

Forelesning nr.4 INF 1411

Elektroniske systemer

Vekselstrøm
Kondensatorer

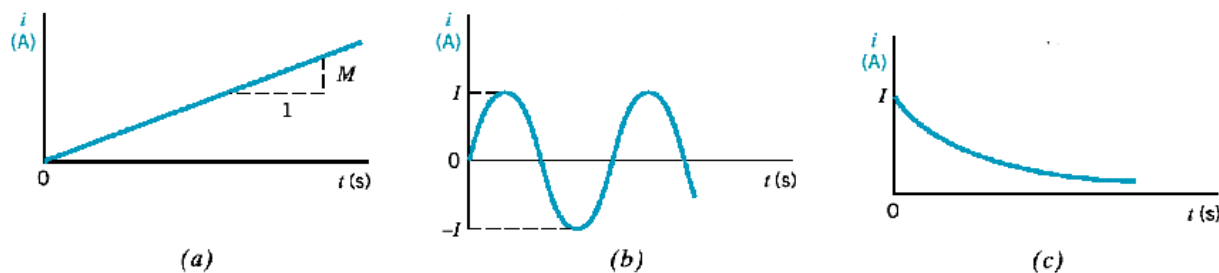


Dagens temaer

- Sinusformede spenninger og strømmer
- Firkant-, puls- og sagtannsbølger
- Effekt i vekselstrømkretser
- Kondensator
- Presentasjon av labøvelse 2
- Temaene hentes fra Kapittel 8.1-8.5, 8.8 og 9.1-9.4

Signaler som varierer over

- Et *signal* er strømmer og spenninger som overfører informasjon



- Variasjonen kan være *periodisk* (b), dvs at signalet gjentar seg med faste mellomrom, eller *ikke-periodisk* ((a) og (c))
- Tidsvarierende signaler kalles generelt ac-signaler

Sinusformede signaler

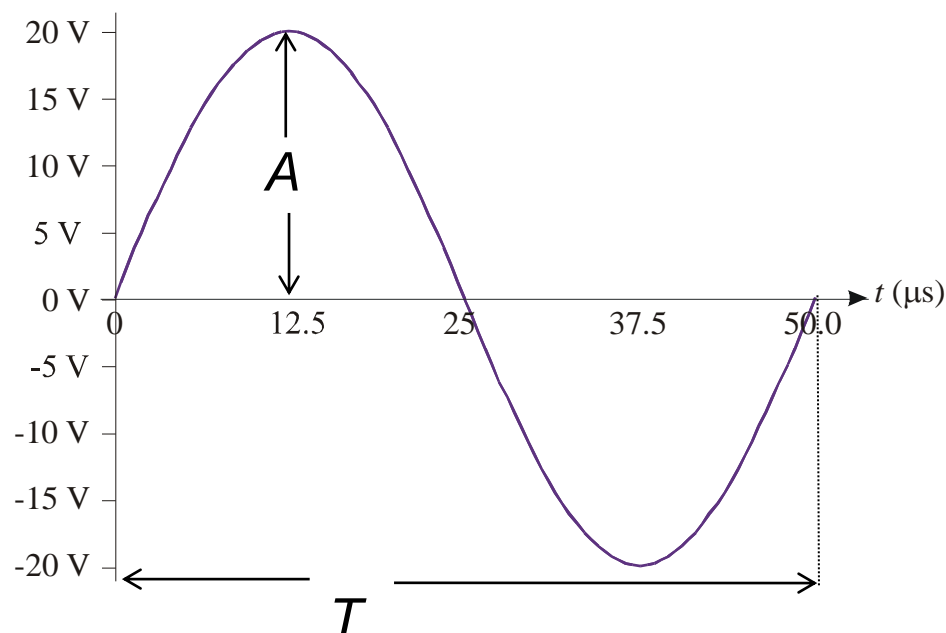
- Sinusformede strømmer og spenninger svært vanlig
 - Mange naturlige fenomener er sinusformede
 - Sinusformede signaler har egenskaper som kan beskrives presist matematisk
 - Det finnes teknikker for å omforme vilkårlige signaler til sinusformede signaler
- Sinussignaler er sentrale i lyd- og bildebehandling, både digital og analog



Egenskaper ved sinussignaler

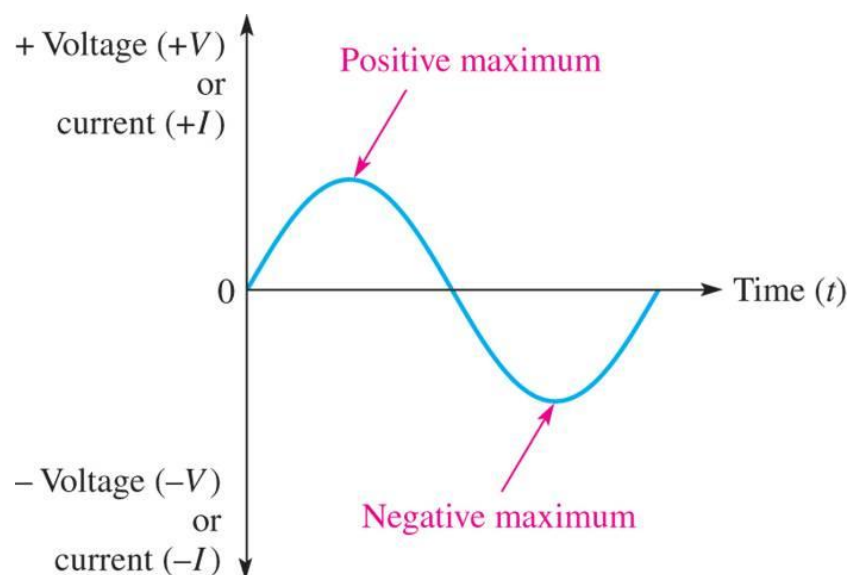
- En sinuskurve karakteriseres ved *amplitude* og *periode*
- Amplituden A er den maksimale verdien til signalet, mens perioden T er tiden det tar før signalformen gjentar seg

$A = 20$ volt
 $T = 50 \mu\text{s}$



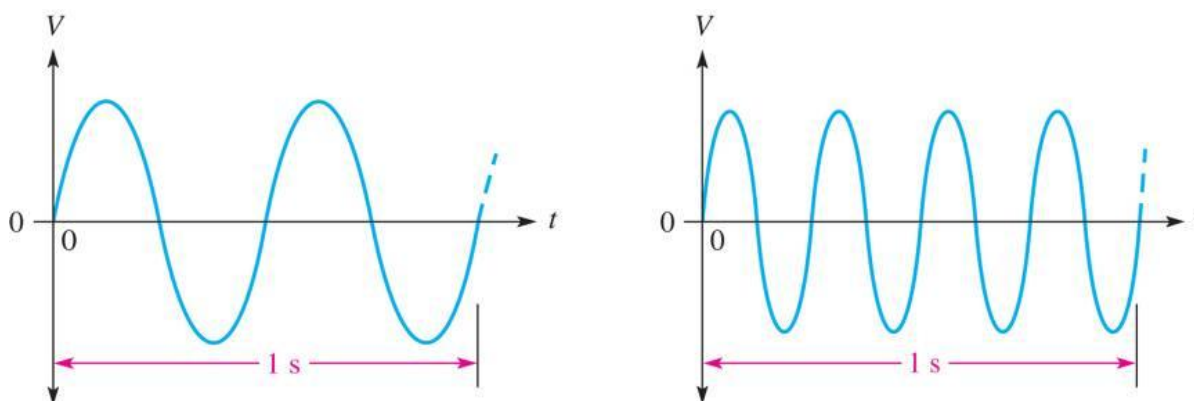
Mer om amplitude

- Et *balansert* sinussignal er sentrert rundt 0: Maksimal positiv verdi = maksimal negativ verdi (absoluttverdi).
- Amplituden er som regel den positive maksimumsverdien



