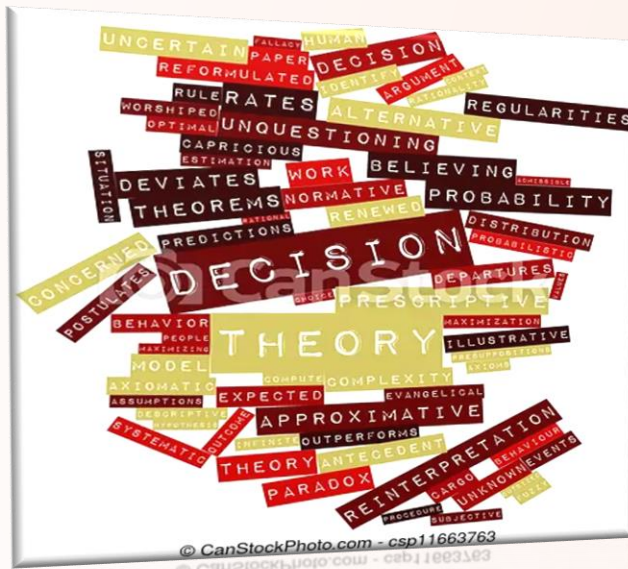


LÝ THUYẾT QUYẾT ĐỊNH

(Decision theory)



Biên soạn: ThS. Phạm Đình Tài
pdtai@ntt.edu.vn
0985.73.39.39

QUYẾT ĐỊNH DƯỚI SỰ RỦI RO

- *Tối đa hóa là?*
- *Tại sao hợp lý để tối đa hóa tiện ích mong đợi?*
- *Cách tiếp cận tiên đề*
- *Nghịch lý Allias*
- *Nghịch lý Ellsberg*
- *Nghịch lý St Petersburg*
- *Nghịch lý hai phong bì*



1. Tối đa hóa là gì?

- Không được nhầm lẫn các nguyên tắc tối đa hóa giá trị tiền tệ kỳ vọng với nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng.
- Khác biệt mới giữa nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng và nguyên tắc tối đa hóa tiện ích kỳ vọng. Một phiên bản sau sẽ chính xác hơn phiên bản trước, trong đó khái niệm giá trị được xác định rõ ràng hơn.
- Điều này cho chúng ta ba nguyên tắc có liên quan chặt chẽ với nhau:

- 1. Nguyên tắc tối đa hóa giá trị tiền tệ kỳ vọng**
- 2. Nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng**
- 3. Nguyên tắc tối đa hóa tiện ích mong đợi**

Tối đa hóa giá trị tiền tệ kỳ vọng

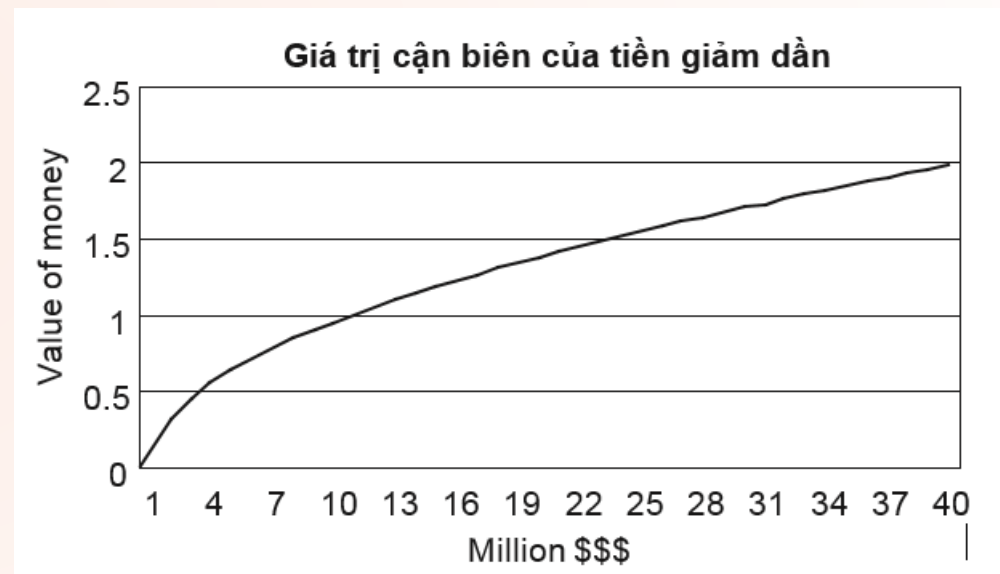
Ví dụ: Hãy tưởng tượng rằng bạn được đưa ra lựa chọn giữa việc nhận một triệu đô la chắc chắn và nhận một vé xổ số giúp bạn có 50% cơ hội trúng ba triệu đô la hoặc không có gì

