Lista de exercícios - Semana 2
Matemática C

① a) $f(x) = 3(x+1) - 4(x-1)$

↳ $3x + 3 - 4x + 4 \rightarrow -x + 7 \rightarrow f(x) = -x + 7$

b) $f(x) = (x+2)^2 + (x-2).(x+2)$

↳ $x^2 + 4 + x^2 + 2x - 2x - 4 \rightarrow 2x^2 \rightarrow$ NÃO É FUNÇÃO AFIM

c) $f(x) = (x-3)^2 - x(x-5)$

↳ $x^2 + 9 - x^2 + 5x \rightarrow 5x + 9 \rightarrow f(x) = 5x + 9$

② $f(x) = ax + b$

$f(-2) = 10$ e $f(1) = 4$

$f(-2) = -2a + b = 10$

$f(1) = a + b = 4 \rightarrow \times 2$

$3b = 18 \rightarrow b = 6$

$\rightarrow a + 6 = 4 \rightarrow a = -2$

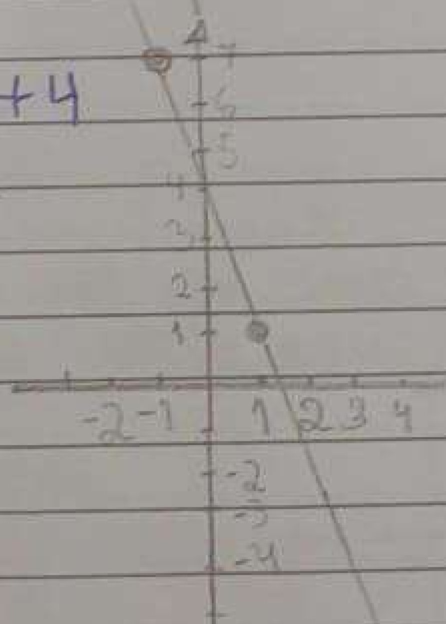
$\boxed{f(x) = -2x + 6}$

③ Função linear $\rightarrow f(1) = 5$

$b = 0$ e $a \neq 0$ ↳ $f(x) = ax + 0 \rightarrow \boxed{f(x) = 5x}$

④ a) $y = -3x + 4$

x	y = −3x+4
