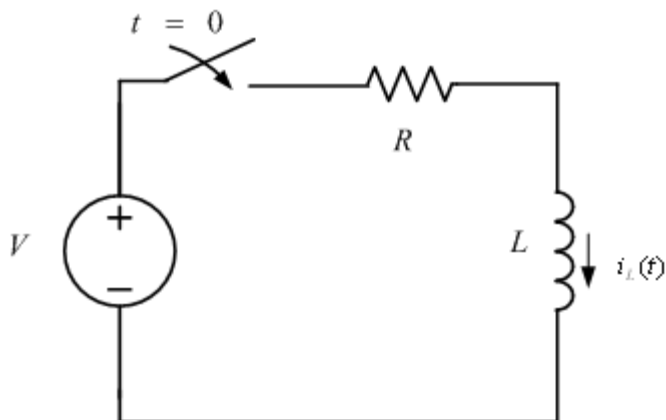
$$\tau = \frac{L}{R}$$



- Tidskonstanten angir hvor fort strømmen kan endre seg i en spole: Jo større induktans, desto lengre tid tar det å endre strømmen

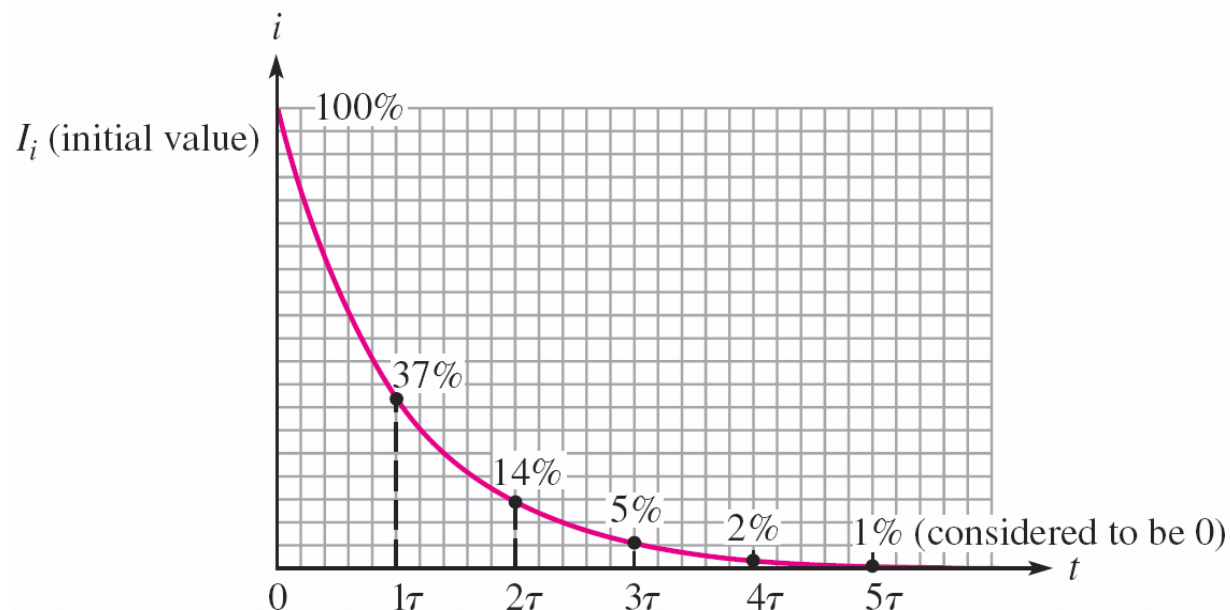
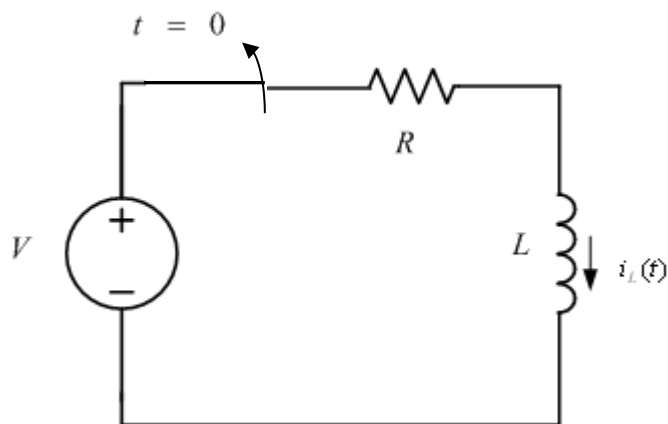
## Strøm i RL-kretser