Mer om periode og frekvens

- *Perioden* angir tiden det tar før signalformen gjentas, mens *frekvensen* sier hvor mange ganger signalformen gjentar seg per tidsenhet

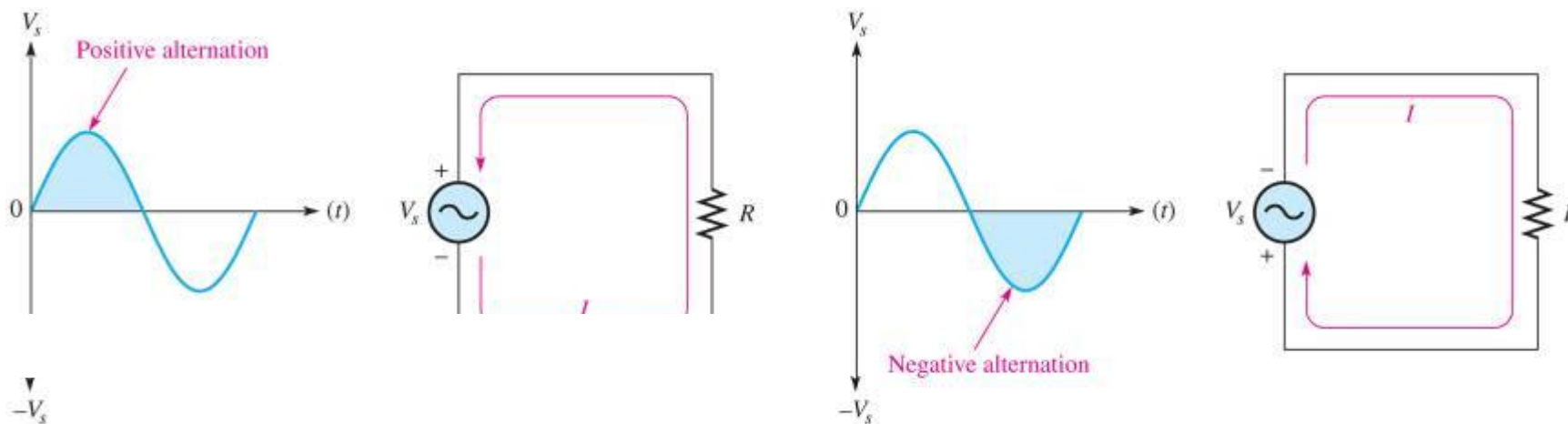


- Perioden T og frekvensen f er omvendt proporsjonale:

$$T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$$

Strøm- og spenningsretning

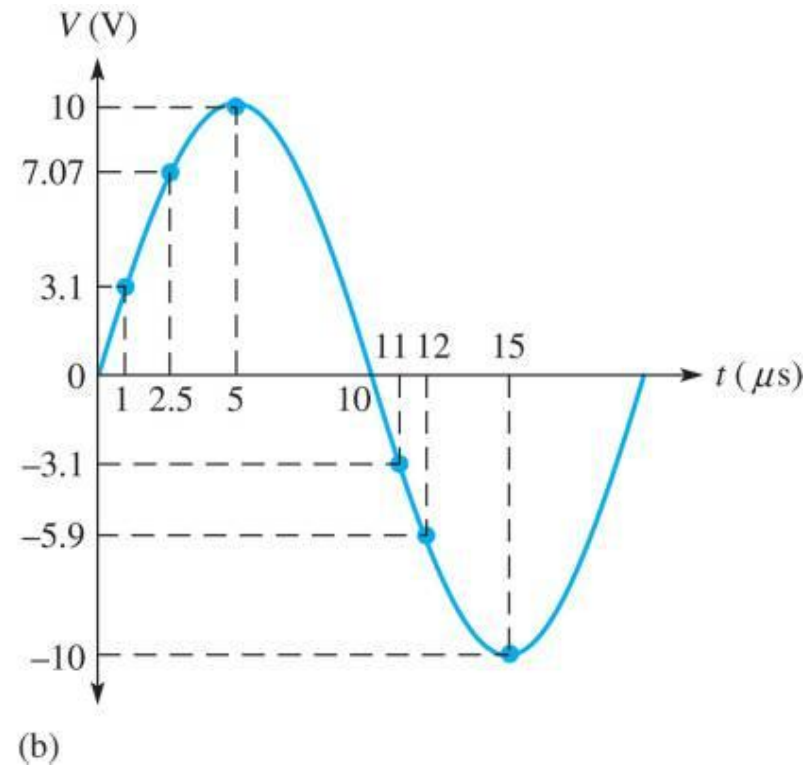
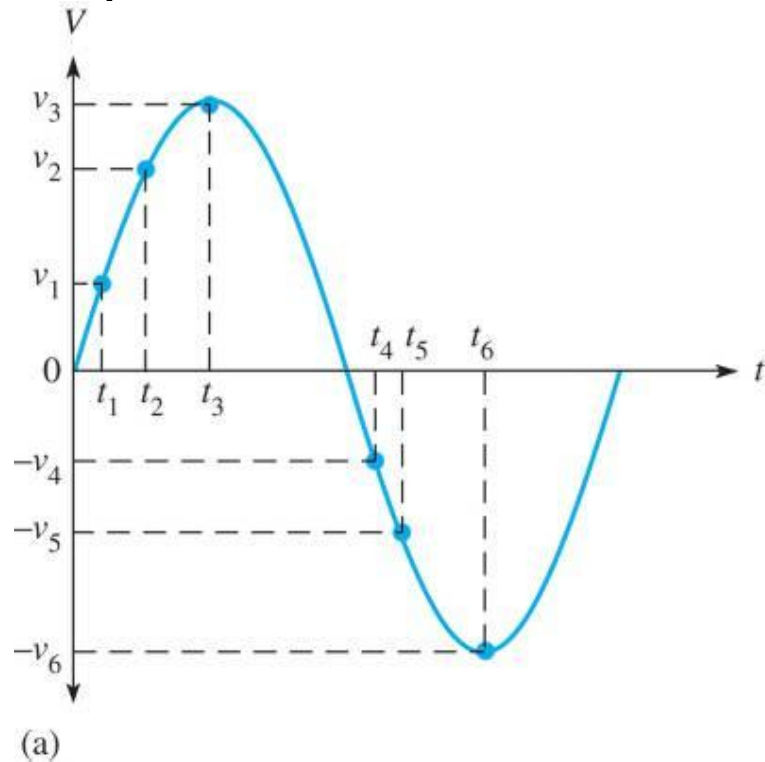
- For et balansert sinussignal endres strømretningen og/eller polariteten til spenningen



