Renan Carlos Loewenstein
Avaliação - Cálculo 2

① a) $T(x,y) = 30 - (x^2 + \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{9}z^2)$

$T(0,0) \to 30 - (0^2 + \frac{1}{4}0^2 + \frac{1}{9}\cdot 0^2) = 30$

$\to$ Maior temp.

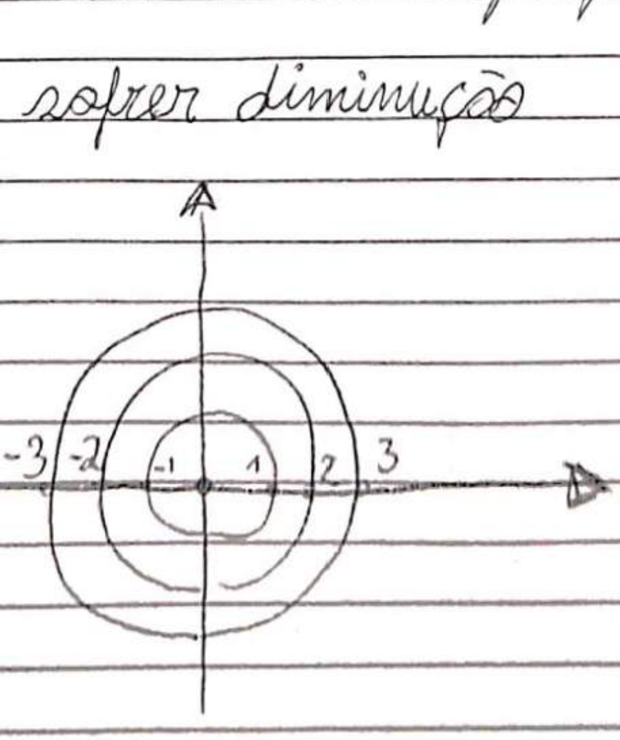
$T(1,1) \to 30 - (1^2 + 1/4 + 1/9) = 28,86$

$T(2,2) \to 30 - (2^2 + 1/4 \cdot 2^2 + 1/9 \cdot 2^2) = 24,88$

a) A temperatura é mais alta possível em T(0,0)

b) A temperatura é a menor possível quanto mais próximo da superfície do elipsóide

c) Vais sofrer diminuição



② $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 . y^3}{x^3 + y}$ não existe?

Regra dos dois caminhos

1º) $y = x \to \frac{x^2 \cdot x^3}{x^3 + x} = \frac{x^4}{x^2+1}$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4}{x^2+1} \to \frac{0}{1} = \boxed{0}$

limites iguais

2º $y = x^2 \to \frac{x^2 . (x^2)^3}{x^3 + x^2} = \frac{x^7}{x+1} = \frac{0}{1} = \boxed{0}$

∴ O limite da função é existente

/ /

③ a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} x \cdot sen\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$

1º caminho) $\to y = x \to x \cdot sen\left(\frac{1}{x^2+x^2}\right)$

$\hookrightarrow x \cdot sen\left(\frac{1}{2x^2}\right)$ * $\lim_{(x,y)\to(0,0)}$ $0 \cdot sen\left(\frac{1}{0}\right) = \nexists$

2º caminho) $\to y = x^2 \to x \cdot sen\left(\frac{1}{x^2+(x^2)^2}\right)$

$\hookrightarrow x \cdot sen\left(\frac{1}{x^4+x^2}\right)$ * $\lim_{(x,y)\to(0,0)}$ $0 \cdot sen\left(\frac{1}{0}\right) = \nexists$

Não há o limite (não existe) $\to$ NÃO contínua

③ b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3}{x^2+y^2}$

$\hookrightarrow$ 1º caminho) $\to y = x \to \frac{x^3}{x^2+x^2} \to \left(\frac{x^3}{2x^2}\right) \to \frac{x}{2}$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{2} \to \frac{0}{2} = 0$

$\hookrightarrow$ 2º caminho) $y = x^2 \to \left(\frac{x^3}{x^2+x^4}\right) \to \frac{x}{1+x^2}$

$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{x}{1+x^2}\right) \to \frac{0}{1} = 0$ $\therefore$ É contínua em $(0,0)$

$\hookrightarrow$ limite é 0

/ /

③ c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3yx^2}{x^3+y}$

1º) $y = x \rightarrow \dfrac{3 \cdot x \cdot x^2}{x^3+x} = \dfrac{3x^3}{x^2+1}$

$\hookrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^3}{x^2+1} = \dfrac{0}{1} = 0$

2º) $y = x^2 \rightarrow \dfrac{3x^2x^2}{x^3+x^2} = \dfrac{3x^2}{x+1}$

$\hookrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^2}{x+1} = \dfrac{0}{1} = 0$

