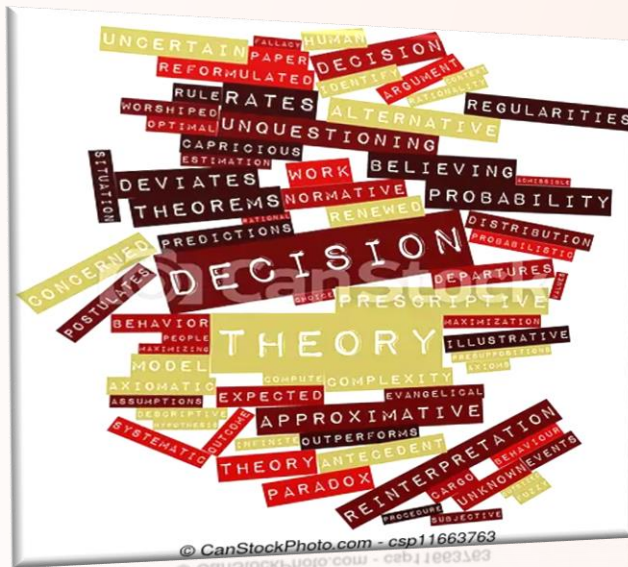


# LÝ THUYẾT QUYẾT ĐỊNH

*(Decision theory)*



Biên soạn: ThS. Phạm Đình Tài  
pdtai@ntt.edu.vn  
0985.73.39.39

## MA TRẬN QUYẾT ĐỊNH

- *Các trạng thái*
- *Các kết quả*
- *Các hành động*
- *Các hình thức đối đầu*



# 1. Các trạng thái

- Trước khi đưa ra quyết định, chúng ta phải xác định bằng cách nào đó những gì cần quyết định.
- Hay nói cách khác, chúng ta phải xác định rõ các hành vi, trạng thái và kết quả có liên quan là gì.

