

基于转动定理的半圆形薄片运动建模

姓名：郑文斌 班级：光电 1902 学号：U201913935

摘要

为解决问题一，本文首先对半圆形薄片系统建立受力方程、力矩方程、几何方程，通过数值方法求解方程组得到了施加拉力后半圆形薄片的倾角 $\theta = 0.1564rad$ 。

对于问题二，半圆形薄片的运动为周期运动，可分解为竖直方向运动和转动两个方面。由于问题一求解的 θ 值较小，忽略竖直方向运动。以问题一求解结果为初始角度，对问题二基于转动定理建立转动微分方程，通过几何关系建立变量之间的约束，利用 ode45 求解微分方程，求解得到的短期内角度随时间变化的曲线为周期约为 $0.3s$ 的余弦函数曲线。同时，本文对 $\theta \approx 0$ 的极限情况，作了近似分析，求出其近似周期解析解，作出了周期与劲度系数、半径、质量的关系。

对于问题三，利用与前两问的相似性，添加了两个角度未知量，对应地建立第一小问的方程组，求得 $\theta = 0.1562rad$ ；建立第二小问的微分代数方程，利用 ode15s 或者迭代法 +ode45 求解。同时，本文也对此模型分析了 $\theta \approx 0$ 的极限情况。

由于问题一和问题 3-1 求解的倾角较小，模型忽略竖直方向运动，简化了方程和求解过程，但也同时造成长期演化后，出现角度衰减的现象，即能量不守恒的假象，和实际情况不符。针对此问题，在模型的推广中，本文对问题的实际情况做了分析，综合考虑转动和竖直方向运动，对竖直方向运动作出了简化的模型，描述了竖直运动的周期。半圆形薄片的真实运动周期应该介于竖直运动周期和转动周期之间。

关键字：受力平衡 转动定理 微分代数方程 周期运动

目录

一、问题重述	3
二、问题分析	3
2.1 问题一分析	3
2.2 问题二分析	3
2.3 问题三分析	3
三、模型假设	3
四、符号说明	4
五、问题一模型	4
5.1 模型的建立	4
5.2 模型的求解	5
六、问题二模型	6
6.1 模型的建立	6
6.2 模型的求解：数值法	7
6.3 模型的近似：近似解析解	9
七、问题三模型	10
7.1 3-1 模型	10
7.2 3-2 模型	11
7.2.1 求解方法 1: ode15s	13
7.2.2 求解方法 2: 迭代法 +ode45	13
7.2.3 3-2 模型求解结果	13
7.2.4 3-2 模型的近似解析解	14
八、模型的推广	15
九、模型的评价	17
参考文献	18
A 附录 代码文件列表	20
B 附录 代码	20