ELECTROTECNIA TEÓRICA

MEEC

IST

2º Semestre 2017/18

3º TRABALHO LABORATORIAL

CIRCUITO RLC–SÉRIE

em Regime Forçado Alternado Sinusoidal

Prof. V. Maló Machado

Prof. M. Guerreiro das Neves

Prof.ª Mª Eduarda Pedro

ELECTROTECNIA TEÓRICA

CIRCUITO RLC – SÉRIE

1. OBJECTIVOS

Neste trabalho realiza-se o estudo do circuito *RLC* série, funcionando em regime forçado alternado sinusoidal, imposto por um gerador de tensão de frequência variável.

Obtém-se assim por via experimental, a curva de ressonância do circuito *RLC* série, em função da frequência.

2. INTRODUÇÃO TEÓRICA

2.1 Circuito RLC série

No caso do circuito RLC série da Fig. 1 tem-se, por aplicação da lei geral da indução, a seguinte expressão que relaciona a tensão instantânea aos terminais do gerador, com as tensões aos terminais da bobina de coeficiente de auto-indução *L*, da resistência *R* e do condensador *C*:

$$u_G = u_R + u_L + u_C = R\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt \tag{1}$$

$$\overline{U}_G = \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C = R\,\bar{I} + j\omega L\bar{I} - j\frac{1}{\omega C}\bar{I} \tag{2}$$

À equação (1) de valores instantâneos, corresponde a equação vectorial (2), escrita em termos das amplitudes complexas.

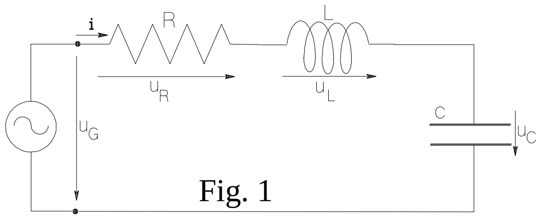

Fig. 1

A impedância do circuito, é dada pela expressão (3).

$$\bar{Z} = \frac{\overline{U}_G}{\bar{I}} = Z\,e^{j\phi} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{3}$$

2.2 Ressonância do circuito RLC série

Da equação (3) pode retirar-se a expressão do valor eficaz da corrente, como função do valor eficaz da tensão do gerador, e dos restantes parâmetros do circuito:

$$I_{ef} = \frac{U_{Gef}}{\sqrt{R^2 + \left[\omega L - \left(1/\omega C\right)\right]^2}} \tag{4}$$

A corrente exibe um máximo situado na frequência ω_0 que minimiza a impedância do circuito. Para essa frequência o circuito está em ressonância (tensão e corrente do gerador em fase).

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad , \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{5}$$

A potência activa posta em jogo no circuito vale $P = R I_{ef}^2$, sendo o seu máximo atingido precisamente na ressonância.

$$P_{\max} = R I_{ef\,\max}^2 = \frac{U_{Gef}^2}{R} \tag{6}$$

A equação (4) pode ser normalizada dividindo I_{ef} pelo valor eficaz da corrente na ressonância, $I_{ress} = U_{Gef} / R$,

$$I_n = \frac{I_{ef}}{I_{ress}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{7}$$

Esta equação pode ainda ser escrita na forma:

$$I_n = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2}} \tag{8}$$

sendo $Q_0 = \omega_0 L / R$ e f_0 a frequência de ressonância. Mantendo a amplitude da tensão do gerador, mas variando a frequência de zero a infinito, obtém-se para o valor normalizado da corrente um andamento como se representa na Fig. 2.

