Bài tập 5: TOÁN HỌC NGẪU NHIÊN

A. LÝ THUYẾT:

❖ Xác suất có điều kiện: là xác suất của một biến cố A nào đó, biết rằng một biến cố B khác xảy ra. Ký hiệu P(A / B) và là "xác suất của A, biết B". Với P(B) > 0

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

- * Xác suất hợp là xác suất của hai biến cố cùng xảy ra. Xác suất hợp của A và B được ký hiệu $P(A \cap B)$ hoặc P(A,B)
- * $X\acute{a}c$ $su\acute{a}t$ $bi\acute{e}n$ là xác suất của một biến cố mà không quan tâm đến các biến cố khác. Xác suất biên của A được ký hiệu là P(A), xác suất biên của B được ký hiệu là P(B).
- * Nhân xác suất: Xác suất của tích hai biến cố A và B bằng tích xác suất của một trong hai biến cố đó với xác suất có điều kiện của biến cố còn lại:

$$P(AB) = P(A).P(B|A) = P(B).P(A|B)$$

* Cộng xác suất: hai biến cố A và B bằng xung khắc thì

•
$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

•
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

•
$$P(\neg A) = \mathbf{1} - P(A)$$

- ❖ Định lý Bayes: xác suất xảy ra A khi biết B sẽ phụ thuộc vào 3 yếu tố:
- Xác suất xảy ra A của riêng nó, không quan tâm đến bất kỳ thông tin nào về B.
- Xác suất xảy ra *B* của riêng nó, không quan tâm đến *A*.
- Xác suất xảy ra B khi biết A xảy ra. Đại lượng này xảy ra B khi biết A đã xảy ra.
 (không nhầm lẫn giữa khả năng xảy ra B khi biết A và xác suất xảy ra A khi biết B.)
 Khi biết 3 đại lượng này, xác suất của A khi biết B:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

 \Rightarrow Suy ra: $P(A|B)P(B) = P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$

B. BÀI TẬP

Bài 1: Một hộp đựng 9 viên bi giống nhau, khác nhau về màu sắc. Trong đó có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

Giải mẫu:

Giả sử B là biến cố: "Lấy được một viên bi đỏ ở lần thứ hai".

P(A): một viên bi màu xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất nên còn lại trong bình 8 viên bi trong đó số viên bi đỏ là 4 và số viên bi xanh cũng là 4.

→ xác suất cần tìm là:

$$P(B) = \frac{4}{8} = 0.5$$

- **Bài 2.** Bạn rút hai quân bài từ một bộ bài 52 lá (một nửa màu đỏ và một nửa màu đen), không đặt lại quân bài thứ nhất trước khi rút quân bài thứ hai.
 - a. Xác suất để rút ra hai quân bài đỏ là gì?
 - b. Xác suất để rút được hai quân bài đỏ hoặc hai quân bài đen là bao nhiêu?
 - c. Xác suất rút được một quân bài đỏ và một quân bài đen là bao nhiều?
 - d. Xác suất để quân bài thứ hai có màu đỏ và quân bài thứ nhất có màu đỏ là bao nhiêu?
 - e. Xác suất để quân bài thứ hai màu đỏ và quân bài thứ nhất màu đen là bao nhiêu?
- **Bài 3.** Trong phòng Lab thực hành CNTT, qua kiểm tra, ta có: 3.5% tổng số máy tính bị hỏng trong thời gian dự đoán tuổi thọ của chúng và 8.3% tổng số máy tính bị nhiễm vi-rút. Hơn nữa, 90% tất cả các máy tính bị hỏng đều bị nhiễm vi-rút.

Xác suất để một máy tính bị nhiễm vi-rút bị hỏng là bao nhiêu?

- **Bài 4:** Một phân xưởng sản xuất bàn ghế gồm 2 tổ. Tổ T1 sản xuất 45%, Tổ T2: 55% số bàn ghế. Tỉ lệ sản phẩm sản phẩm lỗi của mỗi tổ trên số sản phẩm do tổ T1 sản xuất là 3%, T2 là 2%.
 - a. Tính xác suất sản phẩm bàn ghế do tổ T1 sản xuất
 - b. Tính xác suất để sản xuất sản phẩm bàn ghế tốt
 - c. Tính xác xuất sản phẩm lỗi do tổ T2 sản xuất