	1/2	1/2
Xổ số A	1 triệu \$	1 triệu \$
Xổ số B	3 triệu \$	\$ 0

$$EMV(\text{Xổ số A}) = \frac{1}{2} \cdot 1\text{tr \$} + \frac{1}{2} \cdot 1\text{M\$} = 1\text{tr \$}$$

$$EMV(\text{Xổ số B}) = \frac{1}{2} \cdot 3\text{tr \$} + \frac{1}{2} \cdot 0\$ = 1.5\text{tr \$}$$

giá trị tiền tệ dự kiến của hai xổ số



Biểu đồ mô tả mối quan hệ giả định giữa tiền và giá trị, đối với một người chơi Xổ số.



Tối đa hóa giá trị tiền tệ kỳ vọng

- Nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng có ý nghĩa hơn theo quan điểm, chuẩn hơn nguyên tắc **tối đa hóa giá trị tiền tệ kỳ vọng**.
- Giá trị trước có được từ giá trị thứ hai bằng cách thay **m** cho **v** trong công thức, trong đó **v** biểu thị giá trị chứ không phải tiền.

$$EV = p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2 + \cdots + p_n \cdot v_n$$



Tối đa hóa giá trị kỳ vọng

- Không phải tất cả các khái niệm về giá trị đều là hướng dẫn đáng tin cậy để đưa ra quyết định hợp lý.
- Lấy giá trị đạo đức làm ví dụ:

Nếu một tỷ phú quyết định quyên góp toàn bộ tài sản của mình cho tổ chức từ thiện, giá trị đạo đức được mong đợi của việc làm đó có thể rất cao. Tuy nhiên, điều này là do nhiều người nghèo sẽ được hưởng lợi từ số tiền này, chứ không phải vì bản thân tỷ phú sẽ hạnh phúc hơn. (Theo giả định, tỷ phú này rất tham lam!)

- Giá trị đạo đức được mong đợi của việc tặng một tài sản cao hơn nhiều so với loại mà các nhà lý thuyết quyết định về giá trị cá nhân chủ yếu quan tâm.
- Trong hầu hết các trường hợp, giá trị đạo đức không phải là loại giá trị mà các nhà lý thuyết quyết định nghĩ rằng chúng ta nên dựa trên lý luận công cụ, phương tiện cuối cùng.

Tối đa hóa giá trị kỳ vọng

- Để xác định loại giá trị là đối tượng nghiên cứu chính trong lý thuyết quyết định - giá trị của một kết quả được đánh giá từ quan điểm của những người ra quyết định - thì việc đưa ra khái niệm về mức độ hữu ích là rất hữu ích.
- Tiềm ích là một thực thể trừu tượng không thể quan sát trực tiếp.
- Theo định nghĩa, tiềm ích của một kết quả phụ thuộc vào giá trị của kết quả từ quan điểm của những người ra quyết định.
- Nguyên tắc tối đa hóa mức thỏa dụng kỳ vọng thu được từ nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng bằng cách thay **v** cho **u** trong phương trình :

$$EU = p_1 \cdot u_1 + p_2 \cdot u_2 + \cdots + p_n \cdot u_n$$

Tối đa hóa tiện ích mong đợi

Nguyên tắc tiện ích mong đợi cũng có thể được áp dụng trong các trường hợp mà các kết quả không phải là tiền tệ.

ví dụ :

David và đối tác của anh ấy là Rose sắp giao một chiếc du thuyền buồm từ La Coruna (ở phía bắc Tây Ban Nha) đến English Harbour, Antigua (ở Tây Ấn). Do hệ thống thời tiết, chỉ có hai tuyến đường khả thi qua Đại Tây Dương, hoặc tuyến đường trực tiếp phía bắc hoặc tuyến đường phía nam dài hơn một chút. Đương nhiên, 2 người mong muốn vượt Đại Tây Dương càng nhanh càng tốt. Số ngày cần thiết cho chuyến vượt biển phụ thuộc vào tuyến đường họ chọn và tình hình khí tượng. Về thời tiết, yếu tố quyết định là có hay không một vùng áp suất cao trên Azores sau khi họ khởi hành từ bờ biển Tây Ban Nha. Có những dữ liệu khí tượng đáng tin cậy từ hơn một trăm năm trước, và xác suất một vùng áp suất cao sẽ hình thành là 83%.

