

ELECTROTECNIA TEÓRICA

MEEC

IST

2º Semestre 2017/18

4º TRABALHO LABORATORIAL

REGIMES TRANSITÓRIOS

Prof. V. Maló Machado

Prof. M. Guerreiro das Neves

Prof.^a M^a Eduarda Pedro

ELECTROTECNIA TEÓRICA

CIRCUITOS RL E RLC-SÉRIE

REGIMES TRANSITÓRIOS

1. OBJECTIVO

Neste trabalho realiza-se o estudo de regimes transitórios decorrentes do fecho e abertura de interruptores.

Efectua-se o estudo da ligação de um circuito RL-série a um gerador de tensão alternada sinusoidal.

Efectua-se igualmente o estudo do regime livre do circuito RLC-série.

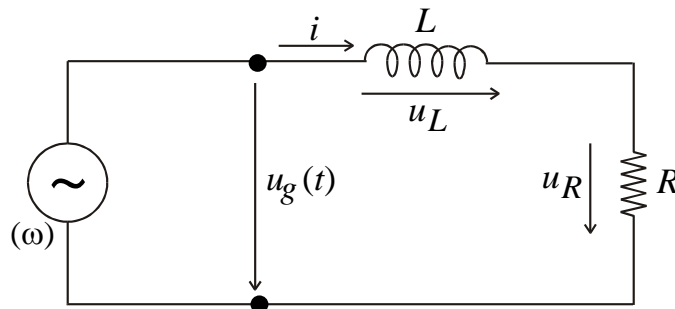
2. DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento deve ser entregue na aula de laboratório, antes da realização do trabalho, sem o que o mesmo não poderá ser realizado!

2.1 Circuito RL Série

Considere o circuito RL série representado na Fig. 1. O gerador impõe uma tensão alternada sinusoidal de frequência $f = 5 \text{ kHz}$ e valor eficaz $U_{ef} = 2 \text{ V}$.

$$u_g(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ \sqrt{2} U_{ef} \cos(\omega t + \alpha), & t \geq 0 \end{cases}$$
$$\omega = 2\pi f, T = 1/f$$
$$L = 0,200 \text{ H}$$
$$R = 700 \Omega$$



– Fig. 1 –

- a) Obtenha o regime transitório relativo à corrente i para $t \geq 0$ (Fig. 1).
Para o efeito determine quer a solução do regime forçado (indique o valor da defasagem φ entre u_g e i) quer a solução do regime livre (indique o seu valor inicial para $\alpha = -\pi/2$, bem como a constante de tempo τ do circuito).
- b) Determine a expressão que permite calcular aproximadamente os instantes em que a corrente i tem extremos, supondo que estes extremos se dão quando $\cos(\omega t + \alpha - \varphi) = \pm 1$, e determine também a expressão que permite determinar o valor desses extremos para $\alpha = -\pi/2$.
- c) Utilizando a expressão da alínea anterior determine os cinco primeiros extremos, no caso de

$\alpha = -\pi/2$. Para o primeiro extremo determine a solução exacta, através de um processo numérico ⁽¹⁾. Verifique que a raiz exacta é, neste caso, bastante próxima do valor aproximado.

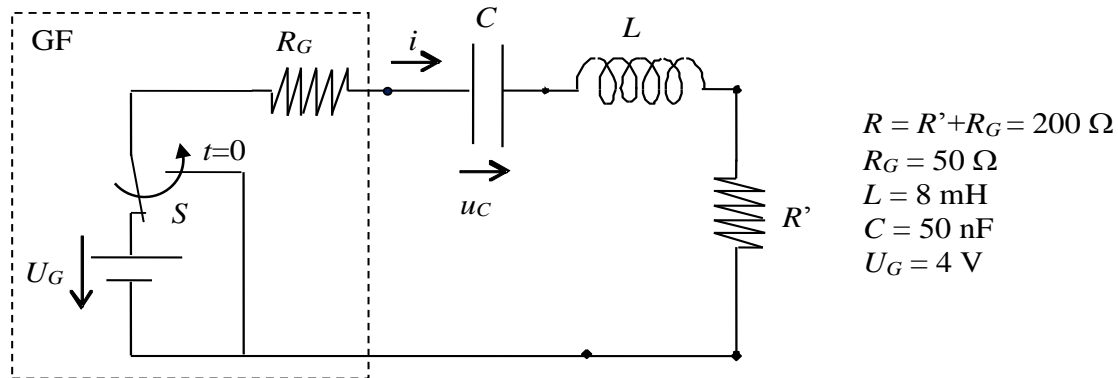
d) Considere agora que se desliga o gerador quando a tensão vai a passar por zero de valores negativos para positivos, supondo que o circuito está em regime forçado. Determine a solução para $i(t)$, calculando o valor inicial da corrente I_0 e a constante de tempo τ .