1	1
−1	7



→ Função decrescente

↳ $f(x) > 0$ para $x < 4/3$

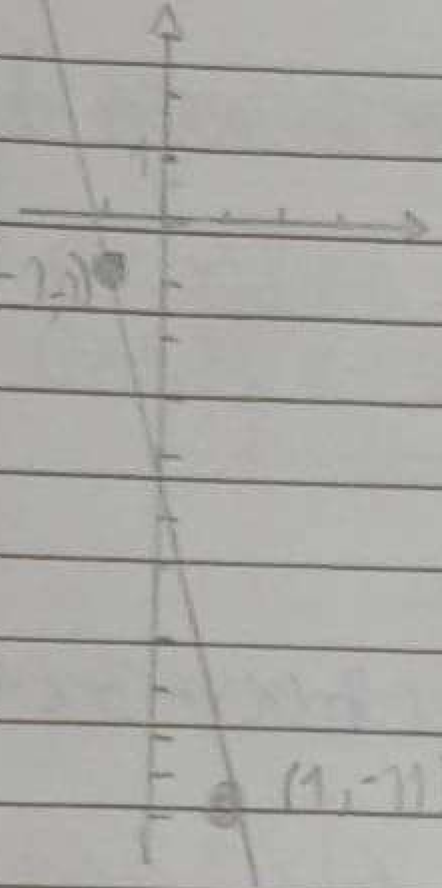
↳ $f(x) < 0$ para $x > 4/3$

$-3x + 4 = 0$

↳ $x = 4/3$

b) $y = -5x - 6$

x	$y = -5x - 6$
1	-11
-1	-1



* Função decrescente

↳ $f(x) > 0$ para $x < -6/5$

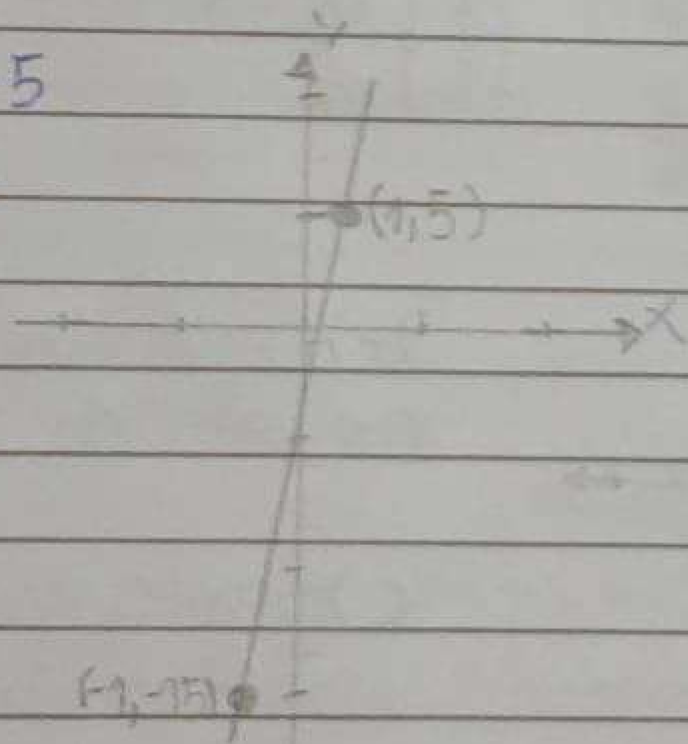
↳ $f(x) < 0$ para $x > -6/5$

$-5x - 6 = 0$

$x = -6/5$

c) $y = 10x - 5$

x	$y = 10x - 5$
1	5
-1	-15



* Função crescente

↳ $f(x) > 0$ para $x > 1/2$

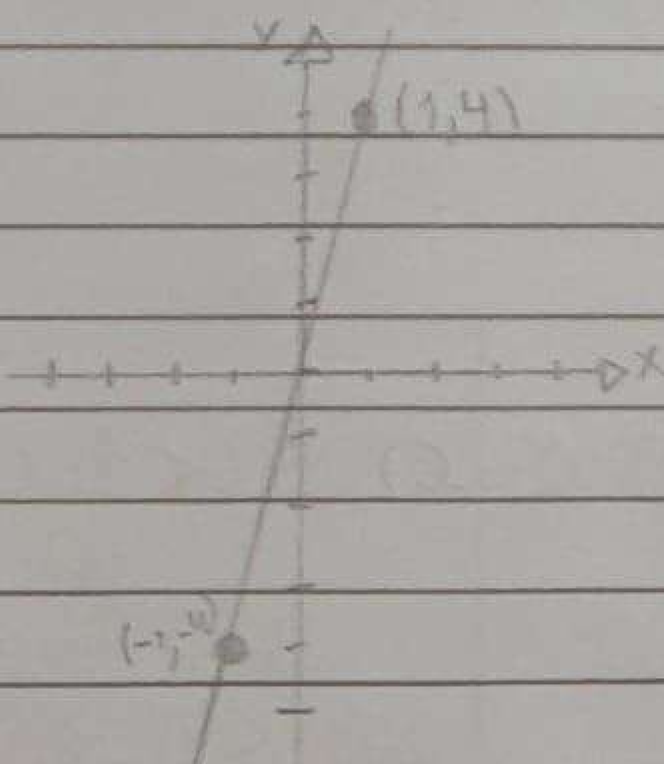
↳ $f(x) < 0$ para $x < 1/2$

$10x - 5 = 0$

$x = 1/2$

d) $y = 4x$

x	$y = 4x$
1	4
-1	-4



* Função crescente

↳ $f(x) > 0$ para $x > 0$

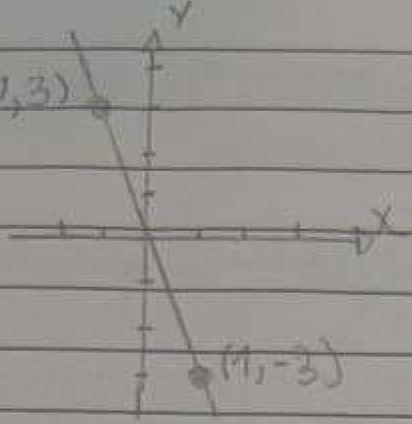
↳ $f(x) < 0$ para $x < 0$

$4x = 0$

$x = 0$

$y = -3x$ (-1,3)