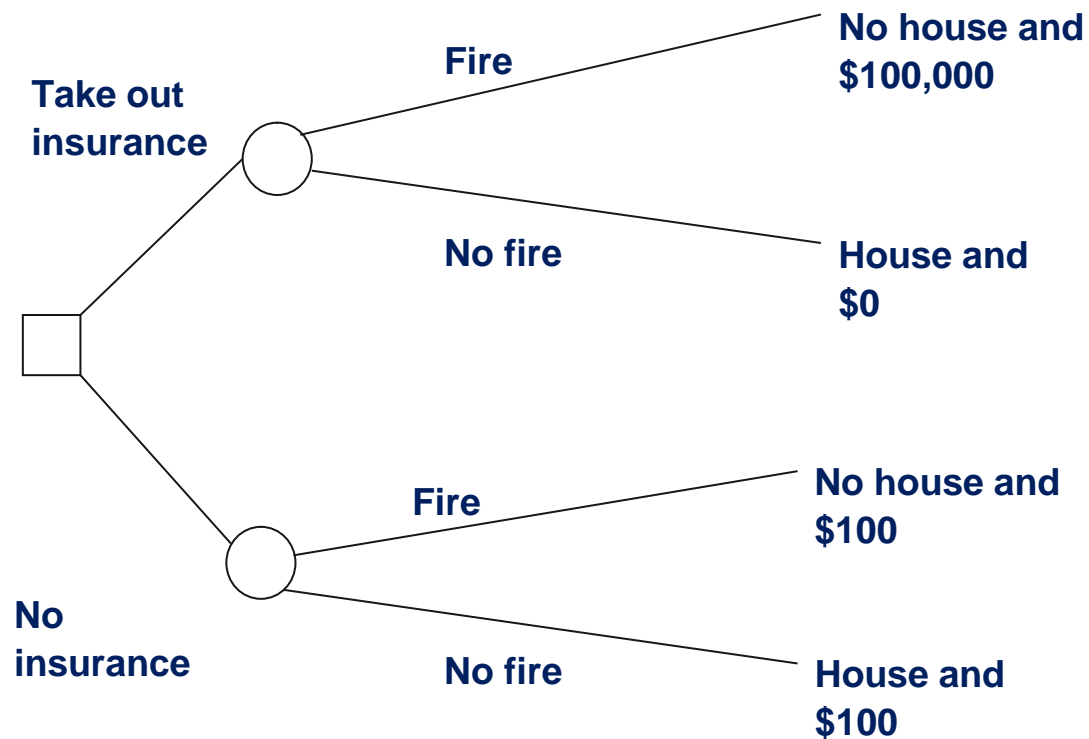
# Ví dụ: Các trạng thái

- Giả sử rằng chúng ta đang nghĩ đến việc mua bảo hiểm hỏa hoạn cho ngôi nhà của mình. Có lẽ tốn 100 đô la để mua bảo hiểm cho một ngôi nhà trị giá 100.000 đô la, và chúng ta hỏi: Nó có đáng không?
- Trước khi quyết định, chúng ta phải chính thức hóa vấn đề quyết định. Trong trường hợp này, có vẻ như chúng ta phải đối mặt với vấn đề quyết định với hai hành vi, hai trạng thái và bốn kết quả.

	Cháy nổ	Không cháy nổ
Nhận bảo hiểm	Không có nhà và 100.000\$	Nhà và 0\$
Không có bảo hiểm	Không có nhà và 100\$	Nhà và 100\$

# Ví dụ: Các trạng thái

- Hình vuông đại diện cho một **nút lựa chọn** và các vòng tròn đại diện cho các **nút cơ hội**.
- Tại nút lựa chọn, người ra quyết định sẽ đi lên hay đi xuống. Nếu có nhiều hơn hai hành động để lựa chọn, người ta chỉ cần thêm nhiều dòng hơn.
- Tại các nút cơ hội, bản chất sẽ quyết định dòng nào sẽ theo và các ô ngoài cùng bên phải biểu thị các kết quả có thể xảy ra.
- Cây quyết định thường được sử dụng để biểu diễn các quyết định tuần tự, tức là các quyết định được chia thành nhiều bước riêng biệt.



# 1. Các trạng thái

Nhiều nhà lý thuyết quyết định chỉ phân biệt giữa các vấn đề quyết định và một ma trận hoặc cây quyết định tương ứng. Tuy nhiên, cần nhấn mạnh rằng chúng ta đang thực sự giải quyết ba cấp độ trừu tượng:

- ***Vấn đề quyết định***
- ***Chính thức hóa vấn đề quyết định***
- ***Hình dung về quá trình chính thức hóa***

# 1. Các trạng thái

[  
[  $a_1$  = mua bảo hiểm,  $a_2$  = không];  
[  $s_1$  = cháy,  $s_2$  = không cháy];  
[(  $a_1, s_1$  ) = Không có nhà và 100.000 đô la,  
(  $a_1, s_2$  ) = Nhà và \$ 0,  
(  $a_2, s_1$  ) = Không có nhà và \$ 100,  
(  $a_2, s_2$  ) = House và \$ 100]  
]

- Một vấn đề quyết định được cấu thành bởi các thực thể trên thế giới khiến người ra quyết định phải đưa ra lựa chọn, hoặc có liên quan đến sự lựa chọn đó.
- Theo định nghĩa, việc chính thức hóa một vấn đề quyết định được tạo thành từ thông tin về quyết định sẽ được thực hiện, bất kể thông tin đó được hình dung như thế nào.



## 2. Các kết quả

- Những người ra quyết định hợp lý không quan tâm chủ yếu đến các trạng thái hoặc hành vi. Điều quan trọng cuối cùng là kết quả của quá trình lựa chọn. Hành động chỉ là công cụ để đạt được kết quả tốt, và trạng thái là công cụ cần thiết để áp dụng các công cụ này.
- Tuy nhiên, để tìm ra công cụ nào sẽ sử dụng (tức là hành động nào để chọn một tập hợp các trạng thái), kết quả phải được xếp hạng theo cách này hay cách khác, từ tồi tệ nhất đến tốt nhất.



# Các kết quả

- Quay trở lại vấn đề liệu người ta có nên bảo hiểm một ngôi nhà trị giá 100.000 \$ với tỷ lệ 100 \$ mỗi năm hay không.
- Thực hiện một nỗ lực chân thành để phân tích thái độ đối với sự an toàn và tiền bạc, và cảm thấy rằng bốn kết quả có thể xảy ra nên được xếp hạng như sau, từ tốt nhất đến xấu nhất.

1. Nhà và \$100	→	Tốt nhất
2. Nhà và \$0	→	Tốt hơn
3. Không có nhà và \$100.000	→	Tốt
4. Không có nhà và \$100	→	Không tốt

➡ ***kết quả là toàn diện***

# Các kết quả

- Hơn là gán các con số cho các kết quả. Để đo lường giá trị của một kết quả, như nó được người ra quyết định cảm nhận, thuận tiện
- Trong lý thuyết quyết định, các con số đề cập đến các đánh giá so sánh về giá trị thường được gọi là **tiện ích** . Tuy nhiên, khái niệm về tiện ích có nhiều ý nghĩa kỹ thuật khác nhau, nên được giữ riêng biệt.