e) Verifique que para $t = \tau$ se tem:

$$i(\tau) = \frac{I_0}{e}$$

2.2 Circuito RLC-SÉRIE

É dado o circuito representado na Fig. 2 em que o interruptor S é comutado no instante $t = 0$, após ter-se atingido o regime forçado correspondente ao estabelecimento da tensão estacionária no condensador. O circuito representado dentro do rectângulo a tracejado descreve o comportamento do Gerador de Funções que irá ser usado no laboratório (Fig. 5).



– Fig. 2 –

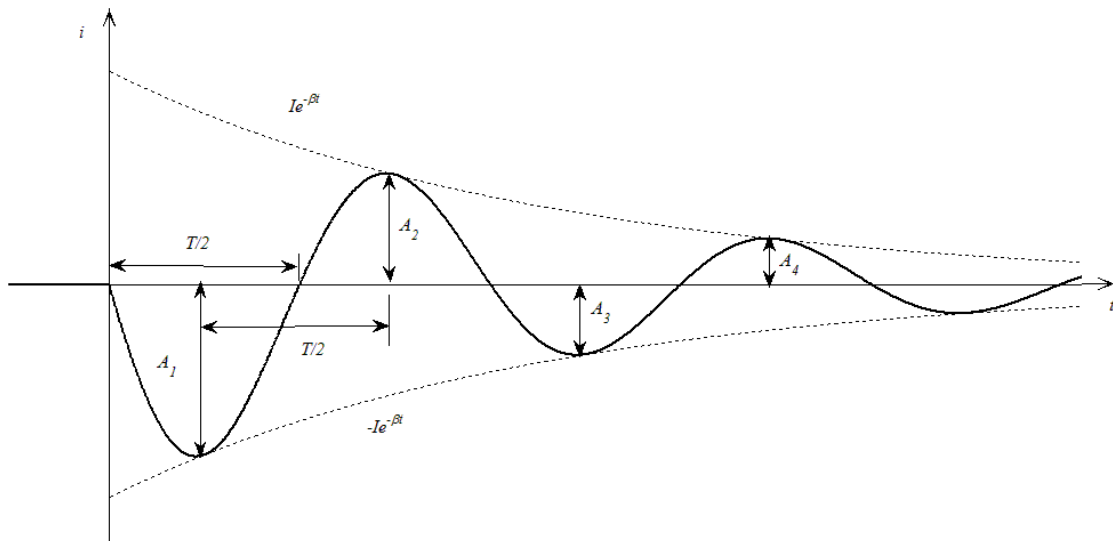
a) Estabeleça a equação para a corrente i em valores instantâneos para $t \geq 0$ em função do coeficiente de amortecimento, β , e da frequência angular das oscilações não amortecidas, ω_0 . Calcule ω_0 .

⁽¹⁾ Sendo a equação $f(x) = 0$ e x_n uma aproximação duma raiz, uma solução melhor x_{n+1} obtém-se através do processo iterativo $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ (método de *Newton-Raphson*). Pode-se considerar que o processo termina quando $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$, tome $\varepsilon = 10^{-6}$.