x	y
1	-3
-1	3



Função decrescente

↳ $f(x) > 0$ para $x > 0$

↳ $f(x) < 0$ para $x < 0$

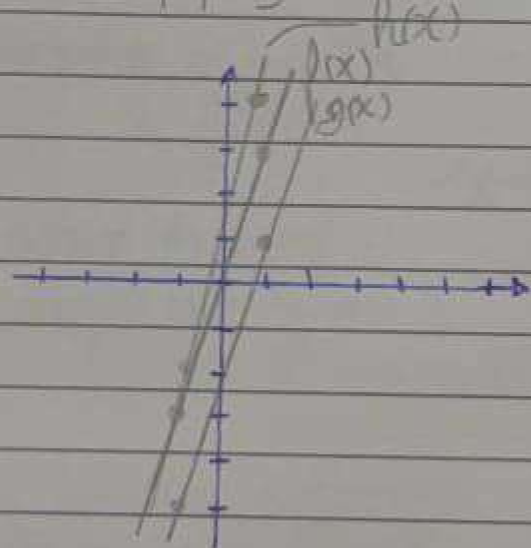
⑤ $f(x) = 3x$, $g(x) = 3x - 2$ e $h(x) = 3x + 1$

x	y = 3x
1	3
-1	-3

x	3x - 2 = y
1	1
-1	-5

x	y = 3x + 1
1	4
-1	-2

a)



b) Subtraindo 2 nos valores de x e y de f(x)

c) Somando 1 nos valores de x e y de f(x)

⑥ Fixa = R$ 500,00
Variável = 5%

a) $f(x) = \frac{1}{20}x + 500$	b) $x = 10.000$	c) $2500 < \frac{1}{20}x + 500$
	$\frac{1000\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 500$	
$a = 1/20$		$2000 < \frac{1}{20}x$ ↳ $x > 2000 \cdot 20$
$b = 500$		$x > 40000$
	$f(x) = 500 + 500$	
	$f(x) = 1000$	∴ O valor deve ser > R$ 40000

7) a) $b = -3 \rightarrow 1 = 2a - 3 \rightarrow 4 = 2a \rightarrow a = 2$

$b = -3$

$f(x) = ax + b \rightarrow \boxed{f(x) = 2x - 3}$

- $f(x) = 0$ para $x = 3/2$
- $f(x) > 0$ para $x > 3/2$
- $f(x) < 0$ para $x < 3/2$

b) $b = -1 \rightarrow 1/2 = -1/2\,a - 1 \rightarrow \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}a \rightarrow a = -3$

$f(x) = ax - 1$

$\boxed{f(x) = -3x - 1}$

$-3x - 1 = 0$

$3x = -1 \rightarrow x = -1/3$

- $f(x) = 0$ para $x = -1/3$
- $f(x) > 0$ para $x < -1/3$
- $f(x) < 0$ para $x > -1/3$

c) $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \frac{3 - 1}{-4 - (-5)} = \frac{2}{1} \Rightarrow a = 2$

- $f(x) = 0$ para $x = -11/2$
- $f(x) > 0$ para $x > -11/2$
- $f(x) < 0$ para $x < -11/2$

$1 = 2 \cdot -5 + b \rightarrow b = 11 \rightarrow \boxed{f(x) = 2x + 11}$

d) $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \frac{-2 - (-5)}{4 - 5} = -\frac{3}{1} \rightarrow a = -3$