- Signalet er positivt halve perioden og negativ den andre halve perioden

Øyeblikksverdi

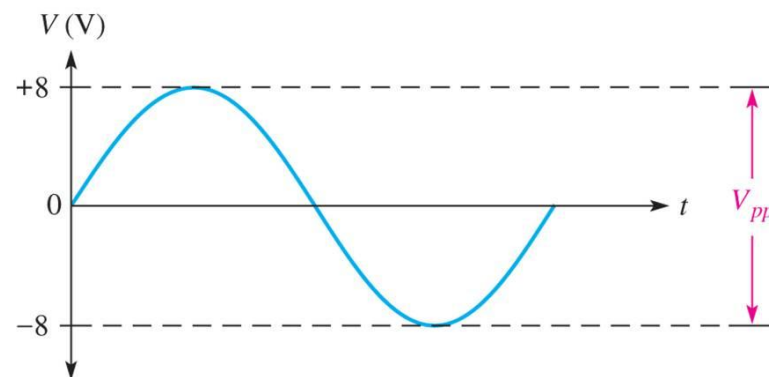
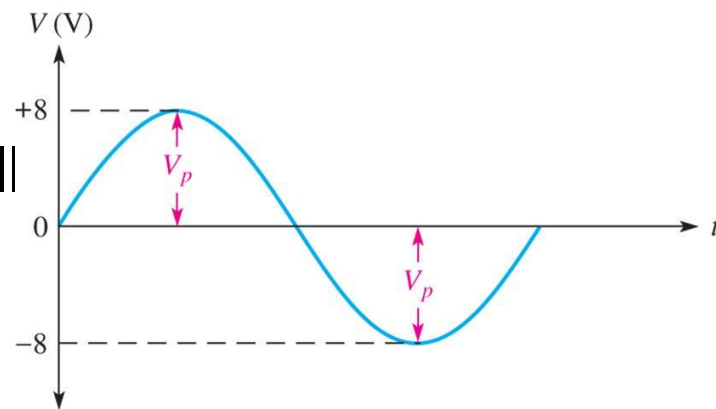
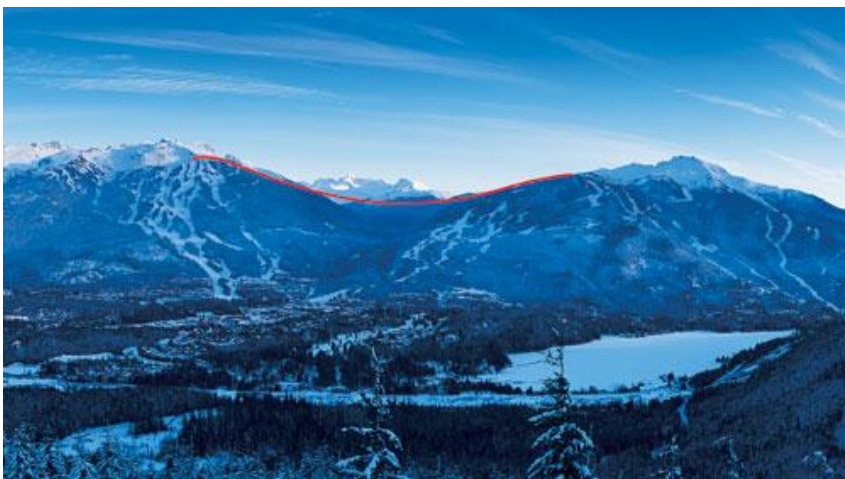
- *Øyeblikksverdien* måles som verdien på et bestemt tidspunkt



Peak-til-peak verdi

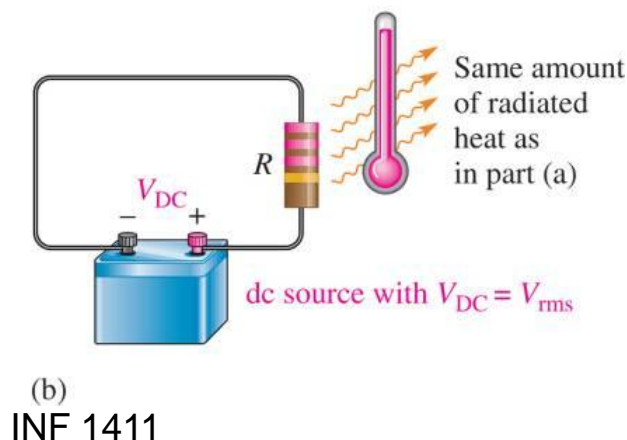
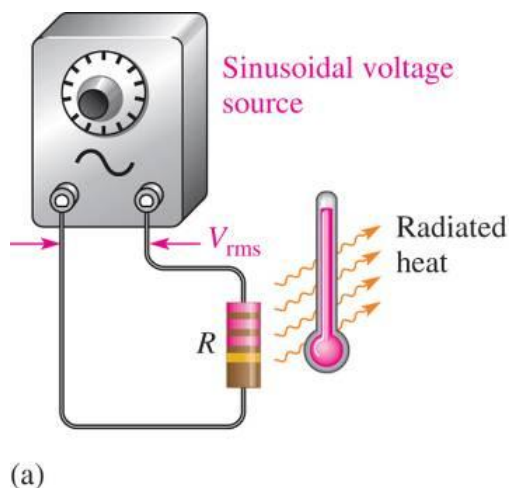
- Amplitude kalles også *magnitude* ell
- *Peak-til-peak* verdi er definert som

$$V_{pp} = 2V_p \wedge I_{pp} = 2I_p$$



RMS-verdi

- RMS-verdi betyr *Root-Mean-Square* og kalles den *effektive* verdien til sinussignalet
- RMS-verdien til et sinussignal angir hva et tilsvarende dc-signal må være for å produsere samme effekt i en resistor



RMS-verdi (forts)

- Sammenhengen mellom RMS-verdien og peakverdien er

$$V_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_p \approx 0.707 V_p$$

$$I_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_p \approx 0.707 I_p$$

- Kjenner RMS-verdien kan man finne peakverdien:

$$V_p = \sqrt{2} V_{rms} \approx 1,414 V_{rms}$$

$$I_p = \sqrt{2} I_{rms} \approx 1,414 I_{rms}$$

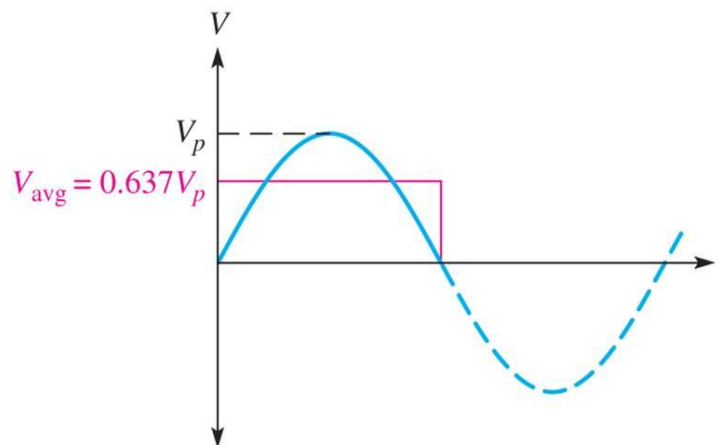
Gjennomsnittsverdi

- Gjennomsnittsverdien til et sinussignal måles over en halv periode, siden gjennomsnittsverdien over en hel periode er 0