- b) Estabeleça as condições iniciais para o regime que se obtém para $t \geq 0$. Caracterize o regime forçado para $t > 0$.
- c) Discuta os tipos de solução que pode obter para o regime livre com R variável.
- d) Para $R = 200 \, \Omega$, calcule o coeficiente de amortecimento β e verifique que a solução é do tipo oscilatório amortecido (Fig. 3). Calcule $\omega = 2\pi/T$ sendo T o período de isocronismo ($T/2$ é o intervalo de tempo entre dois extremos consecutivos ou entre dois zeros consecutivos). Verifique que:

$$A_1 / A_2 = A_2 / A_3 = \dots = (A_1 / A_n)^{1/(n-1)} = e^\lambda$$

- com λ , o decremento logarítmico, dado por $\lambda = \beta T/2$, e onde $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ são os valores absolutos dos extremos de ordem 1, 2, \dots , n de $i(t)$ – Fig. 3). Determine λ . Determine $i(t)$ e $u_c(t)$ tendo em conta as condições iniciais estabelecidas em b).
- e) Calcule $R_0 = R$ de modo que a solução do regime livre seja do tipo aperiódico limite (equação característica com uma raiz dupla). Determine $i(t)$. Determine igualmente o valor mínimo de i (i_{min}) e o instante em que ocorre (t_{min}).



– Fig. 3 –

3. LISTA DE MATERIAL (por bancada)

GF: Gerador de funções Agilent 33210A.

Gerador de resistência interna, $R_i = 50 \, \Omega$.

OSC: Osciloscópio digital 'TEKTRONIX TDS 220', 2 canais, 100 MHz.

IMP: Impressora

L' : Caixa de indutâncias calibrada GR – 0 a 0,1 H, com incremento de 10 mH.

C : Caixa de capacidades calibradas de 0 a 0,1 μF com incremento de 100 pF.

L : Caixa de indutâncias calibradas 'Lionmount' de 0 a 0,01 H com incremento de 1 mH.

R' : Caixa de resistências calibradas 'Lloyd' de 0 a 1000 Ω com incremento de 0,1 Ω .

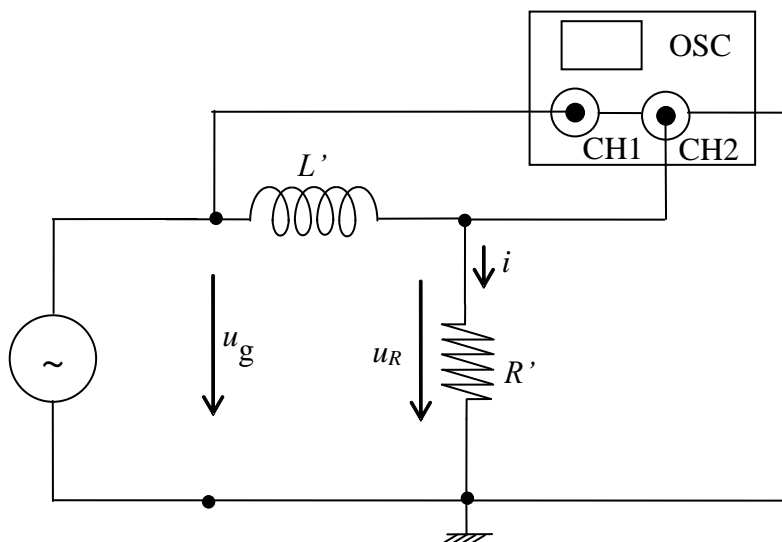
S : Interruptor

Observação: A lista de material acima descrita poderá não ser comum a todas as bancadas.

4. CIRCUITO RL

4.1 Ligação a um Gerador Alternado Sinusoidal

4.1.1 Esquema de Ligações



– Fig. 4 –

4.1.2 Condução do Trabalho

Monte o circuito da Fig. 4 de acordo com a lista de material do ponto 4. Regule o osciloscópio do seguinte modo:

Canal 1: Escala – 2 V/div

Canal 2: Escala – 0,5 V/div

Tempo: Escala – 100 μ s/div

Modo de disparo: normal

Trigger:

Origem – Externo

Inclinação – Subida

Regule o gerador do seguinte modo:

Sine: Freq.: 5 kHz

Ampl.: 2 V RMS

Offset: 0

a) Registe os valores eficazes de u_g e u_R . Recorrendo aos cursores do osciloscópio em modo tempo determine a diferença temporal, Δt , entre as passagens por zero das tensões u_g e u_R . Registe os valores obtidos na tabela **R 4.1.2 a)**.

b) Prima o botão “burst” do gerador.