Ví dụ :Tối đa hóa tiện ích mong đợi

- Vì David và Rose muốn thực hiện chuyến vượt biển trong ít ngày nhất có thể, tiện ích của các kết quả có tương quan nghịch với số ngày trên biển. Do đó, lợi ích của việc đi thuyền trong 27 ngày, mà ta viết là $u(27)$, thấp hơn so với lợi ích của việc đi thuyền trong 18 ngày, $u(18)$.
- Giả định rằng trong trường hợp cụ thể này, **hàm tiện ích là tuyến tính** đối với đến số ngày ở trên biển. Sau đó, các tiện ích mong đợi của hai lựa chọn thay thế như sau.

	Vùng áp suất cao trên Azores (83%)	Không có vùng áp suất cao trên Azores (17%)
Tuyến phía bắc	27 ngày	14 ngày
Tuyến phía nam	18 ngày	21 ngày

$$EU(\text{Bắc}) = 0.83. u(27) + 0.17.u(14) = u(24.79)$$

$$EU(\text{Nam}) = 0.83. u(18) + 0.17.u(21) = u(18.51)$$

David và Rose nên chọn tuyến đường phía nam, vì $u(18,51) > u(24,79)$, theo giả định về mối tương quan giữa tiện ích và số ngày trên biển.



2. Tại sao tối đa hóa tiện ích mong đợi ?

- Các nhà lý thuyết quyết định đã đề xuất hai lập luận khác nhau về cơ bản cho nguyên tắc tiện ích mong đợi.
- **Lập luận 1:** dựa trên quy luật số lớn; nó tìm cách cho thấy rằng về lâu dài, bạn sẽ tốt hơn nếu bạn tối đa hóa tiện ích mong đợi.
- **Lập luận 2:** nhằm mục đích rút ra nguyên lý tiện ích mong đợi từ một số tiên đề cơ bản hơn cho việc ra quyết định hợp lý, không liên quan đến những gì sẽ xảy ra trong thời gian dài.



- Quy luật số lớn

- Quy luật số lớn là một định lý toán học nói rằng tất cả những người tối đa hóa mức độ hữu ích mong đợi gần như chắc chắn sẽ khá giả hơn về lâu dài.
- Nếu một thử nghiệm ngẫu nhiên (chẳng hạn như tung con súc sắc hoặc tung đồng xu) được lặp lại n lần và mỗi thử nghiệm có xác suất p để dẫn đến một kết quả định trước, thì xác suất để % của những kết quả đó khác p hơn rất nhiều lượng nhỏ ϵ hội tụ về 0 khi số lần thử n tiến tới vô cùng.
- Điều này đúng với mọi $\epsilon > 0$, bất kể nhỏ như thế nào. Do đó, bằng cách thực hiện thử nghiệm ngẫu nhiên đủ nhiều lần, xác suất để kết quả trung bình khác với kết quả mong đợi có thể nhỏ tùy ý.

- Quy luật số lớn

- **Ví dụ**, bạn được cung cấp 1 đơn vị tiện ích chắc chắn hoặc một tờ vé số sẽ mang lại 10 đơn vị với xác suất 0,2 hoặc không có gì với xác suất 0,8. Tiện ích mong đợi của việc chọn vé số là 2, nhiều hơn 1.
- Theo **quy luật số lớn**, bạn không thể chắc chắn rằng bạn sẽ thực sự tốt hơn nếu bạn chọn xổ số, vì sự lựa chọn đó là dành cho bạn, chỉ một lần. Tuy nhiên, những gì bạn biết chắc chắn là nếu bạn phải đối mặt với cùng một quyết định lặp đi lặp lại, thì khả năng bạn sẽ không khá hơn khi chọn xổ số có thể nhỏ tùy ý bằng cách lặp đi lặp lại cùng một quyết định. Hơn nữa, nếu bạn lặp lại quyết định được đề cập nhiều lần vô hạn, thì xác suất để tiện ích trung bình và tiện ích mong đợi chênh lệch hơn ε đơn vị sẽ giảm xuống không.