. Sammenhengen er gitt av

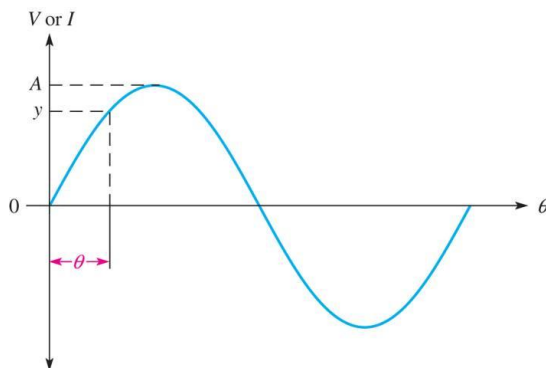
$$V_{avg} = \frac{2}{\pi} V_p \approx 0.637 V_p$$

$$I_{avg} = \frac{2}{\pi} I_p \approx 0.637 I_p$$



Matematisk representasjon av sinus

- I mange sammenhenger representeres sinussignaler som en funksjon

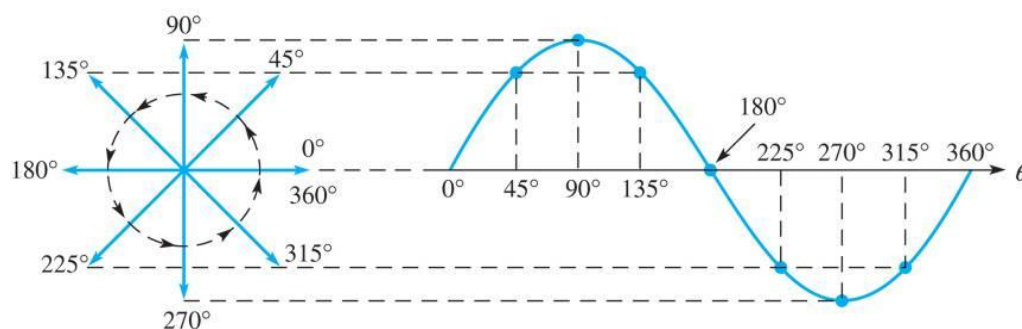
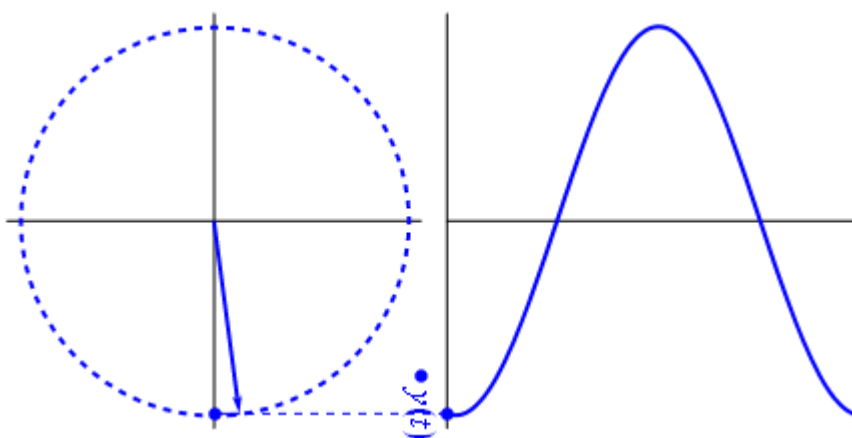


- Matematisk kan sinus skrives som

$$y = A \sin(\theta)$$

Matematisk representasjon av sinus (forts.)

- θ brukes for å representere sinuskurven som en *phasor* eller vektor, der man tenker seg en vektor som roterer
- Om spissen på vektoren projiseres horisontalt på en rett linje, får man en sinuskurve

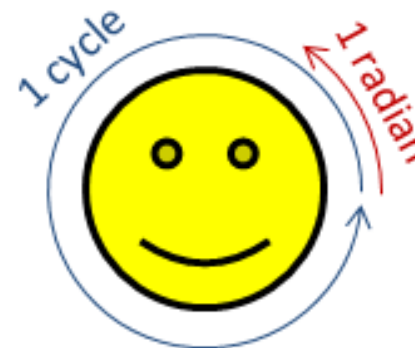


Matematisk representasjon av sinus (forts)

- Siden signalet gjentar seg for hver $2\pi=360^\circ$, kan frekvensen defineres som

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega = 2\pi f$$

- ω kalles for radian- eller vinkelfrekvens



Time (in seconds) = 0.00 s
Rotation (in radians) = 0.00 rad
Rotation (in cycles) = 0.00 cycle

$$\omega = \frac{0.00 \text{ rad}}{0.00 \text{ s}} =$$

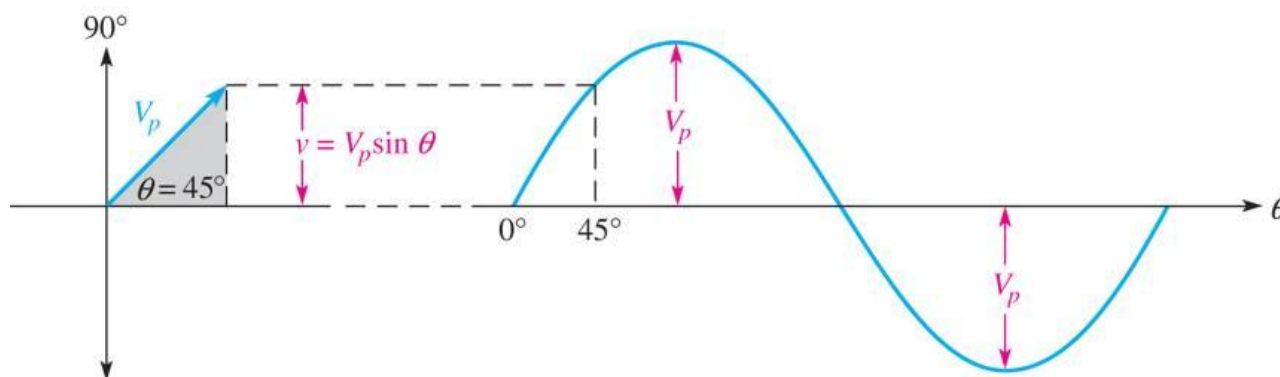
$$\nu = \frac{0.00 \text{ cycle}}{0.00 \text{ s}} =$$

Matematisk representasjon av sinus (forts)

- Hvis lengden på vektoren er V_p , kan sammenhengen mellom sinussignalet og vektorrepresentasjonen skrives som

