

暨南大学考试试卷

教师填写	20__22__ - 20__23__ 学年度第__一__ 学期	课程类别 必修[✓] 选修[ ]
	课程名称: 线性代数引论	考试方式 开卷[ ] 闭卷[✓]
	授课教师姓名: 朱蔚恒	试卷类别 (A、B) [ A ] 共 3 页
	考试时间: 2022 年 12 月 27 日	
考生填写	____学院 _____ 专业____班(级)	
	姓名_____学号 _____内招[✓] 外招[ ]	

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
评阅人					

(试卷正文)

一、 填空题（共 10 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1.排列 234561 的逆序数为\_\_\_\_\_。

2.向量  $p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ，那么  $p_1, p_2$  的夹角为\_\_\_\_\_。

3.有向量组  $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$ ，那么该向量组的秩为\_\_\_\_\_。

4. 有一 3 阶初等矩阵  $E_1$ ,对矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ，有  $E_1A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ，那么

$E_1 =$ \_\_\_\_\_。

5.设  $A$  为 3 阶矩阵， $|A|=1/2$ ，那么 $|(2A)^{-1}-4A^*| =$ \_\_\_\_\_。

二、选择题（共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  则使得和  $A^T B + C$  有意义的矩阵  $C$  是 ( ) 矩阵。

- A. 1 行 3 列      B. 3 行 1 列      C. 3 行 4 列      D. 4 行 3 列

2. 若四阶行列式  $D$  中第 4 行的元素自左向右依次为 1, 2, 0, 0, 且余子式  $M_{41} = 2, M_{42} = 3$ , 则四阶行列式  $D =$  ( )

- A. -8      B. 8      C. 4      D. -4

3. 设向量组  $A$  能被向量组  $B$  线性表示, 那么 ( )

- A.  $R(A) \geq R(B)$       B.  $R(A) \leq R(B)$       C.  $R(A) > R(B)$       D.  $R(A) < R(B)$

4. 下列选项中正确的是 ( )

- A. 一个列满秩的方阵一定不是奇异的。  
B. 利用初等行变换可以将非奇异的矩阵变化为单位阵。  
C. AB 皆不正确。  
D. AB 皆正确。

5. 设  $A$  是一个  $m \times n$  的矩阵,  $AB = O$ , 则必有 ( )

- A.  $R(A) + R(B) \leq n$       B.  $R(A) + R(B) = n$       C.  $R(A) + R(B) < n$       D.  $R(A) + R(B) > n$

三、计算题（共 7 小题，每小题 10 分，共 70 分）

1. 求下列矩阵的逆。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \text{已知 } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ 求}$$

- (1)  $A^*$     (2)  $A^T$     (3)  $2A$     (4)  $A^2$

3. 计算下列行列式

$$(1) \begin{vmatrix} a & b & a-b \\ b & a-b & a \\ a-b & a & b \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

4. 设 3 阶对称阵  $A$  的特征值为  $\lambda_1=1, \lambda_2=-1, \lambda_3=0$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$ , 对应的特征向量为

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ 求 } A.$$

5. 设  $A = \text{diag}(2, 3, 4), A^*BA = 2BA - 6E$ , 求  $B$ 。

6. 设向量组  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$  的秩为 2, 求  $a, b$ 。

7. 非齐次线性方程组  $\begin{pmatrix} 2 & \lambda-2 & -1 \\ & \lambda-1 & \lambda+3 \\ & & 3\lambda-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ , 当  $\lambda$  取何值时,

有 (1) 有唯一解, (2) 无解, (3) 有无限解, 在有无限解时求其通解。

四、证明题 (共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

1. 设  $n$  阶矩阵  $A$  可逆,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 证明:  $A^*$  也可逆。

2. 设  $A, B$  为  $n$  阶矩阵, 且  $A$  对称, 证明:  $B^T A B$  也是对称阵。