

České vysoké učení v Praze

Fakulta stavební

155ADKG - Algoritmy digitální kartografie

Úloha 2: Konvexní obálky

Radek Novotný

Zadání:

Vytvořte program generující množinu bodů, pro kterou je následně vypočtena konvexní obálka. Obojí je vhodně vizualizováno.

Konvexní obálka je vypočtena metodami – Jarvis Scan, Quick Hull a Sweep Line.

Tyto metody jsou porovnány pro rozložení bodů – náhodné, v mřížce a na kružnici.

Bonusové úlohy:

V rámci bonusových úloh bylo implementováno ošetření singulárního případu u Jarvis Scan a algoritmy pro automatické generování množin bodů – kruhu, elipsy, čtverce a obdélníku.

Popis problému:

Konvexní obálka H dané množiny M jest taková množina bodů, že po spojení všech bodů ohraničuje vzniklý mnohoúhelník všechny body dané množiny M .

Popis algoritmů:

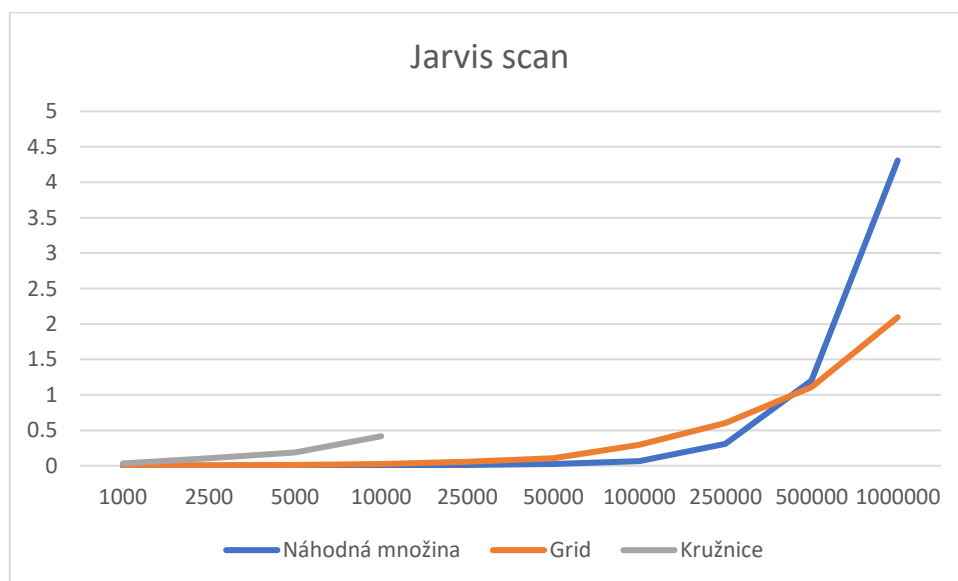
Jarvis Scan:

Tento algoritmus funguje na principu "Balení dárku".

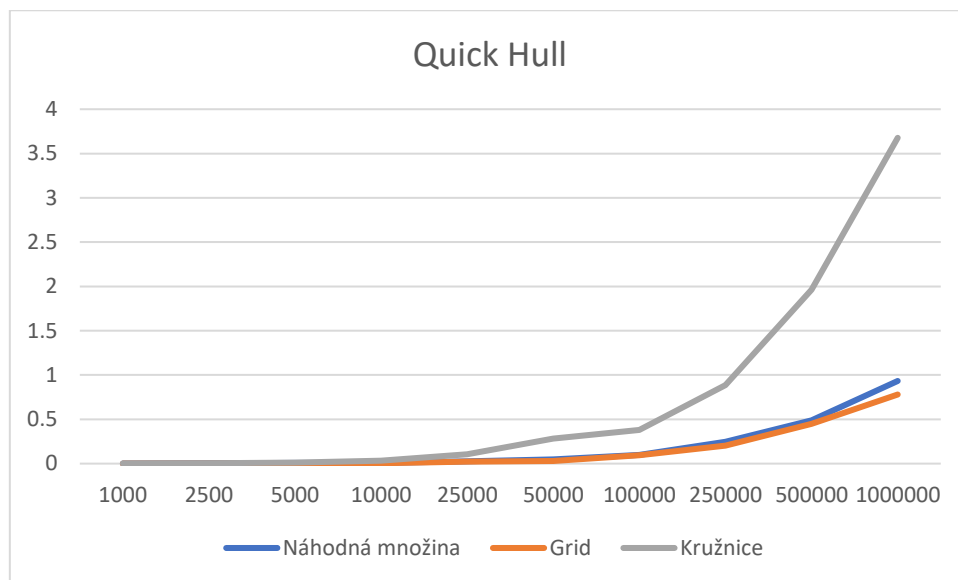
Po setřídění množiny je vybrán pivot q , jehož Y souřadnice je minimální. Poté je zvolena spojnice rovnoběžná s osou X k minimálnímu X . Následuje cyklus, během něhož jsou přidávány body, jejichž spojnice svírá se známou spojnici největší úhel. Tento cyklus končí tehdy, když algoritmus znovu narazí na pivota.

Singulární případ:

Problémem je singulární případ, pokud se vyskytnou kolineární body na konvexní obálce. Tento problém je ošetřen přidáním bodu, který má maximální vzdálenost od posledního bodu konvexní obálky. To jest, pokud máme tři kolineární body, přidáváme vždy ten nejvzdálenější.

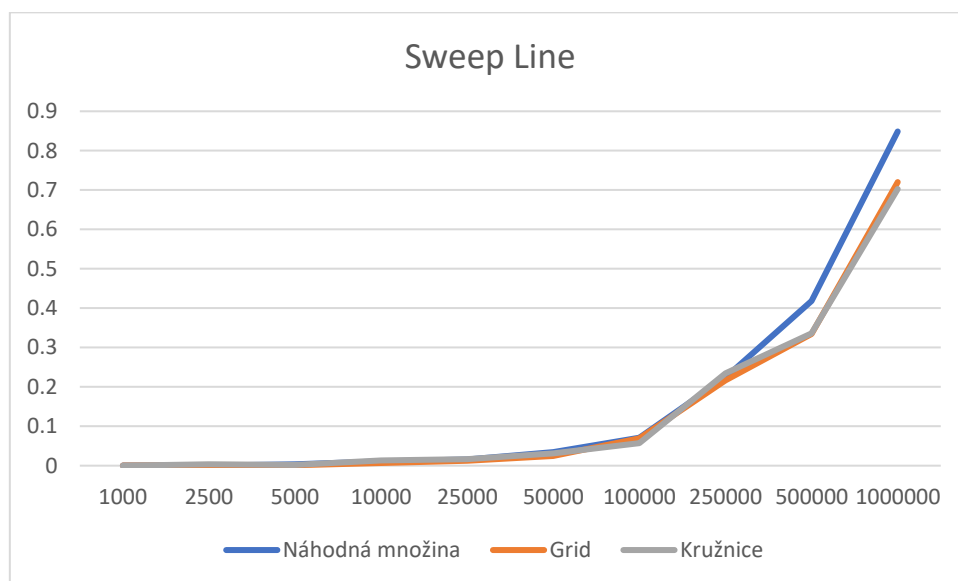


Quick Hull



Jedná se o rekurzivní algoritmus, jež rozděluje řešení na dvě poloviny. Nejprve přímkou určenou body s nejnižší a s nejvyší souřadnicí ve zvoleném směru. Dále vždy najde nejvzdálenější bod na každé straně a zjišťuje zda existuje další bod za touto spojnici, pokud ano, opakuje se řešení s tímto bodem.. Nejprve probíhá výpočet pro horní a následně pro spodní polovinu, aby docházelo ke správnému řazení bodů. Nakonec dojde ke spojení bodů z obou polovin.

Sweep Line



Metoda zametací přímky prochází body postupně podle určené souřadnice. Nutnost body nejprve setřídít. Nejprve vytvořen trojúhelník, následně bodz testovány zda jsou uvnitř nebo je nutné je přidat do konvexní obálky.

Vstupní data

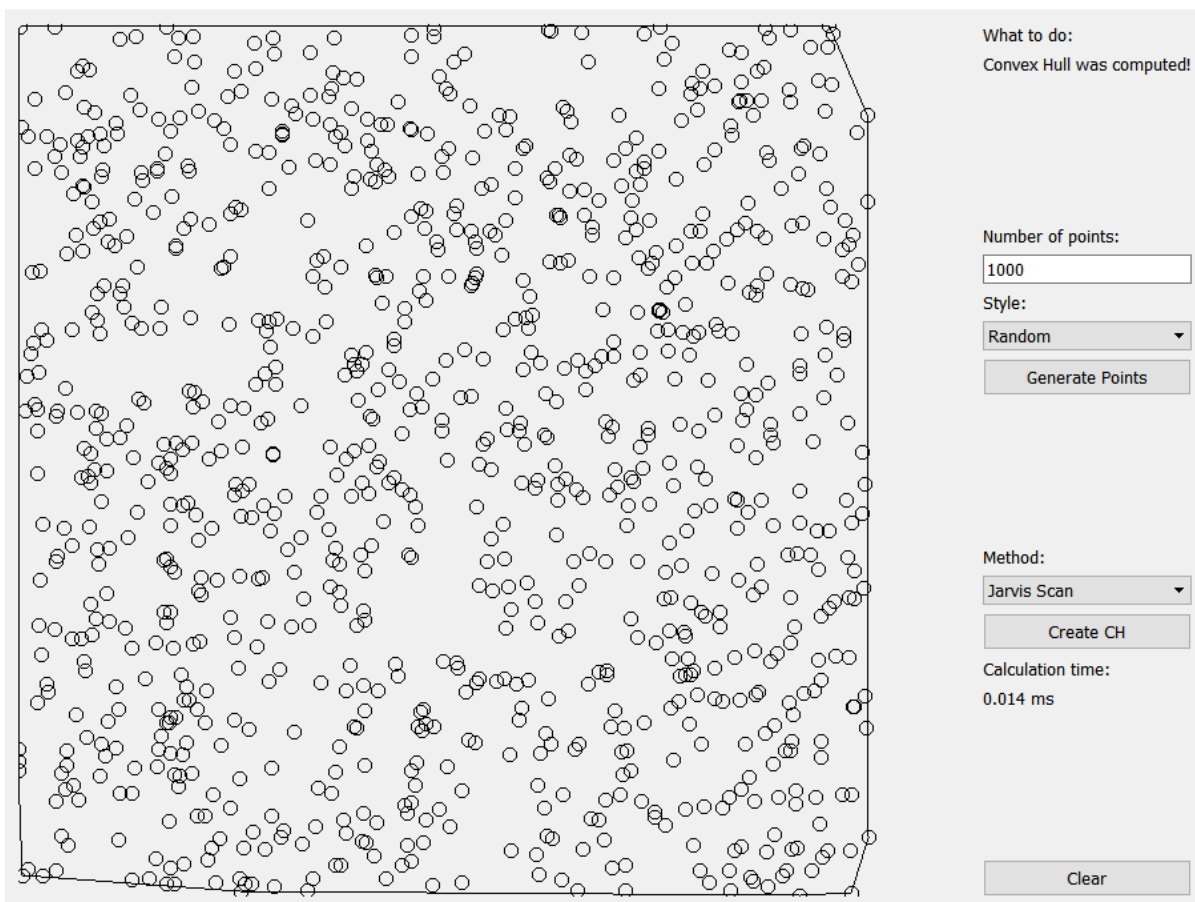
Množiny jsou generovány náhodně, lze volit s možností – náhodně, v mřížce, v kruhu, v elipse, ve čtverci či v obdélníku.

Rovněž lze přidávat body manuálně kliknutím do aplikace.

Výstupní data:

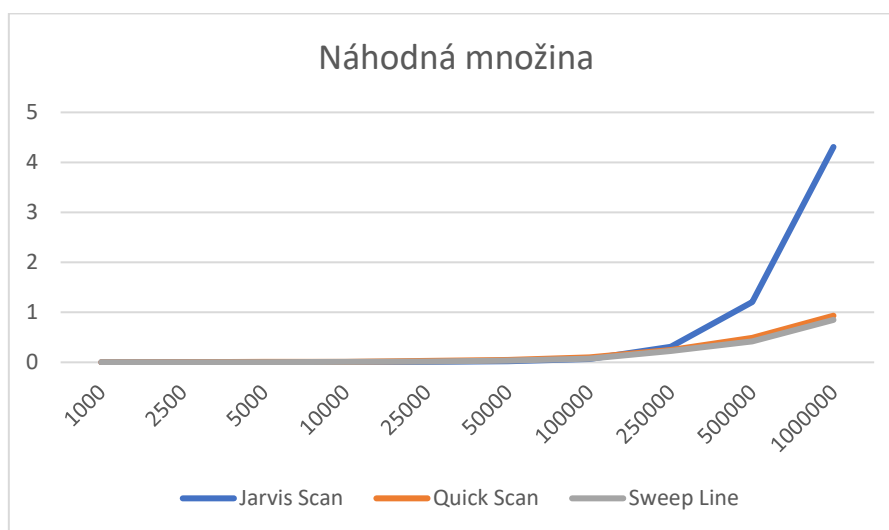
Aplikace zobrazuje vygenerované množiny, vypočtenou konvexní obálku a čas výpočtu konvexní obálky.

Printscreen:

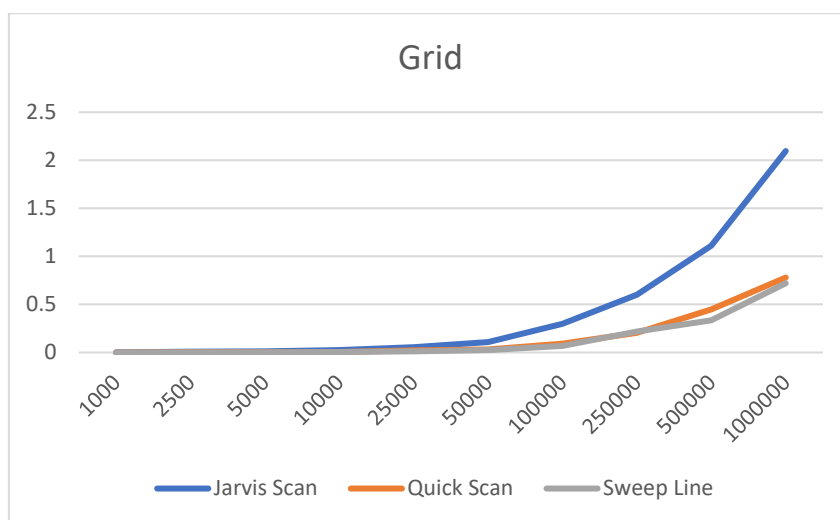


Porovnání metod:

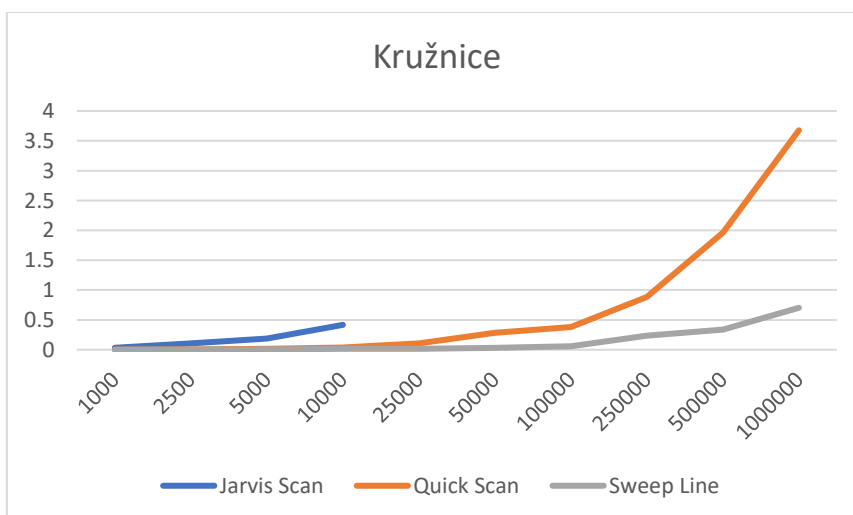
Na náhodné množině pracují Quick Hull a Sweep Line velice podobně. Nejhorší dopadl Jarvis Scan, který je kvůli své kvadratické složitosti při velkém počtu bodů významně pomalejší.



Obdobná situace je i pro body rozložené v pravidelné mřížce, ovšem rozdíl je menší než u předchozí varianty. V tomto případě bylo pracováno s Jarvis Scan, který má ošetřen singulární případ.



Pro body na kružnici vychází nejlépe Sweep Line, následovaná Quick Hull. Nejhorší se jeví Jarvis Scan, pro který se nepodařilo najít výsledek pro více jak 25000 bodů.



Závěr:

Byl vytvořen program generující náhodné množiny bodů a následně pro ně počítající konvexní obálku pomocí zvolené metody.

Byly otestovány rychlosti jednotlivých metod na různě rozložených množinách. Porovnání je znázorněno na předchozích grafech. Nejhorší vychází Jarvis Scan, jako lepší možnosti se zdají Quick Hull a Sweep Line.