# Ví dụ các kết quả

	Có lửa	Không có lửa
Nhận bảo hiểm	1	4
Không đóng bảo hiểm	- 100	10



gán cho kết quả của vấn đề quyết định

	Quy mô ban đầu	Thang điểm A	Thang điểm B	Thang điểm C
Kết quả tốt nhất	10	4	100	777
Tốt thứ hai	4	3	98	- 378
Tốt thứ ba	1	2	97	- 504
Kết cục tồi tệ nhất	- 100	1	92	- 777

# Các kết quả

*Việc chuyển đổi thang đo ban đầu thành thang đo A, B hoặc C bảo toàn thứ tự giữa các kết quả. Điều này chứng tỏ rằng cả bốn thang đo là tương đương nhau. Do đó, việc sử dụng bộ số nào không quan trọng*

- Các thang đo thứ tự là bất biến đối với các phép biến đổi đơn điệu dương.
- Sự biến đổi của thang đo là bất biến dưới một số loại thay đổi có nghĩa là thứ hạng của các đối tượng được giữ nguyên sau kiểu thay đổi này.
- Trong trường hợp thang đo thứ tự, sự thay đổi có thể được mô tả bởi một số hàm  $f$  sao cho

$$f(x) \geq f(y) \text{ nếu và chỉ khi } x \geq y \quad (1)$$

# Các kết quả

- $x$  và  $y$  là hai giá trị tùy ý của một số thang đo ban đầu, ví dụ các giá trị tương ứng với kết quả tốt nhất và tốt nhất thứ hai trên thang đo ban đầu ở trên, và  $f$  là một hàm toán học nào đó.
- Có thể dễ dàng xác minh rằng việc chuyển thang đo ban đầu thành thang đo D không thỏa mãn điều kiện (1), vì nếu  $x = 10$  và  $y = 4$  thì  $f(x) = 8$  và  $f(y) = 9$ .
- Tất nhiên, sai khi  $8 \geq 9$  nếu và chỉ khi  $10 \geq 4$ . Nó cũng có thể được chỉ ra theo cách tương tự rằng thang đo E và F không phải là các phép biến đổi thứ tự cho phép của thang đo ban đầu.

	Thang điểm D	Thang đo E	Thang điểm F
Kết quả tốt nhất	8	- 60	100
Tốt thứ hai	9	- 50	90
Tốt thứ ba	6	- 40	80
Kết cục tồi tệ nhất	7	0	80

# Ví dụ:

- Xét hai thang đo được sử dụng thường xuyên nhất để đo nhiệt độ, tức là thang Centigrade (C) và Fahrenheit (F), tương ứng.
- Cả hai thang đo đều phản ánh chính xác sự khác biệt về nhiệt độ và bất kỳ nhiệt độ nào được đo trên một thang đo đều có thể dễ dàng chuyển đổi thành một số trên thang đo khác. Công thức để chuyển từ Centigrade sang Fahrenheit là:

$$F = 1.8 \cdot C + 32$$

Bằng cách giải phương trình này cho C, chúng ta nhận được:

$$C = (F - 32)/1.8$$

# Ví dụ:

Thành phố	Độ F	Độ C
Los Angeles	82	27,8
Tokyo	64	17,8
Paris	62	16,7
Cambridge (UK)	46	7.8
Newyork	32	0
Stockholm	- 4	- 20

vì 64 đơn vị F (Tokyo) gấp đôi so 32 đơn vị độ F (Newyork). Để xem tại sao kết luận đó không chính xác, hãy lưu ý rằng  $64^{\circ}\text{F}$  tương ứng với  $17,8^{\circ}\text{C}$  và  $32^{\circ}\text{F}$  đến  $0^{\circ}\text{C}$ .