Faça as seguintes regulações:

Burst: Cycles: 100

Burst period: 40 ms

Start phase: 0

Osciloscópio: Trigger:

Inclinação: Descida

b.1) Determine o valor u_R no instante $t = 0$ em que a tensão do gerador se anula. Calcule o valor de u_R para $t = \tau$. Com o auxílio dos cursores em modo tempo, determine o intervalo de tempo (τ_{exp}) necessário para que a tensão u_R atinja esse valor. Registe esse valor na tabela **R 4.1.2 b.1)**.

Faça a seguinte regulação:

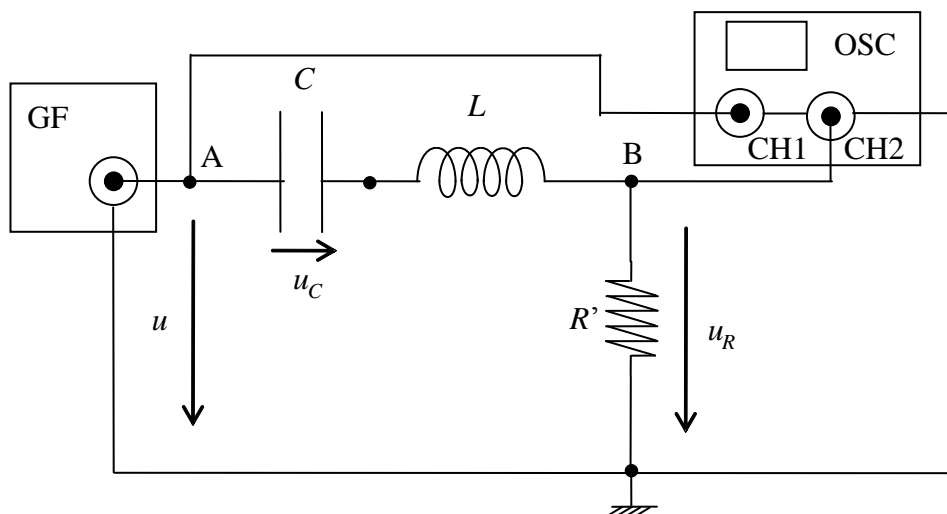
Osciloscópio: Trigger:

Inclinação: Subida

b.2) Com o auxílio dos cursores do osciloscópio em modo tempo determine os instantes em que a tensão u_R tem os cinco primeiros extremos. Com o auxílio dos cursores do osciloscópio em modo tensão obtenha as amplitudes desses extremos. Registe os valores obtidos na tabela **R 4.1.2 b.2)**.

5. CIRCUITO RLC-SÉRIE

5.1 Esquema de Ligações



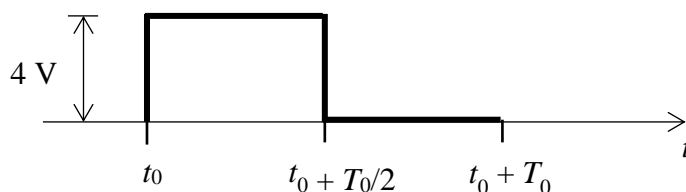
– Fig. 5 –

5.2 Condução do Trabalho

Monte o circuito da Fig. 5 de acordo com a lista de material do ponto 3. Escolha para o gerador a função de “onda quadrada” com período $T_0 = 20/\beta$, onde β tem o valor calculado em 2.2 d).

Ligue a saída do gerador ao canal 1 do osciloscópio com o circuito desligado. Ligue o gerador.

Ajuste a amplitude de saída de modo a obter a forma indicada na Fig. 6. Desligue o gerador.



– Fig. 6 –

- a) Seleccione os valores de $R' = 150 \Omega$, $L = 8 \text{ mH}$ e $C = 50 \text{ nF}$. Ligue os pontos A e B, respectivamente ao canal 1 e canal 2 do osciloscópio de modo a visualizar $u(t)$ e $u_R(t)$. Ligue o gerador. Obtenha cópia em papel das curvas obtidas.

Para o semi-período em que a tensão aplicada é nula ($t_0 + T_0/2 < t < t_0 + T_0$, Fig. 6) obtenha os valores dos quatro primeiros extremos de $u_R(t)$ com a ajuda do cursor de tensão do osciloscópio. Determine o período de isocronismo, T , com a ajuda do cursor de tempo do osciloscópio. Registe os valores obtidos na tabela **R 5.2 a)**.