- Hvis en spole kobles *til* en spenningskilde vil strømmen gjennom spolen øke eksponensielt:



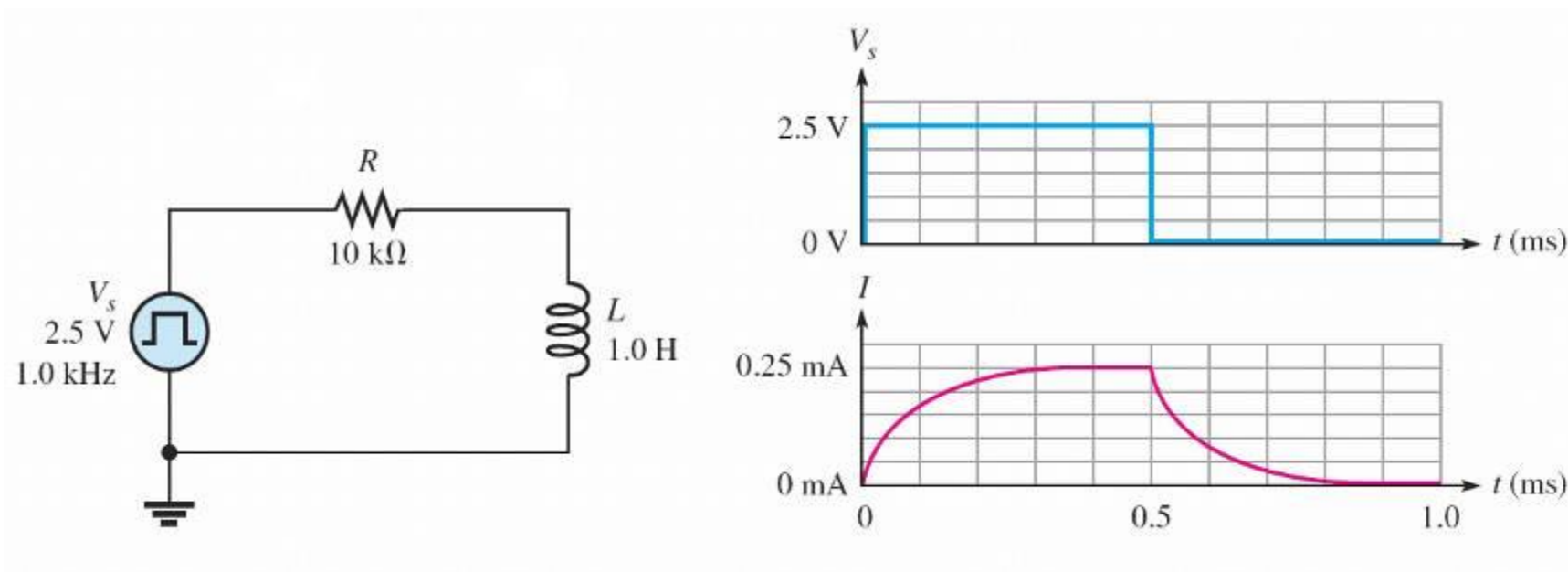
## Strøm i RL-kretser (forts)

- Hvis en spole kobles *fra* en spenningskilde vil strømmen gjennom spolen *avta* eksponensielt:



## Respons på en firkantpuls

- Hvis spenningskilden til RL-kretsen er en firkantpuls vil, strømmen gjennom spolen vekselvis øke og minke eksponensielt:

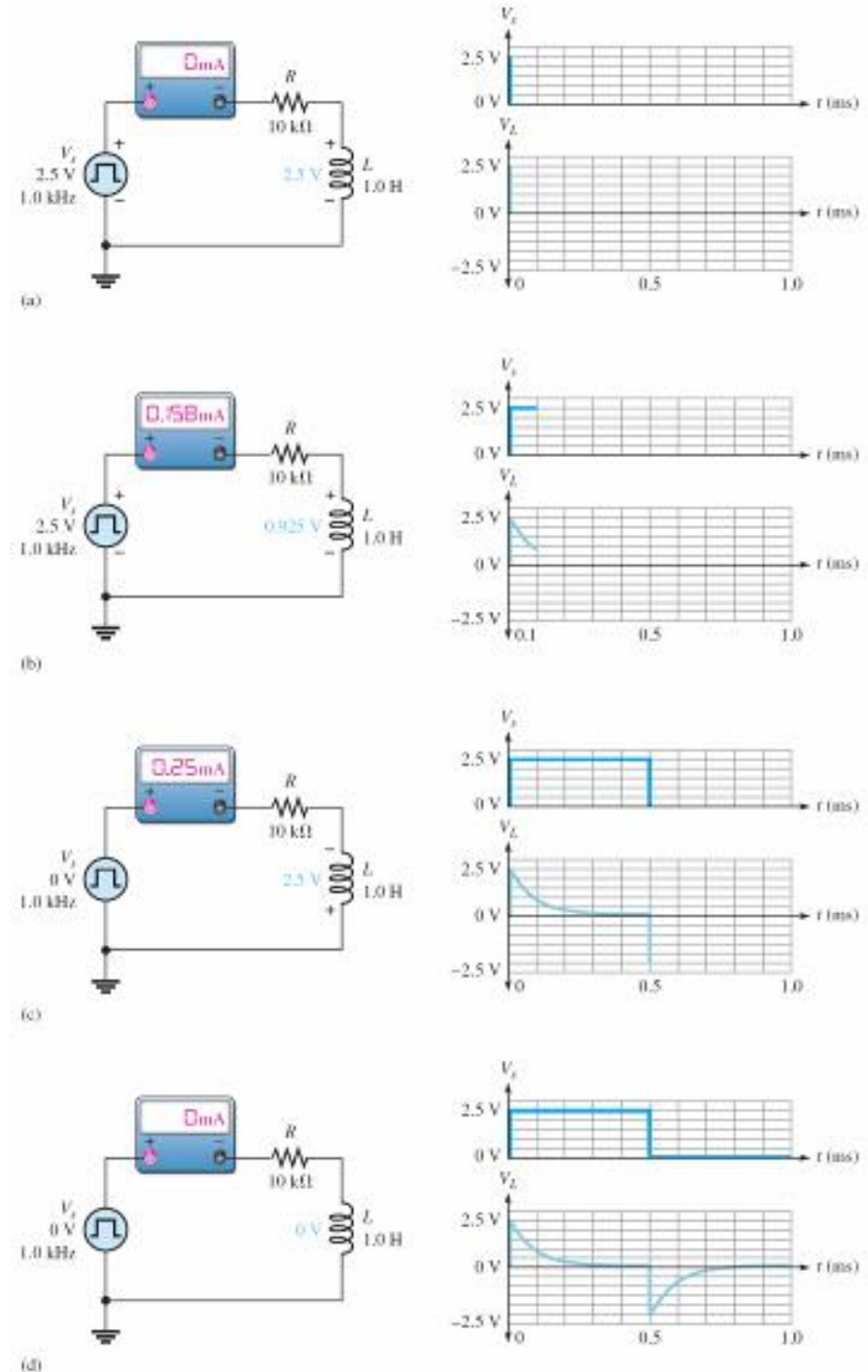


## Spørsmål

- Har en spole større eller mindre motstand mot elektrisk strøm når frekvensen øker
- Hva kalles reaktansen i en spole?
- Hvilken polaritet i forhold til strømmen har spenningen som induseres av magnetfeltet i en spole?
- Hva er en parasitteffekt?
- Hvilke to typer parasitteffekter har man i en spole?
- Hvorfor er spoler mindre brukt enn kondensatorer?
- Hva er uttrykket for induktansen til spoler i serie?
- Hva er uttrykket for induktansen til spoler i parallell?

# Spenninger i RL-kretser

- Spenningene i en seriell RL-krets er ikke proporsjonale med strømmen pga induisert spenning
- Figuren viser forløpet til spenningen over en spole når kilden er en firkantpuls





## Tidsforløpet til $V$ og $I$ i en RL-krets

- På samme måte som for en kondensator er strømmene og spenningene i en spole en eksponensielle:

$$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{R}{L}t}$$

der indeksen  $i$  angir startverdi og  $F$  angir sluttverdi

## Bruk av spoler i AC-kretser

- På samme måte som for RC-kretser har impedansen i en RL-krets en *resistiv* og en *reaktiv* del
- Reaktansen kalles induktiv og er gitt av formelen

$$X_L = 2\pi fL$$

- Ohms lov gjelder også i kretser med spoler, slik at reaktansen til spoler i serie er gitt av