- Quy luật số đông

- **Quy luật số đông** là có vẻ hoàn toàn hợp lý khi đặt câu hỏi liệu những người ra quyết định có bao giờ phải đối mặt với cùng một vấn đề quyết định nhiều lần hay không.
- Để quy luật về số lượng lớn hoạt động, nói đúng ra là không cần thiết phải cho rằng tác nhân đang phải đối mặt với cùng một vấn đề quyết định. Tất cả những gì chúng ta cần giả định là xác suất của mỗi kết quả là cố định theo thời gian.
- Quy luật số đông là nhiều quyết định dưới rủi ro là duy nhất theo một nghĩa mạnh hơn nhiều.

3. Cách tiếp cận tiên đề

- Cách tiếp cận tiên đề đối với nguyên tắc tiện ích kỳ vọng không dựa trên quy luật số lớn. Thay vào đó, cách tiếp cận này tìm cách chỉ ra rằng nguyên tắc tiện ích mong đợi có thể được suy ra từ các tiên đề mà độc lập với những gì sẽ xảy ra trong thời gian dài.
- Do đó, nếu thành công, một lập luận tiên đề có thể vượt qua sự phản đối rằng sẽ không có ý nghĩa gì nếu tối đa hóa hiệu quả mong đợi trong một quyết định chỉ được đưa ra một lần.

Ví dụ: Cách tiếp cận tiên đề

- *Bạn được đề nghị nhấn một nút màu xanh lá cây, và nếu bạn làm vậy, bạn sẽ chết hoặc trở thành người hạnh phúc nhất trên Trái đất. Nếu bạn không bấm nút, bạn sẽ tiếp tục sống một cuộc sống khá tầm thường. Chúng ta hãy giả sử rằng tiện ích mong đợi của việc nhấn nút màu xanh lá cây vượt quá tiện ích của việc không nhấn nó.*

Một người ra quyết định hợp lý nên làm gì?

- Các lập luận tiên đề phải đòi hỏi, nếu thành công, lập luận đó sẽ tối đa hóa tiện ích mong đợi ngay cả trong trường hợp này, mặc dù quyết định chỉ được thực hiện một lần và kết quả có thể là thảm họa.

Cách tiếp cận tiên đề

- Các nhà lý thuyết quyết định đã đề xuất hai chiến lược khác nhau về cơ bản để thỏa mãn tiên đề về nguyên tắc tiện ích mong đợi.
- Một số tiên đề là trực tiếp, và một số là gián tiếp.
- **Tiếp cận gián tiếp**, là cách tiếp cận chiếm ưu thế, người ra quyết định không thích một hành động rủi ro hơn một hành động khác bởi vì lợi ích mong đợi của hành động trước vượt quá tiện ích của hành động sau. Thay vào đó, người ra quyết định được yêu cầu nêu một tập hợp các ưu tiên đối với một tập hợp các hành vi rủi ro. Không liên quan đến cách tạo ra các tùy chọn này.

Cách tiếp cận tiên đề

- **Tiếp cận trực tiếp** là tìm cách tạo ra các ưu tiên đối với các hành vi từ các xác suất và tiện ích được chỉ định trực tiếp cho các kết quả.
- Ngược lại với cách tiếp cận gián tiếp, người ra quyết định không được tiếp cận một tập hợp các ưu tiên đối với các hành vi trước khi bắt đầu cân nhắc.
- Có thể được chứng minh rằng nguyên lý tiện ích mong đợi có thể được suy ra từ 4 tiên đề đơn giản. Sự trình bày được đưa ra ở đây là **chính thức hóa**.
- **Mục đích** của tiên đề là chỉ ra rằng tiện ích của một hành động bằng với **tiện ích mong đợi** của **các kết quả** của nó.

Mục đích tiên đề

- **Tiên đề đầu tiên** cho rằng nếu tất cả các kết quả của một hành động có **tiện ích u** , thì tiện ích của hành vi là u .
- Tiện ích của hành động a_1 là 5, trong khi tiện ích của hành động a_2 là 7.

