

Bài tập 5: TOÁN HỌC NGẪU NHIÊN

A. LÝ THUYẾT:

- ❖ **Xác suất có điều kiện:** là xác suất của một biến cố A nào đó, biết rằng một biến cố B khác xảy ra. Ký hiệu $P(A/B)$ và là "xác suất của A , biết B ". Với $P(B) > 0$

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

- ❖ **Xác suất hợp** là xác suất của hai biến cố cùng xảy ra. Xác suất hợp của A và B được ký hiệu $P(A \cap B)$ hoặc $P(A, B)$

- ❖ **Xác suất biên** là xác suất của một biến cố mà không quan tâm đến các biến cố khác. Xác suất biên của A được ký hiệu là $P(A)$, xác suất biên của B được ký hiệu là $P(B)$.

- ❖ **Nhân xác suất:** Xác suất của tích hai biến cố A và B bằng tích xác suất của một trong hai biến cố đó với xác suất có điều kiện của biến cố còn lại:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$$

- ❖ **Cộng xác suất:** hai biến cố A và B bằng xung khắc thì

- $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(\neg A) = 1 - P(A)$

- ❖ **Định lý Bayes:** xác suất xảy ra A khi biết B sẽ phụ thuộc vào 3 yếu tố:

- Xác suất xảy ra A của riêng nó, không quan tâm đến bất kỳ thông tin nào về B .
- Xác suất xảy ra B của riêng nó, không quan tâm đến A .
- Xác suất xảy ra B khi biết A xảy ra. Đại lượng này xảy ra B khi biết A đã xảy ra.
(không nhầm lẫn giữa khả năng xảy ra B khi biết A và xác suất xảy ra A khi biết B .)

Khi biết 3 đại lượng này, xác suất của A khi biết B :

$$P(A/B) = \frac{P(B/A)P(A)}{P(B)}$$

→ Suy ra: $P(A/B)P(B) = P(A \cap B) = P(B/A)P(A)$

B. BÀI TẬP

Bài 2.

- Xác suất để rút ra hai quân bài đỏ là: $26/52 \cdot 25/51$
- Xác suất để rút được hai quân bài đỏ hoặc hai quân bài đen là:

$$26/52 \cdot 25/51 + 26/52 \cdot 25/51$$

- c. Xác suất rút được một quân bài đỏ và một quân bài đen là: 26/51
- d. Xác suất để quân bài thứ hai có màu đỏ và quân bài thứ nhất có màu đỏ là: 25/51
- e. Xác suất để quân bài thứ hai màu đỏ và quân bài thứ nhất màu đen là: 26/51

Bài 3.

Ta có: $P(A) = 0.083$, $P(B) = 0.035$, $P(A|B) = 0.90$

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0.035 \cdot 0.90}{0.083} = 0.38$$

Bài 4:

a) Gọi A là biến cố sản phẩm được sản xuất do tổ T1 sản xuất
Ta có: $P(A) = 0,45$ (Vì tổ T1 sản xuất 45% sản phẩm)

b) Gọi

B là biến cố sản phẩm bàn ghế lỗi

C_1 là biến cố sản phẩm được sản xuất do tổ T1

C_2 là biến cố sản phẩm được sản xuất do tổ T2

Ta có:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(C_1) \cdot P(B|C_1) + P(C_2) \cdot P(B|C_2) \\ &= 0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,02 = 0,0135 + 0,011 \\ &= 0,0245 \end{aligned}$$

b) Xác suất của biến cố sản phẩm lỗi do tổ T2 sản xuất

$$\begin{aligned} P(C_2|B) &= \frac{P(C_2) \cdot P(B|C_2)}{P(C_1) \cdot P(B|C_1) + P(C_2) \cdot P(B|C_2)} \\ &= \frac{0,55 \cdot 0,02}{0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,02} = \frac{0,011}{0,0245} \approx 0,45 \end{aligned}$$