Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ *Робототехники и комплексной автоматизации*

КАФЕДРА *Системы автоматизированного проектирования (РК-6)*

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине: «Модели и методы анализа проектных решений»

Студент	Харитонов Евгений Юрьевич
Группа	РК6-62б
Тип задания	лабораторная работа
Тема лабораторной работы	решение нестационарной задачи теплопроводности

Студент ______________ **_Харитонов Е.Ю.__**
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Преподаватель ______________ **_Трудоношин В.А.__**
подпись, дата *фамилия, и.о.*

Оценка ___________________________________

Москва, 2020 г.

Оглавление

Задание на лабораторную работу

Вариант 41

С помощью неявной разностной схемы решить нестационарное уравнение теплопроводности для прямоугольной пластины размером 8*2 см (рис. 1). Начальное значение температуры пластины - 0 градусов.

Граничные условия следующие: левая и верхняя границы теплоизолированы, на правой поддерживается температура 20 градусов, на остальной части границы 100.

При выводе результатов показать динамику изменения температуры (например с помощью цветовой гаммы).

Отчет должен содержать: текст программы, рисунок объекта с распределением температуры в момент времени 15 сек сравнение результатов расчета с результатами, полученными с помощью пакета ANSYS .

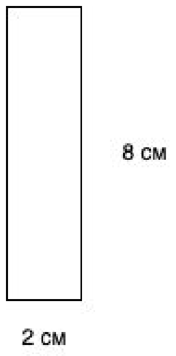

Рис. 1. Схема пластины.

Теоретическая часть

Для решения задачи воспользуемся уравнением неявной разностной схемы

$$\frac{v_{i,j}^{k} - v_{i,j}^{k-1}}{\Delta t} = a_1 \frac{v_{i+1,j}^{k} - 2v_{i,j}^{k} + v_{i-1,j}^{k}}{\Delta x^2} + a_2 \frac{v_{i,j+1}^{k} - 2v_{i,j}^{k} + v_{i,j-1}^{k}}{\Delta y^2}$$

Для упрощения решения будем использовать разностную схему расщепления, а для решения полученных СЛАУ - метод прогонки, поскольку матрицы, получаемые схемой расщепления, являются трехдиагональными

Программная реализация

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define h 0.01
#define M 2
#define N 8
#define dt 0.5
#define TIME 15
#define K 1
#define Tb 100
#define Tr 20

double p = dt * K / (h * h);

void solver(double *prev) {
```

```
    size_t cm = (size_t)(M / h + 1);
    size_t cn = (size_t)(N / h + 1);

    double *alpha = malloc(cm * sizeof(double));
    double *beta = malloc(cm * sizeof(double));
    for (size_t i = 1; i < cn - 1; i++) {

        alpha[1] = 1;
        beta[1] = 0;
        for(size_t k = 2; k < cm; k++) {
            alpha[k] = p / (1 + 2 * p - p * alpha[k - 1]);
            beta[k] = (prev[i * cm + k - 1] + p * beta[k - 1]) / (1 + 2 * p - p * alpha[k - 1]);
        }

        prev[(i + 1) * cm - 1] = Tr;
        for(int k = cm - 2; k >= 0; k--) {
            prev[i * cm + k] = alpha[k + 1] * prev[i * cm + k + 1] + beta[k + 1];
        }
    }

    free(alpha);
    free(beta);
    alpha = malloc(cn * sizeof(double));
    beta = malloc(cn * sizeof(double));
    for (size_t i = 1; i < cm - 1; i++) {

        alpha[1] = 1;
        beta[1] = 0;
        for(size_t k = 2; k < cn; k++) {
            alpha[k] = p / (1 + 2 * p - p * alpha[k - 1]);
            beta[k] = (prev[i + cm * (k - 1)] + p * beta[k - 1]) / (1 + 2 * p - p * alpha[k - 1]);
        }

        prev[i + cm * (cn - 1)] = Tb;
        for(int k = cn - 2; k >= 0; k--) {
            prev[i + cm * k] = alpha[k + 1] * prev[i + cm * (k + 1)] + beta[k + 1];
            if (i == 1) {
                prev[(i - 1) + cm * k] = prev[i + cm * k];
            }
        }
    }


    free(alpha);
    free(beta);
}
```

```
int main() {
    size_t cm = (size_t)(M / h + 1);
    size_t cn = (size_t)(N / h + 1);