Bây giờ,  $17,8^{\circ}\text{C}$  tất nhiên không gấp đôi so với  $0^{\circ}\text{C}$ . Nếu nó là hai lần ấm ở Tokyo cũng như ở New York, nó chắc chắn sẽ ấm gấp đôi. Các thang đo khoảng thời gian phản ánh chính xác sự khác biệt, nhưng không phản ánh tỷ lệ. Được diễn đạt trong thuật ngữ toán học, các thang khoảng là bất biến cho đến các phép ***biến đổi tuyến tính tích cực***



# Các kết quả

- Điều này có nghĩa là bất kỳ thang đo khoảng thời gian nào cũng có thể được chuyển đổi thành một thang đo khác bằng cách nhân mỗi mục nhập với một số dương và thêm một hằng số, mà không làm mất hoặc thu được bất kỳ thông tin nào về các đối tượng được đo.
- **Ví dụ:** nếu giá trị của một số kết quả là 3 theo thang điểm X và  $Y = 10 \cdot X + 5$ , thì giá trị của cùng một kết quả sẽ là 35 nếu được đo trên thang điểm Y.
- Rõ ràng, quy mô Y thu được từ X bằng một ***phép biến đổi tuyến tính tích cực***

# Các kết quả

- Các đặc điểm chính có thể được tóm tắt như sau.

**1.Thang đo thông thường:** So sánh định tính các đối tượng được phép; không có thông tin về sự khác biệt hoặc tỷ lệ. Ví dụ: Ban giám khảo cuộc thi bài hát chấm điểm cho những người tham gia. Trong thang điểm này, 10 điểm là hơn 5.

## **2.Quy mô**

- (a) **Thang đo khoảng thời gian** So sánh định lượng các đối tượng; phản ánh chính xác sự khác biệt giữa các đối tượng. Ví dụ: Thang Centigrade và Fahrenheit để đo nhiệt độ là những ví dụ rõ ràng nhất. Sự khác biệt giữa  $10^{\circ}\text{C}$  và  $5^{\circ}\text{C}$  bằng với giữa  $5^{\circ}\text{C}$  và  $0^{\circ}\text{C}$ , nhưng sự khác biệt giữa  $10^{\circ}\text{C}$  và  $5^{\circ}\text{C}$  không bằng giữa  $10^{\circ}\text{F}$  và  $5^{\circ}\text{F}$ .
- (b) **Thang tỷ lệ so sánh định lượng** các đối tượng; phản ánh chính xác các tỷ lệ giữa các đối tượng. Ví dụ: Chiều cao, khối lượng, thời gian, v.v. 10kg gấp đôi 5kg và 10 l cũng gấp đôi 5 l. Nhưng 10kg không gấp đôi 5 l.

# 3. Các hành động

- Định nghĩa về các hành vi này có thể được khái quát hóa tầm thường để bao gồm các trường hợp có nhiều hơn hai trạng thái và kết quả: một hành động là một hàm từ một tập hợp các trạng thái thành một tập hợp các kết quả.
- Hãy xem xét một số hàm khác quen thuộc hơn, chẳng hạn  $f(x) = 3x + 8$ . Với mỗi đối số  $x$ , hàm trả về một giá trị  $f(x)$ . Theo gợi ý ở trên và đề xuất ban đầu, các hành động cũng hoạt động. Tuy nhiên, thay vì lấy các số làm đối số của chúng, chúng lấy các trạng thái và thay vì trả về các số khác, chúng trả về kết quả.

	Quả trứng thứ 6 bị thối	Quả trứng thứ 6 không thối
Thêm quả trứng thứ 6	Không có trứng rán	6 quả trứng ốp la
Không thêm quả trứng thứ 6	5 quả trứng rán	5 quả trứng rán

# Ví dụ Các hành động

- Bạn đang chuẩn bị nấu một món trứng tráng lớn. Bạn đã đập vỡ 5 quả trứng để rán, và định thêm một quả thứ sáu. Tuy nhiên, trước khi đập quả trứng cuối cùng để rán, bạn đột nhiên bắt đầu lo lắng rằng nó có thể bị thối. Sau khi kiểm tra quả trứng cẩn thận, bạn quyết định chớp lấy một cơ hội và đập quả trứng cuối cùng để rán.
- Hành động thêm quả trứng thứ sáu có thể được coi là một hàm lấy trạng thái đầu tiên (Quả trứng thứ 6 bị thối) hoặc trạng thái thứ hai (Quả trứng thứ 6 không thối) làm **đối số** của nó. Nếu trạng thái đầu tiên xảy ra là trạng thái thực, tức là nếu nó được chèn vào hàm, thì nó sẽ trả về kết quả **Không** có trứng rán , và nếu trạng thái thứ hai xảy ra là trạng thái thực, giá trị của hàm sẽ được 6 quả trứng ốp la .