- b) Seleccione o valor de R' de modo a que $R' + R_G = R_0$ obtido em **2.2 e)**. Com o auxílio dos cursores determine o instante t_{min} em que i é mínimo. Registe os valores obtidos na tabela **R 5.2 b)**. Varie o valor de R' de modo a visualizar os tipos de solução que pode obter para o regime livre.

6. RELATÓRIO

- a) Com base nos resultados obtidos em **4.1.2 a)** determine o valor eficaz da corrente, I_{ef} , o ângulo φ de defasagem entre a tensão e a corrente e o módulo da impedância, $|\bar{Z}|$. Supondo que a resistência total do circuito é $R_T = 700 \, \Omega$ ($R' = 650 \, \Omega$, $R_i = 50 \, \Omega$), determine o valor experimental de L' (L'_{exp}) a partir do módulo da impedância total do circuito e do valor R_T dado. Com base nos valores de L' experimental e R_T determine o argumento da impedância, φ' . Registe os valores na tabela **R 6. a)**.
- b) Com base nos resultados obtidos em **4.1.2 b.2)** determine as amplitudes dos cinco primeiros extremos da corrente i . Com o auxílio da expressão determinada no dimensionamento, alínea **2.1 b)** calcule os instantes em que se dão os cinco primeiros extremos da corrente, bem como as suas amplitudes. Registe os resultados na tabela **R 6. b)**.
- c) Compare o valor experimental da constante de tempo τ_{exp} , obtido em **4.1.2 b.1)** com o valor teórico $\tau = L'_{exp} / R_T$. Registe os resultados na tabela **R 6. c)**.
- d) Com base nos resultados obtidos em **5.2 a)**, calcule: o decremento logarítmico, λ ; o coeficiente de amortecimento, β e a frequência angular das oscilações não amortecidas ω_0 . Registe os resultados na tabela **R 6. d)**. Compare com os valores obtidos no dimensionamento em **2.2 d)**. Comente as diferenças.
- e) Compare o resultado experimental obtido para t_{min} (em **5.2 b)**), com o previsto no dimensionamento em **2.2 e)**.

O relatório tem que ser entregue no final da aula de laboratório e consiste no preenchimento da ficha apresentada em Anexo, à qual devem juntar as curvas impressas.

REFERÊNCIAS

J. A. Brandão Faria, '*Electromagnetic Foundations of Electrical Engineering*', Wiley, 2008. Cap. 7. Secção 7.4.

Fevereiro 2018

ANEXO
RELATÓRIO DO 4º TRABALHO LABORATORIAL

R 4.1.2 a) e 6. a):

Valores medidos em 4.1.2 a)

U_{gef} [V]	U_{Ref} [V]	Δt [ms]

Cálculo de I_{ef} , φ , $|\bar{Z}|$, L'_{exp} e φ'

I_{ef} [mA]	φ [°]	$ \bar{Z} $ [Ω]	L'_{exp} [H]	φ' [°]

R 4.1.2 b.1) e 6. c):

Valor medido em 4.1.2 b.1) e cálculo de τ

τ_{exp} [ms]	τ [ms]

R 4.1.2 b.2) e 6. b):

Valores medidos em 4.1.2 b.2)

	1º Extremo	2º Extremo	3º Extremo	4º Extremo	5º Extremo
u_R [V]					
t [ms]					

Cálculo de i_1, i_2, i_3, i_4, i_5

i_1 [mA]	i_2 [mA]	i_3 [mA]	i_4 [mA]	i_5 [mA]

Cálculo dos instantes de tempo e das amplitudes dos cinco primeiros extremos da corrente, utilizando a expressão obtida na alínea 2.1 b)

	t [ms]	i [mA]
1º Extremo		
2º Extremo		
3º Extremo		
4º Extremo		
5º Extremo		

R 5.2 a) e 6. d):

Valores medidos em 6.2 a)

u_{R_1} [V]	u_{R_2} [V]	u_{R_3} [V]	u_{R_4} [V]	T [ms]

Cálculo de λ , β e ω_0

λ	β [s ⁻¹]	ω_0 [rads ⁻¹]

Comentários: _____

R 5.2 b):

Valores medidos em 5.2 b)

t_{min} [ms]

Número	Nome	Auto-Aval. [%]