$$X_{L(tot)} = X_{L1} + X_{L2} + \dots + X_{Ln}$$

## Bruk av spoler i AC-kretser (forts)

- Reaktansen til parallellkoblede spoler er gitt av

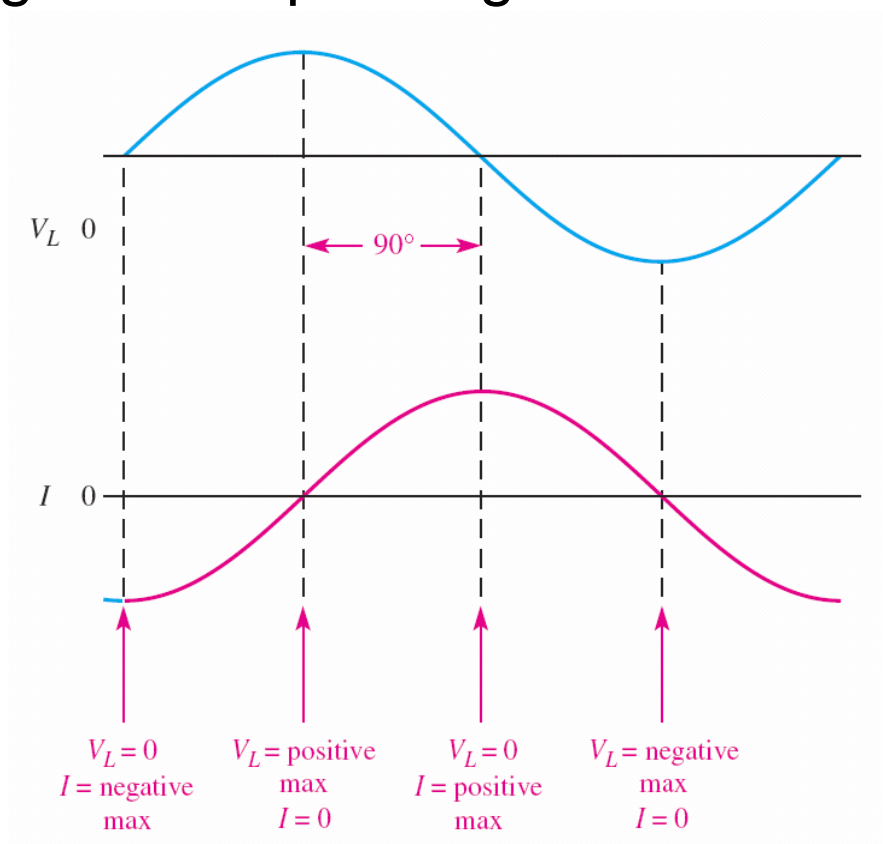
$$X_{L(tot)} = \frac{1}{\frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \dots + \frac{1}{X_{Ln}}}$$

- Sammenhengen mellom induktiv reaktans, strøm og spenning i en spole er gitt av

$$V = IX_L$$

# Faseforskyvning mellom $I$ og $V$

- I en spole er strøm og spenning faseforskjøvet  $90^\circ$  slik at strømmen ligger *etter* spenningen:



## Anvendelse av spoler

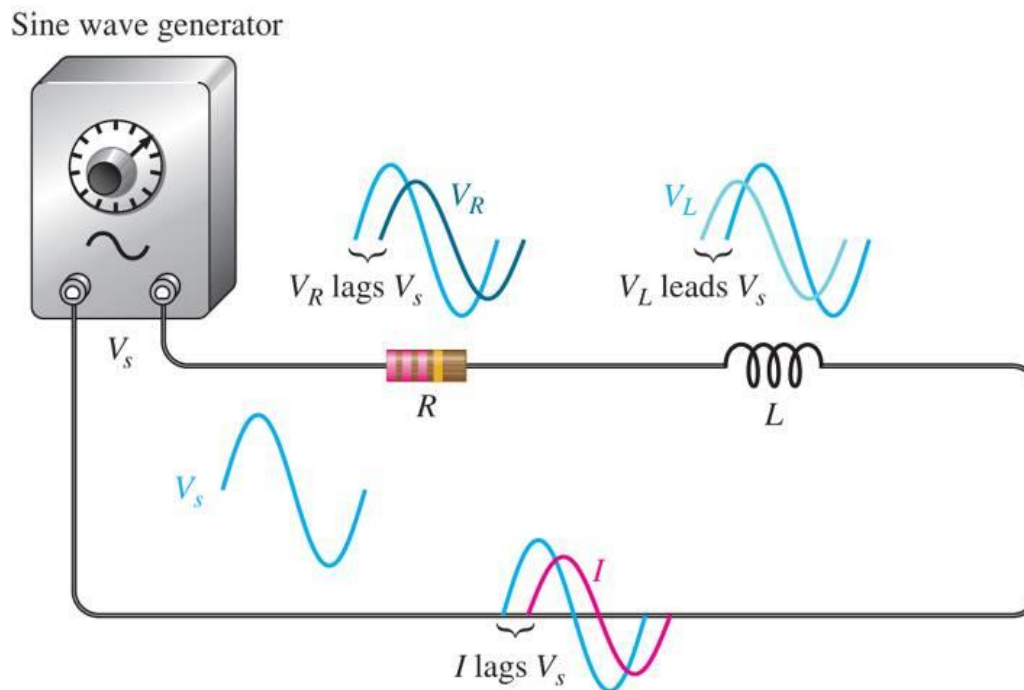
- Spoler brukes mindre enn kondensatorer, men svært nyttige i noen anvendelser:
  - . Fjerning av uønskede høyfrekvenssignaler i lange ledere
  - . Aktive og passive filtre
  - . Frekvenstuning i trådløs kommunikasjon (oscillatorer og syntersisere)
- Teori rundt spoler og induksjon er viktige i design av trådløs kommunikasjon
- Induktiv reaktans må kontrolleres i alle elektroniske systemer
  - . Setter begrensinger på bla max lengde på ledere (labøvelse 4)

