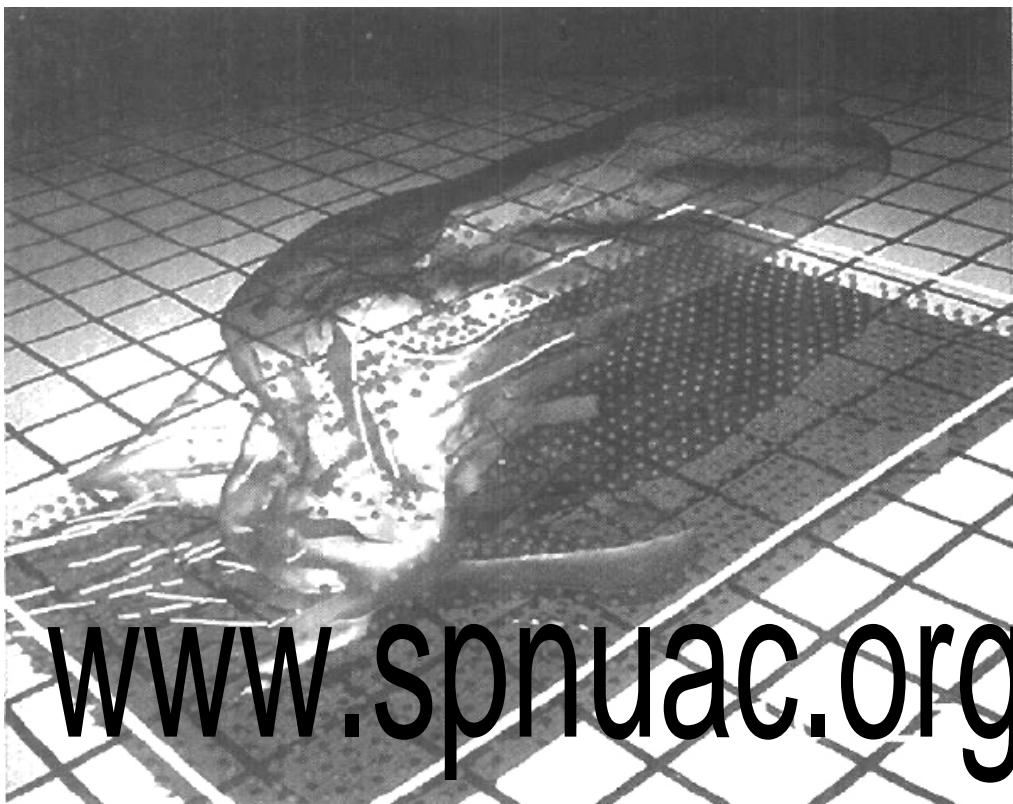


## فصل اول

### بررسی گرافیک کامپیووتری



[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

کامپیووترهای به ابزار قدرتمندی برای تولید سریع و اقتصادی تصاویر تبدیل شده اند

ذاتاً هیچ منطقه ای وجود ندارد که در آن نمایشگاهی گرافیکی برای منفعتی غیر قابل

استفاده باشند پس تعجب آور نیست که دریابیم کاربرد گرافیک کامپیووتری اینقدر

گسترده است.

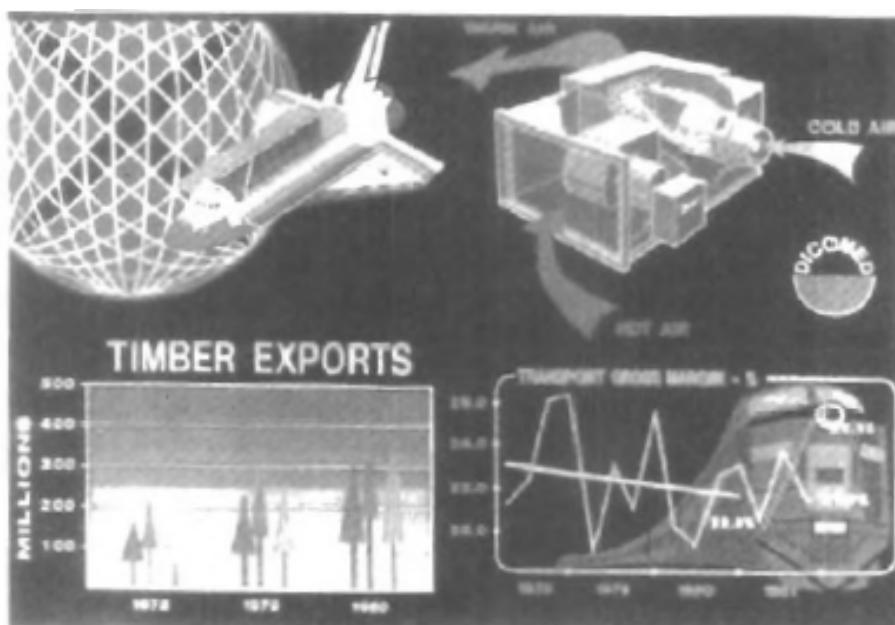
اگرچه کاربردهای اولیه در مهندسی و علوم باید بر تجهیزات گران قیمت و پر