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
a_1	5	5	5	5	5
a_2	7	7	7	7	7

(I)

Mục đích tiên đề

- **Tiên đề thứ 2** là nguyên tắc thống trị: Nếu một hành động chắc chắn dẫn đến kết quả với tiện ích cao hơn ở tất cả các trạng thái, thì lợi ích của hành động trước đó vượt quá hành vi sau (và nếu cả 2 hành động dẫn đến kết quả ngang nhau thì chúng có cùng tiện ích).
- Tiện ích của a_2 vượt quá tiện ích của a_1 . Lưu ý rằng tiên đề này yêu cầu rằng các trạng thái độc lập về mặt nhân quả với các hành vi.

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
a_1	5	5	5	5	5
a_2	7	7	7	7	7

(I)

Mục đích tiên đề

- **Tiên đề thứ ba** cho rằng mọi vấn đề quyết định có thể được chuyển thành một vấn đề quyết định với các trạng thái tương đương, bằng cách tách các trạng thái ban đầu thành các trạng thái song song, mà không ảnh hưởng đến tiện ích tổng thể của bất kỳ hành vi nào trong bài toán quyết định;
- Ý chính của tiên đề này là a_1 và a_2 trong ma trận (2) chính xác như a_1 và a_2 trong ma trận (3), đơn giản là vì Ma trận có thể nhận được từ ma trận đầu tiên bằng cách chia tập hợp các trạng thái tương ứng với các kết quả hơi khác một chút.

(2)			(3)					
	0,2	0,8		0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
a_1	1	3	a_1	1	3	3	3	3
a_2	6	2	a_2	6	2	2	2	2

Mục đích tiên đề

Ví dụ, Adam đề nghị bạn tung một đồng xu công bằng. Nếu nó tiếp đất, bạn sẽ nhận được 10 đơn vị tiện ích, nếu không bạn nhận được 2 đơn vị. Nếu bạn từ chối tham gia đánh bạc, bạn nhận được 5 đơn vị.

Trước khi bạn quyết định có đánh bạc hay không, Adam thông báo với bạn rằng anh ấy sẵn sàng thay đổi các quy tắc của trò chơi sao cho thay vì cho bạn 10 đơn vị tiện ích nếu đồng xu ngửa lên, anh ấy sẽ cho bạn ít hơn một chút, $10 - \varepsilon_1$, nhưng bù đắp cho bạn khoản lỗ có thể xảy ra này bằng cách tăng phần thưởng kia lên $2 + \varepsilon_2$ đơn vị (5)

(4)

	0,5	0,5
a_1	5	5
a_2	2	10

(5)

	0,5	0,5
a_1	5	5
a_2	$2 + \varepsilon_2$	$10 - \varepsilon_1$

Mục đích tiên đề

- **Tiên đề thứ tư** và tiên đề cuối cùng là một nguyên tắc đánh đổi.
- Nó cho rằng nếu hai kết quả có thể xảy ra như nhau, và nếu kết quả tốt nhất có thể tệ hơn một chút, thì điều này có thể được bù đắp bằng cách thêm một số (có lẽ rất lớn) lượng tiện ích vào kết quả kia.
- Nếu một giá trị ε_2 đủ lớn được chọn, thậm chí nhiều người ra quyết định không thích rủi ro sẽ chấp nhận sự đánh đổi được đề xuất. Điều này có nghĩa là tiên đề này có thể được chấp nhận bởi nhiều hơn chỉ những người ra quyết định, những người trung lập với rủi ro.

(4)

	0,5	0,5		0,5	0,5
a_1	5	5	a_1	5	5
a_2	2	10	a_2	$2 + \varepsilon_2$	$10 - \varepsilon_1$

(5)

4. Nghịch lý Allias

- Được phát hiện bởi nhà kinh tế học từng đoạt giải Nobel, Maurice Allais. Trong văn học đương đại, nghịch lý này vừa chống lại nguyên tắc tiện ích mong đợi nói chung, vừa chống lại nguyên tắc tiên đề thường được sử dụng trong tiên đề (gián tiếp) về nó.
- Ông đã chỉ ra rằng sự lựa chọn của các cá nhân khi được yêu cầu sắp xếp một cặp dự án rủi ro đều sắp xếp một cách hệ thống và lặp lại (như các nghiên cứu khác đã lựa chọn) mâu thuẫn với dự đoán tối đa hoá độ thoả dụng dự kiến.
- Các công trình của ông là Nghiên cứu về nguyên lý Kinh tế -1943 (sau còn được tái bản với tiêu đề Xử lý Kinh tế đơn thuần-1952) và Kinh tế và lợi nhuận(1947).

4. Nghịch lý Allias

	Vé số 1	Vé số 2-11	Vé số 12-100
G_1	1 triệu \$	1 triệu \$	1 triệu \$
G_2	0\$	5 triệu \$	1 triệu \$
G_3	1 triệu \$	1 triệu \$	0\$
G_4	0\$	5 triệu \$	0\$

- Trong sự lựa chọn giữa Game 1 và Game 2, có vẻ hợp lý khi chọn Game 1 vì nó mang lại cho người ra quyết định 1 triệu \$ chắc chắn (1 triệu \$)
- Trong khi trong sự lựa chọn giữa Game 3 và Game 4, nhiều người sẽ cảm thấy điều đó hợp lý → cơ hội 10% kiếm được 5 triệu \$, ngược với 1% rủi ro không nhận được gì, và do đó chọn Game 4.

Nghịch lý Allias

Sự khác biệt về mức độ thỏa dụng mong đợi giữa hai cặp game. Lưu ý rằng xác suất để vé số 1 được rút ra là 0,01 và xác suất để một trong các vé số 2 - 11 được rút ra là 0,1;

→ xác suất để một trong các vé có số 12 - 100 được rút ra là 0,89.

→ Do đó, bất kể lợi ích của các nhà hoạch định đối với tiền là gì, không thể đồng thời thích G1 hơn G2 và thích G4 hơn G3 mà không vi phạm nguyên tắc tiện ích mong đợi.

5. Nghịch lý Ellsbergs

- Nghịch lý Ellsberg cho rằng chúng ta có nỗi sợ bị thiệt hại khi đưa ra quyết định nào đó. Vậy nên khi thuyết phục, đối phương đưa ra nhiều thông tin nhất có thể để ta tin rằng lựa chọn mà họ đề xuất là sáng suốt nhất.
- Nghịch lý này được Daniel Ellsberg phát hiện ra vào cuối những năm 1950.

Nghịch lý Ellsbergs

- **Ví dụ:** Giả sử người ra quyết định được tặng một chiếc bình đựng 90 quả bóng, trong đó có 30 quả bóng màu đỏ. 60 quả bóng còn lại có màu đen hoặc vàng, nhưng tỷ lệ giữa các quả bóng màu đen và màu vàng là không xác định. Sau đó, người ra quyết định sẽ được đưa ra lựa chọn giữa các trò chơi.

Bạn thích G3 hay G4 hơn?

Nếu thích G1 hơn G2 có khả năng thích G4 hơn G3, vì G4 là một game với các xác suất đã biết. Xác suất giành được 100 \$ trong G4 được biết chắc chắn là 60/90.

Game 1	Nhận 100 đô la nếu 1 quả bóng màu đỏ được rút ra
Game 2	Nhận 100 đô la nếu 1 quả bóng đen được rút ra
Game 3	Nhận 100 đô la nếu 1 quả bóng màu đỏ hay vàng được rút ra
Game 4	Nhận 100 đô la nếu 1 quả bóng đen hay vàng được rút ra

Nghịch lý Ellsbergs

- Quan điểm của Ellsbergs là: Cho dù người đưa ra quyết định sử dụng tiện ích đối với tiền bạc là gì, và bất kể tin về tỷ lệ các quả bóng đen và vàng, nguyên tắc tối đa hóa tiện ích mong đợi không bao giờ có thể đề xuất $G1$ hơn $G2$ và $G4$ hơn $G3$, hoặc ngược lại.
- Do tiện ích mong đợi của $G1$ vượt trội so với $G2$ nếu và chỉ khi tiện ích mong đợi của $G3$ vượt quá tiện ích của $G4$

Nghịch lý không thể tránh được bằng cách lập luận đơn giản rằng $G2$ nên được ưu tiên hơn $G1$, bởi vì, sẽ hợp lý nếu bạn cũng thích $G3$ hơn $G4$; những ưu tiên như vậy cho thấy rằng người ra quyết định tìm cách tránh những trò đánh bạc có xác suất đã biết.