$f(x) = ax + b$

$\downarrow$

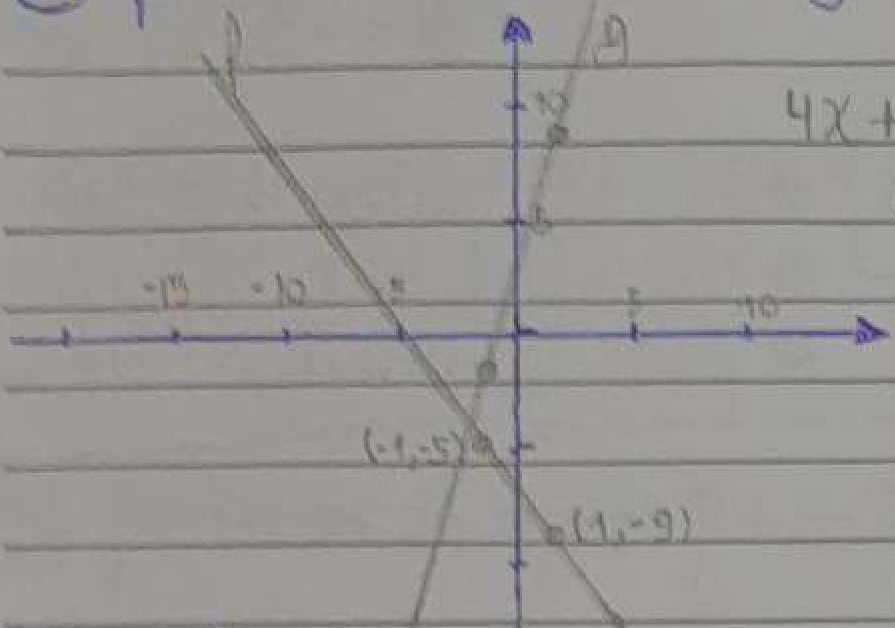
$-2 = -3 \cdot 4 + b \rightarrow b = -2 + 12 \rightarrow b = 10 \rightarrow \boxed{f(x) = -3x + 10}$

- $f(x) = 0$ para $x = 10/3$
- $f(x) > 0$ para $x < 10/3$
- $f(x) < 0$ para $x > 10/3$

x	$y=-2x-7$
1	-9
-1	-5

x	$y=4x+5$
1	9
-1	1

(8) $f(x)=-2x-7$ e $g(x)=4x+5$ → Ponto comum p/ $x=-2$



$4x+5=-2x-7$
$6x=-12$
$x=-2$

$f(x)$
↳ $=0$ para $x=-7/2$
↳ >0 para $x<-7/2$
↳ <0 para $x>-7/2$

$g(x)$
↳ $=0$ para $x=-5/4$
↳ >0 para $x>-5/4$
↳ <0 para $x<-5/4$

(9) a) $f(x)>0$ → para $x>-1$

b) $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-g(x)}}$ está definida → $1-g(x)>0$ → $g(x)>-1$
↳ $g(x)<1$ → para $x>0$

c) $f(x)\geq 2$ → para $x\geq 1$

d) $-1\leq f(x)\leq 2$ → $f(x)\geq -1$ para $x\geq -2$
$f(x)\leq 2$ para $x\leq 1$

e) $f(x)\cdot g(x)\geq 0$ → para $-1\leq x\leq 0{,}5$

f) $h(x)=\dfrac{1}{f(x)-2}$ está definida $f(x)-2\neq 0$ → $f(x)\neq 2$
↳ para $\{x\in\mathbb{R} / x\neq 1\}$