زحمت تکیه کنند پیشرفت فناوری کامپیووتری گرافیک کامپیووتری با ارتباط متقابل را

به ابزاری عملی تبدیل شده است. امروزه گرافیک کامپیووتری معمولاً در حوزه‌های

مختلفی بکار می‌رود مثل علوم – مهندسی – پزشکی، کسب و کار، صنعت، دولت، هنر، تفریحات، تبلیغات، آموزش و تمرین کردن بکار برده می‌شود.

شکل ۱-۱ کاربردهای بسیار گرافیک در شبیه‌سازیها، آموزش و نمایش‌های گرافیکی را خلاصه می‌کند. قبل از اینکه به جزئیات چگونگی کاربرد گرافیک کامپیوتری بپردازیم باید گردش کوتاهی در گالری کاربردهای گرافیک داشته باشیم.



شکل ۱-۱ مثالهای کاربردهای گرافیک کامپیوتری

## ۱-۱ طراحی به کمک کامپیوتر

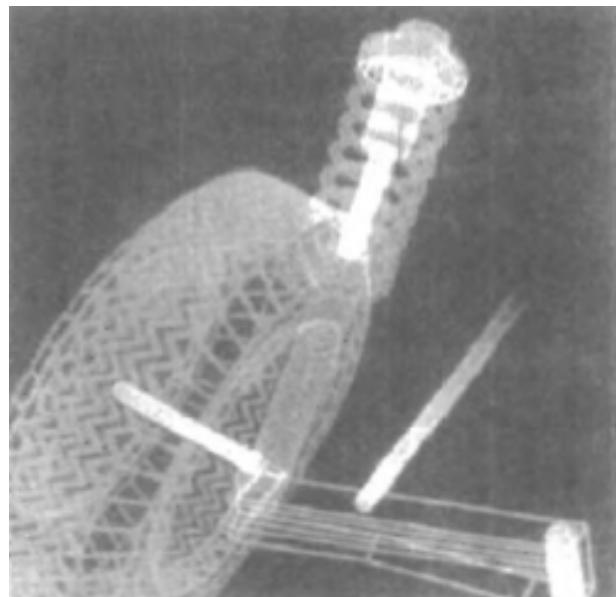
یک کاربرد مهم گرافیک کامپیوتری در فرایندهای طراحی بویژه برای سیستم‌های مهندسی و معماری است اما تقریباً همه فرآوردها اکنون به کمک کامپیوتری طراحی می‌شوند.

روشهای CAD بنام طراحی به کمک کامپیوتر معمولاً در طراحی ساختمانها، خودروها، آثار هنری، صنایع دریایی، صنایع هوایی، رایانه‌ها و نساجی و بسیاری فراورده‌های دیگر بکار می‌وند.