6. Nghịch lý St Petersburg

- Nghịch lý St Petersburg được phát hiện bởi nhà toán học Thụy Sĩ Daniel Bernoulli (1700 - 1782), người đang làm việc ở St Petersburg trong một vài năm vào đầu thế kỷ mười tám.
- Nghịch lý St Petersburg không phải là một nghịch lý theo nghĩa logic chặt chẽ. Không có mâu thuẫn chính thức nào được suy ra. Nhưng khuyến nghị đưa ra, rằng người ta nên hy sinh bất kỳ tiện ích hữu hạn nào để có đặc quyền chơi trò chơi St Petersburg, dường như đủ kỳ lạ để thúc đẩy việc sử dụng thuật ngữ nghịch lý.

Nghịch lý St Petersburg

- Nghịch lý St Petersburg bắt nguồn từ trò chơi St Petersburg.

Một đồng xu công bằng được tung cho đến khi nó tiếp đất. Sau đó, người chơi nhận được phần thưởng trị giá 2^n đơn vị tiện ích, trong đó n là số lần tung đồng xu. Vì vậy, nếu đồng xu hướng lên trong lần tung đầu tiên, người chơi sẽ giành được phần thưởng trị giá 2 đơn vị tiện ích, nhưng nếu nó tiếp đất, chẳng hạn, lần thứ 4, người chơi thắng $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.

- Bạn nên sẵn sàng trả bao nhiêu tiện ích để có cơ hội chơi trò chơi này?
- Theo nguyên tắc tiện ích mong đợi, bạn phải sẵn sàng trả bất kỳ số tiền hữu hạn nào cho tiện ích.

6. Nghịch lý St Petersburg

- V_i

$$\frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{8} \cdot 8 + \dots = 1 + 1 + 1 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2^n = \infty.$$

Kết quả có thể xảy ra nhất là người ta chỉ thắng được một lượng rất nhỏ tiện ích.

Ví dụ: xác suất để một người thắng nhiều nhất 8 đơn vị là $0,5 + 0,25 + 0,125 = 0,875$.



7. Nghịch lý hai phong bì (lớp vỏ)

- Nghịch lý hai phong bì nảy sinh từ sự lựa chọn giữa hai phong bì, mỗi phong bì chứa một số tiền. Một người cung cấp thông tin đáng tin cậy cho bạn biết rằng một trong các phong bì chứa chính xác gấp đôi phong bì kia, nhưng người cung cấp thông tin không cho bạn biết đó là phong bì nào.
- Vì đây là tất cả những gì bạn biết nên bạn quyết định chọn một phong bì một cách ngẫu nhiên.
- Giả sử bạn chọn phong bì A. Ngay trước khi bạn mở phong bì A, bạn được đề nghị hoán đổi và lấy phong bì B thay thế. Đối số sau đây chỉ ra rằng bạn nên hoán đổi.
- Gọi x là số tiền A. Khi đó phong bì B phải chứa $2x$ hoặc $x/2$ đô la. Cả hai khả năng đều có khả năng xảy ra như nhau.

7. Nghịch lý hai phong bì (lớp vỏ)

- Nghịch lý hai phong bì cũng có thể được tạo ra bằng cách bắt đầu từ nghịch lý St Petersburg: Một đồng xu bằng phẳng được lật n lần cho đến khi nó ngửa lên.
- Sau đó, một giải thưởng trị giá 2^n đơn vị tiện ích được bỏ vào một trong các phong bì và một nửa hoặc gấp đôi số tiền đó trong phong bì kia.
- Theo đó, với mỗi n hữu hạn, nếu phong bì đầu tiên chứa 2^n đơn vị tiện ích, thì một người luôn có lý do để hoán đổi sang phong bì kia, vì tiện ích mong đợi của nó cao hơn.
- Tuy nhiên, như chúng ta đã biết từ cuộc thảo luận về nghịch lý St Petersburg, tiện ích mong đợi của nội dung trong mỗi phong bì là vô hạn.

THANK YOU !