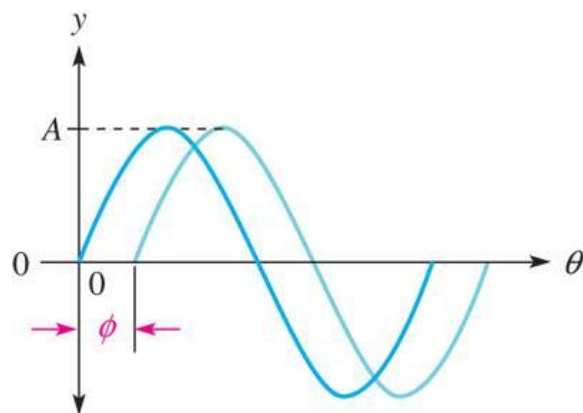
$$v = V_p \sin(\theta)$$

$$i = I_p \sin(\theta)$$

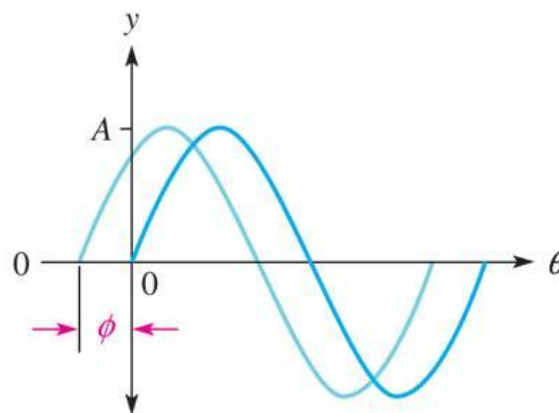


Fasedreining

- Hvis et sinussignal forskyves i tid (dvs langs den horisontale akse), oppstår en såkalt *faseforskyving* eller *fasedreining* φ



(a) $y = A \sin(\theta - \varphi)$



(b) $y = A \sin(\theta + \varphi)$

$$y = A \sin(\theta \pm \varphi)$$

Analyse av ac-kretser

- Ohms lov og Kirchhoffs strøm- og spenningslover gjelder også for ac-signaler
- Man må konsekvent bruke *enten* peak-, rms- *eller* gjennomsnittsverdier for *både* strøm og spenning i samme ligning
- For å beregne effekt må man bruke rms-verdiene:

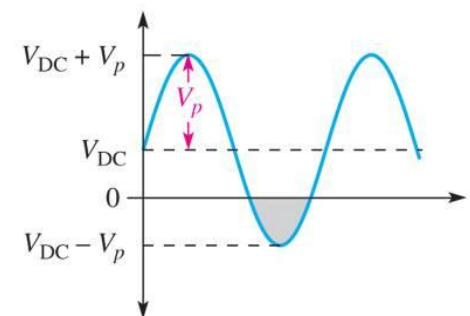
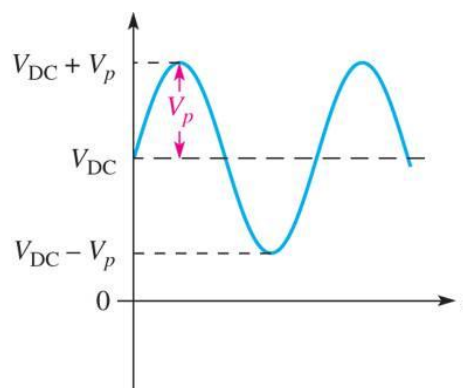
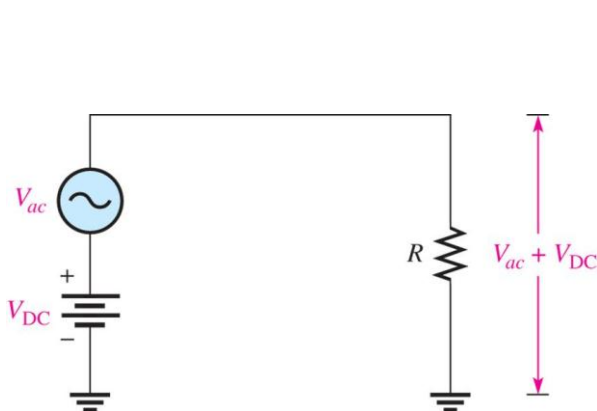
$$P = V_{rms} I_{rms}$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

$$P = I_{rms}^2 R$$

Sinussignaler med dc-offset

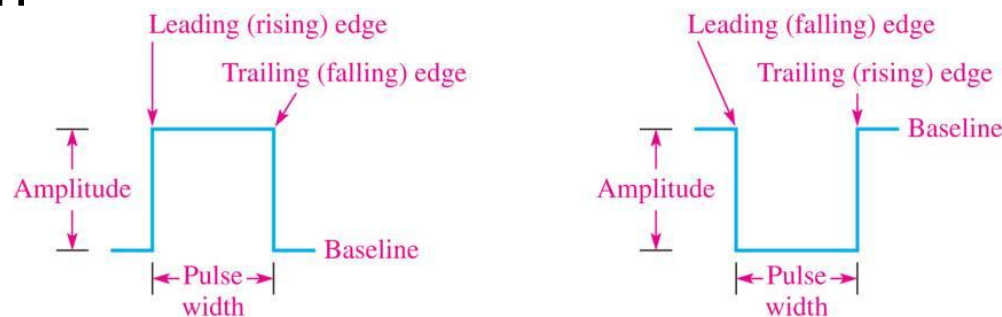
- Hvis sinussignalet har en dc-komponent, forskyves amplituden opp eller ned



- V_p defineres relativt til dc-offset, og ikke fra 0

Andre bølgeformer

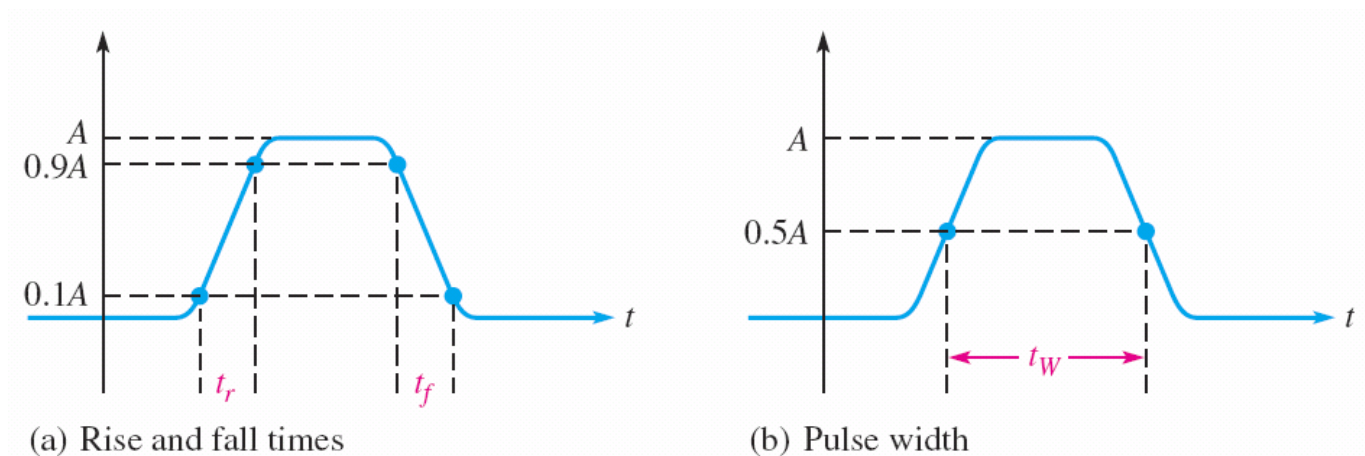
- I digitale systemer brukes *firkant-* eller *pulssignaler*
- Et pulssignal går fra ett nivå til et annet annet og deretter tilbake igjen