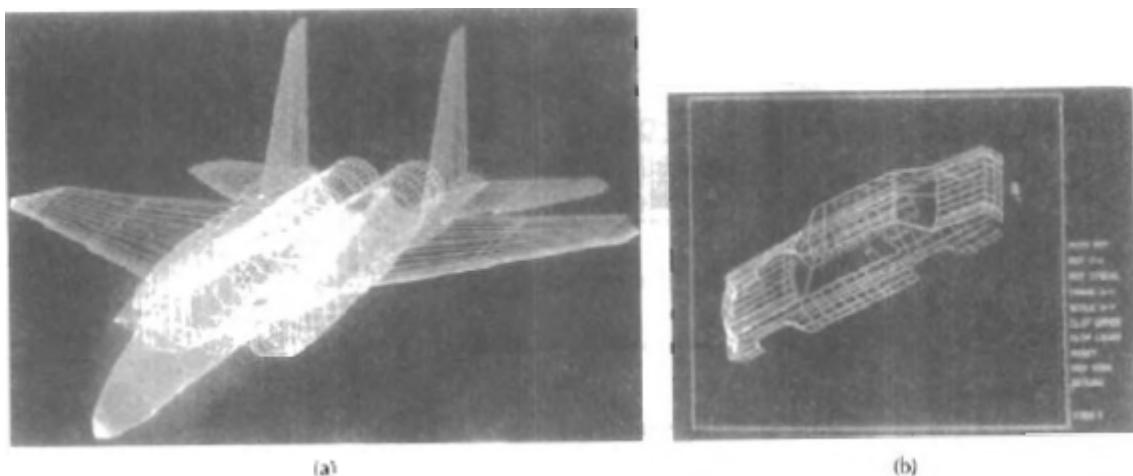
برای برخی کاربردهای طراحی، اشیاء اولًا در شکل قاب سیمی نشان داده می‌شود که شکل کلی و عوارض اشیاء را نشان میدهد. همچنین قاب سیمی به مهندسان اجازه میدهد تا سریعاً اثرات تغییرات متقابل را در شکلهای طراحی بینند.

شکل ۱-۲ و ۱-۳ مثالهای نمایشگاهی قاب سیمی را در کاربردهای طراحی ارائه می‌کند. نوعاً بسته‌های نرم افزاری برای کاربردهای CAD محیطی چند پنجره‌ای را فراهم می‌کند (شکل ۱-۴ و ۱-۵). پنجره‌های مختلف نمایش داده شده مبتوانند بخش‌های بزرگ سازی شده یا مناظر مختلف اشیاء را نشان دهند.

مدارهایی مانند شکل ۱-۵ و شبکه‌های ارتباطی – تأمین آب یا دیگر مصارف با جانشینی تکراری اجزای کار یا مدار نشان میدهند. شکلهای استاندارد برای مدارهای الکتریکی – الکترونیکی غالباً با بسته طراحی تأمین می‌شوند. برای کاربردهای دیگر، یک طراح می‌تواند نمادهای شخصی سازی شده را خلق کند که برای ساختن شبکه یا مدار بکار می‌رond سپس سیستم با جایگزین متوالی اجزاء درون محیط طراحی می‌شود یعنی بسته نرم افزاری بطور اتوماتیک، ارتباطات بین اجزاء را فراهم می‌کند. این کار به طراح اجازه میدهد تا به سرعت، شماتیک‌های مداری جایگزین را امتحان کند تا تعداد اجزاء یا فضای مورد نیاز برای سیستم به حداقل برسد.



شکل ۱-۲ نمایش قاب سیمی با کد رنگی برای مجموعه ای از چرخ خودرو



شکل ۱-۳ نمایش‌های قاب سیمی با کد رنگی در مورد طرحهای حجمی  
یک هواپیما و یک ماشین

انیمیشن‌ها غالباً در کاربردهای CAD بکار می‌رونند انیمیشن‌های زمان واقعی با استفاده از نمایش‌های قاب سیمی روی یک مانیتور ویدئو در تست کردن کارایی یک ماشین یا سیستم مفیدند (شکل ۱-۶).

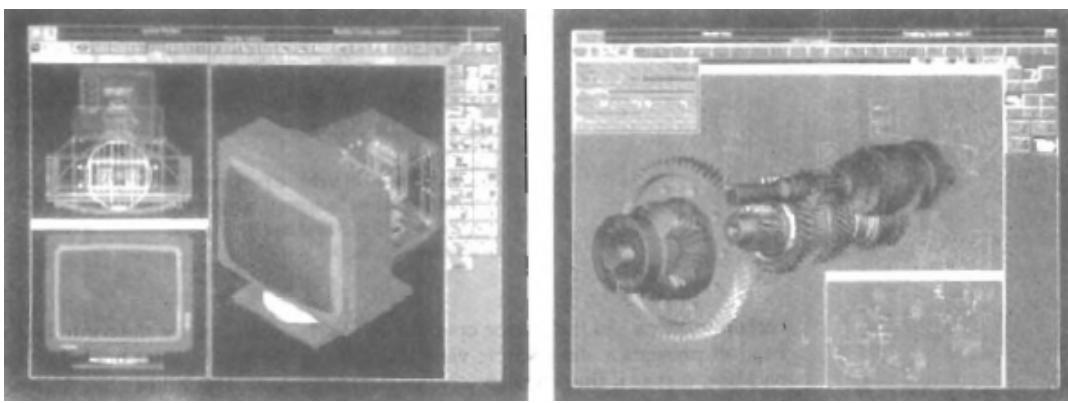
وقتی ما اشیاء را با سطوح تغییر یافته نشان نمیدهیم محاسبات برای هر قطعه اینیمیشن