## Spørsmål

- Har seriekoblede spoler større eller mindre induktans enn induktansen til den største spolen?
- Har parallellkoblede spoler større eller mindre induktiv reaktans enn den minste spolen?
- Har identiske seriekoblede spoler større eller mindre kapazitiv reaktans enn en enkelt spole?
- Er strømmen faseforskjøvet  $+90^\circ$  eller  $-90^\circ$  i forhold til spenningen over en spole?
- Når er spenningsfallet over en spole størst (når strømmen er sinusformet)?

# Sinusrespons i en RL-krets

- I en RL-krets hvor spenningskilden er et sinussignal vil spenningene ha følgende relative faser



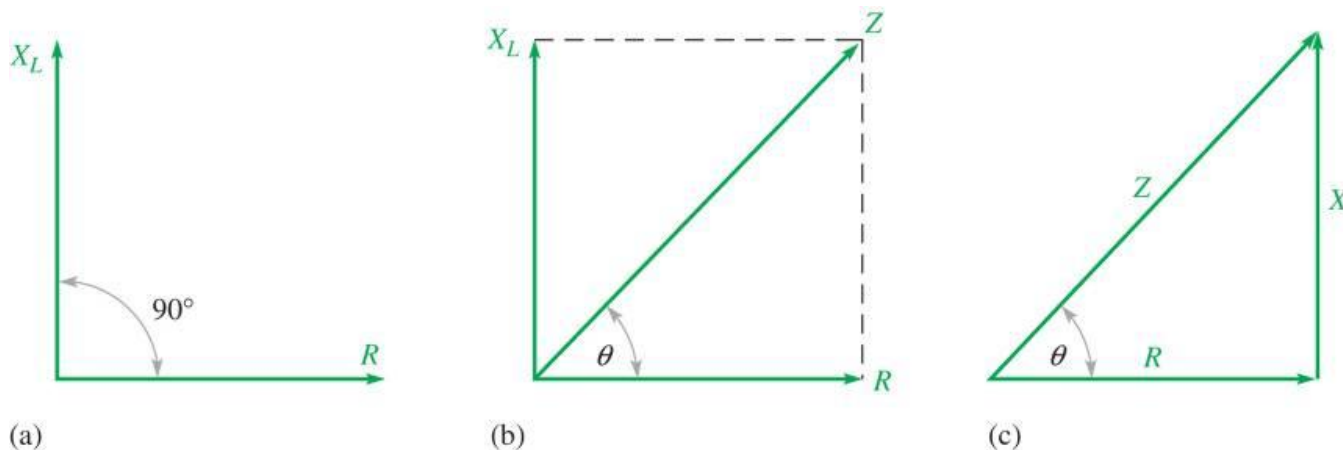


## Impedans og fasevinkel i seriell RL-krets

- På samme måte som i kretser med kondensatorer og resistorer, uttrykkes impedansen i en RL krets med vektorer (eller «phasors»)
- Impedansen i en RL-krets er et mål for den totale motstanden mot en sinusformet strøm og måles i Ohm
- Fasevinkelen angir forskyningen mellom den totale strømmen og forsyningsspenningen