data / /

10-a) $y = ax + b$

$3 = a.0 + b$

$b = 3$

$2 = a.(-1) + b$

$2 = -a + b$

$2 = -a + b$

$2 = -a + 3$

$2 - 3 = -a$

$-1 = -a.(-1)$

$1 = a$

$y = ax + b$

$y = 1.x + 3$

$y = x + 3$

b) $K(1, 6)$: $6 = a.1 + b$

$a + b = 6$

$a = 6 - b$

$J = (2, -3)$: $-3 = -2.a + b$

$-3 = -2.(6 - b) + b = -12 + 2b + b = 3b - 12$

$3b = 12 - 3 = 9$

$b = \frac{9}{3} = 3$

$a = 6 - b = 6 - 3 = 3$

$y = 3x + 3$

c) $3 = 3.a + b = 7$

$3a + b = 7$

$0 = 0.a + b = 0$

$b = 0$

$3a + b = 7$

$3a + 0 = 7$

$3a = 7$

$a = \frac{7}{3}$

$f(x) = \frac{7x}{3}$

11- a) $f(600) = 14000$ $\quad$ $f(600) = 600a + b = 14000$

$f(900) = 15800$ $\quad$ $f(900) = 900a + b = 15800$

$600a + b = 14000$

$900a + b = 15800$

$b = 14000 - 600a$

$900a + 14000 - 600a = 15800$

$300a = 1800$

$a = 6$

$b = 14000 - 600 \cdot 6 = 14000 - 3600 = 10400$

$f(x) = 6x + 10400$

b) $C(1200) = 6 \cdot 1200 + 10400$

$C(1200) = 7200 + 10400$

$C(1200) = 17600$

12- a) $(0,-1)$; $(0,0)$; $(0,1)$; $(0,2)$

b) $(1,0)$; $(0,0)$; $(-1,0)$; $(-2,0)$

c) São retas paralelas

13- a) $f(x) = (5x - 15)(x + 1) \geq 0$

$5x - 15 = 0$ $\quad$ $x + 1 = 0$ $\quad$ $S = \{(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

$x = \frac{15}{5}$ $\quad$ $x = -1$

$x = 3$

data / /

b) $f(x) = \frac{-2x-4}{2-x}$ $\quad -2x-4=0$ $\quad 2-x=1$

$x = \frac{4}{-2}$ $\quad x=3$

$x=-2$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -2 \text{ ou } x \geq 3\}$

14- a) $5x-15 \leq 0$ $\quad x+1<0$

$x \leq \frac{15}{5}$ $\quad x=-1$ $\quad S=\{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 3\}$

$x \leq 3$

b) $2-x \geq 0$ $\quad x-2 \geq 0$ $\quad S=\{2\}$

$-x \geq -2$ $\quad x \geq 2$

c) $x-3 \geq 0$ $\quad 2x-6 > 0$

$x \geq 3$ $\quad x = \frac{6}{2}$ $\quad S = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 3\}$

$x<3$

d) $2x-1>0$ $\quad 1-2x>0$ $\quad d: S=\{3$

$x > \frac{1}{2}$ $\quad x > \frac{-1}{-2}$

(15) $\frac{5x-3}{3x-4} > -1 \rightarrow 3x-4>0 \rightarrow 3x>4 \rightarrow x>4/3$

$5x-3>-1(3x-4) \rightarrow 5x-3>-3x+4 \rightarrow 8x>7 \rightarrow x>7/8$

$S=\{x \in \mathbb{R} \mid x<7/8$ ou $x>4/3\}$

b) $\frac{5x-2}{3x+4} < 2 \rightarrow 3x+4>0 \rightarrow x>-4/3$

$\rightarrow 5x-2<2(3x+4) \rightarrow 5x-2<6x+8 \rightarrow -x<10 \rightarrow x<-10$

$S=\{x \in \mathbb{R} \mid x<-10$ ou $x>-4/3\}$

c) $\frac{x-1}{x+1} \geq 3$

$\rightarrow x+1>0 \rightarrow x>-1$ | $x-1 \geq 3x+3$

$-2x \geq 4 \rightarrow x \leq -2$

$S=\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x<-1\}$

d) $\frac{3x-5}{2x-4} \leq 1 \rightarrow 2x-4>0 \rightarrow x>2$

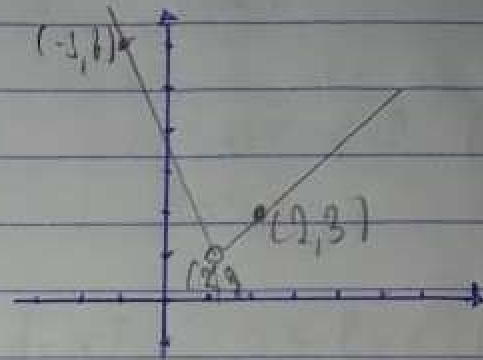
$\rightarrow 3x-5 \leq 2x-4 \rightarrow x \leq 1$

$\rightarrow S=\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x<2\}$

16- $f(x) = \begin{cases} 4+1, & x \geq 1 \\ 4-2x, & x < 1 \end{cases}$

x	$y = 4-2x$
1	2
-1	6

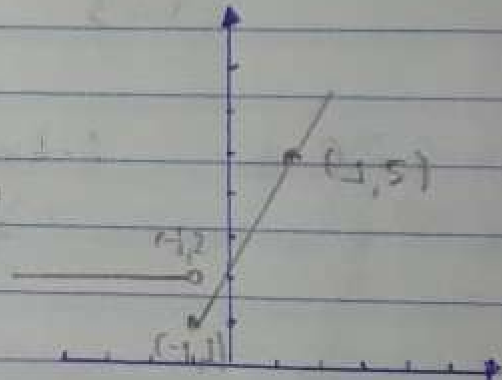
x	$y = x+1$
1	2
2	3



b) $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \geq -1 \\ 2, & x < -1 \end{cases}$

x	$y = 2x+3$
1	5
-1	1

x	$y = 2$
-2	2
-3	2



17- $f(0) = 3$

$3 = a.0 + b$

$b = 3$

$f(-1) = 2$

$-1 = a2 + 3$

$-3-1 = 2a$

$-4 = 2a$

$a = \frac{-4}{2}$ $\quad a = -2$

$f(x) = -2x+3 \,/\, 0 \leq x \leq 2$

$$\begin{cases} 8a + b = 4 \\ 2a + b = -1 \\ b = -1 - 2a \end{cases}$$

$8a + (-1 - 2a) = 4$

$8a - 1 - 2a = 4$

$6a = 4 + 1$

$a = \frac{5}{6}$

$b = -1 - 2\left(\frac{5}{6}\right)$

$b = -1 - \frac{5}{3}$

$b = -\frac{8}{3}$

$\frac{5}{6}x - \frac{8}{3} \;/\; 2 \leq x \leq 8$

$f(4) = 8$

$f(1) = 9$

$9a + b = 1$

$8a + b = 4$

$b = 4 - 8a$

$b = 4 - 8 \cdot (-3)$

$b = 4 + 24$

$b = 28$

$9a + 4 - 8a = 1$

$a = 1 - 4$

$a = -3$

$-3x + 28 \;/\; 8 \leq x \leq 9$

$f(1) = 9$

$f(1) = 10$

$1 / 9 \leq x \leq 10$

Função Afim

Uma função chama-se afim se existem constantes reais, a e b tais que $f(x) = ax + b, \forall x \in \mathbb{R}$

Exemplos:

a) $f(x) = -2x + 1$ $(a = -2, b = 1)$

b) $f(x) = 3x$ $(a = 3, b = 0)$

* Função constante: $a = 0$ Ex: $f(x) = -1$
  ↳ É uma reta paralela ao eixo x e que passa pelo ponto $(0, b)$.

* Função identidade: $a = 1$, $b = 0$
  ↳ É a reta bissetriz do primeiro e do terceiro quadrantes.

* Função linear: $b = 0$, $a \neq 0$
  ↳ É uma reta que passa pela origem do plano cartesiano, pois $f(0) = 0$

* Taxa de variação de uma função
  ↳ Uma característica peculiar da função afim é que ela varia a taxa constante.
  Para obter a taxa de variação: $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

* Coeficientes a e b
  a: coeficiente angular ou declividade, pois determina a inclinação da reta
  Crescente: $a > 0$ Decrescente: $a < 0$
  b: O valor de b indica o ponto de intersecção da reta com o eixo vertical, chamado de coeficiente linear.

* Raiz ou Zero da função:
  Denomina-se de raiz da função f o valor de x para o qual $f(x) = 0$

PanAmericana

Função Afim → Renan Carlos Loewenstein

$f(x) = ax + b, \forall x \in \mathbb{R}$

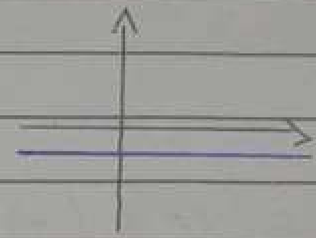
• Casos particulares:

1) $\boxed{a=0}$ → Neste caso, $f(x) = b, \forall x \in \mathbb{R}$

↳ A função é CONSTANTE

↳ O gráfico fica → $\{(x,b) / x \in \mathbb{R}\}$

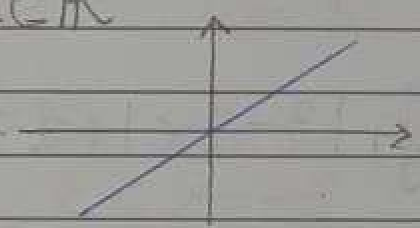
↳ reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto $(0,b)$



2) $\boxed{a=1}$ e $\boxed{b=0}$ → Neste caso, $f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$

↳ a função é IDENTIDADE

↳ O gráfico fica $\{(x,x) / x \in \mathbb{R}\}$



3) $\boxed{b=0}$ e $\boxed{a \neq 0}$ → Neste caso, $f(x) = ax, \forall x \in \mathbb{R}$

↳ a função é LINEAR

↳ O gráfico fica $\{(x,ax) / x \in \mathbb{R}\}$

↳ reta que passa pela origem do plano cartesiano

Gráfico

↳ O gráfico é sempre uma reta

→ Escolher dois valores para x e achar o Y

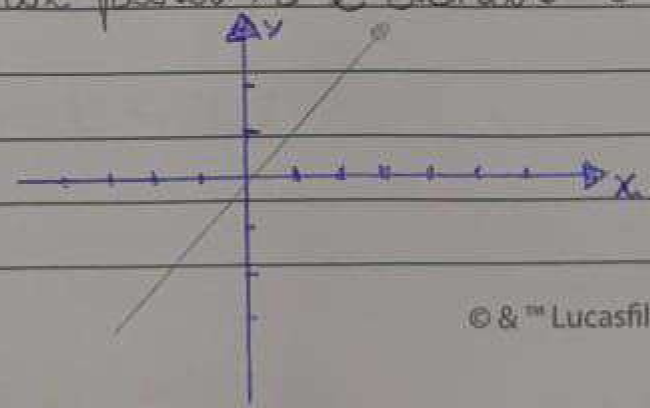
Exemplo:

$2x - 1$

x	Y
2	3
-2	-5

$2 \cdot 2 - 1 = 3$

$2 \cdot -2 - 1 = -5$



data / /

* Inequações - produto

Se f e g são duas funções, as inequações:

$f(x) \cdot g(x) > 0$, $f(x) \cdot g(x) < 0$

$f(x) \cdot g(x) \geq 0$, $f(x) \cdot g(x) \leq 0$ São denominadas inequações produto

* Inequações quociente:

Se f e g são duas funções, as inequações:

$\frac{f(x)}{g(x)} > 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

São denominadas inequações quociente

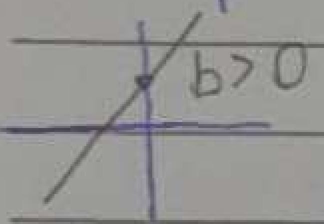
Coeficientes da função afim

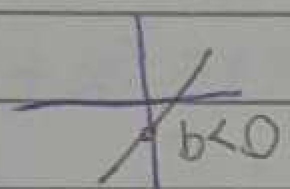
↳ Seja a função $f(x) = ax + b$ $\begin{cases} a \Rightarrow \text{coef. Angular} \\ b \Rightarrow \text{coef. linear} \end{cases}$

→ Coeficiente angular → Inclinação → $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ ← Taxa de variação

↳ $f(x) = ax + b$ $\begin{cases} a > 0 \rightarrow \text{reta crescente} \\ a < 0 \rightarrow \text{reta decrescente} \end{cases}$

→ Coeficiente linear → Corta o eixo y





Zero ou Raiz da função

↳ Basta resolver a equação $ax + b = 0$

↳ Exemplo: $y = 2x - 6 \rightarrow 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$

↳ Par ordenado $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$

Estudo do Sinal

↳ Determinar os valores de x para os quais $y > 0$, $y < 0$ e $y = 0$