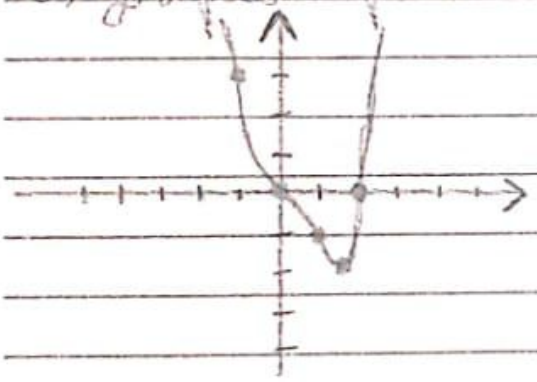
Universidade Federal da Fronteira Sul
Ciência da Computação
Cálculo 1 - Professor Milton Kist
Renan Carlos Loewenstein

Exercícios → Lista 3

② $f(x) = x^4 - 2x^3$

a) Assíntotas → não possui

e) Gráfico → $f(x) = x^4 - 2x^3$



$f(x) = x^4 - 2x^3$	
$X = 0$	$Y = 0$
$X = -1$	$Y = 1 + 2 = 3$
$X = 1$	$Y = 1 - 2 = -1$
$X = 2$	$Y = 0$
$X = 3/2$	$Y = -27/16$

b) Intervalo de crescimento e decrescimento

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 3/2\}$ → crescimento

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 3/2\}$ → decrescimento

c) Ponto de máximo → $+\infty$
Ponto de mínimo → $(3/2, -27/16)$

d) Concavidade para cima → $x < 0$ ou $x > 3/2$
Concavidade para baixo → $0 < x < 3/2$

↳ Pontos de inflexão → $x = 1 \rightarrow x^4 - 2x^3 : -1$
↳ $x = 0 \rightarrow x^4 - 2x^3 : 0$ ↳ $(0,0), (1,-1)$

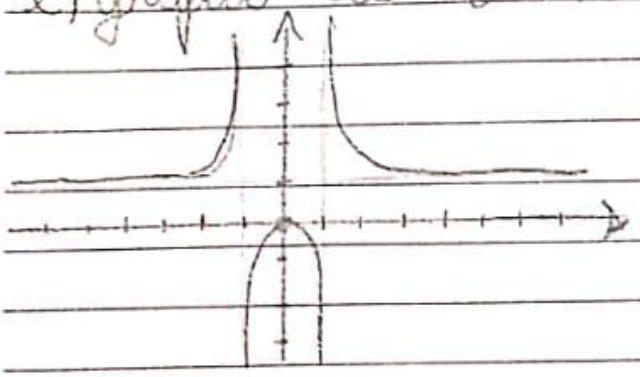
/ /

⑤ $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

a) Assíntotas → $x = \pm 1$ → vertical $= \pm 1$

$y = 1$ → horizontal $= 1$

e) Gráfico de $x^2 / x^2 - 1$



b) Intervalo de crescimento

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ e } x \neq -1\}$

Intervalo de decrescimento

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$

c) Δ

d) Concavidade para cima

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ou } x > 1\}$

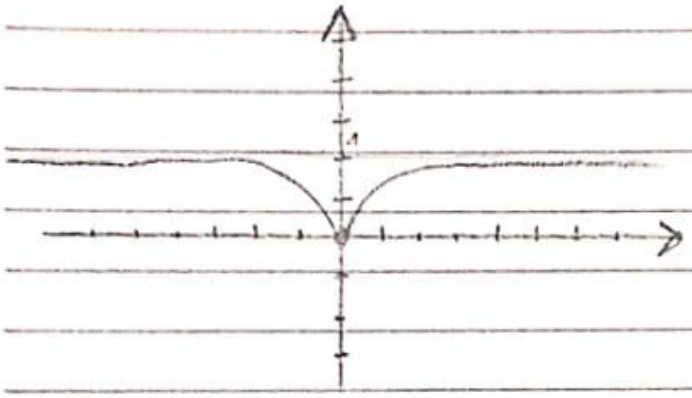
Concavidade para baixo

↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 1\}$

⑥ $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

a) Assíntotas → vertical → nenhuma
↳ horizontal → $y = 1$

b) Gráfico $\frac{x^2}{x^2+1}$



b) Intervalo de crescimento
↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$
Intervalo de decrescimento
↳ $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$