## Impedans og fasevinkel i seriell RL-krets (forts)

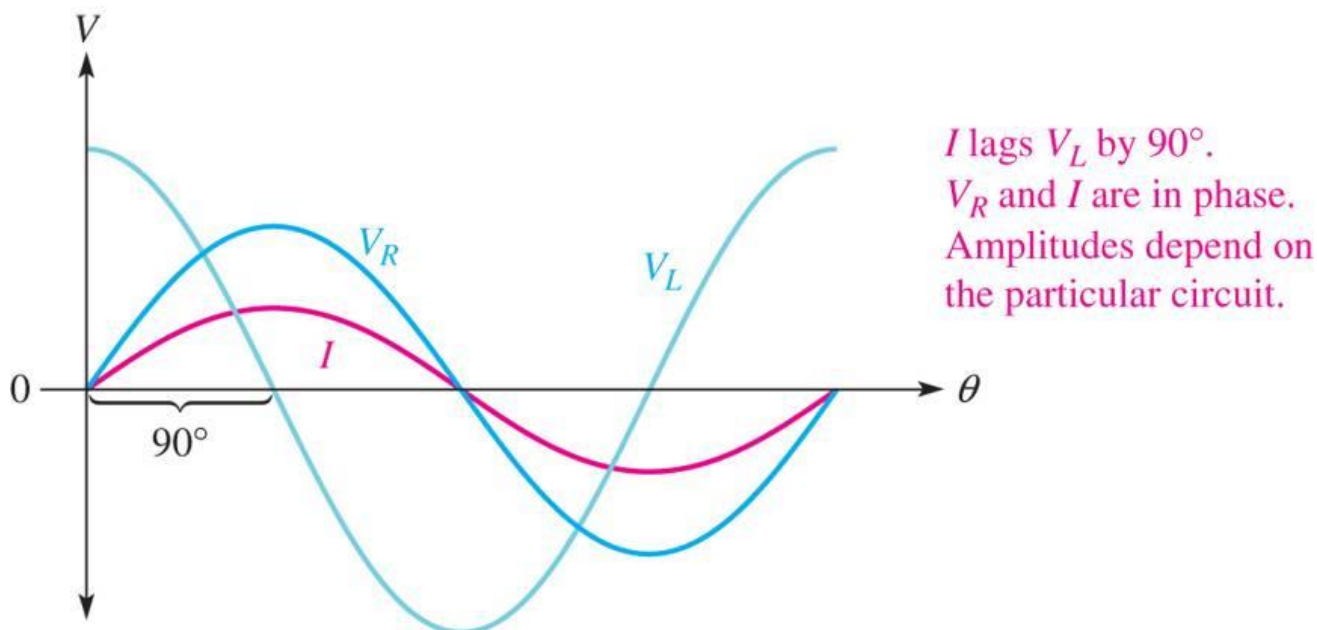
- Den totale impedansen består av en resistiv og en induktiv reaktiv del som er 90 grader i forhold til hverandre



- Den totale impedansen er gitt av  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

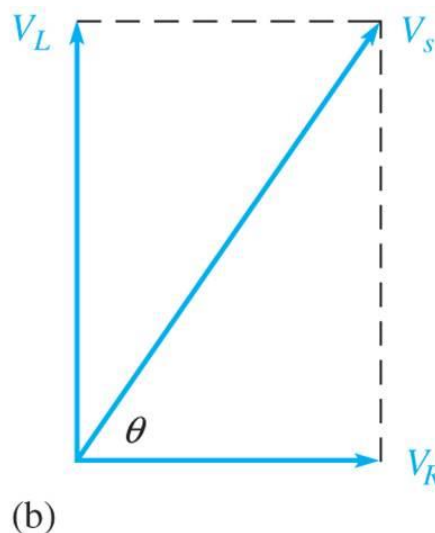
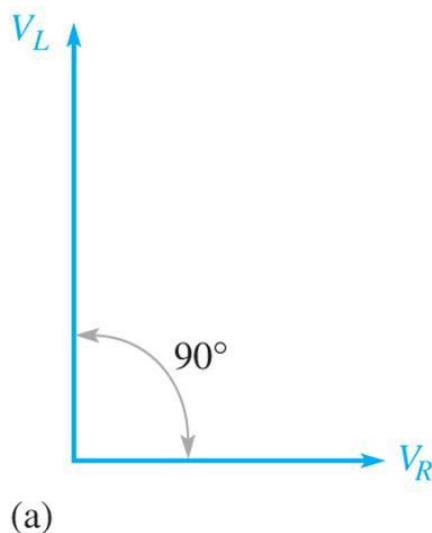
## Fasedreining mellom strøm og spenning

- Følgende grafer illustrerer faseforskyvningene mellom spenningen over spolen, resistoren og strømmen i en seriekoblet RL-krets