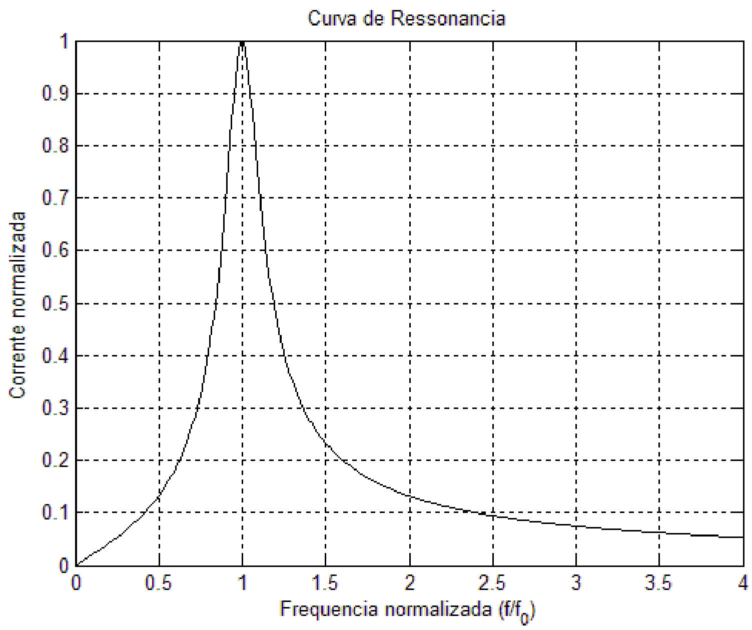

Fig. 2 – Curva de ressonância para $Q_0 = 5$.

2.3 Capacidade distribuída

Para se ter em conta a resistência e capacidade distribuídas ao longo da bobine, R_L e C_d, respectivamente, podemos supor a bobina equivalente à malha L, R_L, C_d, representada na Fig. 3.

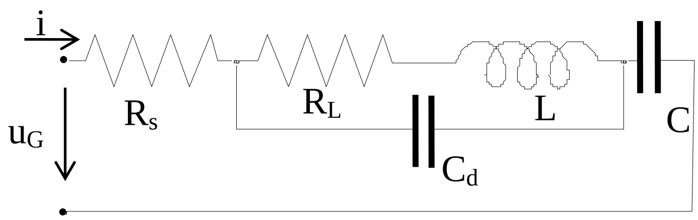

Fig. 3

A análise do circuito da Fig. 3 conduz à seguinte expressão para a impedância

$$\bar{Z} = R_s + \frac{1}{j\omega C} + \frac{(R_L + j\omega L)(1/j\omega C_d)}{R_L + j\omega L + (1/j\omega C_d)} \tag{9}$$

Supondo $R_L << \omega L$ poderá provar-se que a nova frequência de ressonância vem dada por:

$$1/\omega^2 = L(C + C_d) \tag{10}$$

ou ainda, atendendo a que $\omega = 2\pi f$:

$$1/f^2 = 4\pi^2 L(C + C_d) \quad . \tag{11}$$

Num gráfico com o eixo das ordenadas graduado proporcionalmente a $1/f^2$, e o eixo das abcissas graduado proporcionalmente aos valores da capacidade C que conduzem à ressonância, obtemos uma recta cujo coeficiente angular nos permite calcular L e cuja intersecção com o eixo das abcissas nos dá C_d.

3. <u>DIMENSIONAMENTO</u>

O dimensionamento deve ser entregue na aula de laboratório, antes da realização do trabalho, sem o que o mesmo não poderá ser realizado!

3.1 Demonstre a expressão obtida em (10).

3.2 Considere o circuito RLC-série, com frequência de ressonância f_0 = 40 kHz e admita que o valor estimado do coeficiente de auto-indução da bobina é L = 2,0 mH.

a) Determine o valor da capacidade C tal que o circuito esteja em ressonância à frequência f_0 indicada.

b) Na folha quadriculada **R 3.2 b)** apresentada em anexo, trace duas curvas da corrente normalizada I_n, em função da frequência normalizada, f_n,

$$I_n(f_n) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 \left(f_n - 1/f_n\right)^2}} \quad , \ 10\ \text{kHz} \le f \le 90\ \text{kHz}$$

onde $f_n = f / f_0$, $Q_0 = \left(\omega_0 L / R_S\right)$, para R_S = 250 Ω e R_S = 500 Ω.

c) Para R_S = 250 Ω, Ug_{ef} = 1 V e tomando C o valor determinado em a), calcule os valores eficazes e desfasagens da corrente i e das tensões no condensador, u_C, na bobina, u_L, e na resistência, u_R, para a frequência de ressonância, f_0, bem como para as frequências $f_1 = 0{,}95 f_0$ e $f_2 = 1{,}05 f_0$. Preencha a tabela **R 3.2 c)** com os valores obtidos.

d) Para as condições da alínea anterior e para cada uma dessas três frequências trace os correspondentes diagramas vectoriais de tensão.