- I tillegg til amplituden karakteriseres pulssignalet av pulsbredden og stigene og fallende flanker («edges»)

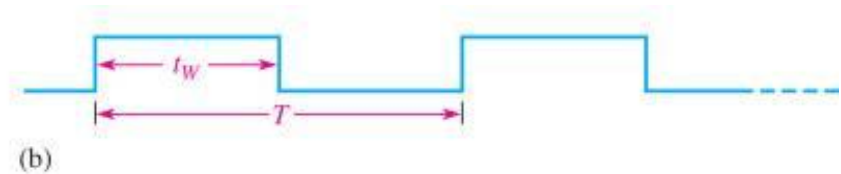
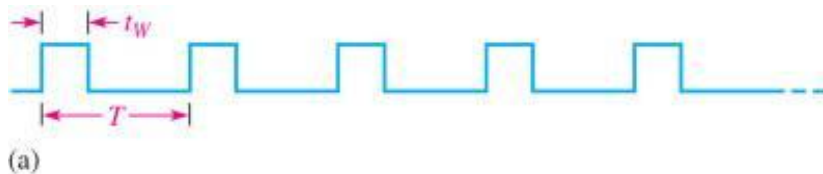
Andre bølgeformer (forts)

- Et ideelt pulssignal har vertikale flanker; i praksis er dette umulig fordi strøm/spenning ikke kan endre verdi momentant
- Fysiske pulssignaler karakteriseres ved tre parametre til:
 - «Rise time»: Tiden det tar fra signalet går fra 10% til 90% av amplituden
 - «Fall time»: Tiden det tar fra signalet går fra 90% til 10% av amplituden
 - Pulsbredden måles mellom de punktene på hhv stigende og fallende flanke som har nådd 50% av amplituden



Andre bølgeformer (forts)

- Periodiske signaler er ikke alltid symmetriske rundt et referansepunkt (gjennomsnittsverdi $\neq 0$)

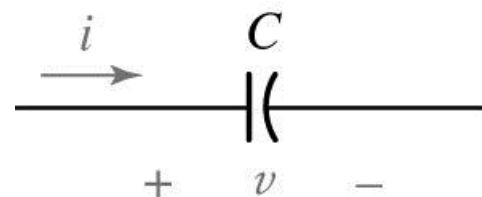
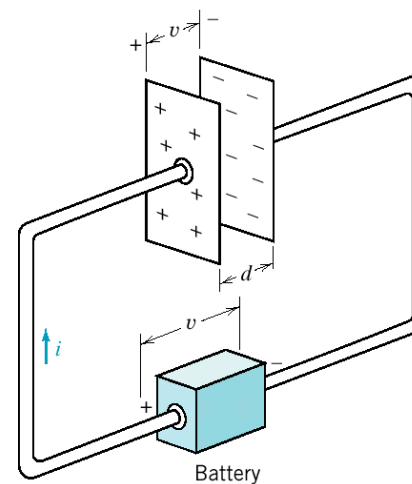


- Frekvensen defineres tilsvarende som for sinus
- «duty cycle» er forholdet mellom pulsbredden og perioden i %

$$DutyCycle = \left(\frac{t_w}{T} \right) 100\%$$

Kondensatorer

- En *resistors* motstand varierer *ikke* med frekvensen til strømmen
- En *kondensators* motstand *varierer* med frekvensen
- En kondensator kan lagre elektrisk ladning
- En kondensator består av to plater av ledende materiale med isolasjon i mellom



Kondensatorer (forts)

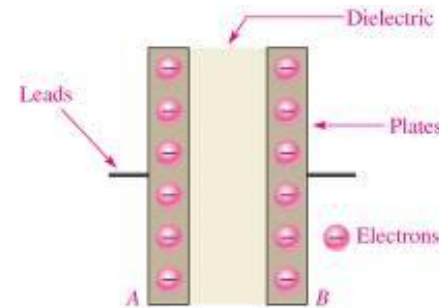
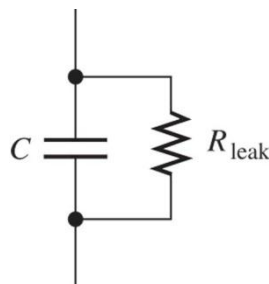
- En kondensator kan sammenlignes med et vannrør med en elastisk membran



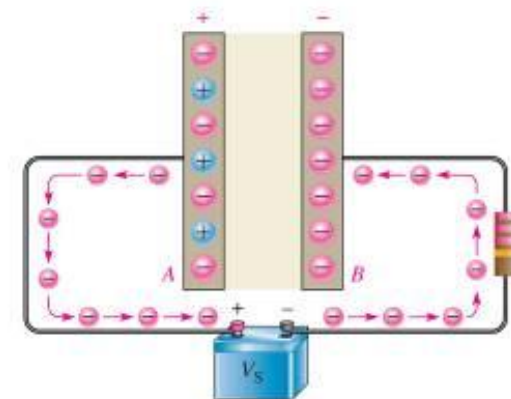
- Hvis vannet beveger seg vil membranen bevege seg også, slik det ser ut som det renner vann igjennom røret (vann = elektrisk strøm)
- Hvis vannet endrer retning, vil membranen gå tilbake til sin opprinnelige posisjon og presse vannet tilbake
- Det vil være trykkforskjell på hver side av membranen når vannet beveger seg (trykkforskjell = spenning)
- Uten bevegelse i vannet vil membranen ikke bevege seg (dc-spenning gir ingen strøm igjennom kondensatoren)

Kondensatorer (forts)

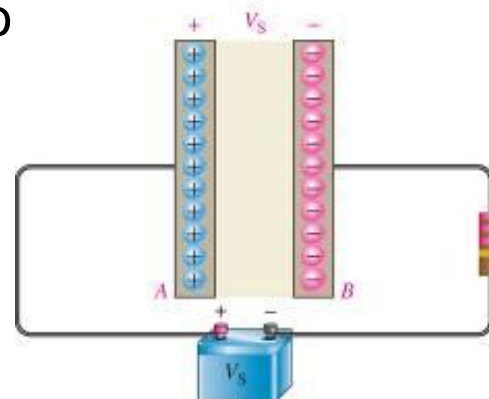
- Hvis platene kobles til en spenning V_s , oppstår et felt mellom platene
- Feltet gjør at elektroner beveger seg fra den ene platen over til den andre
- Når spenningen mellom platene har nådd V_s beveger det seg ikke lenger elektroner
- Om kilden fjernes vil en ideell kondensator beholde spenningen til evig tid
- I praksis «lekker» platene og dette modelleres med en resistor i parallell



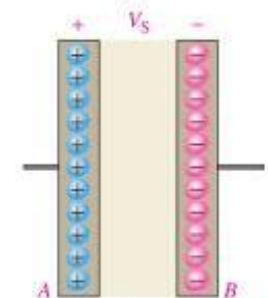
(a) Neutral (uncharged) capacitor (same charge on both plates)



(b) When connected to a voltage source, electrons flow from plate A to plate B as the capacitor charges.