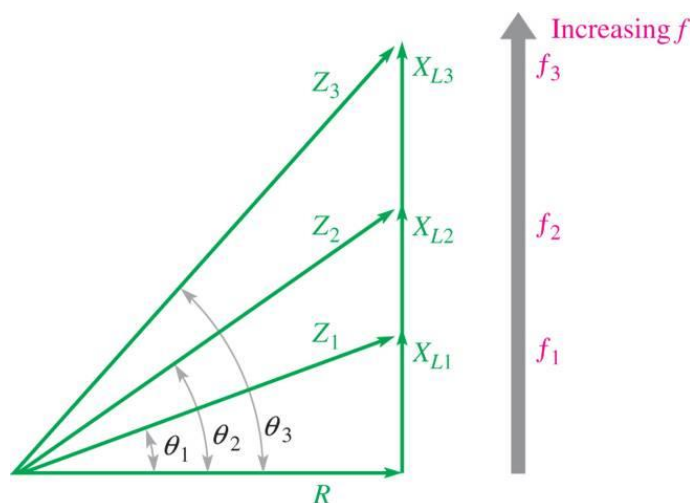
## Fasedreining mellom strøm og spenning (forts)

- For å finne sammenhengen mellom spenningene kan man benytte KCL



$$V_s = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_L}{V_R}\right)$$

# Sammenheng mellom impedans, fasedreining og frekvens



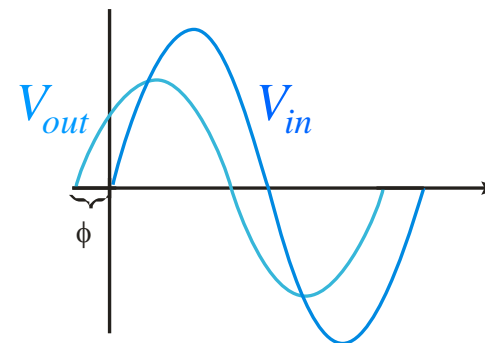
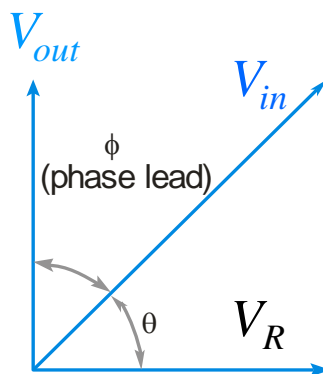
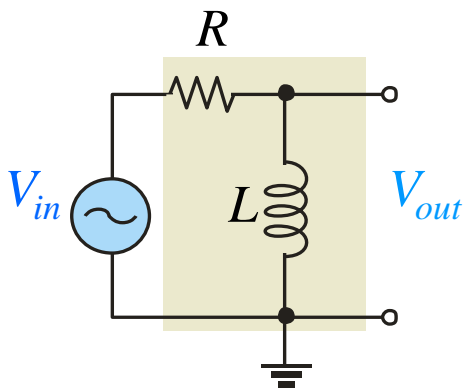
- Den induktive reaktansen *øker* med økende frekvens, mens fasevinkelen nærmer seg  $90^\circ$

## Spørsmål

- Finnes det RL-kretser hvor fasevinkelen mellom strøm og forsyningsspenning er  $\theta=90^\circ$ ?
- Hva er den maksimale fasevinkelen mellom strøm og spenning i en krets med bare en praktisk (fysisk) spole?
- Er det mulig å ha en seriell krets med en spole og en resistor hvor impedansen er rent resistiv? Hva er forutsetningen?
- Hvis resistiviteten og den induktive kapasitansen er like store, hvor mange grader etter forsyningsspenningen vil strømmen gjennom kilden ligge?

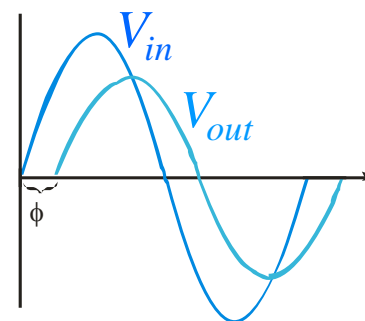
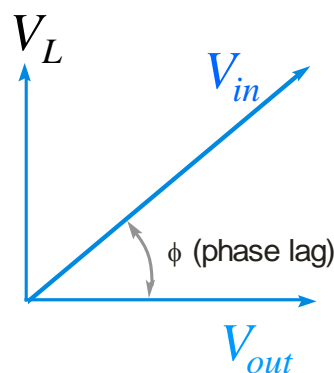
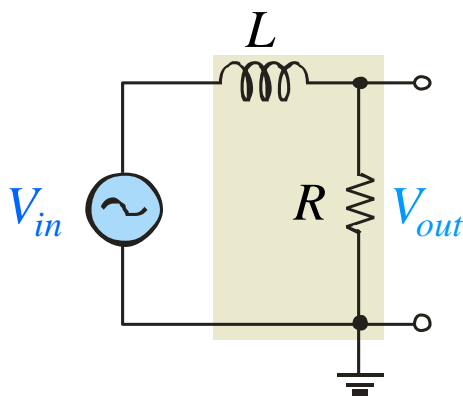
## RL lead-krets