4. ESQUEMA DE LIGAÇÕES E LISTA DE MATERIAL

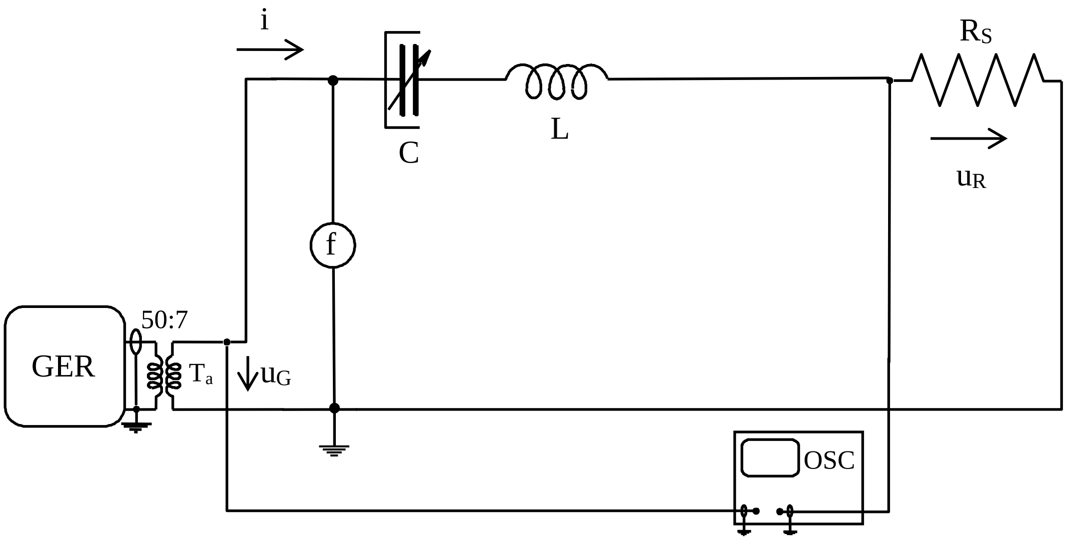

Fig. 4

GER	-	Oscilador/Gerador de funções Beckman Industrial FG 2A.
f	-	Frequencímetro Beckman Industrial VC 10A.
C	-	Caixa de condensadores calibrados LIONMOUNT tipo CD1C.
L	-	Caixa de indutância calibradas LIONMOUNT tipo LD2.
R_S	-	Caixa de resistências calibradas LLOYD 0-1111 Ω.
OSC	-	Osciloscópio Digital tektronix. TDS 200.
Ta	-	Transformador de adaptação (N_1/N_2 = 50/7)

NOTA: **O material a utilizar pode variar de bancada para bancada.**

5. CONDUÇÃO DO TRABALHO

Monte o circuito representado na Fig. 4. Seleccione na caixa de indutâncias L =2,0 mH.

Antes de ligar os aparelhos, colocar:

Oscilador:	FREQUENCY RANGE:	100 kHz
	OUTPUT:	MAIN
	AMPLITUDE:	Mínimo
	FUNCTION:	SINUSOIDAL

Ligar os aparelhos por esta ordem:

- O frequencímetro.
- O osciloscópio
- O oscilador.
- Actuar no botão de amplitude do oscilador até se obter U_{Gef} = 1 V.

5.1 **Em todos os ensaios manter U_{Gef} = 1 V.**

Com $R_S = 250\ \Omega$, para frequências f entre 40 kHz e 90 kHz com intervalos de 10 kHz, obtenha experimentalmente os valores da capacidade, C_{exp}, que conduzem à ressonância. Registe os valores de f, U_{Gef}, U_{Ref} e C_{exp} na tabela **R 5.1**.

5.2 **Em todos os ensaios manter U_{Gef} = 1 V.**

Para $R_S = 250\ \Omega$ ou $R_S = 500\ \Omega$, com $f = f_0 = 40$ kHz, ajuste o valor de C de modo a obter a ressonância, mantendo depois constante o valor de C.

a) Com $R_S = 250\ \Omega$ e para as frequências f_0, $f_1 = 0{,}95 f_0$ e $f_2 = 1{,}05 f_0$ registe na tabela **R 5.2 a)** os valores de f, U_{Gef} e U_{Ref}, bem como o intervalo de tempo Δt entre dois máximos consecutivos de u_G e u_R (usando os cursores de tempo do osciloscópio).

b) Para $R_S = 250\ \Omega$ e $R_S = 500\ \Omega$, variando a frequência (com f entre 10 kHz e 90 kHz e intervalos de 10 kHz) registe na tabela **R 5.2 b)** os valores de f, U_{Gef} e U_{Ref}.

