

目 录

1	选择排序	2
2	冒泡排序	2
3	顺序查找	3
4	蛮力字符串匹配	3
5	最近对问题	4
6	凸包问题	5
7	穷举查找	7
7.1	旅行商问题	7
7.2	背包问题	7
7.3	分配问题	7

1 选择排序

算法过程：对列表做第 i 遍扫描的时候，该算法在最后 $n-i$ 个元素中寻找最小元素，然后拿它和 A_i 交换。

代码实现如下：

```
1 void select_sort(int *A, int len)
2 {
3     int min;
4     int i;
5     int j;
6     int temp;
7     for(i = 0; i < len - 1; ++i)
8     {
9         min = i;
10        for(j = i + 1; j < len; ++j)
11        {
12            if(A[j] < A[min])
13                min = j;
14        }
15        temp = A[min];
16        A[min] = A[i];
17        A[i] = temp;
18    }
19 }
```

算法分析：

- 该算法的基本操作是键值比较 $A[j] < A[\text{min}]$ 。该比较执行次数为 $C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} (n-1-i)$ 。
- 键的交换次数仅为 $\Theta(n)$ 。
- 选择排序最坏情况和平均情况的复杂度为 $\Theta(n^2)$ 。

2 冒泡排序

算法思路：从第一个元素开始，比较列表中相邻元素，如果它们是逆序的就交换它们的位置。重复这个过程 $n-1$ 遍，这个列表就排好序了。

实现代码如下：

```
1 void bubble_sort(int *A, int len)
2 {
3     int i, j;
4     int temp;
5     for(i = 0; i < len - 1; ++i)
6     {
7         for(j = 0; j < len - i - 1; ++j)
```

```

8      {
9          if (A[j+1] < A[j])
10         {
11             temp = A[j];
12             A[j] = A[j+1];
13             A[j+1] = temp;
14         }
15     }
16 }
17

```

算法分析:

- 冒泡排序的键值比较次数为 $\frac{(n-1)n}{2} \in \Theta(n^2)$ 。
- 冒泡排序的最坏情况和平均情况的复杂度为 $\Theta(n^2)$ 。

3 顺序查找

查找问题就是在给定的集合中找一个给定的值。

算法思路：将给定序列中的连续元素和给定的查找键作比较，直到遇到一个匹配的元素。

算法实现的小技巧：将查找键添加到列表的末尾，那么查找一定会成功，所以就不必在算法的每次循环时都检查是否到达了表的末尾。

代码实现：

```

1  int sequential_search(int *A, int len, int key)
2  {
3      A[len] = key;
4      int i = 0;
5      while (A[i] != key)
6          ++i;
7      if (i < n)
8          return i;
9      else
10         return -1;
11 }

```

算法分析：顺序查找是线性算法，时间复杂度为 $\Theta(n)$ 。

4 蛮力字符串匹配

字符串匹配问题：给定一个 n 个字符组成的串，称为文本。给定一个 m 个字符的串，称为模式。

算法思路：将模式对准文本的前 m 个字符，然后从左到右匹配每一对相应的字符，直到 m 个字符全部匹配。如果遇到不匹配的字符，将模式向右移一位，然后从模式的第一个字符开始匹配。

算法实现：

```

1  void brute_force_string_match(int *Text, int *pattern, int n, int m)
2  {
3      int i, j;
4      for(i = 0; i < n-m; ++i)
5      {
6          j = 0;
7          while((j < m) && (P[j] == Text[i+j]))
8              ++j;
9          if(j == m)
10             return i;
11     }
12     return -1;
13 }

```

算法分析：

- 最坏的情况下，算法复杂度为 $\Theta(nm)$ 。
- 算法的平均时间复杂度为 $\Theta(n + m) = \Theta(n)$ 。

5 最近对问题

最近对问题：找出一个包含 n 个点的集合中距离最近的两个点。

算法思路：分别计算每一对点之间的距离，然后找出距离最小的那一对。为了不对同一点对计算两次距离，我们只考虑 $i < j$ 的那些对 (P_i, P_j) 。

算法实现：

```

1  struct Point
2  {
3      int x;
4      int y;
5  };
6  typedef struct Point Point;
7  int* brute_force_closest_points(Point *P, int n)
8  {
9      int x1, x2;
10     int y1, y2;
11     int i, j;
12     int d;
13     int dmin = INT32_MAX;
14     int index[2];
15     for(i = 0; i < n; ++i)
16     {
17         x1 = P[i].x;

```

```

18     y1 = P[i].y;
19     for(j = i+1; j < n; ++j)
20     {
21         x2 = P[j].x;
22         y2 = P[j].y;
23         d = sqrt((x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2);
24         if(d < dmin)
25         {
26             dmin = d;
27             index[0] = i;
28             index[1] = j;
29         }
30     }
31 }
32
33 if(dmin == INT32_MAX)
34     return NULL;
35 return index;
36 }