# Các hành động

- Lý thuyết quyết định chủ yếu quan tâm đến các **hành vi cụ thể**, thay vì các hành vi chung chung. Một hành động chung chung, chẳng hạn như chèo thuyền, đi bộ hoặc bơi lội có thể được thực hiện bởi các tác nhân khác nhau vào các khoảng thời gian khác nhau.
- Do đó, chuyến đi đầu tiên của Columbus đến châu Mỹ và chuyến đi của James Cooks đến bán cầu nam đều là những khởi đầu của cùng một hành động chung, đi thuyền.
- Mặt khác, các hành động cụ thể luôn được thực hiện bởi các tác nhân cụ thể trong những khoảng thời gian cụ thể, và do đó các chuyến đi của Columbus và Cooks là những hành động cụ thể khác nhau.
- Savages định nghĩa là một đặc điểm của các hành vi cụ thể.

# Các hành vi

- Các hành vi được người ra quyết định xem xét là các hành vi thay thế.
- Yêu cầu này đảm bảo rằng một người ra quyết định hợp lý chỉ phải chọn một hành động. Nhưng có nghĩa là gì khi nói rằng một số hành vi tạo thành một tập hợp các lựa chọn thay thế?
- Theo một đề xuất có ảnh hưởng, tập hợp  $A$  là tập hợp thay thế nếu và chỉ khi mỗi thành viên của  $A$  là một hành động cụ thể,  $A$  có ít nhất hai thành viên khác nhau và các thành viên của  $A$  là đặc điểm, giống nhau về thời gian, có thể thực hiện được.



# Ví dụ:

Bergström (1966), chúng không đảm bảo rằng mọi hành động chỉ là thành viên của một tập hợp thay thế. Một số hành vi cụ thể là thành viên của một số tập hợp thay thế không giống nhau.

- Giả sử Chúng ta đang nghĩ đến việc đi xem phim (**hành động<sub>1</sub>**), hoặc không đi xem phim (**hành động<sub>2</sub>**) và  **$\{a_1, a_2\}$**  là một tập hợp thay thế.
- Sau đó, Chúng ta nhận ra rằng 1 có thể được thực hiện theo những cách khác nhau. Ví dụ, Chúng ta có thể mua bỏng ngô ở rạp chiếu phim ( **$a_3$** ) hoặc mua chocolate ( **$a_4$** ).  $\rightarrow \{a_1 \& a_3, a_1 \& a_4, a_2\}$  cũng là một tập hợp thay thế. Tất nhiên,  **$a_1 \& a_3$**  và  **$a_1 \& a_4$**  là các hành động cụ thể khác nhau, vì vậy cả hai không thể đồng nhất với  **$a_1$** .
- Chúng ta có thể mua một rổ bỏng ngô nhỏ ( **$a_5$** ) hoặc một rổ lớn ( **$a_6$** ), và do đó  **$\{a_1 \& a_3 \& a_5, a_1 \& a_3 \& a_6, a_1 \& a_4, a_2\}$**  cũng tạo thành một tập hợp thay thế, v.v.



# Ví dụ:

- Vì vậy, các lựa chọn thay thế cho  $a_2$  là gì?
- Đó là  $\{ a_1 \}$  hay  $\{ a_1 \& a_3, a_1 \& a_4, a_2 \}$  hay  $\{ a_1 \& a_3 \& a_5, a_1 \& a_3 \& a_6, a_1 \& a_4, a_2 \}$ ?
- Lưu ý rằng không có gì loại trừ rằng kết quả của 2 tốt hơn kết quả của  $a_1 \& a_3$ , trong khi kết quả của  $a_1 \& a_3 \& a_6$  có thể tốt hơn kết quả của  $a_2$

→ Điều này rõ ràng gây ra vấn đề cho những người ra quyết định tìm cách đạt được kết quả tốt nhất có thể.

# Các hành động

- Một hàm ý thú vị của đề xuất Bergströms là vấn đề tìm tập hợp thay thế một phần là một bài toán quy chuẩn.
- Điều này là do chúng ta không thể chính thức hóa một vấn đề quyết định cho đến khi chúng ta biết áp dụng nguyên tắc chuẩn tắc nào để giải quyết vấn đề.
- Các lựa chọn thay thế của chúng ta là gì phụ thuộc một phần vào những gì nguyên tắc chuẩn mực của chúng ta yêu cầu chúng ta tìm cách đạt được.

## 4. Hình thức đối đầu

- Các hình thức hóa đối thủ rắc rối nếu một hành động được đánh giá là hợp lý trong một hình thức hóa tối ưu của một vấn đề quyết định, nhưng lại không hợp lý trong một hình thức hóa tối ưu khác của cùng một vấn đề quyết định.
- Trong những trường hợp như vậy, người ta có thể hỏi một cách hợp pháp liệu hành động được đề cập có nên được thực hiện hay không.
- *Một người ra quyết định hợp lý nên làm gì?* Phạm vi của vấn đề này được minh họa bởi thực tế là, về mặt lý thuyết, có thể có những trường hợp trong đó tất cả các hành vi hợp lý trong một hình thức hóa tối ưu là không hợp lý trong một hình thức hóa đối thủ khác của cùng một vấn đề quyết định, trong khi tất cả các hành vi hợp lý theo hình thức hóa sau đều không hợp lý theo hình thức hóa thứ nhất.

# Ví dụ:

Một tay săn ảnh và có tin đồn rằng nữ diễn viên Julia Roberts sẽ xuất hiện ở New York (NY), Los Angeles (LA) hoặc Paris (P). Không có gì được biết về xác suất của những trạng thái này của thế giới. Anh ta phải quyết định xem chúng ta nên ở lại Mỹ hay bắt máy bay đến Paris.

- *Nếu anh ta ở lại và nữ diễn viên Julia Roberts xuất hiện ở Paris, anh ta nhận được 0 đô la; nếu không, anh ta sẽ có được những bức ảnh của mình và anh ta sẽ có thể bán được với giá 10.000 đô la. Nếu anh ta bắt máy bay đến Paris và Julia Roberts xuất hiện ở Paris, lợi nhuận ròng của anh ta sau khi trả tiền mua vé là 5.000 đô la, và nếu cô ấy xuất hiện ở Mỹ, anh ta vì lý do nào đó, sẽ nhận 6.000 đô la.*

# Ví dụ:

(a)

	P	LA	NY
Ở lại	\$ 0	\$ 10k	\$ 10k
Đi tới Paris	\$ 5 k	\$ 6 k	\$ 6 k

(b)

	P (1/3)	LA(1/3)	NY
Ở lại	\$ 0	\$ 10k	\$ 10k
Đi tới Paris	\$ 5 k	\$ 6 k	\$ 6 k

Vì không biết gì về xác suất của các trạng thái trong (a), ta quyết định coi chúng là xác suất như nhau, tức là ta quyết định gán xác suất  $1/3$  cho mỗi trạng thái.

Xem xét ma trận quyết định trong (b)

# Ví dụ:

- Hai cột ngoài cùng bên phải chính xác song song. Do đó, chúng có thể được hợp nhất thành một cột duy nhất (không kết hợp), bằng cách cộng xác suất của hai cột ngoài cùng bên phải với nhau (c).
- Tuy nhiên, bây giờ giả sử rằng thay vào đó ta bắt đầu với (a) và trước tiên hợp nhất hai trạng thái lặp lại thành một trạng thái duy nhất. Sau đó, ta sẽ nhận được ma trận quyết định trong (d).
- Bây giờ, vì ta không biết gì về xác suất của hai trạng thái, ta quyết định coi chúng là xác suất như nhau, tức là ta gán xác suất 1/2 cho mỗi trạng thái. Điều này dẫn đến biểu diễn chính thức trong (e), khác biệt rõ ràng với biểu diễn được đề xuất ở trên trong (c)

	P	LA hoặc NY (2/3)
Ở lại	\$ 0	\$ 10k
Đi tới Paris	\$ 5 k	\$ 6 k

	P	LA hoặc NY
Ở lại	\$ 0	\$ 10k
Đi tới Paris	\$ 5 k	\$ 6 k

	P	LA hoặc NY (1/2)
Ở lại	\$ 0	\$ 10k
Đi tới Paris	\$ 5 k	\$ 6 k

# Ví dụ:

- Nguyên tắc tối đa hóa giá trị kỳ vọng đề xuất các hành động khác nhau trong hai ma trận.
- Theo Bảng (c), ta nên ở lại, nhưng (e) gợi ý ta nên đến Paris. Có thể lập luận, ví dụ này cho thấy rằng các nhà lý thuyết quyết định chính thức hóa đối thủ phải được các nhà lý thuyết quyết định xem xét một cách nghiêm túc, mặc dù hiện tại không có thỏa thuận nào về cách xử lý hiện tượng này.



***THANK YOU !***