Quando terminar desligue os aparelhos pela ordem inversa. Primeiro desligue o gerador,..., e no fim o frequencímetro.

6. <u>RELATÓRIO</u>

6.1 Com base nos valores de f e C_{exp} da tabela **R 5.1** obtenha por regressão linear (ver nota) os valores experimentais de L e C_d e registe-os na tabela **R 6.1**. No gráfico **R 6.1** represente os pontos experimentais, bem como a recta obtida por regressão linear. Neste gráfico o eixo das ordenadas corresponde à grandeza $1/f^2$ e o eixo das abcissas à grandeza C_{exp}.

6.2 A partir dos resultados de 5.2 a), calcule: o valor eficaz da corrente, I_{ef}, a sua desfasagem, α_I. Registe esses valores na tabela **R 6.2**.

6.3 A partir dos resultados de 5.2 b), calcule: o valor eficaz da corrente, I_{ef}, bem como os valores normalizados da corrente, I_n, e da frequência, f_n. Registe esses valores na tabela **R 6.3**. Marque sobre as curvas obtidas em 3.2 b) do dimensionamento os pontos experimentais (f_n,I_n).

O relatório tem que ser entregue no final da aula de laboratório e consiste no preenchimento da ficha apresentada em Anexo.

Nota: Regressão Linear

Considere que foram realizados n ensaios experimentais e que se registaram os valores x_i e y_i de duas grandezas diferentes. Admita que a relação existente entre essas duas grandezas pode ser aproximada por uma recta, $y = mx + b$, sendo m o declive e b a ordenada na origem. A partir do método dos mínimos quadrados obtém-se:

$$m = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad ; \quad b = \bar{y} - m\bar{x}$$

sendo $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ e $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ os valores médios das duas grandezas medidas.

REFERÊNCIAS

J. A. Brandão Faria, '*Electromagnetic Foundations of Electrical Engineering*', Wiley, 2008. Cap. 7, Secção 7.2.3.

I.S.T., Fevereiro de 2018

ANEXO

RELATÓRIO DO 3º TRABALHO LABORATORIAL

R 3.2 c):

Cálculo das amplitudes complexas $\left(\bar{X} = \sqrt{2}\, X_{ef}\, e^{j\alpha_X}\right)$**:**

	I_{ef} [mA]	α_I [º]	U_{Cef} [V]	α_C [º]	U_{Lef} [V]	α_L [º]	U_{Ref} [V]	α_R [º]
f_0								
f_1								
f_2								

R 5.1 e R 6.1:

Valores medidos em 5.1 e calculados em R 6.1:

f [kHz]	U_{Gef} [V]	U_{Ref} [V]	C_{exp} [nF]

L [mH]	C_d [pF]

R 5.2a) e R 6.2:

Valores medidos em 5.2 a) e calculados em 6.2, para R_S = 250 Ω:

	f [kHz]	U_{Gef} [V]	U_{Ref} [V]	Δt [ms]	I_{ef} [mA]	α_I [º]
f_0						
f_1						
f_2						

R 5.2 b) e R 6.3:

Valores medidos em 5.2 b) e calculados em 6.3, para R_S = 250 Ω:

f [kHz]	U_{Gef} [V]	U_{Ref} [V]	I_{ef} [mA]	I_n	f_n

Valores medidos em 5.2 b) e calculados em 6.3, para R_S = 500 Ω:

f [kHz]	U_{Gef} [V]	U_{Ref} [V]	I_{ef} [mA]	I_n	f_n

Comentários: ____

____

____

Número	Nome	Auto-Aval. [%]

R 3.2 b):

Representação gráfica de $I_n(f_n)$:

R 6.1:

Representação gráfica dos pontos experimentais (C_{exp},$1/f^2$) e da recta obtida por regressão linear: