



# 中华人民共和国国家标准

GB/T 4091—2001  
idt ISO 8258:1991

---

## 常 规 控 制 图

Shewhart control charts

2001-03-07 发布

2001-09-01 实施

国家质量技术监督局 发布

## 目 次

前言 .....	III
ISO 前言 .....	IV
引言 .....	V
1 范围 .....	1
2 符号 .....	1
3 常规控制图的性质 .....	2
4 常规控制图的类型 .....	3
4.1 标准值未给定情形的控制图 .....	3
4.2 标准值给定情形的控制图 .....	3
4.3 计量控制图和计数控制图的类型 .....	4
5 计量控制图 .....	4
5.1 均值( $\bar{X}$ )图与极差( $R$ )或标准差( $s$ )图 .....	4
5.2 单值( $\bar{X}$ )控制图 .....	5
5.3 中位数( $Me$ )控制图 .....	6
6 计量控制图的控制程序与解释 .....	6
7 变差的可查明原因的模式检验 .....	7
8 过程控制与过程能力 .....	8
9 计数控制图 .....	9
10 开始建立控制图之前的预备工作 .....	10
10.1 质量特性的选择 .....	10
10.2 生产过程的分析 .....	10
10.3 合理子组的选择 .....	11
10.4 子组频数与子组大小 .....	11
10.5 预备数据的收集 .....	11
11 建立控制图的步骤 .....	11
12 计量控制图示例 .....	12
12.1 $\bar{X}$ 图与 $R$ 图:标准值给定的情形 .....	12
12.2 $\bar{X}$ 图与 $R$ 图:标准值未给定的情形 .....	14
12.3 单值( $\bar{X}$ )与移动极差( $R$ )控制图:标准值未给定的情形 .....	18
12.4 中位数图:标准值未给定的情形 .....	19
13 计数控制图示例 .....	21
13.1 $p$ 图和 $np$ 图:标准值未给定的情形 .....	21
13.2 $p$ 图:标准值未给定的情形 .....	23
13.3 $c$ 图:标准值未给定的情形 .....	25
13.4 单位产品不合格数图: $u$ 图 .....	26
附录 A(提示的附录) 参考文献 .....	27

## 前 言

本标准等同采用国际标准 ISO 8258:1991《休哈特控制图》(Shewhart control charts)及其 1993 年 1 号修改单。

本标准代替 GB/T 4091.1~4091.9—1983。本标准与 GB/T 4091.1~4091.9—1983 相比,重大技术内容的变化主要有:

- 内容编排格式不同,将原系列 9 个标准合并为 1 个标准;
- 判别准则的描点排列模式有重大变化,如由原来的 7 点链改为 9 点链、原来的 7 点趋势改为 6 点趋势等;
- 将每种类型常规控制图又分为标准值给定和标准值未给定两种情形;
- 增加了“过程改进的策略”图;
- 明确规定了在  $\bar{X}$  图与  $R$  图的联合应用中应该首先建立和分析  $R$  图。

本标准的附录 A 为提示的附录。

本标准由中国标准研究中心提出。

本标准由全国统计方法应用标准化技术委员会归口。

本标准主要起草单位:中国标准研究中心、清华大学经济管理学院、中国科学院数学与系统科学研究院、机械科学研究院。

本标准主要起草人:刘文、孙静、马毅林、李勤、肖惠。

本标准是对 GB/T 4091.1~4091.9—1983《常规控制图》系列标准的第一次修订。本标准于 1983 年首次发布。

## ISO 前言

ISO(国际标准化组织)是由各国标准化团体(ISO 成员团体)组成的世界性的联合会。制定国际标准的工作,通常由 ISO 的技术委员会完成,各成员团体若对某技术委员会的工作感兴趣,均有权参加该委员会。与 ISO 保持联系的各国际组织(官方的或非官方的)也可以参加有关工作。在电工技术标准化方面,ISO 与国际电工委员会(IEC)保持密切合作关系。

由技术委员会采纳的国际标准草案提交各成员团体投票表决,需取得至少 75%参加表决的成员团体的同意才能作为国际标准正式发布。

国际标准 ISO 8258 是由 ISO/TC 69 统计方法应用技术委员会制定的。

本国际标准的附录 A 仅作为提示的附录。

## 引 言

制造业的传统方法有赖于制造产品的生产,有赖于检验最终产品并筛选出不符合规范的产品的质量控制。这种检验策略通常是浪费和不经济的,因为它是当不合格品产生以后的事后检验。而建立一种避免浪费、首先就不生产无用产品的预防策略则更为有效。这可以通过收集过程信息并加以分析,从而对过程本身采取行动来实现。

控制图是一种将显著性统计原理应用于控制生产过程的图形方法,由休哈特(Walter Shewhart)博士于1924年首先提出。控制图理论认为存在两种变异。第一种变异为随机变异,由“偶然原因”(又称为“一般原因”)造成。这种变异是由种种始终存在的、且不易识别的原因所造成,其中每一种原因的影响只构成总变异的一个很小的分量,而且无一构成显著的分量。然而,所有这些不可识别的偶然原因的影响总和是可度量的,并假定为过程所固有。消除或纠正这些偶然原因,需要管理决策来配置资源,以改进过程和系统。

第二种变异表征过程中实际的改变。这种改变可归因于某些可识别的、非过程所固有的、并且至少在理论上可加以消除的原因。这些可识别的原因称为“可查明原因”或“特殊原因”。它们可以归结为原材料不均匀、工具破损、工艺或操作的问题、制造或检测设备的性能不稳定等等。

利用从可重复过程所得到的数据,控制图有助于检测出变差的异常模式,并提供统计失控的检验准则。当过程变异仅由偶然原因造成时,过程处于统计控制状态。这种变差的可接受水平一经确定,则对此水平的任何偏离都假定由可查明原因造成,对这些可查明原因应加以识别、消除或减轻。

统计过程控制的目的是要建立并保持过程处于可接受的并且稳定的水平,以确保产品和服务符合规定的要求。要做到这一点,所应用的主要统计工具就是控制图。控制图是一种图形方法,它给出表征过程当前状态的样本序列的信息,并将这些信息与考虑了过程固有变异后所建立的控制限进行对比。控制图法首先用来帮助评估一个过程是否已达到、或继续保持在具有适当规定水平的统计控制状态,然后用来帮助在生产过程中,通过保持连续的产品质量记录,来获得并保持对重要产品或服务的特性的控制与高度一致性。应用控制图并仔细分析控制图,可以更好地了解和改进过程。

# 中华人民共和国国家标准

GB/T 4091—2001

## 常规控制图

代替 GB/T 4091.1~4091.9—1983

Shewhart control charts

### 1 范围

本标准提供了使用与了解用于过程统计控制的常规控制图(又称休哈特控制图)法的指南。

本标准仅适用于应用常规控制图体系的统计过程控制方法。简单介绍了某些与常规控制图一致的补充资料,例如警戒限的应用、趋势模式的分析和过程能力等。另外还有一些控制图方法,它们的一般描述可参见 GB/T 17989。

### 2 符号

$n$	子组大小。单个子组中子组观测值的个数
$k$	子组数
$X$	质量特性的观测值(可用 $X_1, X_2, X_3, \dots$ 表示单个观测值),有时用其他符号。例如 $Y$ 来代替 $X$
$\bar{X}$	子组平均值
$\bar{\bar{X}}$	子组平均值的平均值
$\mu$	过程均值的真值
$Me$	子组中位数。对于一组升序或降序排列的 $n$ 个子组观测值 $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 当 $n$ 为奇数时,中位数等于该组数中间的那个数;当 $n$ 为偶数时,中位数等于该组数中间两个数的平均值
$\overline{Me}$	子组中位数的平均值
$R$	子组极差。子组观测值中的极大值与极小值之差

注 1: 在单值图情况下,  $R$  代表移动极差,即两个相邻观测值的差值的绝对值,如,  $|X_1 - X_2|, |X_2 - X_3|$ , 等等。

$\bar{R}$	子组极差的平均值
$s$	子组标准差

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$\bar{s}$	子组标准差的平均值
$\sigma$	组内过程标准差的真值
$\hat{\sigma}$	组内过程标准差的估计值
$p$	子组不合格品率
	$p$ = 子组中的不合格品数/子组大小
$\bar{p}$	所有子组不合格品率的平均值
	$\bar{p}$ = 所有子组中的不合格品数/被检产品总数

$np$	子组不合格品数
$c$	子组不合格数
$\bar{c}$	所有子组不合格数的平均值
$u$	子组单位产品不合格数
$\bar{u}$	所有子组单位产品不合格数的平均值
$\bar{u} = \text{所有产品的不合格数} / \text{被检产品总数}$	

### 3 常规控制图的性质

常规控制图要求从过程中以近似等间隔抽取的数据。此间隔可以用时间来定义(例如:每小时)或者用数量来定义(例如:每批)。通常,这样抽取的子组在过程控制中称为子组,每个子组由具有相同可测量单位和相同子组大小的同一产品或服务所组成。从每一子组得到一个或多个子组特性,如子组平均值 $\bar{X}$ 、子组极差 $R$ 或标准差 $s$ 。常规控制图就是给定的子组特性值与子组号对应的一种图形,它包含一条中心线(CL),作为所点绘特性的基准值。在评定过程是否处于统计控制状态时,此基准值通常为所考察数据的平均值。对于过程控制,此基准值通常为产品规范中所规定特性的长期值,或者是基于过程以往经验所点绘特性的标称值,或者是产品或服务的隐含目标值。控制图还包含由统计方法确定两条控制限,位于中心线的各一侧,称为上控制限(UCL)和下控制限(LCL),参见图1。

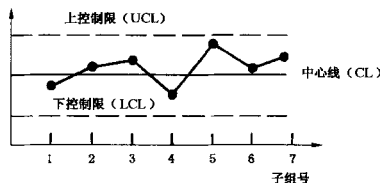


图1 控制图的示意图

常规控制图的控制限分别位于中心线两侧的 $3\sigma$ 距离处。其中, $\sigma$ 为所点绘统计量的总体组内标准差。组内变异是用来度量随机变差的, $\sigma$ 可用子组标准差或子组极差的适当倍数进行估计。 $\sigma$ 的这种度量不包括组间变差,仅包括组内变差。 $3\sigma$ 控制限表明,若过程处于统计控制状态,则大约有99.7%的子组值将落在控制界限之内。换句话说,当过程受控时,大约有0.3%的风险,或每点绘1000次中平均有3次,描点会落在上控制限或下控制限之外。这里使用“大约”这个词,是因为如果对基本假定(例如对数据分布形式的假定)有偏离,将会影响此概率数值。

应该注意,有些专业人员宁愿采用3.09来代替3,以使标称概率值为0.2%,或平均每1000次中有两次虚报<sup>1)</sup>。但是休哈特主张采用精确概率值而选择了系数3。同样地,某些专业人员对非正态分布的控制图采用真实的概率值,例如极差图、不合格品率图等。但是休哈特为了强调经验解释,常规控制图仍采用 $\pm 3\sigma$ 控制限,而不采用概率值控制限。

描点超出控制限确实是由偶然事件引起而非真实信号的可能性被定得很小,因此当一个点超出控制限时,就应采取某种行动,故 $3\sigma$ 控制限有时也称为“行动限”。

许多场合,在控制图上另外加上 $2\sigma$ 控制限是有益的。这样,任何落在 $2\sigma$ 界限外的子组值都可作为失控状态即将来临的一个警示信号,因此, $2\sigma$ 控制限有时也称作“警戒限”。

应用控制图时可能发生两种类型的错误。第一种错误称作第一类错误。这是当所涉及的过程仍然

采用说明:

1) 这里,ISO 8258:1991 国际标准为“一次虚报”有误,本标准更正为“两次虚报”。

处于受控状态,但有某点由于偶然原因落在控制限之外,而得出过程失控的结论时所发生的错误。此类错误将导致对本不存在的问题而去无谓寻找原因而增加费用。

第二种错误称作第二类错误。当所涉及的过程失控,但所产生的点由于偶然原因仍落在控制限之内,而得出过程仍处受控状态的错误结论。此时由于未检测出不合格品的增加而造成损失。第二类错误的风险是以下三项因素的函数:控制限的间隔宽度、过程失控的程度以及子组大小。上述三项因素的性质决定了对于第二类错误的风险大小只能作出一般估计。

常规控制图仅考虑了第一类错误,对于 $3\sigma$ 控制限而言,发生这类错误的可能性为0.3%。由于在给定的情形下,对于第二类错误的损失作出有意义的估计通常是不实际的,而且任意选择一个较小的子组大小(例如4或5)也很方便,故采用 $3\sigma$ 控制限,并将注意力集中于控制和改进过程本身的性能,是适宜且可行的。

当过程处于统计控制状态时,控制图提供了一种连续检验统计原假设的方法,该统计原假设为过程未发生变化并保持于统计控制状态。由于通常预先确定过程特性对于有关目标值的具体偏离情况,加之第二类错误的风险,以及未根据满足适当的风险水平来确定子组大小等原因,故常规控制图不应在假设检验的意义上加以研究(参见ISO 7966和GB/T 17989)。常规控制图强调的是控制图用于识别偏离过程“受控状态”的经验有效性,而非强调其概率解释。某些使用者确实在认真研究控制图的操作特性曲线,将其作为一种手段进行假设检验解释。

当一个描点值落在任一控制限之外,或一系列描点值反映出如第7章中所述的异常模式,则统计控制状态不再被接受。此情形一旦发生,就应开始进行调研以确定可查明原因,过程可能被终止或进行调整。一旦可查明原因被确认并消除,则过程恢复受控状态,随时可以继续。如上所述,对于第一类错误,在极少的情况下,可能找不到可查明原因,于是必须作出结论:虽然过程处于受控状态,但是某个偶然原因造成了描点落在控制限之外,这表明一种非常罕见的事件发生了。

当为某过程最初建立控制图时,常常会发现此过程当时未处于受控状态。根据这种失控过程的数据计算出的控制限将会导致错误的结论,因为这些控制限的间距太大。为此,在固定的控制图参数建立之前,总是有必要将过程调整到统计控制状态。下列各章将讨论为某过程建立控制图的方法。

#### 4 常规控制图的类型

常规控制图主要有两种类型:计量控制图和计数控制图。每一种类型的控制图又有两种不同的情形:

- a) 标准值未给定;
- b) 标准值给定。

标准值即为规定的要求或目标值(见表1、表3和表5的注)。

##### 4.1 标准值未给定情形的控制图

这种控制图的目的是发现所点绘特性(如 $\bar{X}$ ,  $R$ 或任何其他统计量)观测值本身的变差是否显著大于仅由偶然原因造成的变差。这种控制图完全基于子组数据,用来检测非偶然原因造成的那些变差。

##### 4.2 标准值给定情形的控制图

这种控制图的目的是确定若干个子组的 $\bar{X}$ 等特性的观测值与其对应的标准值 $X_0$ (或 $\mu_0$ )之差,是否显著大于仅由预期的偶然原因造成的差异,其中每个子组的 $n$ 值相同。标准值给定情形的控制图与标准值未给定情形的控制图之间的差别,在于有关过程中心位置与变差的附加要求不同。标准值可以基于通过使用无先验信息或无规定标准值的控制图而获得的经验来确定,也可以基于通过考虑服务的需要和生产的费用而建立的经济值来确定,或可以由产品规范指定的标称值。

更适宜地,应通过调查被认为代表所有未来数据特征的预备数据来确定标准值。为控制图的有效运作,标准值应该与过程固有变异相一致。基于这类标准值的控制图,特别应用于制造业的过程控制,并使产品的一致性保持在期望的水平。



## 4.3 计量控制图和计数控制图的类型

考虑以下类型的控制图：

## a) 计量控制图

- 1) 平均值( $\bar{X}$ )图与极差( $R$ )或标准差( $s$ )图；
- 2) 单值( $X$ )图与移动极差( $R$ )图；
- 3) 中位数( $Me$ )图与极差( $R$ )图；

## b) 计数控制图

- 1) 不合格品率( $p$ )图或不合格品数( $np$ )图；
- 2) 不合格数( $c$ )图或单位产品不合格数( $u$ )图。

## 5 计量控制图

计量数据是指对于所考察子组中每一个单位产品的特性值的数值大小进行测量与记录所得到的观测值,例如以米(m)表示的长度,以欧姆( $\Omega$ )表示的电阻,以分贝(dB)表示的噪声等。计量控制图(尤其是其最常用的类型, $\bar{X}$ 与 $R$ 图)代表了控制图对过程控制的典型应用。

计量控制图由于以下几个原因而特别有用：

- a) 大多数的过程及其输出具有可计量的特性,所以计量控制图的潜在应用广泛。
- b) 一个计量值较之简单的“是—否”的表述包含更多的信息。
- c) 可不考虑规范来分析过程的性能。控制图从过程自身出发,并给出对过程性能的独立的描述。因此,有的控制图可以与规范比较,而有的却不可以。
- d) 虽然获得一个计量数据通常要比获得一个“是—否”的计数数据的费用更高,但计量数据的子组大小几乎总是比计数数据的子组要小得多,故更为有效。在一些情况下,这有助于减少总检验费用,并缩短零件生产与采取纠正措施之间的时间间隔。

本标准假定所有计量控制图的子组内变异服从正态(高斯)分布,偏离这一假定将影响控制图的性能。利用正态性的假设,推导出计算控制限的一些系数。由于大多数控制限是用来作出决策的经验指南,故有理由认为,对正态性的小偏离应该不会造成重大的影响。总之,由于中心极限定理,平均值总会趋向于正态分布,即使单个观测值不服从正态分布时也是如此。因此,对于 $\bar{X}$ 控制图而言,即使用于评估控制的子组大小仅为4或5,假定其正态性也是合理的。当出于研究过程能力的目的处理单个观测值时,其分布的真实形式很重要。定期检查正态性假设的持续有效性是明智的,尤其是要确保只使用单一总体的数据。应该注意,极差和标准差的分布并不是正态的,尽管在为计算控制限估计常数时,对极差和标准差的分布作了近似正态性的假设,这种假设对于经验决策程序而言还是令人满意的。

5.1 均值( $\bar{X}$ )图与极差( $R$ )或标准差( $s$ )图

计量控制图可以同时利用离散程度(产品件间变异)和位置(过程平均)去描述过程的数据。正由于这一点,计量控制图几乎总是成对地绘制并加以分析:其中,一张是关于位置的控制图,一张是关于离散程度的控制图。最常用的一对即 $\bar{X}$ 与 $R$ 图。表1与表2分别给出了计量控制图的控制限公式和系数。

表1 常规计量控制图控制限公式

统计量	标准值未给定		标准值给定	
	中心线	UCL 与 LCL	中心线	UCL 与 LCL
$\bar{X}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{R}$ 或 $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	$X_0$ 或 $\mu$	$X_0 \pm A_3 \sigma_0$
$R$	$\bar{R}$	$D_4 \bar{R}$ 、 $D_3 \bar{R}$	$R_0$ 或 $d_4 \sigma_0$	$D_4 \sigma_0$ 、 $D_3 \sigma_0$
$s$	$\bar{s}$	$B_4 \bar{s}$ 、 $B_3 \bar{s}$	$s_0$ 或 $c_4 \sigma_0$	$B_4 \sigma_0$ 、 $B_3 \sigma_0$

注:  $X_0$ 、 $R_0$ 、 $s_0$ 、 $\mu$  和  $\sigma_0$  为给定的标准值。

表2 计量控制图计算控制线的系数表

子组中观测值个数	控制限系数												中心线系数			
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	C <sub>4</sub>	1/C <sub>4</sub>	d <sub>2</sub>	1/d <sub>2</sub>	
2	2.121	1.880	2.659	0.000	3.267	0.000	2.606	0.000	3.686	0.000	3.267	0.797 9	1.253 3	1.128	0.886 5	
3	1.732	1.023	1.954	0.000	2.568	0.000	2.276	0.000	4.358	0.000	2.574	0.886 2	1.128 4	1.693	0.590 7	
4	1.500	0.729	1.628	0.000	2.266	0.000	2.088	0.000	4.698	0.000	2.282	0.921 3	1.085 4	2.059	0.485 7	
5	1.342	0.577	1.427	0.000	2.089	0.000	1.964	0.000	4.918	0.000	2.114	0.940 0	1.063 8	2.326	0.429 9	
6	1.225	0.483	1.287	0.030	1.970	0.029	1.874	0.000	5.078	0.000	2.004	0.951 5	1.051 0	2.534	0.394 6	
7	1.134	0.419	1.182	0.118	1.882	0.113	1.806	0.204	5.204	0.076	1.924	0.959 4	1.042 3	2.704	0.369 8	
8	1.061	0.373	1.099	0.185	1.815	0.179	1.751	0.388	5.306	0.136	1.864	0.965 0	1.036 3	2.847	0.351 2	
9	1.000	0.337	1.032	0.239	1.761	0.232	1.707	0.547	5.393	0.184	1.816	0.969 3	1.031 7	2.970	0.336 7	
10	0.949	0.308	0.975	0.284	1.716	0.276	1.669	0.687	5.469	0.223	1.777	0.972 7	1.028 1	3.078	0.324 9	
11	0.905	0.285	0.927	0.321	1.679	0.313	1.637	0.811	5.535	0.256	1.744	0.975 4	1.025 2	3.173	0.315 2	
12	0.866	0.266	0.886	0.354	1.646	0.346	1.610	0.922	5.594	0.283	1.717	0.977 6	1.022 9	3.258	0.306 9	
13	0.832	0.249	0.850	0.382	1.618	0.374	1.585	1.025	5.647	0.307	1.693	0.979 4	1.021 0	3.336	0.299 8	
14	0.802	0.235	0.817	0.406	1.594	0.399	1.563	1.118	5.696	0.328	1.672	0.981 0	1.019 4	3.407	0.293 5	
15	0.775	0.223	0.789	0.428	1.572	0.421	1.544	1.203	5.741	0.347	1.653	0.982 3	1.018 0	3.472	0.288 0	
16	0.750	0.212	0.763	0.448	1.552	0.440	1.526	1.282	5.782	0.363	1.637	0.983 5	1.016 8	3.532	0.283 1	
17	0.728	0.203	0.739	0.466	1.534	0.458	1.511	1.356	5.820	0.378	1.622	0.984 5	1.015 7	3.588	0.278 7	
18	0.707	0.194	0.718	0.482	1.518	0.475	1.496	1.424	5.856	0.391	1.608	0.985 4	1.014 8	3.640	0.274 7	
19	0.688	0.187	0.698	0.497	1.503	0.490	1.483	1.487	5.891	0.403	1.597	0.986 2	1.014 0	3.689	0.271 1	
20	0.671	0.180	0.680	0.510	1.490	0.504	1.470	1.549	5.921	0.415	1.585	0.986 9	1.013 3	3.735	0.267 7	
21	0.655	0.173	0.663	0.523	1.477	0.516	1.459	1.605	5.951	0.425	1.575	0.987 6	1.012 6	3.778	0.264 7	
22	0.640	0.167	0.647	0.534	1.466	0.528	1.448	1.659	5.979	0.434	1.566	0.988 2	1.011 9	3.819	0.261 8	
23	0.626	0.162	0.633	0.545	1.455	0.539	1.438	1.710	6.006	0.443	1.557	0.988 7	1.011 4	3.858	0.259 2	
24	0.612	0.157	0.619	0.555	1.445	0.549	1.429	1.759	6.031	0.451	1.548	0.989 2	1.010 9	3.895	0.256 7	
25	0.600	0.153	0.606	0.565	1.435	0.559	1.420	1.806	6.056	0.459	1.541	0.989 6	1.010 5	3.931	0.254 4	
资料来源:ASTM, Philadelphia, PA, USA.																

资料来源:ASTM,Philadelphia,PA,USA.

## 5.2 单值(X)控制图

在某些过程控制情形下,取得合理的子组或者不可能或者不实际。由于测量单个观测值所需要的时间太长或费用太大,所以不能考虑重复观测。当测量很昂贵(例如破坏性试验)或者当任一时刻的输出都相对均匀时,即出现上述典型情形。其他还有一些情形只有一个可能的数值,例如仪表读数或一批输入原材料的性质,在这些情况下,需要基于单个读数进行过程控制。

在单值控制图情形下,由于没有合理子组来提供批内变异的估计,故控制限就基于经常为两个观测值的移动极差所提供的变差来进行计算。移动极差就是在一个序列中相邻两个观测值之间的绝对差,即第一个观测值与第二个观测值的绝对差,然后第二个观测值与第三个观测值的绝对差,如此等等。从移动极差可以计算出平均移动极差( $\bar{R}$ ),然后用于建立控制图。同样,从整个数据可算出总平均值( $\bar{\bar{X}}$ )。表3给出了单值控制图的控制限公式。

对于单值控制图应注意下列各点:

- 单值控制图对过程变化的反应不如 $\bar{X}$ 和R图那么灵敏。
- 若过程的分布不是正态的,则对于单值控制图的解释应特别慎重。

c) 单值控制图并不辨析过程的件间重复性,故在一些应用中,采用子组大小较小(2至4)的 $\bar{X}$ 与 $R$ 控制图可能会更好,即使要求子组之间有更长间隔时间。

表3 单值控制图的控制限公式

统计量	标准值未给定		标准值给定	
	中心线	UCL与LCL	中心线	UCL与LCL
单值 $X$	$\bar{X}$	$\bar{X} \pm E_2 \bar{R}$	$X_0$ 或 $\mu$	$X_0 \pm 3\sigma_0$
移动极差 $R$	$\bar{R}$	$D_4 \bar{R}, D_3 \bar{R}$	$R_0$ 或 $d_2 \sigma_0$	$D_2 \sigma_0, D_1 \sigma_0$
注				
1 $X_0, R_0, \mu$ 和 $\sigma_0$ 为给定的标准值。				
2 $\bar{R}$ 表示 $n=2$ 时观测值的平均移动极差。				
3 系数 $d_1, D_1, D_2, D_3, D_4$ 以及 $E_2 (=3/d_2)$ 由表2中 $n=2$ 行查得。				

### 5.3 中位数( $Me$ )控制图

对于具有计量数据的过程控制,中位数图是另一种可以替代 $\bar{X}$ 与 $R$ 图的控制图。由中位数图获得的结论与 $\bar{X}$ 与 $R$ 图相似且具有某些优点。它们易于使用,计算较少。这点可以增加现场操作人员对控制图法的接受程度。由于对单个数据(象中位数一样)进行了描点,中位数图表明了过程输出的离散程度,并给出过程方差的一种动态描述。

中位数图的控制限可以用两种方法进行计算:利用子组中位数的中位数和极差的中位数;或者利用子组中位数的平均值和极差的平均值。后一种方法更简易方便,故本标准采用这种方法。

控制限的计算如下所述。

#### 5.3.1 中位数图

中心线  $= \bar{Me}$  = 子组中位数的平均值

$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4 R$

$LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4 R$

中位数图的建立方法与5.1中的 $\bar{X}$ 和 $R$ 图相同。

常数 $A_4$ 的值见表4。

应该注意,具有 $3\sigma$ 控制限的中位数控制图对于失控状况的反应比 $\bar{X}$ 图要慢。

表4  $A_4$ 的值

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_4$	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36

#### 5.3.2 极差图

中心线  $= \bar{R}$  = 所有子组的 $R$ 值的平均值

$UCL_R = D_4 \bar{R}$

$LCL_R = D_3 \bar{R}$

常数 $D_3$ 和 $D_4$ 的值见表2。

## 6 计量控制图的控制程序与解释

常规控制图体系规定,若过程的产品件间变异和过程平均在当前水平(分别由 $\bar{R}$ ,  $\bar{X}$ 估计得出)下保持不变,则单个的子组极差( $R$ )以及平均值( $\bar{X}$ )将仅由偶然因素引起变化,极少超出控制限。换言之,除了可能会由于偶然原因发生而引起的变化外,数据将不呈现某种明显的变化趋势或模式。

$\bar{X}$ 控制图显示过程平均的中心位置,并表明过程的稳定性。 $\bar{X}$ 图从平均值的角度揭示组间不希望出现的方差。 $R$ 控制图则揭示组内不希望出现的方差,它是所考察过程的变异大小的一种指示器,也是

过程一致性或均匀性的一个度量。若组内变差基本不变,则  $R$  图表明过程保持统计控制状态,这种情况仅当所有子组受到相同处理时才会发生。若  $R$  图表明过程不保持统计控制状态,或  $R$  值增大,这表示可能不同的子组受到了不同的处理,或是若干个不同的系统因素正在对过程起作用。

$R$  控制图的失控状态也会影响到  $\bar{X}$  图。由于无论是对子组极差还是对子组平均的解释能力都依赖于件间变异的估计,故应首先分析  $R$  图。应遵守下列控制程序:

6.1 收集与分析数据,计算平均值与极差。

6.2 首先点绘  $R$  图。与控制限进行对比,检查数据点是否有失控点,或有无异常的模式或趋势。对于极差数据中关于可查明原因的每一个征兆,分析过程的运行,以便找出原因,进行纠正,并防止它再次出现。

6.3 剔除所有受到某种已识别的可查明原因影响的子组;然后重新计算并点绘新的平均极差( $\bar{R}$ )和控制限。当与新控制限进行比较时,要确认是否所有的点都显示为统计控制状态,如有必要,重复“识别—纠正—重新计算”程序。

6.4 若根据已识别的可查明原因,从  $R$  图中剔除了任何一个子组,则也应该将它从  $\bar{X}$  控制图中除去。

应利用修正过的  $\bar{R}$  和  $\bar{X}$  值重新计算平均值的试用控制限  $\bar{X} \pm A_2 \bar{R}$ 。

注2:排除显示失控状态的子组并不意味着“扔掉坏数据”。更确切地说,通过剔除受到已知可查明原因影响的点,可以更好地估计偶然原因所造成变差的背景水平。这样做,同样也为那些用来最有效地检测出未来所发生变差的可查明原因的控制限提供最适宜的基础。

6.5 当极差控制图表明过程处于统计控制状态时,则认为过程的离散程度(组内变差)是稳定的。然后就可以对平均值进行分析,以确定过程的位置是否随时间而变动。

6.6 点绘  $\bar{X}$  控制图,与控制限比较,检验数据点是否有失控点,或有无异常的模式或趋势。与  $R$  控制图一样,分析任何失控的状况,然后采取纠正措施和预防措施。剔除任何已找到可查明原因的失控点;重新计算并点绘新的过程平均值( $\bar{X}$ )和控制限。当与新的控制限进行比较时,要确认所有数据点是否都显示为统计控制状态,如有必要,重复“识别—纠正—重新计算”程序。

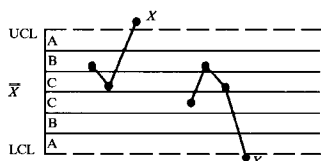
6.7 当用来建立控制限基准值的初始数据全部包含在试用控制限内时,则在未来时段内延长当前时段的控制限。这些控制限将用于当前过程的控制,责任人(操作者或监督者)将对  $\bar{X}$  图或  $R$  图中任何失控状态的信号作出反应,并采取即时的行动。

## 7 变差的可查明原因的模式检验

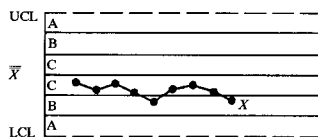
图2给出了一组用于解释常规控制图的八个模式检验示意图。这些检验的更为完整的讨论参见参考文献[5]和[6]。

虽然上述模式检验可以作为一组基本的检验,但是分析者还应留意任何可能表明过程受到特殊原因影响的独特模式。因此,每当出现可查明原因的征兆时,这些检验就应该仅仅看作是采取行动的实用规则。这些检验中所规定的任何情形的发生都表明已出现变差的可查明原因,必须加以诊断和纠正。

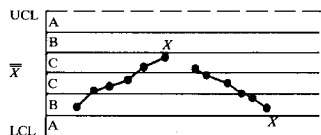
上下控制限分别位于中心线之上与之下的  $3\sigma$  距离处。为了应用上述检验,将控制图等分为6个区,每个区宽  $1\sigma$ 。这6个区的标号分别为A、B、C、C、B、A,两个A区、B区及C区都关于中心线对称。这些检验适用于  $\bar{X}$  图和单值( $X$ )图。这里假定质量特性  $X$  的观测值服从正态分布。



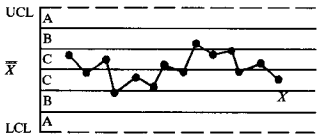
检验1: 1个点落在A区以外



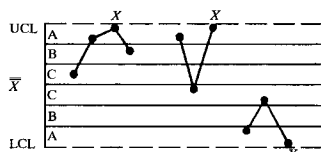
检验2: 连续9点落在中心线同一侧



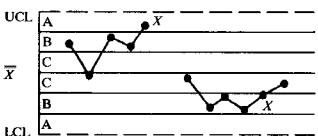
检验3: 连续6点递增或递减



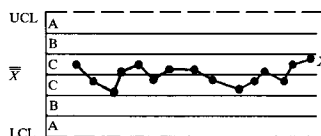
检验4: 连续14点中相邻点交替上下



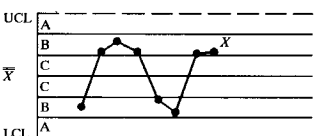
检验5: 连续3点中有2点落在中心线同一侧的B区以外



检验6: 连续5点中有4点落在中心线同一侧的C区以外



检验7: 连续15点落在中心线两侧的C区内



检验8: 连续8点落在中心线两侧且无一在C区内

图2 可查明原因的检验<sup>[1]</sup>

## 8 过程控制与过程能力

过程控制系统的功能就是当变异常的可查明原因出现时发出统计信号。通过持续的努力,系统地消除引起变异常的可查明原因,最终使过程进入统计控制状态。一旦过程在统计控制状态下运行,过程的性能就可预测,并且过程满足规范的能力就能够加以评估。

过程能力决定于由一般原因引起的总变差,即消除所有可查明原因后所能达到的最小变差。过程能力反映了当过程处于统计控制状态时所表现出来的过程自身的性能。既然如此,在评估过程能力之前,首先必须将过程调整到统计控制状态。即,只有在 $\bar{X}$ 和 $R$ 图都达到统计控制状态后,才能开始评估过程能力;也就是说,这时特殊原因已经被识别、分析、纠正、防止再出现,并且当前的控制图已经反映出过程处于统计控制状态,最好通过至少25个以往子组来表明这一点。通常,将过程输出的分布与工程规范进行比较,以确定过程是否能够一致性地满足这些规范。

采用说明:

1] ISO 8258:1991 国际标准图2中,模式检验示意图检验6的第二组点子第6点标示为失控点有误,本标准已更正为第5点标示为失控点。

过程能力通常是由过程能力指数 PCI(或  $c_p$ )来度量,其公式如下:

$$PCI = \frac{\text{规定的容差}}{\text{过程离散程度}} = \frac{UTL - LTL}{6\hat{\sigma}}$$

式中:UTL——上容差限;

LTL——下容差限;

$\hat{\sigma}$ ——通过平均组内变差来估计,由  $\bar{s}/c_4$  或  $\bar{R}/d_2$  给出。

PCI 值小于 1 表示过程不满足规范要求,过程能力不足;PCI=1 则意味着过程刚好满足规范要求,过程能力刚刚够。在实际工作中,通常取 PCI=1.33 为最小可接受值,因为总存在一些抽样误差,而且不可能存在永远完全处于统计控制状态的过程。

但是,必须注意,PCI 仅度量了容差限与过程离散程度之间的关系;而未考虑过程的位置或集中中心的情况。即使 PCI 值很高,也可能有一定比率的数值超出规范限。为此,考虑过程平均值与最近的规定限之间的间距是重要的。关于这个问题更深入的探讨超出了本标准的范围。

根据上述讨论,图 3 所示的程序可作为过程控制和改进的主要步骤的图解指南。

## 9 计数控制图

计数数据表示通过记录所考察的子组中每个个体是否具有某种特性(或特征),计算具有该特性的个体的数量,或记录一个单位产品、一组产品、或一定面积内此种事件发生的次数所获得的观测值。通常,计数数据的获得快速而经济,并且常常不需要专门的收集技术。表 5 给出了计数控制图的控制限公式。

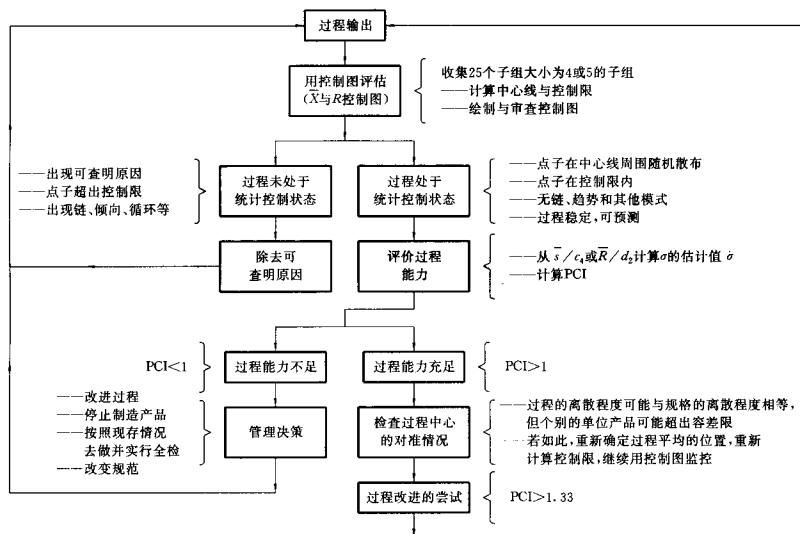


图 3 过程改进的策略

在计量控制图情形下,按通常惯例采用一对控制图,其中一张用于控制平均值,另一张用于控制离散。上述作法是必要的,因为计量控制图基于正态分布,而正态分布取决于上述两个参数。在计数控制图情形下则不同,所假定的分布只有一个独立的参数,即平均值水平,故用一张控制图就足够了。p 图和

np 图基于二项分布,而 c 图和 u 图则基于泊松分布。

表 5 常规计数控制图的控制限公式

统计量	标准值未给定		标准值给定	
	中心线	3 $\sigma$ 控制限	中心线	3 $\sigma$ 控制限
$p$	$\bar{p}$	$\bar{p} \pm 3 \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$	$p_0$	$p_0 \pm 3 \sqrt{p_0(1-p_0)/n}$
$np$	$n\bar{p}$	$n\bar{p} \pm 3 \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$	$np_0$	$np_0 \pm 3 \sqrt{np_0(1-p_0)}$
$c$	$\bar{c}$	$\bar{c} \pm 3 \sqrt{\bar{c}}$	$c_0$	$c_0 \pm 3 \sqrt{c_0}$
$u$	$\bar{u}$	$\bar{u} \pm 3 \sqrt{\bar{u}/n}$	$u_0$	$u_0 \pm 3 \sqrt{u_0/n}$

注:  $p_0, np_0, c_0$  和  $u_0$  为给定的标准值。

这些控制图的计算是类似的,但子组大小发生变化时情况将有所不同。当子组大小为常数,同一组控制限可用于每一个子组;当子组大小发生变化,则每一个子组都需要计算出各自的控制限。因此, np 图和 c 图可以用于子组大小为常数的情形,而 p 图和 u 图可用于上述两种情形。

若子组大小随子组不同而发生变化,则对于每个子组都要计算出各自单独的控制限。子组大小越小,控制域就越宽;反之亦然。如果子组大小变化不大,则可采用单一的基于平均子组大小的一组控制限。实际中,当子组大小的变化在子组大小目标值的  $\pm 25\%$  以内时,可采用上述方法。

当子组大小变化较大时,可采用另一种利用标准化变量的方法。例如,不点绘 p 值,而改为点绘标准化值 Z;根据 p 的标准值是否给定,有:

$$Z = \frac{p - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \quad (p_0 \text{ 给定})$$

或

$$Z = \frac{p - \bar{p}}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}} \quad (p_0 \text{ 未给定})$$

这样,中心线和控制限如下所示成为常数,而与子组大小无关:

中心线 = 0

UCL = 3

LCL = -3

p 图用来确定在一段时间内所提交的平均不合格品百分数。该平均值的任何变化都会引起过程操作人员和管理者的注意。p 图判断过程是否处于统计控制状态的判断方法与 X 和 R 控制图相同。若所有子组点都落在试用控制限之内,并且也未呈现出可查明原因的任何迹象,则称此过程处于统计控制状态。在这种情形下,取平均不合格品率  $\bar{p}$  为不合格品率 p 的标准值,记为  $p_0$ 。

## 10 开始建立控制图之前的预备工作

### 10.1 质量特性的选择

在选择控制方案所需的质量特性时,通常应将影响生产或服务性能的特性作为首选对象。所选择的质量特性可以是所提供服务的特征,或者是所用材料或产品零部件以及提供给购买者的成品的特征。凡控制图有助于及时提供过程信息,以使过程得到纠正并能生产出更好的产品或服务的场合,首先应该采用统计控制方法。所选择的质量特性应对产品或服务的质量具有决定性的影响,并能保证过程的稳定性。

### 10.2 生产过程的分析

应详细分析生产过程以确定下列各点:

a) 引起过程异常的原因的种类与位置;

- b) 设定规范的影响；
- c) 检验的方法与位置；
- d) 所有可能影响生产过程的其他有关因素。

还应作出分析以确定生产过程的稳定性、生产与检验设备的准确度、所生产产品或服务的质量、以及不合格的类型与其原因之间的相关性模式。必要时，对生产运作的状况和产品质量提出要求，以便作出安排去调整生产过程与设备，并设计生产过程的统计控制方案。这将有助于确认建立控制的最佳位置，迅速查明生产过程中的任何不正常因素，以便迅速采取纠正措施。

### 10.3 合理子组的选择

控制图的基础是休哈特关于将观测值划分为所谓“合理子组”的中心思想；即将所考察的观测值划分为一些子组，使得组内变差可认为仅由偶然原因造成，而组间的任何差异可以是由控制图所欲检测的可查明原因造成。

合理子组的划分有赖于某些技术知识、对生产状况的熟悉程度和获取数据的条件。如果方便，可根据时间或来源来确定子组，这样可能更容易地追踪与纠正产生问题的具体原因。按收集观测值的顺序所给出的检验和试验记录，提供了根据时间划分子组的基础。由于在制造业中保持生产原因系统随时间恒定不变很重要，故根据时间划分子组的作法在制造业中通常有用。

应该始终记住，如果在计划收集数据时就注重样本的选取，使得从每个子组取得的数据都可以适当地处理为一个单独的合理子组，那么分析工作将大为简便；并且应以此种方式确定子组使得这一点成为可能。此外，在尽可能的范围内，应保持子组大小  $n$  不变，以避免繁琐的计算和解释。当然，应该注意，常规控制图原理对于  $n$  变化的情形也同样适用。

### 10.4 子组频数与子组大小

关于子组频数或子组大小，无法制定通用的规则。子组频数可能决定于取样和分析样本的费用，而子组大小则可能决定于一些实际的考虑。例如，低频率长间隔抽取的大子组，可以更准确地检测出过程平均中的小偏移，而高频率短间隔地抽取的小子组，则能更迅速地检测出大偏移。通常，子组大小取为 4 或 5，而抽样频数，一般在初期时高，一旦达到统计控制状态后就低。通常认为，对于初步估计而言，抽取大小为 4 或 5 的 20~25 个子组就足够了。

值得注意的是，抽样频数、统计控制和过程能力需要统一加以考虑。理由如下：平均极差  $\bar{R}$  常常用于估计  $\sigma$ 。随着在一个子组中抽样的时间间隔加长，变差来源的数目也会增加。因此，在一个子组内若抽样时间延长，将使  $\bar{R}$  也即  $\sigma$  的估计值增大、加宽控制限范围，从而降低过程能力指数。反之，连续的逐个抽样将给出较小的  $\bar{R}$  值和  $\sigma$  的估计值，虽然有可能增加过程能力，但统计控制状态将很难达到。

### 10.5 预备数据的收集

在确定了要控制的质量特性以及子组的子组抽样频数和子组大小以后，就必须收集和分析一些原始的检验数据和测量结果，以便能够提供初始的控制图数值，这是为确定绘于控制图上的中心线与控制限所需要的。预备数据可以从一个连续运作的生产过程中逐个子组地进行收集，直到获得 20 至 25 个子组为止。注意，在收集原始数据的过程中，过程不得间歇地受到外来因素的不当影响，如原材料的供给、操作方式、机器设置等方面的变化。换言之，在收集原始数据时，过程应该呈现出一种稳定状态。

## 11 建立控制图的步骤

11.1 至 11.5 给出了有关标准值未给定情形下建立  $\bar{X}$  图和  $R$  图的步骤。它们用 12.2 中一个示例的形式来描述。建立其他控制图时，基本步骤相同，但用于计算的常数有所不同（见表 1 和表 2）。标准控制图表的一般格式如图 4 所示。根据过程控制实际情况的特殊需求，可以对此表格进行修改。

11.1 若预备数据未依照规定计划按子组来获取，则依照在 10.3 中所述的合理子组准则，将整批观测值分解成子组序列。这些子组必须具有相同的结构和大小。任一子组的样品都应具有某个被认为是重要的共性，例如在同一个短时间段内生产的单位产品，或是来自若干个不同来源或位置之一的单位产



品。不同的子组应反映产生这些产品的过程的可能或可疑的差别,如不同的时间间隔、或不同的来源或位置。

11.2 计算每个子组的平均值  $\bar{X}$  和极差  $R$ 。

11.3 计算所有观测值的总平均值  $\bar{\bar{X}}$  和平均极差  $\bar{R}$ 。

11.4 在适当的表格或图纸上绘制一张  $\bar{X}$  图与一张  $R$  图。用左侧纵坐标表示  $\bar{X}$  和  $R$ ,用横坐标表示子组号。在平均值图上点绘  $\bar{X}$  的计算值,在极差图上点绘  $R$  的计算值。

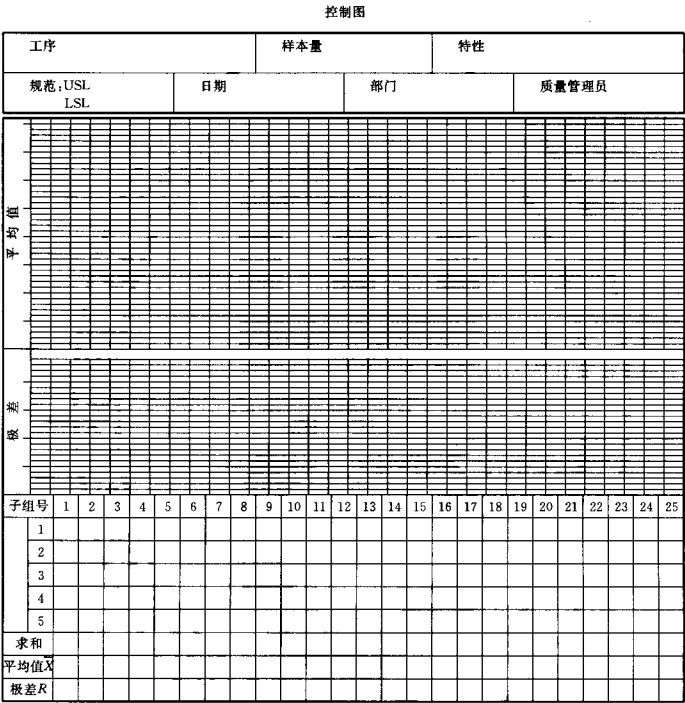


图 4 控制图表的一般格式

11.5 在上述每张图上分别画出表示  $\bar{\bar{X}}$  和  $\bar{R}$  的水平实线。

11.6 在上述图上标出控制限。在  $\bar{X}$  图上于  $\bar{\bar{X}} \pm A_2\bar{R}$  处作两条水平虚线,而在  $R$  图上分别于  $D_3\bar{R}$  和  $D_4\bar{R}$  处作两条水平虚线,这里  $A_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  与子组大小  $n$  有关,于表 2 中给出。无论何时,只要  $n$  小于 7,  $R$  图上就不需要标出 LCL 项,因为这时  $D_3$  的值设为零。

12 计量控制图示例

12.1  $\bar{X}$  图与  $R$  图:标准值给定的情形

茶叶进口商的生产经理希望通过控制分装过程使每包茶叶的平均重量为 100.6 g。根据类似的分装过程,假定该过程的标准差为 1.4 g。

由于标准值已给定( $X_0 = 100.6, \sigma_0 = 1.4$ ), 所以, 利用表 1 给出的公式和表 2 中  $n=5$  行对应的系数  $A, d_2, D_2, D_1$ , 能立即建立均值控制图和极差控制图。

### $\bar{X}$ 图

中心线 =  $X_0$

$$= 100.6 \text{ g}$$

$$\text{UCL} = X_0 + A\sigma_0$$

$$= 100.6 + (1.342 \times 1.4)$$

$$= 102.5 \text{ g}$$

$$\text{LCL} = X_0 - A\sigma_0$$

$$= 100.6 - (1.342 \times 1.4)$$

$$= 98.7 \text{ g}$$

### R 图

中心线 =  $d_2\sigma_0$

$$= 2.326 \times 1.4$$

$$= 3.3 \text{ g}$$

$$\text{UCL} = D_2\sigma_0$$

$$= 4.918 \times 1.4$$

$$= 6.9 \text{ g}$$

$$\text{LCL} = D_1\sigma_0$$

$$= 0 \times 1.4 (\text{由于 } n \text{ 小于 } 7, \text{ 故不标出 LCL})$$

现选定子组大小为 5 的 25 个子组, 计算各子组的平均值和极差值(见表 6), 并绘制算出的控制限(见图 5)。

图 5 的控制图表明, 该过程对于预期的过程水平失控, 因为在  $\bar{X}$  图上出现了连续 13 个点低于中心线, 在 R 图上出现了连续 16 个点高于中心线。对于引起这种长序列的平均值偏低的原因应加以调查并消除。

表 6 茶叶分装过程

子组号	子组平均值 $\bar{X}$	子组极差 $R$
1	100.6	3.4
2	101.3	4.0
3	99.6	2.2
4	100.5	4.5
5	99.9	4.8
6	99.5	3.8
7	100.4	4.1
8	100.5	1.7
9	101.1	2.2
10	100.3	4.6
11	100.1	5.0
12	99.6	6.1
13	99.2	3.5
14	99.4	5.1
15	99.4	4.5

表 6 (完)

子组号	子组平均值 $\bar{X}$	子组极差 $R$
16	99.6	4.1
17	99.3	4.7
18	99.9	5.0
19	100.5	3.9
20	99.5	4.7
21	100.1	4.6
22	100.4	4.4
23	101.1	4.9
24	99.9	4.7
25	99.7	3.4

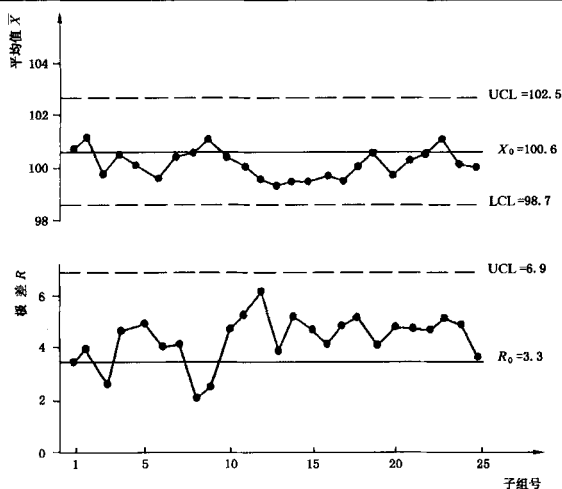


图 5 表 6 中数据的平均值与极差图

12.2  $\bar{X}$  图与  $R$  图:标准值未给定的情形

表 7 中给出了某种插塞外径的测量值。每隔半小时取 4 个观测值, 总共 20 个子组。表 7 给出了子组平均值和极差。规定的上容差限为 0.219 dm, 下容差限为 0.125 dm。目标是评估过程性能, 并控制过程位置和离散程度, 从而使过程满足规范要求。

$$\begin{aligned}\bar{\bar{X}} &= \frac{\sum \bar{X}}{k} \\ &= \frac{3.8475}{20} = 0.1924^{[1]}\end{aligned}$$

采用说明:

1] ISO 8258:1991 国际标准中  $\bar{\bar{X}}$  的计算中间过程  $\sum \bar{X} = 3.8480$  有误, 本标准更正为  $\sum \bar{X} = 3.8475$ 。

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{\sum R}{k} \\ &= \frac{0.573\ 4}{20} = 0.028\ 7\end{aligned}$$

第一步是绘制  $R$  图并评估控制状态。

$R$  图

中心线  $= \bar{R}$

$$= 0.028\ 7$$

$UCL = D_4 \bar{R}$

$$= 2.282 \times 0.028\ 7$$

$$= 0.065\ 5$$

$LCL = D_3 \bar{R}$

$$= 0 \times 0.028\ 7 \text{ (由于 } n \text{ 小于 } 7, \text{ 故不标出 } LCL \text{)}$$

所乘系数  $D_3, D_4$  的值由表 2 中  $n=4$  行中查得。由于表 7 中的  $R$  值都位于  $R$  图的控制限内, 故  $R$  图显示出过程处于统计控制状态。因此,  $\bar{R}$  值现在可用来计算  $\bar{X}$  图的控制限。

$\bar{X}$  图

中心线  $= \bar{\bar{X}}$

$$= 0.192\ 4$$

$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$

$$= 0.192\ 4 + (0.729 \times 0.028\ 7)$$

$$= 0.213\ 3$$

$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$

$$= 0.192\ 4 - (0.729 \times 0.028\ 7)$$

$$= 0.171\ 5$$

系数  $A_2$  的值由表 2 中  $n=4$  行查得。 $\bar{X}$  图和  $R$  图绘制于图 6 中。检查  $\bar{X}$  图, 发现最后 3 点失控。这表明变差的某些可查明原因可能在起作用。如果控制限是根据前面的数据来计算的, 则从第 18 点起就需要采取行动。

在该点, 采取适当的补救措施以消除可查明原因并防止其再次出现。通过剔除失控点, 也就是子组号为 18, 19, 20 点的值, 建立修正控制限, 继续实行控制图方法。 $\bar{\bar{X}}, \bar{R}$  的值和控制图线按以下公式进行重算:

$$\begin{aligned}\text{修正后的 } \bar{\bar{X}} &= \frac{\sum \bar{X}}{k} \\ &= \frac{3.344\ 9}{17} = 0.196\ 8^{[1]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{修正后的 } \bar{R} &= \frac{\sum R}{k} \\ &= \frac{0.527\ 2}{17} = 0.031\ 0\end{aligned}$$

修正后的  $\bar{X}$  图

$$\text{中心线} = \bar{\bar{X}} = 0.196\ 8$$

采用说明:

[1] ISO 8258:1991 国际标准中修正后的  $\bar{\bar{X}}$  的计算中间过程  $\sum \bar{X} = 3.345\ 4$  有误, 本标准更正为  $\sum \bar{X} = 3.344\ 9$ 。

$$\begin{aligned}
 UCL &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\
 &= 0.196\ 8 + (0.729 \times 0.031\ 0) \\
 &= 0.219\ 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 LCL &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \\
 &= 0.196\ 8 - (0.729 \times 0.031\ 0) \\
 &= 0.174\ 2
 \end{aligned}$$

修正后的  $R$  图

$$\begin{aligned}
 \text{中心线} &= \bar{R} \\
 &= 0.031\ 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 UCL &= D_4 \bar{R} \\
 &= 2.282 \times 0.031\ 0 \\
 &= 0.070\ 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 LCL &= D_3 \bar{R} \\
 &= 0 \times 0.031\ 0 (\text{由于 } n \text{ 小于 } 7, \text{ 故不标出 } LCL)
 \end{aligned}$$

修正后的控制图如图 7 所示。

表 7 插塞外径的生产数据<sup>1)</sup>

子组号	直径				平均值	极差
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$\bar{X}$	$R$
1	0.189 8	0.172 9	0.206 7	0.189 8	0.189 8	0.033 8
2	0.201 2	0.191 3	0.187 8	0.192 1	0.193 1	0.013 4
3	0.221 7	0.219 2	0.207 8	0.198 0	0.211 7	0.023 7
4	0.183 2	0.181 2	0.196 3	0.180 0	0.185 2	0.016 3
5	0.169 2	0.226 3	0.206 6	0.209 1	0.202 8	0.057 1
6	0.162 1	0.183 2	0.191 4	0.178 3	0.178 8	0.029 3
7	0.200 1	0.192 7	0.216 9	0.208 2	0.204 5	0.024 2
8	0.240 1	0.182 5	0.191 0	0.226 4	0.210 0	0.057 6
9	0.199 6	0.198 0	0.207 6	0.202 3	0.201 9	0.009 6
10	0.178 3	0.171 5	0.182 9	0.196 1	0.182 2	0.024 6
11	0.216 6	0.174 8	0.196 0	0.192 3	0.194 9	0.041 8
12	0.192 4	0.198 4	0.237 7	0.200 3	0.207 2	0.045 3
13	0.176 8	0.198 6	0.224 1	0.202 2	0.200 4	0.047 3
14	0.192 3	0.187 6	0.190 3	0.198 6	0.192 2	0.011 0
15	0.192 4	0.199 6	0.212 0	0.216 0	0.205 0	0.023 6
16	0.172 0	0.194 0	0.211 6	0.232 0	0.202 4	0.060 0
17	0.182 4	0.179 0	0.187 6	0.182 1	0.182 8	0.008 6
18	0.181 2	0.158 5	0.169 9	0.168 0	0.169 4	0.022 7
19	0.170 0	0.156 7	0.169 4	0.170 2	0.166 6	0.013 5
20	0.169 8	0.166 4	0.170 0	0.160 0	0.166 6	0.010 0

采用说明:

1] ISO 8258:1991 国际标准表 7 中均值  $\bar{X}$  列第 5 行 0.203 3 与第 16 行 0.204 9 数据计算有错误, 本标准分别更正为 0.202 8 和 0.202 4。

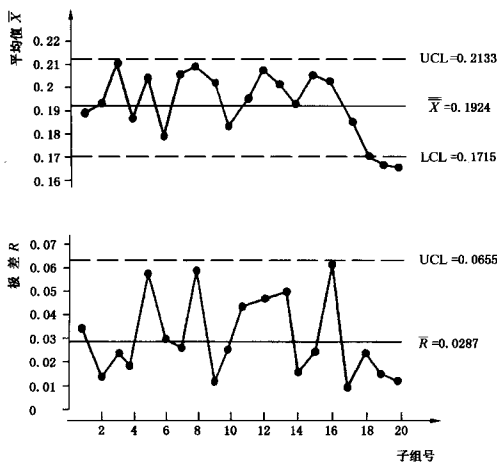


图6 表7中数据的平均值与极差图

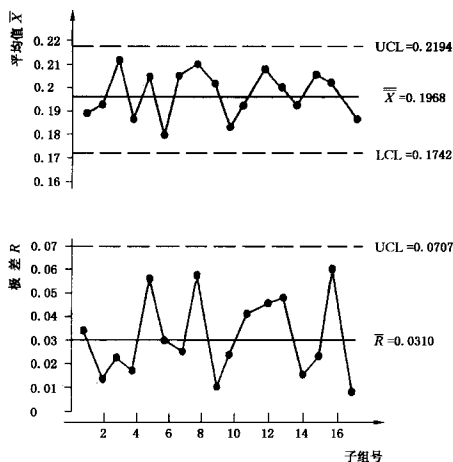


图7 表7中数据的修正后的平均值与极差图

由于过程相对于修正后的控制限呈现出统计控制状态,于是就可以对过程能力进行评估。  
计算

$$PCI = \frac{\text{规定容差}}{\text{过程离散程度}} = \frac{UTL - LTL}{6\hat{\sigma}}$$

式中,  $\hat{\sigma}$  由  $\bar{R}/d_2 = 0.0310 / 2.059 = 0.0151$  估计。

常数  $d_2$  的值由表2中  $n=4$  行查得。

于是

$$\begin{aligned} \text{PCI} &= \frac{0.219\,0 - 0.125\,0}{6 \times 0.015\,1} \\ &= \frac{0.094\,0}{0.090\,6} = 1.037\,5^{[1]} \end{aligned}$$

由于 PCI 大于 1, 故过程能力可认为是足够的。但经严密检查就能看出, 就规范而论, 过程中心的位置并不合适, 大约有 11.8% 的单个值超出上容差限。所以, 在固定的控制图参数建立之前, 应采取行动调整过程的中心位置, 从而使过程保持为统计控制状态。

### 12.3 单值(X)与移动极差(R)控制图: 标准值未给定的情形

表 8 给出了连续 10 批脱脂奶粉的样本“水分含量百分比”的实验室分析结果。将一个样本的奶粉作为一批的代表, 在实验室情况下对其成分特性进行分析测试, 如脂肪、水分、酸度、溶解指数、沉积物、细菌、以及乳清蛋白。希望将该过程的产品水分含量控制在 4% 以下。由于发现单批内的抽样变差可以忽略, 因此决定对每批只抽取一个观测值, 并以连续各批的移动极差作为设置控制限的基础。

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{2.9 + 3.2 + \cdots + 3.5}{10} \\ &= \frac{34.5}{10} = 3.45\% \\ \bar{R} &= \frac{0.3 + 0.4 + \cdots + 0.1}{9} \\ &= \frac{3.4}{9} = 0.38\% \end{aligned}$$

移动极差(R)控制图

中心线 =  $\bar{R}$

$$= 0.38$$

UCL =  $D_4 \bar{R}$

$$= 3.267 \times 0.38$$

$$= 1.24$$

LCL =  $D_3 \bar{R}$

$$= 0 \times 0.38 (\text{因为 } n \text{ 小于 } 7, \text{ 故不标出 LCL})$$

系数  $D_3$  和  $D_4$  的值由表 2 中按  $n=2$  行查得, 由于该移动极差图已呈现出统计控制状态, 于是可进行单值控制图的绘制。

单值(X)控制图

中心线 =  $\bar{X} = 3.45$

UCL =  $\bar{X} + E_2 \bar{R}$

$$= 3.45 + (2.66 \times 0.38)$$

$$= 4.46$$

LCL =  $\bar{X} - E_2 \bar{R}$

$$= 3.45 - (2.66 \times 0.38)$$

$$= 2.44$$

控制限公式和系数  $E_2$  的值分别由表 3 和表 2 给出。控制图绘制于图 8 中。该控制图表明过程处于统计控制状态。

采用说明:

[1] ISO 8258:1991 国际标准 PCI 计算的中间过程  $6 \times 0.0151 = 0.091\,0$  和计算结果  $\text{PCI} = 1.033\,0$  有计算错误, 本标准分别更正为 0.090 6 和 1.037 5。

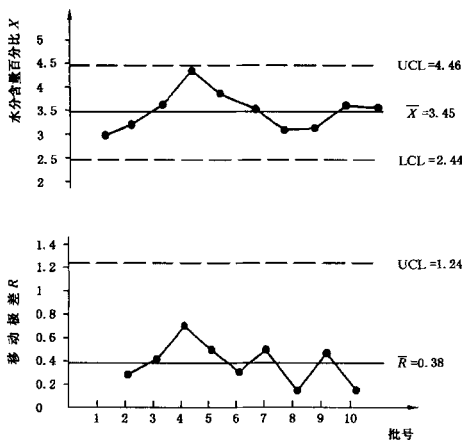
图8 表8中数据的单值( $\bar{X}$ )控制图

表8 连续10个脱脂奶粉样本的水分含量百分比

批号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}$ : %水分含量	2.9	3.2	3.6	4.3	3.8	3.5	3.0	3.1	3.6	3.5
$R$ : 移动极差		0.3	0.4	0.7	0.5	0.3	0.5	0.1	0.5	0.1

## 12.4 中位数图:标准值未给定的情形

某机器生产电子盘片。规定的厚度为  $0.007 \sim 0.016$  cm。每隔半小时抽取样本量为 5 的样本,记录其中心厚度(cm),如表 9 所示。拟建立一个中位数图以达到控制质量的目的。中位数值和极差值也一并在表 9 中给出。

子组的中位数平均值和极差平均值计算如下:

$\bar{Me}$  = 子组中位数的平均值

$$= \frac{12+10+12+\cdots+11}{15}$$

$$= \frac{172}{15} = 11.47$$

$\bar{R}$  = 平均极差

$$= \frac{6+5+7+\cdots+7}{15}$$

$$= \frac{86}{15} = 5.73$$

极差图计算如下:

$R$  图

中心线 =  $\bar{R}$

$$= 5.73$$

$UCL = D_4 \bar{R}$

$$= 2.114 \times 5.73$$

$$= 12.11$$

$LCL = D_3 \bar{R}$



$=0 \times 5.73$  (由于  $n$  小于 7, 故不标出 LCL)

系数  $D_3$  和  $D_4$  的值可由表 2 中  $n=5$  查得。由于该极差图已呈现出统计控制状态, 于是能按此求出中位数控制图的控制线。

中位数控制图

$$\text{中心线} = \bar{Me} = 11.47$$

$$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_1 \bar{R}$$

$$= 11.47 + (0.69 \times 5.73)$$

$$= 15.42$$

$$LCL = \bar{Me} - A_1 \bar{R}$$

$$= 11.47 - (0.69 \times 5.73)$$

$$= 7.52$$

系数  $A_1$  的值由表 4 中  $n=5$  行查得, 中位数图如图 9 所示。从图中显然可见, 该过程呈现了统计控制状态。

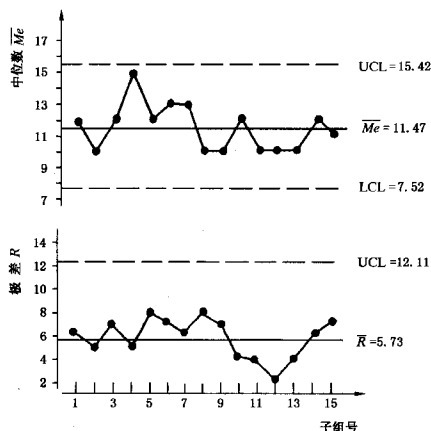


图 9 表 9 中数据的中位数图与极差图

表 9 云母盘片厚度的控制数据

单位: 0.001 cm

子组号	厚 度					中位数 $\bar{Me}$	极差 $R$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
1	14	8	12	12	8	12	6
2	11	10	13	8	10	10	5
3	11	12	16	14	9	12	7
4	16	12	17	15	13	15	5
5	15	12	14	10	7	12	8
6	13	8	15	15	8	13	7
7	14	12	13	10	16	13	6
8	11	10	8	16	10	10	8
9	14	10	12	9	7	10	7
10	12	10	12	14	10	12	4

表 9 (完)

单位: 0.001 cm

子组号	厚 度					中位数 $Me$	极差 $R$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
11	10	12	8	10	12	10	4
12	10	10	8	8	10	10	2
13	8	12	10	8	10	10	4
14	13	8	11	14	12	12	6
15	7	8	14	13	11	11	7

## 13 计数控制图示例

13.1  $p$  图和  $np$  图: 标准值未给定的情形

表 10 的数据给出了对小型开关使用自动检测装置进行全检所发现的关于开关失效的每小时不合格品数。小型开关由一自动装配线生产。由于开关失效是严重质量问题, 故不合格品百分数用来识别装配线在何时失控。收集 25 组数据作为预备数据(见表 10), 绘制  $p$  图。

$p$  图的中心线和控制限计算如下, 并绘制于图 10 中。

$p$  图

$$\begin{aligned}
 \text{中心线} &= \bar{p} \\
 &= \frac{8 + 14 + \cdots + 14}{4\,000 \times 25} \\
 &= \frac{269}{100\,000} = 0.002\,7 = 0.27\% \\
 \text{UCL} &= \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n} \\
 &= 0.002\,7 + 3\sqrt{0.002\,7(1-0.002\,7)/4\,000} \\
 &= 0.005\,2 = 0.52\% \\
 \text{LCL} &= \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n} \\
 &= 0.002\,7 - 3\sqrt{0.002\,7(1-0.002\,7)/4\,000} \\
 &= 0.000\,2 = 0.02\%
 \end{aligned}$$

控制图表明, 尽管每小时不合格品百分数比较大, 开关的质量仍处于统计控制状态。于是这些控制限可用于未来子组直至过程发生变化或失控。注意, 由于过程处于统计控制状态, 不改变过程而作出任何改进是不可能的。仅仅告诉工人“更注意点”是不够的。

如果对过程作了改进, 则对未来子组必须重新计算出不同的控制限以反映改变后的过程性能。若过程已得到改进( $p$  值更低), 则使用新的控制限; 但若是过程变坏了( $p$  值更高), 就应查找另外的可查明原因。

注意,  $np$  图同样也适用于这些数据, 因为所有的样本大小相等。  $np$  图的计算如下, 控制图见图 11。

$np$  图

$$\begin{aligned}
 \text{中心线} &= n\bar{p} \\
 &= \frac{8 + 14 + \cdots + 14}{25} = 10.76 \\
 \text{UCL} &= n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \\
 &= 10.76 + 3\sqrt{10.76(1-0.002\,7)} = 20.59 \\
 \text{LCL} &= n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}
 \end{aligned}$$

$$=10.76 - 3 \sqrt{10.76(1 - 0.0027)} = 0.93$$

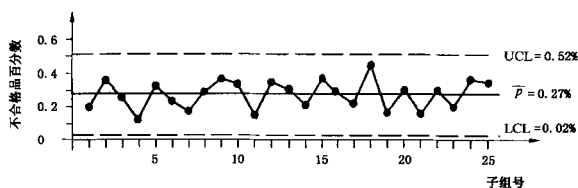
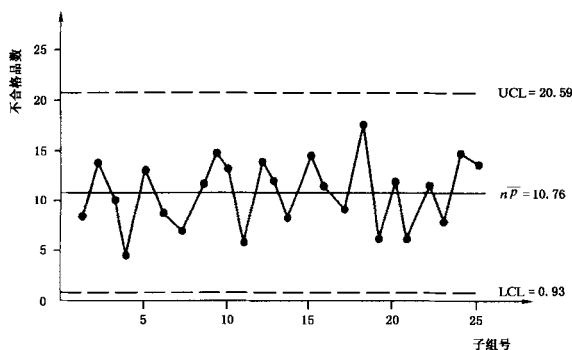
图 10 表 10 中数据的  $p$  图图 11 表 10 中数据的  $np$  图

表 10 开关的预备数据

子组号	检查的开关数 $n$	不合格开关数 $np$	不合格品百分数 $p$
1	4 000	8	0.200
2	4 000	14	0.350
3	4 000	10	0.250
4	4 000	4	0.100
5	4 000	13	0.325
6	4 000	9	0.225
7	4 000	7	0.175
8	4 000	11	0.275
9	4 000	15	0.375
10	4 000	13	0.325
11	4 000	5	0.125
12	4 000	14	0.350
13	4 000	12	0.300
14	4 000	8	0.200
15	4 000	15	0.375
16	4 000	11	0.275
17	4 000	9	0.225

表 10 (完)

子组号	检查的开关数 $n$	不合格开关数 $np$	不合格品百分数 $p$
18	4 000	18	0.450
19	4 000	6	0.150
20	4 000	12	0.300
21	4 000	6	0.150
22	4 000	12	0.300
23	4 000	8	0.200
24	4 000	15	0.375
25	4 000	14	0.350
总计	100 000	269	

13.2  $p$  图:标准值未给定的情形

在一个生产收音机晶体管的制造公司,决定建立不合格品率  $p$  图。已经收集和分析了 1 个月的数据。每天生产结束后,在当天的产品中随机抽取一个样本,并检查其不合格品数。数据如表 11 所示。

表 11 给出了每个子组的不合格品率。月平均不合格品率计算如下:

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \frac{\text{不合格品总数}}{\text{被检产品总数}} \\ &= \frac{233}{3\ 893} = 0.060\end{aligned}$$

由于子组大小各不相同,故对每个子组根据下式分别计算其 UCL 和 LCL:

$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

式中:  $n$  为子组大小。

表 11 也给出了这些数值。可以看出,为每个子组标绘其 UCL 和 LCL 值是相当耗时的工作。但是,从表 11 中能观察到,子组号 17 和 26 的不合格品率已超出了相应的上控制限。将这两个子组从数据中剔除,因为其数据表明,这两个子组已受到了与其他子组不同的变差原因的影响。若在计算中将该数据包含在内的话,会导致夸大过程平均水平和控制限,从而使得控制限不能正确地反映真实的随机变差。应及时查找导致这两组数据值偏大的原因,以便采取纠正措施防止其再次发生。根据保留下来的 24 个子组值计算出修正后的平均不合格品率:

$$\bar{p} = \frac{195}{3\ 596} = 0.054$$

利用修正后的  $\bar{p}$  值,计算每个子组的修正后的 UCL 和 LCL 值,于是可以发现,所有的不合格品率都位于其相应的控制限以内。因此,修正后的  $\bar{p}$  值就可作为建立控制图的标准不合格品率。即  $p_0 = 0.054$ 。

正如上面所提及的,对子组大小各异的每个子组标绘其上控制限的是费时而枯燥的过程。但是,由于各子组大小对平均子组大小的偏离并非很大,而平均子组大小为 150,所以可以用子组大小  $n=150$  作为平均子组大小,来标绘修正后的  $p$  图(用  $p_0=0.054$ )的上控制限。

于是,修正后的  $p$  图控制线计算如下:

修正后的  $p$  图

中心线  $= p_0 = 0.054$

$$UCL = p_0 \pm 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

$$=0.054+3\sqrt{\frac{0.054\times 0.946}{150}}=0.109$$

$$LCL = p_0 - 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

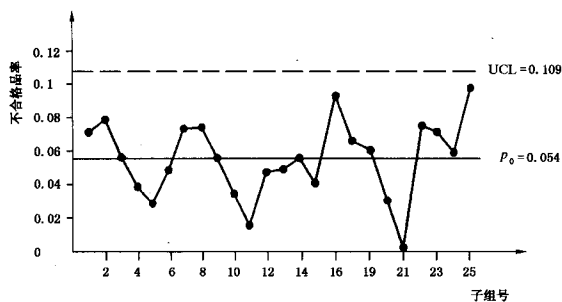
$$=0.054-3\sqrt{\frac{0.054\times 0.946}{150}}$$

(由于下控制限不可能为负数,故不标出下控制限)

修正后的  $p$  图绘制于图 12 中。该图表明,过程处于统计控制状态。

表 11 收音机晶体管的  $p$  图(初始数据)

子组号	检查数	不合格品数 $np$	不合格品率 $p$	UCL	LCL
1	158	11	0.070	0.117	0.003
2	140	11	0.079	0.120	0.000
3	140	8	0.057	0.120	0.000
4	155	6	0.039	0.177	0.003
5	160	4	0.025	0.116	0.004
6	144	7	0.049	0.119	0.001
7	139	10	0.072	0.120	0.000
8	151	11	0.073	0.118	0.002
9	163	9	0.055	0.116	0.004
10	148	5	0.034	0.119	0.001
11	150	2	0.013	0.118	0.002
12	153	7	0.046	0.118	0.002
13	149	7	0.047	0.118	0.002
14	145	8	0.055	0.119	0.001
15	160	6	0.038	0.116	0.004
16	165	15	0.091	0.115	0.005
17	136	18	0.132	0.121	0.000
18	153	10	0.065	0.118	0.002
19	150	9	0.060	0.118	0.002
20	148	5	0.034	0.119	0.001
21	135	0	0.000	0.121	0.000
22	165	12	0.073	0.115	0.005
23	143	10	0.070	0.120	0.000
24	138	8	0.058	0.121	0.000
25	144	14	0.097	0.119	0.001
26	161	20	0.124	0.116	0.004
总计	3 893	233			

图 12 表 11 中数据的修正后  $p$  图13.3  $c$  图:标准值未给定的情形

一录像带制造商希望控制录像带中的不合格疵点数。录像带按 4 000 m 的长度生产,连续对来自某个过程的 20 卷录像带(每卷长 350 m)进行表面检查,得出不合格疵点数的数据。对此生产过程的一个终端进行了研究。

为了控制该生产过程,打算用  $c$  图点绘不合格疵点数。表 12 给出 20 卷录像带的有关数据,作为建立  $c$  图的预备数据。

下面计算中心线和控制限,并将结果标绘于图 13 中。

$c$  图

$$\text{中心线} = \bar{c} = \frac{7+1+\cdots+6}{20}$$

$$= \frac{68}{20} = 3.4$$

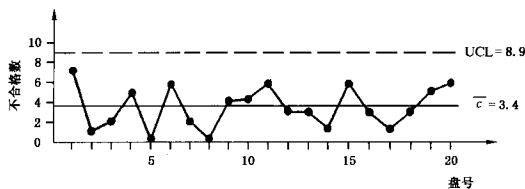
$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$= 3.4 + 3\sqrt{3.4} = 8.9$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$= 3.4 - 3\sqrt{3.4}$$

(由于下控制限不可能为负值,故不标出下控制限)

图 13 表 12 中数据的  $c$  图表 12 录像带的预备数据<sup>1)</sup>

盘号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	总计
不合格疵点数	7	1	2	5	0	6	2	0	4	4	6	3	3	1	6	3	1	3	5	6	68

采用说明:

1) ISO 8258:1991 国际标准中,表 12 的部分数据与图 13 中的描点位置不一致,本标准对表 12 的部分数据作了调整,使图和表取得了一致。

13.4 单位产品不合格数图:  $u$  图

在某轮胎生产厂,每半小时抽检 15 个轮胎,记录下总不合格数和单位产品不合格数。决定建立  $u$  图(单位产品不合格数图)来研究过程的控制状态。表 13 给出了有关数据。

根据表 13,按以下方式计算  $\bar{u}$  值的平均值。

用总不合格数(表 13 中  $c$  值行)除以被检产品总数(如  $14 \times 15$ ):

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \frac{\sum c}{\sum n} \\ &= \frac{55}{14 \times 15} = 0.26\end{aligned}$$

$u$  图

$$\text{中心线} = \bar{u} = 0.26$$

$$\text{UCL} = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$= 0.26 + 3\sqrt{0.26/15} = 0.65$$

$$\text{LCL} = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$= 0.26 - 3\sqrt{0.26/15}$$

(由于下控制限不可能为负数,故不标出下控制限)

图 14 中标绘出了数据点和控制线。

此控制图表明过程处于统计控制状态。

注意,由于每个子组大小为常数,故这里也可采用  $c$  图代替  $u$  图。

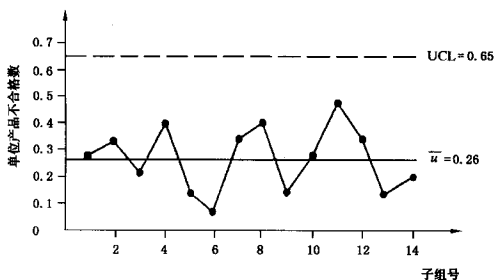


图 14 表 13 中数据的  $u$  图<sup>1]</sup>

表 13 轮胎厂的单位产品不合格数(每个子组检查的单位产品数  $n=15$ )

子组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	总计
$c$ : 不合格数	4	5	3	6	2	1	5	6	2	4	7	5	2	3	55
$u$ : 单位产品不合格数	0.27	0.33	0.20	0.40	0.13	0.07	0.33	0.40	0.13	0.27	0.47	0.33	0.13	0.20	

采用说明:

1] ISO 8258:1991 国际标准中,图 14 的子组号 14 描点位置有误,本标准已更正。

附 录 A

(提示的附录)

参 考 文 献

- [1] GB/T 17989—2000 控制图 通则和导引(idt ISO7870:1993)
  - [2] ISO 7873:1993 *Control charts for arithmetic average with warning limits*(带警戒限的均值控制图)(我国对应的国家标准是:GB/T 4886—1985 带警戒限的均值控制图)
  - [3] ISO 7966:1993 *Acceptance control charts*(验收控制图)
  - [4] SHEWHART, W. A. , *Economic Control of Quality of Manufactured product* (加工产品质量的经济控制), D. Van Nostrand Co. Inc. , New York, 1931, 501pp.
  - [5] NELSON, L. S. , The Shewart Control Chart—Tests for Special Causes(休哈特控制图——特殊原因的检验). *Journal of Quality Technology*, 16, No. 4, October 1984, PP. 237-239.
  - [6] NELSON, L. S. , The Shewart  $\bar{X}$  Control Chart(休哈特  $\bar{X}$  控制图). *Journal of Quality Technology*, 17, No. 2, April 1985, pp. 114-116.
-