سریعاً قابل انجامند تا حرکتی نرم در زمان واقعی روی صفحه نمایش تولید شود.

همچنین نمایشهای قابسیمی به طراح اجازه میدهند تا داخل ماشین را ببیند و رفتار

اجزای داخلی را در طی حرکت ببینند. اینیمیشن‌ها در محیط‌های حقیقت مجازی برای

تعیین این بکار می‌روند که اوپراتورهای ماشین تحت تأثیر حرکتهای معین می‌باشند.



شکل ۱-۴ نمایشهای چند پنجره‌ای، ایستگاه کار CAD با کد رنگی

وقتی اوپراتور تراکتور در شکل ۱-۷ کنترل‌ها را دستکاری می‌کند headset منظره ای

سه بعدی را (شکل ۱-۸) از سطل بار کننده جلویی یا کج بیل نشان میدهد درست

مثل وقتیکه اوپراتور در روی صندلی تراکتور نشسته است.

این به طراح اجازه میدهد تا موقعیت‌های مختلف سطل یا کج بیل را نشان دهد که

شاید منظره اوپراتور را مبهم کند و سپس میتواند آنها در طراحی کلی تراکتور به

حساب بیاورد.

شکل ۱-۹ منظره ترکیبی زاویه بازی از صندلی تراکتور را نشان میدهد که روی

مانیتور ویدئویی استاندارد بجای صحنه مجازی ۳ بعدی نمایشی داده شده است و

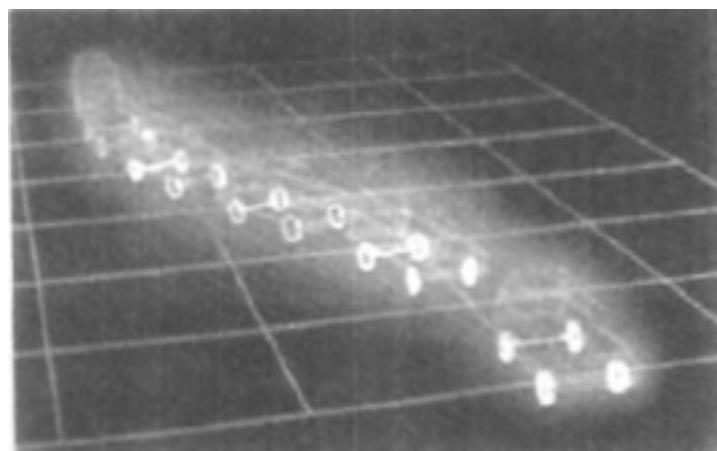
شکل ۱-۱۰ منظره ای از تراکتور را نشان میدهد که در پنجره ای جداگانه یا مانیتوری

دیگر قابل نمایش دادن است.



شکل ۱-۵ کاربرد طراحی - مداری با استفاده از پنجره‌های چندگانه و اجزای منطقی

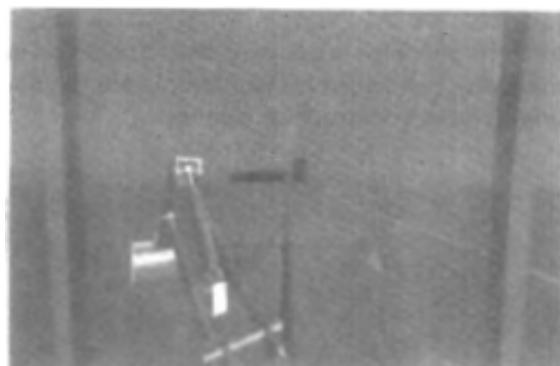
با کد رنگی نمایش داده شده روی ایستگاه کار Sur با اسپیکر و میکروفون.