    FILE *gnuplot = popen("gnuplot -persist", "w");
    if (gnuplot == NULL) {
        printf("gnuplot error\n");
        exit(EXIT_FAILURE);
    }
    fprintf(gnuplot,  "set cbrange [0:100]\nset yrange [0:%zu]\nset xrange [0:%zu]\nset size ratio
%d\n", N, M, N/M);
    fprintf(gnuplot, "set palette defined ( 0 0 0 1, 0.2 0 1 1, 0.4 0 1 0, 0.6 1 1 0, 0.8 1 0.6471 0, 1 1 0 0
)\n"
                     "set pm3d scansforward ftriangles map \n");
    fprintf(gnuplot, "splot '-'\n");


    double *matrix = malloc(cm * cn * sizeof(double));
    for (size_t i = 0; i < cm; i++) {
        matrix[(cn - 1) * cm + i] = 100;
    }
    for (size_t i = 0; i < cn; i++) {
        matrix[(cm - 1) + i * cm] = 20;
    }

    for (size_t i = 0; i < TIME / dt; i++) {
        solver(matrix);
    }


    for(int i = 0; i <= cn; i++) {
        int p = cn - i - 1;
        for (size_t k = 0; k <= cm; k++) {
            fprintf(gnuplot, "%lf %lf %lf\n", k * h, p * h, matrix[i * cm + k]);
            //fprintf(stdout, "%zu %zu %lf\n", k, p, matrix[i * cm + k]);
        }
        fprintf(gnuplot, "\n");
    }
    fprintf(gnuplot, "e\n");
    fflush(gnuplot);
    //fprintf(gnuplot,"pause(0.2)\n");

    return 0;
}
```

Результаты

Результаты расчетов представленной выше программы приведены на рис. 2. Используемый шаг - 1мм, шаг по времени - 0.5с.

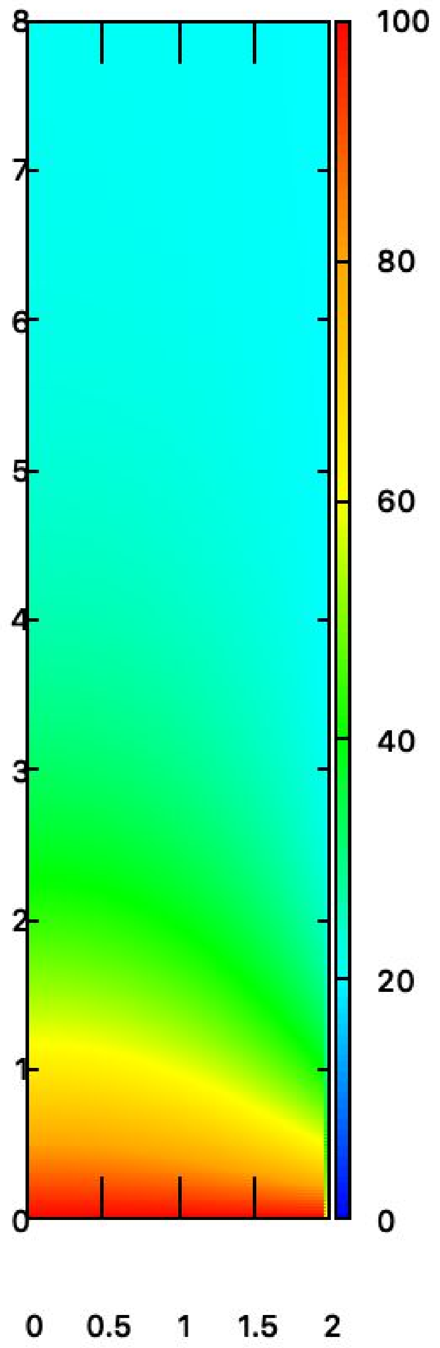

Рис.2. Результаты расчета написанной программой

Результаты для шага 0.5 см представлены на рис 3 и рис 4

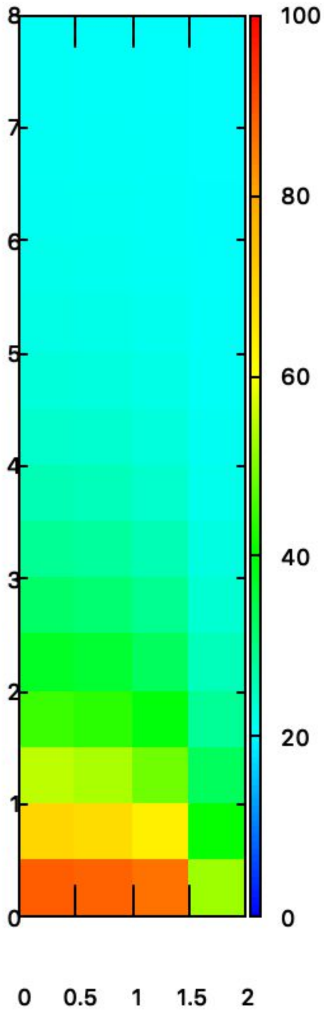

Рис. 3 Результаты для шага 0.5 см

20.594665	20.594665	20.480847	20.271885	20.000000
20.594665	20.594665	20.480847	20.271885	20.000000
20.678375	20.678375	20.549402	20.311909	20.000000
20.857375	20.857375	20.696305	20.398174	20.000000
21.156358	21.156358	20.942550	20.544201	20.000000
21.616379	21.616379	21.323353	20.773239	20.000000
22.300181	22.300181	21.893223	21.122545	20.000000
23.300172	23.300172	22.733810	21.650528	20.000000
24.749856	24.749856	23.965675	22.448484	20.000000
26.839719	26.839719	25.765643	23.659954	20.000000
29.838720	29.838720	28.392213	25.512929	20.000000
34.122435	34.122435	32.222539	28.374146	20.000000
40.208218	40.208218	37.805968	32.841765	20.000000
48.795851	48.795851	45.941007	39.905548	20.000000
60.807675	60.807675	57.784878	51.226886	20.000000
77.412698	77.412698	75.007128	69.633359	20.000000
100.000000	100.000000	100.000000	100.000000	20.000

Рис. 4 Результаты для шага 0.5 см

Сравним результаты с результатами, полученными с помощью пакета ANSYS (рис.5). Можно заметить, что результаты почти идентичны.

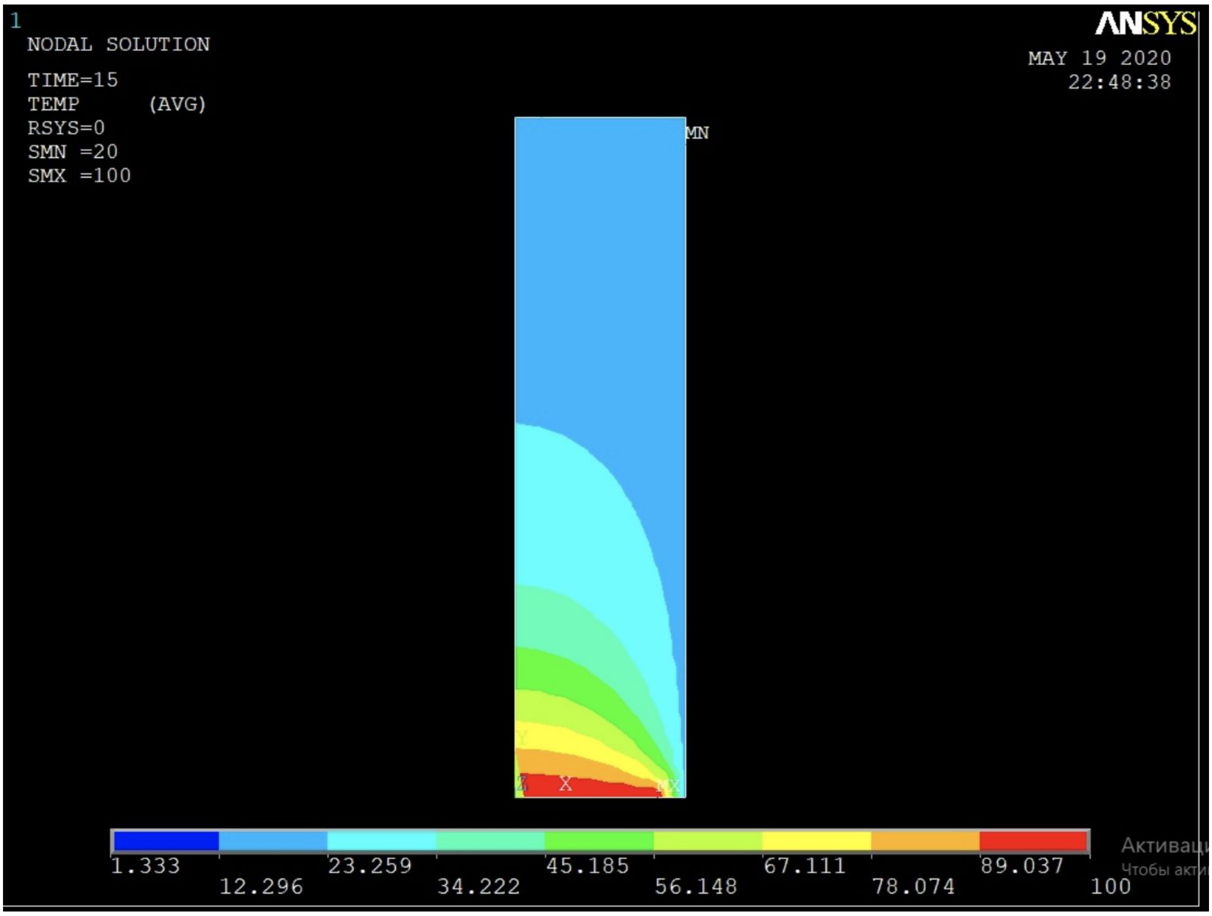

Рис. 5. Результаты, полученные с помощью пакета ANSYS.

При добавлении ГУ третьего рода в один узел на середине стороны с температурой 20 градусов Цельсия, полученное распределение тепла при шаге 0.5 см и временном шаге 0.5 с представлено на рис. 6. Полученные значения в узлах представлены на рис. 7

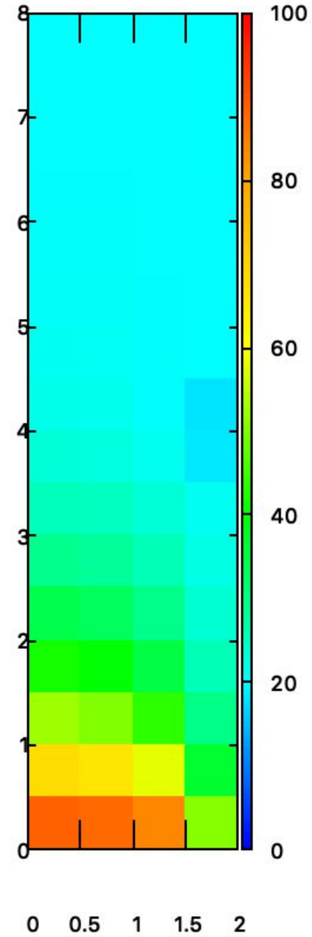

Рис. 6 Результаты для шага 0.5 см с ГУ 3 рода

20.119846	20.119846	20.094196	20.050390	20.000000
20.119846	20.119846	20.094196	20.050390	20.000000
20.142989	20.142989	20.111072	20.057797	20.000000
20.194564	20.194564	20.147662	20.072098	20.000000
20.287028	20.287028	20.210113	20.090219	20.000000
20.444873	20.444873	20.309111	20.099977	20.000000
20.715420	20.715420	20.463157	20.061325	20.000000
21.192273	21.192273	20.708621	19.853817	20.000000
22.065925	22.065925	21.133752	19.130131	12.753420
24.018661	24.018661	23.005240	21.157351	20.000000
26.868927	26.868927	25.484537	22.936008	20.000000
31.002519	31.002519	28.994495	25.158967	20.000000
37.052678	37.052678	34.192377	28.492265	20.000000
45.911269	45.911269	42.069025	33.972041	20.000000
58.705630	58.705630	54.115252	43.642310	20.000000
76.589680	76.589680	72.499446	62.037332	20.000000
100.000000	100.000000	100.000000	100.000000	20.00

Рис. 7 Результаты для шага 0.5 см с ГУ 3 рода