$\boxed{\therefore \text{limite é } 0}$

---

③ d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{3x^2-y^2+5}{x^2+y^2+2}$

1º) $y = x \rightarrow \dfrac{3x^2-x^2+5}{x^2+x^2+2} = 1 + \dfrac{3}{2x^2+2}$

$\hookrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \left(1 + \dfrac{3}{2x^2+2}\right) = 1 + \dfrac{3}{2} = \boxed{\dfrac{5}{2}}$

2º) $y = x^2 \rightarrow \dfrac{3x^2-x^4+5}{x^2+x^4+2} = -1 + \dfrac{4x^2+7}{x^4+x^2+2}$

$\hookrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} -1 + \left(\dfrac{4x^2+7}{x^4+x^2+2}\right) = -1 + \dfrac{7}{2} = \boxed{\dfrac{5}{2}}$

$\boxed{\therefore \text{limite é } 5/2}$

④ $f(x,y) = \dfrac{3x}{y-x}$

a) $f(1,2) = \dfrac{3 \cdot 1}{2-1} = \boxed{3}$

b) $f(3,-7) = \dfrac{3 \cdot 3}{-7-3} = \boxed{-\dfrac{9}{10}}$

c) $f(1,-1) = \dfrac{3 \cdot 1}{-1-1} = \boxed{-\dfrac{3}{2}}$

d) Domínio $\rightarrow y - x \neq 0 \rightarrow y \neq x$

Domínio $= \{(x,y) \in \mathbb{R} \,/\, x \neq y\}$

---

⑤ a) $f(x,y) = \sqrt{x+y-1}$ $\rightarrow x+y-1 \geq 0 \rightarrow x+y \geq 1$

$Dm = \{(x,y) \in \mathbb{R} \,/\, x+y \geq 1\}$

b) $f(x,y) = 1/2x-y+1$ $\rightarrow 2x-y+1 \neq 0 \rightarrow 2x-y \neq -1$

$Dm = \{(x,y) \in \mathbb{R} \,/\, 2x-y \neq -1\}$

c) $f(x,y) = \ln(x^2-y+1)$ $\rightarrow x^2-y+1 > 0 \rightarrow x^2-y > -1$

$Dm = \{(x,y) \in \mathbb{R} \,/\, x^2-y > -1\}$

d) $f(x,y) = \ln x / x-1$ $\rightarrow x > 0$
$\rightarrow x \neq 1$

$Dm = \{(x,y) \in \mathbb{R} \,/\, x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$

⑥ $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

$\dfrac{1}{x^2+y} \to$ Regra dois caminhos

1º) $y = x \to \dfrac{1}{x^2+x} \to \dfrac{1}{0} \to \nexists$

2º) $y = x^2 \to \dfrac{1}{x^2+(x^2)^2} \to \dfrac{1}{x^2+x^4} \to \dfrac{1}{0} \to \nexists$

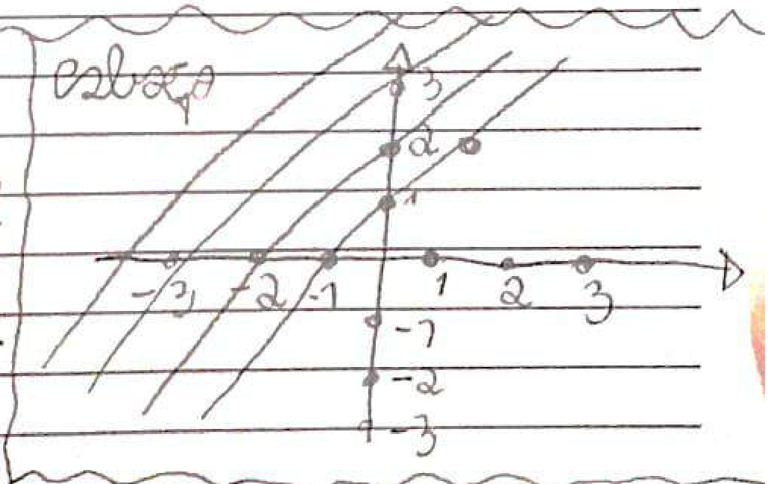
$\therefore$ Não é contínua em $(0,0)$

---

⑦ $f(x,y) = y - x$

a) Domínio $\to \{x \in \mathbb{R}\}$

b) Imagem $\to \{y \in \mathbb{R}\}$



c) $\to$ para $C_1 = 1 \to$ $y - x = 1 \to y = x + 1$

$\to$ para $C_2 = 2 \to$ $y - x = 2 \to y = x + 2$

$\to$ para $C_3 = 3 \to$ $y - x = 3 \to y = x + 3$

$\to$ para $C_4 = 4 \to$ $y - x = 4 \to y = x + 4$

Questão EXTRA

$$f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}(x+y)}{x+y}$$

$$\hookrightarrow f(0,0) = \frac{\operatorname{sen}(0+0)}{0+0} \rightarrow 0$$

∴ Não é possível definir a função $f(x,y)$ no ponto $(0,0)$