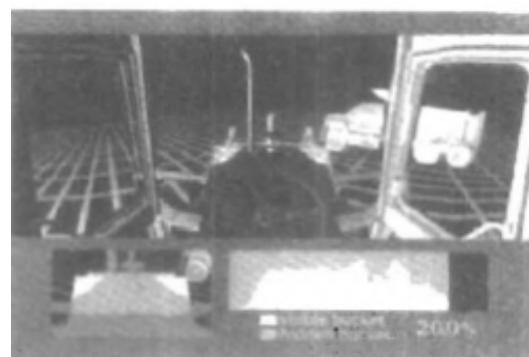
شکل ۱-۶ شبیه سازی کارایی ماشین در طی تغییرات کوچه



شکل ۱-۷ کار کردن با تراکتوری در محیط حقیقت مجازی. وقتی کنترلها به حرکت در می‌آیند اوپراتور بار کننده جلویی و اطراف را از طریق **headset** می‌بیند



شکل ۱-۸ یک منظره **headset** از کج بیل نشان داده شده برای کاربر تراکتور.



شکل ۱-۹ منظره سطل تراکتور در ترکیب با بخش‌های مختلف برای تشکیل

## منظره زاویه وسیع روی مانیتور استاندارد



شکل ۱-۱۰ منظره تراکتور نمایش داده شده روی مانیتور استاندارد

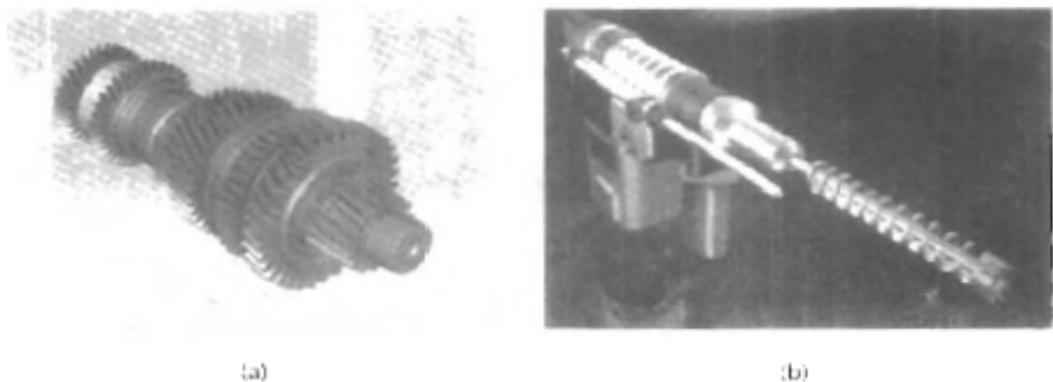
وقتی طراحی اشیاء کامل شوند (یا تقریباً کامل) مدل‌های سایه زن واقع گرا و ملایم کردن سطوح برای تولید نمایش‌هایی بکار می‌روند که ظاهر فراورده نهایی را نشان میدهند.

(مثالها در شکل ۱-۱۱). همچنین نمایش‌های واقع گرا برای تبلیغ کردن خودروها یا دیگر وسایط نقلیه با استفاده از اثرات جلوه‌های ویژه نوری و صحنه‌های پس زمینه تولید می‌شوند.

همچنین فرایند تولید به توضیح کامپیوتری اشیاء طراحی شده مرتبط است تا ساخت فراورده بصورت اتوماتیک باشد. مثلاً محیط تابلو مدار به توضیحی از فرایندهای مجازی مورد نیاز برای ساختن محیط می‌تواند تغییر شکل بیابد.