c) Ponto de mínimo e máximo → não tem

d) Concavidade para cima → ∄
Concavidade para baixo → $x \in \mathbb{R}$

Pontos de Inflexão

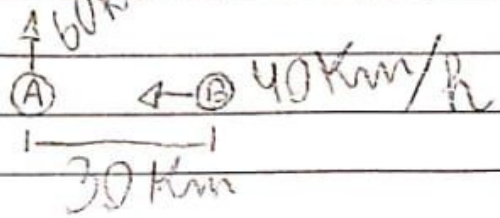
$f''(x) = \frac{2(-3x^2+1)}{(x^2+1)^3} \rightarrow x = -\sqrt{1/3}$ em $x^2/x^2+1 : 1/4$
$\rightarrow \sqrt{1/3}$ em $f(x) : 1/4$

$S = \left(-\sqrt{1/3}, 1/4\right), \left(\sqrt{1/3}, 1/4\right)$

/ /

(6)

1º)

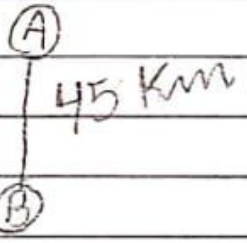


B → 1h → 40 Km
x → 30 Km

30 = 40x

x = 3/4 h

2º)



A → 1h → 60Km
3/4 → x

x = 45 Km

(7) r = raio $\quad V = b \cdot h$

h = altura

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow 50\pi = \pi r^2 h \rightarrow h = 50/r^2$

$C = 2 \cdot \pi r^2 \cdot 25 + 2\pi r h \cdot 20$

$\hookrightarrow C = 50\pi r^2 + 40\pi r h$

$\hookrightarrow C = 50\pi r^2 + 40\pi r \cdot (50/r^2) \rightarrow C = 50\pi r^2 + 2000\pi \cdot 1/r$

$\frac{d}{dr}(50\pi r^2 + 2000\pi r^{-1}) \rightarrow \frac{d}{dr}(50\pi r^2) = 100\pi r$

$\hookrightarrow \frac{d}{dr}(2000\pi r^{-1}) = -\frac{2000\pi}{r^2}$

$\hookrightarrow 100\pi r - \frac{2000\pi}{r^2} = 0 \rightarrow 100\pi r = \frac{2000\pi}{r^2} \rightarrow r^3 = 20$

$\hookrightarrow r = \sqrt[3]{20} \rightarrow \boxed{r \cong 2{,}71}$ metros $\quad \hookrightarrow h = 50/(2{,}71)^2$

$\hookrightarrow \boxed{h \cong 6{,}8}$ metros

/ /

$V \rightarrow$ R$ 100,00

(10) 

Custo = $2x^2 \cdot (0,3) + 4xy \cdot (0,$

□ → x
▭ → y

$V = x^2 \cdot y$

$C = 0,6x^2 + 0,8xy$

$100 = 0,6x^2 + 0,8xy$

$0,6x^2 + 0,8xy - 100$

$0,8xy = 100 - 0,6x^2$

$V = x^2 \cdot \left(\frac{50 - 0,3x^2}{0,4x}\right)$

$y = \frac{100 - 0,6x^2}{0,8x}$

$V = x\left(\frac{50 - 0,3x^2}{0,4}\right)$

$y = \frac{50 - 0,3x^2}{0,4x}$

$V = \frac{50x - 0,3x^2}{0,4}$

derivada $= \frac{5}{2}\left(\frac{50 - 6x}{10}\right) = 0$

m^2 crítico

$125 - \frac{30x}{20} = 0 \rightarrow 125 = 30x/20$

$x \cong 83,3$

$y = \frac{50 - 0,3 \cdot (83,3)^2}{0,4 \cdot 83,3} \rightarrow \frac{50 - 2082,4}{33,3} \rightarrow y = 61,58$

$\therefore x \cong 83,33\ cm$ e $y \cong 61,58\ cm$

/ /

(11)

$$t = \frac{\sqrt{(2-x)^2+1}}{6} + \frac{x}{9}$$

$$\frac{2(2-x)}{2 \cdot 6\sqrt{(2-x)^2+1}} + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow \frac{(2-x)}{6\sqrt{(2-x)^2+1}} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{9(2-x) - 6\sqrt{(2-x)^2+1}}{54\sqrt{(2-x)^2+1}} \Rightarrow \frac{9(2-x) - 6\sqrt{(2-x)^2+1}}{54\sqrt{(2-x)^2+1}}$$

$$9(2-x) = 6\sqrt{(2-x)^2+1} \Rightarrow 81(4-4x+x^2) = 36(4-4x+x^2+1)$$

$$45x^2 - 180x + 144 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{180 \pm \sqrt{(-180)^2 - 4(45)(144)}}{90} \Rightarrow x = \frac{120 \pm 36\sqrt{3}}{90}$$

$$\Rightarrow \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow x_1 = (10+2\sqrt{5})/2 \rightarrow NÃO$$
$$\Rightarrow x_2 = (10-2\sqrt{5})/2 \rightarrow OK$$

$x \cong$ Deve terminar a travessia numa distância de $\Rightarrow$ 2,76 Km de B

(12) $tg(\alpha+\theta) = \frac{tg\alpha + tg\theta}{1 - tg\alpha \cdot tg\theta}$

$\Rightarrow \frac{2/\alpha + tg\theta}{2/\alpha \cdot tg\theta} = \frac{6}{\alpha} \Rightarrow \frac{2}{\alpha} + tg\theta = \frac{6}{\alpha}\left(\frac{2}{\alpha} tg\theta\right)$

$\Rightarrow \frac{2}{\alpha} + tg\theta = \frac{6}{\alpha} - \frac{12}{\alpha^2} \cdot tg\theta \Rightarrow \frac{12}{\alpha^2} tg\theta + tg\theta = \frac{6}{\alpha} - \frac{2}{\alpha}$

$\Rightarrow \left(\frac{12}{\alpha^2} + 1\right) tg\theta = \frac{4}{\alpha} \Rightarrow \frac{12+\alpha^2}{\alpha^2} \Rightarrow tg\theta = \frac{4}{\alpha}$

$\Rightarrow tg\theta = \frac{4\alpha}{12\alpha^2} \Rightarrow \alpha x tg\left(\frac{4}{12+\alpha^2}\right)$

$\Rightarrow y = \alpha x tg \cdot \alpha \Rightarrow y = \frac{48 - 4\alpha^2}{(12+\alpha^2)^2} / 1 + \left(\frac{4\alpha}{12+\alpha^2}\right)^2$

$y = 48 - 4\alpha^2 / 144 + 40\alpha^2 + \alpha^4 \Rightarrow y = 48 - 4\alpha^2 / \alpha^4 + 40\alpha^2 + 144$

$y = 48 - 4\alpha^2 / \alpha^2 + 36\alpha^2 + 4\alpha^2 + 144 \Rightarrow 48 - 4\alpha^2 / (\alpha^2+36)(\alpha^2+4)$

$y = \frac{-b}{\alpha^2+36} + \frac{2}{\alpha^2+4} \Rightarrow -6(\alpha^2+4) = 2\alpha^2 + 72$

$\downarrow$

$-6\alpha^2 - 2\alpha^2 = 72 + 24$

$y = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = 0,66$

Deve se situar à 0,66 metros