(c) After the capacitor charges to V_s , no electrons flow.



(d) Ideally, the capacitor retains charge when disconnected from the voltage source.

Kondensatorer (forts)

- Mengden ladning en kondensator kan holde på heter *kapasitans* C , måles i *Farad* og er definert ved

$$C = \frac{Q}{V} \Leftrightarrow Q = CV \Leftrightarrow V = \frac{Q}{C}$$

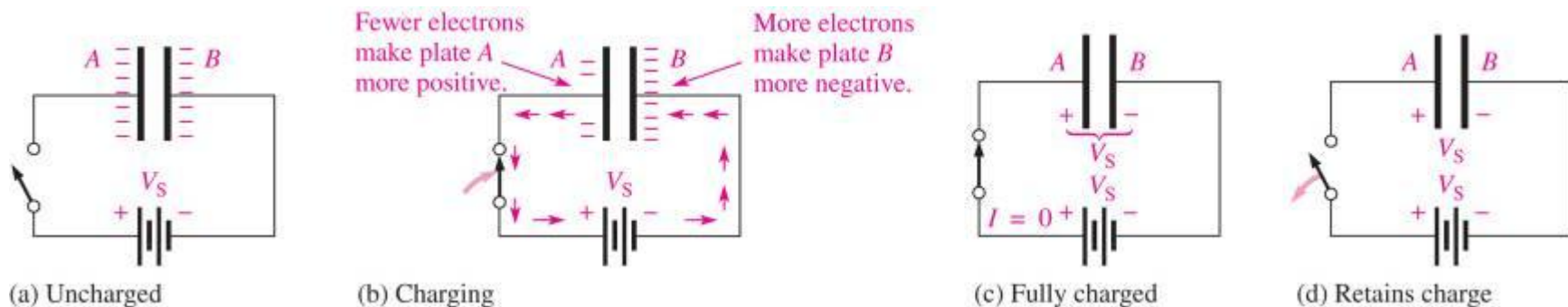
- 1 Farad er kapasitansen som tilsvarer lagring av 1 Coulomb med 1 volt potensialforskjell mellom platene
- Sammenhengen mellom plateareal A , plateavstand d og kapasitans er gitt av

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

- ε kalles for *permittivitet* og er en egenskap ved materialet mellom platene

Oppladning og utladning av kondensator

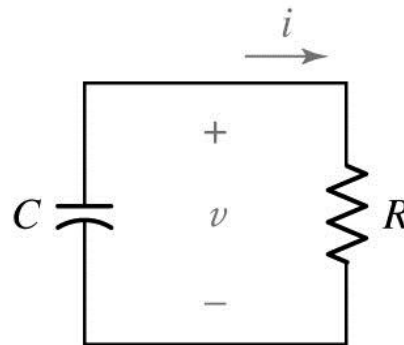
- Ladninger kan bare bevege seg når spenningen over kondensatoren er forskjellig fra spenningskilden
- Når kretsen har nådd stabil dc-spenning, vil kondensatoren blokkere for strøm



Tidskonstant

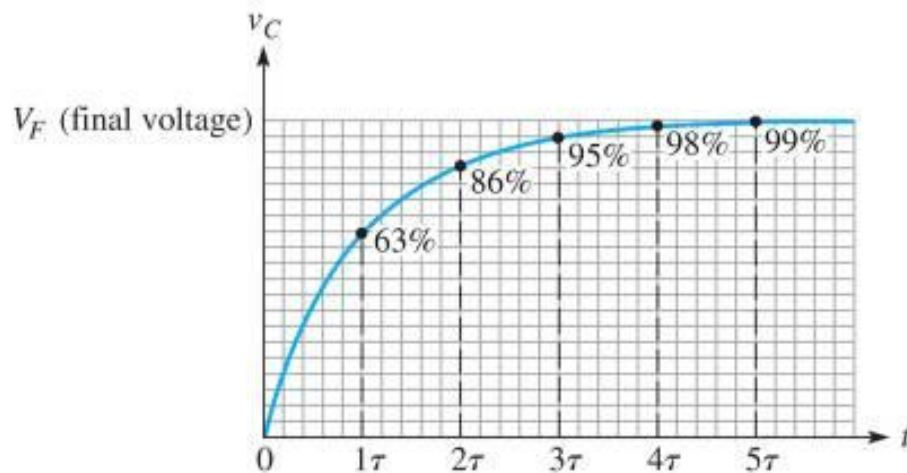
- Viktige egenskaper ved en kondensator er
 - Hvor raskt den lades *opp* når en spenningskilde V_s kobles *til*
 - Hvor raskt den lades *ut* til 0 når en spenningskilde V_s kobles *fra*
- Tidskonstanten τ sier hvor lang tid det tar å lade opp/ut kondensatoren når den er koblet i serie med en ohmsk motstand.
- τ måles i sekunder og er definert ved

$$\tau = RC$$

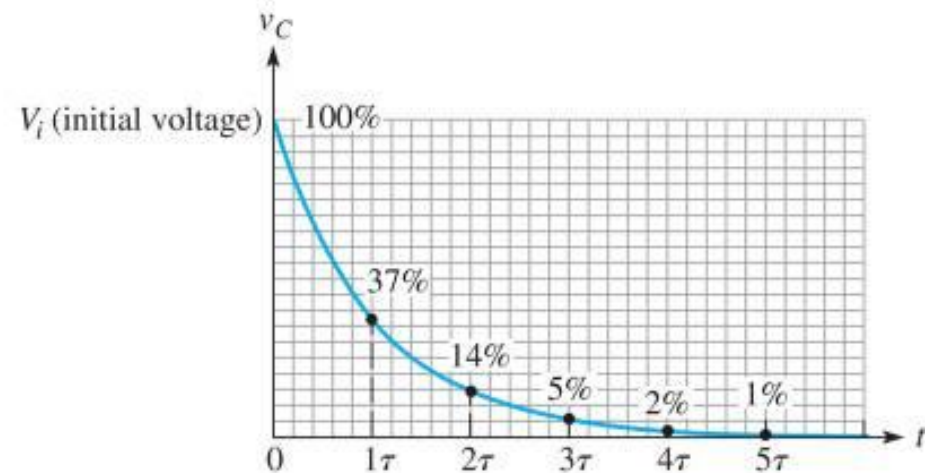


Tidskonstant (forts)

- Når $\tau = 1s$ betyr det at
 - En fullt utladet kondensator har nådd ca 63% av den maksimale spenningen etter at den er koblet til en spenningkilde
 - En fullt oppladet kondensator har falt til ca 37% av den opprinnelige spenningen etter at kilden er koblet fra
- Opp/utladningskurvene er eksponensielle



(a) Charging curve with percentages of the final voltage



(b) Discharging curve with percentages of the initial voltage

Tidskonstant (forts)

