

Bài tập 5A: TOÁN HỌC NGẪU NHIÊN(tt)

A. LÝ THUYẾT:

- ❖ **Xác suất có điều kiện:** là xác suất của một biến cố A nào đó, biết rằng một biến cố B khác xảy ra. Ký hiệu $P(A/B)$ và là "xác suất của A , biết B ". Với $P(B) > 0$

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

- ❖ **Xác suất toàn phần:**

Giả sử A là biến cố bất kỳ và $\{B_1\}, \{B_2\}, \dots, \{B_n\}$ lập thành hệ đầy đủ các biến cố và $P(\{B_i\}) > 0$.

Khi đó:
$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)$$

- ❖ **Định lý Bayes:** xác suất xảy ra A khi biết B sẽ phụ thuộc vào 3 yếu tố:

- Xác suất xảy ra A của riêng nó, không quan tâm đến bất kỳ thông tin nào về B .
 - Xác suất xảy ra B của riêng nó, không quan tâm đến A .
 - Xác suất xảy ra B khi biết A xảy ra. Đại lượng này xảy ra B khi biết A đã xảy ra.
(không nhầm lẫn giữa khả năng xảy ra B khi biết A và xác suất xảy ra A khi biết B .)
- Khi biết 3 đại lượng này, xác suất của A khi biết B :

$$P(A/B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

→ Suy ra:
$$P(A/B)P(B) = P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

B. BÀI TẬP

Bài 1:

- a. Gọi A_i là biến cố sản phẩm thứ i không đạt chất lượng. Ta chọn 1 sản phẩm đầu tiên không đạt chất lượng, vậy còn lại tất cả là $1500 - 1 = 1499$, và có $80 - 1 = 79$ sản phẩm không đạt chất lượng.

$$P(A_2|A_1) = \frac{79}{1499} = 0,052$$

- b. Do A_2 và A_1 là hệ biến cố đầy đủ, theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A_2) = P(A_2) P(A_2|A_1) + P(\neg A_2) P(A_2|\neg A_1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{80}{1500} \cdot \frac{79}{1499} + \frac{1500-80}{1500} \cdot \frac{80}{1499} \\ &= 0,053 \cdot 0,052 + 0,946 \cdot 0,053 \approx 0,053 \end{aligned}$$

Bài 2:

Gọi A, B lần lượt là biến cố “Thực nghiệm thứ nhất thành công” và “Thực nghiệm thứ hai thành công”.

- a. AB là biến cố cho Cả hai thực nghiệm thành công.

Theo giả thiết ta có $P(A) = 0,6$; $P(B|A) = 0,85$.

$$\rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,6 \cdot 0,85 = 0,51$$

- b. $\neg A \cdot \neg B$ là biến cố cho Cả hai thực nghiệm đều không thành công.

Theo giả thiết ta có $P(\neg A) = 1 - 0,6 = 0,4$; $P(\neg B|\neg A) = 1 - 0,35 = 0,65$.

$$\rightarrow P(\neg A \cdot \neg B) = P(\neg A) \cdot P(\neg B|\neg A) = 0,4 \cdot 0,65 = 0,26$$

- c. $A \neg B$ là biến cố “Thực nghiệm thứ nhất thành công nhưng thực nghiệm thứ hai không thành công”.

Theo giả thiết ta có $P(\neg B|A) = 1 - 0,85 = 0,15$;

$$\rightarrow P(A \neg B) = P(A) \cdot P(\neg B|A) = 0,6 \cdot 0,15 = 0,09$$

Bài 3:

Gọi A là biến cố: “Chi tiết lấy từ các linh kiện đạt tiêu chuẩn”, B_1 là biến cố: “Chi tiết do nhà máy thứ nhất cung cấp” và B_2 là biến cố: “Linh kiện do nhà máy thứ hai cung cấp”. Ta cần tính xác suất $P(B_1|A)$.

Công thức Bayes

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)}$$

Ta có: $P(B_1) = 0,7$; $P(B_2) = 0,3$;

$$P(A|B_1) = 0,95; P(A|B_2) = 0,8.$$

\rightarrow

$$P(B_1|A) = \frac{0,7 \cdot 0,95}{0,7 \cdot 0,95 + 0,3 \cdot 0,8} = 0,73$$