- Tilsvarende som for RC-kretser kan man lage serielle RL kretser med en resistor og en spole, og hvor man tar ut spenningen enten over spolen eller resistoren
- I en RL lead-krets er det en positiv faseforskyvning mellom utgang- og inngangsspenningen, dvs at utgangen leder over inngangen



## RL lag-krets

- I en RL lag-krets er det en negativ faseforskyvning mellom utgang- og inngangsspenningen, dvs at utgangen henger etter inngangen





## 3.obligatoriske labøvelse

- Formål
  - Lære litt om bruk av LTSpice (simuleringsverktøy for kretser)
  - Forstå frekvensrespons og Bodeplott
  - Lære om 1.ordens filtre med R, C og L
  - Forstå hvordan parasitteffekter påvirker design
- Innhold
  - Simulere 1.ordens filtre (høypass og lavpass RL- og RC-filtre)
  - Simulere virkningen av lengde på tilkoblinger til en chip
  - Beregne hvilke begrensninger parasitteffekter kan sette
- Innlevering senest fredag **13.mars kl 23.59**

# Oppsummeringsspørsmål

- Spørsmål fra forelesningene 5 og 6

# Spørsmål 1

## Admittans

- a) Frekvensavhengig ledningsevne
- b) Frekvensuavhengig ledningsevne
- c) Ledningsevne i en kondensator
- d) Ledningsevne i en induktor

## Spørsmål 2

Strømmen gjennom en kondensator er minst når

- a) Spenningen over den er 0
- b) Spenningen over den er på sitt maksimale eller minimale
- c) Spenningen er forskjøvet 45 grader i forhold til spenningskilden
- d) Spenningen er forskjøvet -45 grader i forhold til spenningskilden

## Spørsmål 3

Tidskonstanten  $\tau = RC$  i en RC-krets sier

- a) Hvor lang tid det tar å lade opp kondensatoren fra 0v til maksimal spenning
- b) Hvor lang tid det tar å lade ut kondensatoren fra maksimal spenning til 0v
- c) Hvor lang tid det tar før spenningen over kondensatoren øker fra 0v til ca 37% av maksimal spenning
- d) Hvor lang tid det før spenningen over kondensatoren øker fra 0v til ca 63% av maksimal spenning

## Spørsmål 4

En spole har parasitteffekter som kan modelleres med

- a) En resistor i serie
- b) En kondensator i parallell
- c) En kondensator i serie med spolen og deretter en resistor i parallell med spolen og kondensatoren
- d) En resistor i serie med spolen og deretter en kondensator i parallell med spolen og resistoren

## Spørsmål 5

Hvis frekvensen nærmer seg uendelig, hva skjer med den totale impedansen i en RC-krets?

- a) Den blir lik 0
- b) Den blir uendelig stor
- c) Den blir rent resistiv
- d) Den blir rent kapasitiv

## Spørsmål 6

Knekkfrekvensen til et filter sier noe om

- a) Hvor filteret begynner å forsterke
- b) Hvor filteret begynner å dempe
- c) Forskjell i dempning mellom ideelt og praktisk filter for en bestemt frekvens
- d) Senterfrekvensen til passbåndet



## Spørsmål 7

En ac-kobling kan brukes til å

- a) Skalere opp en ac-spenning
- b) Skalere ned en ac-spenning
- c) Legge til et dc-offset
- d) Fjerne en dc-komponent

## Spørsmål 8

Ved en likespenning vil en ideel spole ha

- a) Ingen motstand mot strøm
- b) Uendelig stor motstand mot strøm
- c) Litt motstand som skyldes parasittresistans
- d) Motstand som er proporsjonal med induktansen

## Spørsmål 9

Spenningen (ved sinus) over en spole faller raskest når

- a) Strømmen er på sitt maksimale
- b) Strømmen er på sitt maksimale
- c) Strømmen er på sitt maksimale eller sitt minimale
- d) Strømmen er 0

## Spørsmål 10

Hvis frekvensen nærmer seg uendelig, hva skjer med den totale impedansen i en RL-krets?

- a) Den blir lik 0
- b) Den blir uendelig stor
- c) Den blir rent resistiv
- d) Den blir rent Induktiv