- De generelle formlene for oppladning og utladning av en kondensator som lades opp/ut via en resistor er gitt av

$$v = V_F + (V_i - V_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = I_F + (I_i - I_F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

der V_F og I_F er slutt-verdiene, og V_i og I_i er startverdiene

- Hvis man lader *opp* fra $V_i = 0$, blir formelen

$$v = V_F(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

- Hvis man lader *ut* til $V_F = 0$ blir formelen

$$v = V_i e^{-\frac{t}{RC}}$$

Kapasitiv reaktans

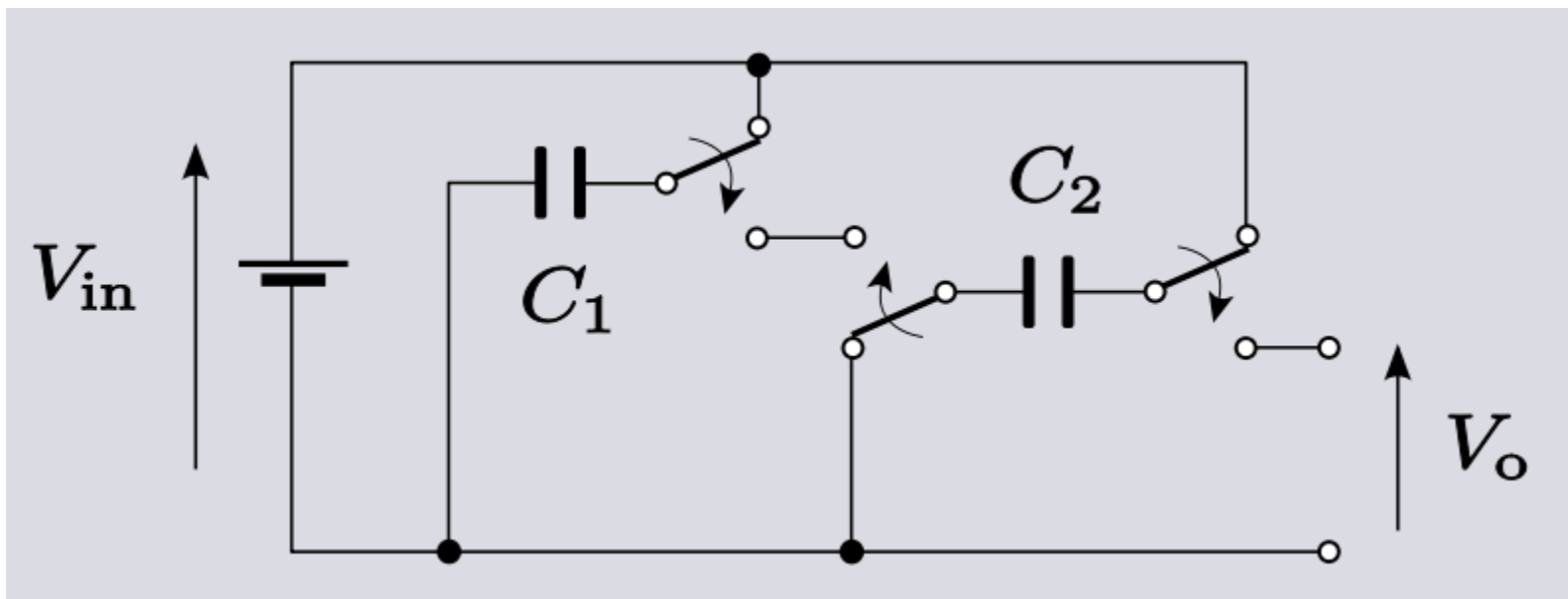
- En kondensator har en motstand mot elektrisk strøm som er avhengig av frekvensen til signalet
- Denne motstanden kalles *kapasitiv reaktans* X_c og er definert ved

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

- Jo større frekvens, desto mindre kapasitiv reaktans
- Jo større kapasitans, desto mindre kapasitiv reaktans

Nøtt til neste gang

- Hva gjør denne kretsen? (dvs hva er sammenhengen mellom V_{in} og V_o når bryterene åpnes og lukkes?) Anta ideelle kondensatorer



2. obligatoriske labøvelse

- Formål
 - Bli kjent med RC-kretser
 - Måle på ulike egenskaper ved RC-kretser
 - Teoretiske beregninger på RC-kretser
 - Teorigrunnlaget dekkes av forelesning 4 og 5 og læreboka
- Temaer
 - Måling på sinussignaler og pulssignaler med oscilloskop
 - Måling og beregning av oppladning av RC-kretser for pulssignaler
 - Måling på RC-forsinkelseskrets for sinussignaler
 - Måling og beregning av kapasitiv reaktans og fasedreining
- Frist for innlevering er **fredag 27.februar kl 23.59**

Oppsummeringsspørsmål

- Spørsmål fra forelesningene 3 og 4

Spørsmål 1

En krets kalles for parallellkrets hvis

- a) Det er samme strøm gjennom alle elementene
- b) Alle elementene har samme spenning over seg
- c) Den har mer enn én strømvei
- d) Den har ingen strømkilder

Spørsmål 2

I en parallellkrets er

- a) Totalkonduktansen lik summen av konduktansen til enkeltelementene
- b) Totalresistansen lik summen av resistansen til enkeltelementene
- c) Totalkonduktansen lik produktet av konduktansen til enkeltelementene
- d) Den inverse av totalresistansen lik summen av de inverse enkeltresistansene

Spørsmål 3

Gitt en spenningdeler som består av to ulike motstander i serie. Da er

- a) Spenningsfallet størst over den minste motstanden
- b) Spenningsfallet størst over den største motstanden
- c) Strømmen størst gjennom den minste motstanden
- d) Strømmen størst gjennom den største motstanden

Spørsmål 4

To kretser er elektrisk ekvivalente hvis

- a) Det går samme strøm gjennom terminalene
- b) Det er samme spenning over terminalene
- c) De elektriske egenskapene internt i de to kretsene er identiske
- d) De elektriske egenskapene mellom et nodepar er identiske

Spørsmål 5

Ved å koble sammen batterier i parallell får man

- a) Mindre spenning
- b) Mindre konduktans
- c) Økt strøm
- d) Høyere resistans

Spørsmål 6

For et vilkårlig ac-signal gjelder følgende:

- a) Snittverdien over en hel periode er 0
- b) Signalet gjentar seg etter perioden T
- c) Har en bestemt frekvens $f=1/T$
- d) Varierer over tid

Spørsmål 7

Et balansert sinussignal er

- a) Alltid positivt
- b) Har fast frekvens
- c) Er sentrert rundt 0
- d) Absoluttverdien til den positive og negative peakverdien er like

Spørsmål 8

Hvilken påstand er feil?

En kondensator

- a) Kan ikke lagre elektrisk ladning
- b) Har motstand mot elektrisk strøm som er avhengig av frekvensen
- c) Jo større frekvens desto større motstand
- d) Jo større frekvens desto større kapasitiv reaktans

Spørsmål 9

Hvis kapasitansen øker vil

- a) Reaktansen bli mindre
- b) Resistansen bli mindre
- c) Frekvensen øke
- d) Perioden bli mindre

Spørsmål 10

Tidskonstanten til en RC-krets sier noe om

- a) Hvor lang tid det tar før den blokkerer en dc-spenning
- b) Ved hvilken frekvens den begynner å lede en ac-strøm
- c) Ved hvilken frekvens den begynner å sperre en ac-strøm
- d) Hvor lang tid det tar å lade kondensatoren opp eller ut