```

算法分析：

- 该算法的基本操作是计算两个点的欧几里得距离。该操作中的平方根计算在计算机中只能近似求解，而且对于计算机而言不是一件轻松的工作。所以应该避免求平方根。
- 基本操作的执行次数为 $\Theta(n^2)$ 。

6 凸包问题

凸集合的定义：对于平面上的一个点集合，如果以集合中任意两点 P 和 Q 为端点的线段都属于该集合，那么这个集合就是凸集合。

凸包的定义：对于平面上 n 个点的集合，它的凸包就是包含所有这些点的最小凸多边形。

凸包问题：为平面上 n 个点的集合构造凸包。

极点的定义：将最小凸多边形的顶点称为极点。

算法思路：对于一个 n 个点集合中的两个点 P_i 和 P_j ，这两个点连成一条直线 l，当且仅当该集合中的其他点都位于这条直线 l 的同一边时，l 是该集合凸包边界的一部分。对每一对点都做一遍检验之后，满足条件的线段就构成了该凸包的边界。

算法实现：

```

1 // 两个点连成一条直线，方程为  $ax+by=c$ 
2 // 一条直线把平面分为两个半平面，其中一个半平面上的点都满足  $ax+by>c$ ，而另一个半
  平面中的点都满足  $ax+by<c$ 
3 // 为了检验某些点是否位于这条直线的同一边，可以简单地把每个点代入  $ax+by-c$ ，检验
  这个表达式的符号是否相同

```

```

4  struct Point
5  {
6      double x;
7      double y;
8  }
9  typedef struct Point Point;
10 Point* solution(Point* p, int len)
11 {
12     Point* result = (Point*)malloc(len * sizeof(Point));
13     int i,j,z;
14     double a,b,c;
15     double temp_k,temp_b;
16     double x1, x2, x3;
17     double y1, y2, y3;
18     int flag[2];
19     int index = 0;
20     for(i = 0; i < len; ++i)
21     {
22         result[i].x = 0;
23         result[i].y = 0;
24     }
25     for(i = 0; i < len; ++i)
26     {
27         x1 = p[i].x;
28         y1 = p[i].y;
29         for(j = i + 1; j < len; ++j)
30         {
31             flag[0] = 0;
32             flag[1] = 0;
33             x2 = p[j].x;
34             y2 = p[j].y;
35
36             if(x1 == x2)
37             {
38                 b = 0;
39                 c = 1;
40                 a = 1/x1;
41             }
42             else
43             {
44                 temp_k = (y1-y2)/(x1-x2);
45                 temp_b = y1 - temp_k*x1;
46                 a = temp_k;
47                 b = -1;
48                 c = -temp_b;
49             }
50
51             for(z = 0; z < len; ++z)
52             {
53                 if(z != i && z != j)
54                 {
55                     x3 = p[z].x;
56                     y3 = p[z].y;
57
58                     if(flag[0] == 0 && a*x3 + b*y3 > c)
59                         flag[0] = 1;

```

```

60         else if(flag[1] == 0 && a*x3 + b*y3 < c)
61             flag[1] = 1;
62         }
63     }
64
65     if(flag[0] && flag[1])
66         continue;
67     result[index++] = p[i];
68     result[index++] = p[j];
69 }
70 }
71 }

```

算法分析：时间复杂度为 $\mathcal{O}(n^3)$ 。

7 穷举查找

7.1 旅行商问题

旅行商问题：要求找出一条 n 个给定的城市间的最短路径，这条最短路径的出发城市和终点城市是一样的。而且要求我们在回到出发的城市之前，对每个城市都只访问过一次。

算法思路：通过生成 $n-1$ 个中间城市的组合来得到所有的旅游路线，计算这些线路的长度，然后求得最短的线路。

算法分析：算法时间复杂度为 $\Theta((n-1)!)$ 。

7.2 背包问题

背包问题：给定 n 个重量为 w_1, w_2, \dots, w_n ，价值为 v_1, v_2, \dots, v_n 的物品和一个承重为 W 的背包，求这些物品中一个最有价值的子集。

算法思路：计算出每个子集的总重量，找出所有可行的子集，然后在它们中间找到价值最大的子集。

算法分析：一个 n 元素集合的子集数量为 2^n ，所以算法的时间复杂度为 $\Omega(2^n)$ 。

7.3 分配问题

分配问题：有 n 个任务需要分配给 n 个人执行，一个任务一个人。将第 j 个任务分配给第 i 个人的成本为 $C[i,j]$ 。要求找出总成本最小的分配方案。

算法思路：生成整数 $1, 2, \dots, n$ 的全部排列，然后把成本矩阵中的相应元素相加来求得每种分配方案的总成本，最后选出其中具有最小和的方案。

算法分析：算法时间复杂度为 $\Theta(n!)$ 。