برخی بخش‌های مکانیکی با توضیح این تولید می‌شوند که سطوح چگونه باید ابزارهای ماشین شکل بیابند. شکل ۱-۱۳ مسیر طی شده برای ابزارهای ماشین روی سطوح یک شی را با استفاده از بازسازی آن نشان میدهد. سپس ابزارهای کنترل شده

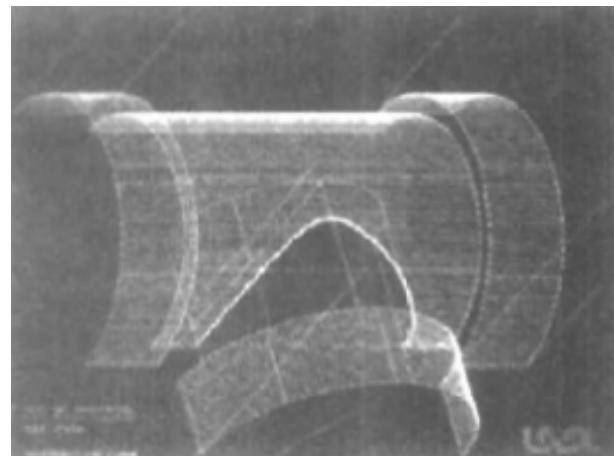
به صورت عددی نصب می‌شوند تا قطعه منطبق با این محیط‌های ساختاری تولید شود.



شکل ۱-۱۱ اصلاحات واقع گرایانه فراورده‌های طراحی



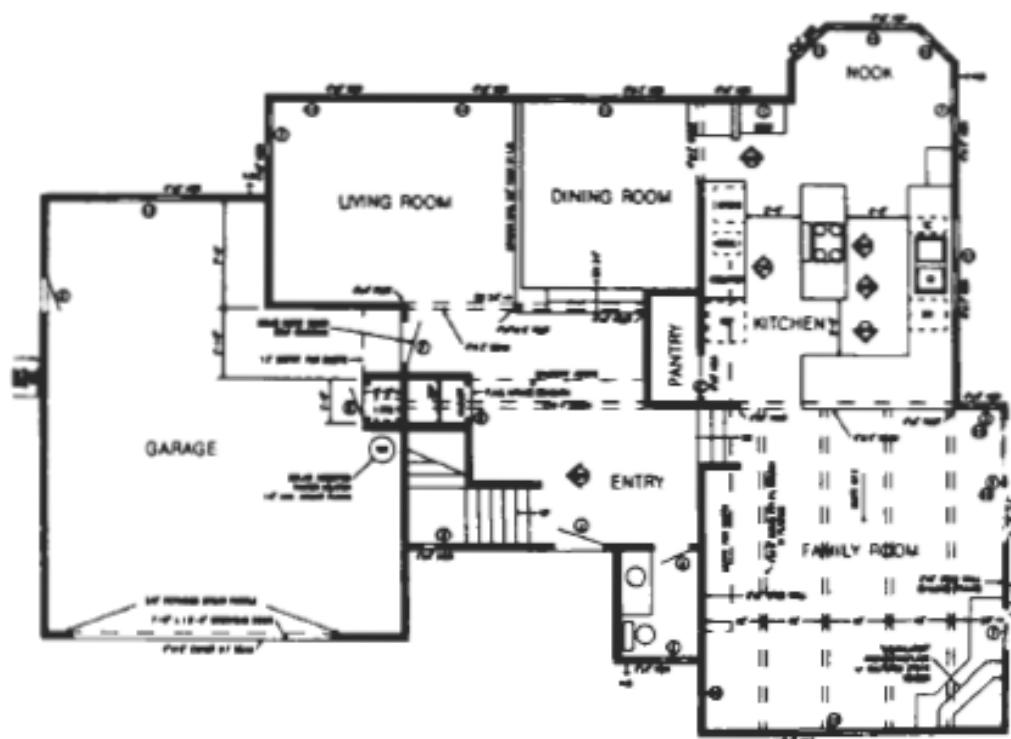
شکل ۱-۱۲ اثرات نور پردازی استودیویی و تکنیک‌های اصلاح سطوح واقع گرایانه برای تولید قطعات تبلیغاتی به منظور فراورده‌های پرداخت شده بکار می‌روند داده‌ها برای اصلاح ماشین Chrysler Laser توسط شرکت کرایزلر عرضه شده‌اند.



شکل ۱-۱۳ محیط CAD برای توضیح ماشین کاری یک قطعه

بصورت کنترل شده بطریقه عددی.

سطح قطعه با یک رنگ و مسیر ابزار با رنگ دیگری نمایش داده می‌شود.



شکل ۱-۱۴ محیط CAD معماری برای طراحی یک ساختمان.

معماران از روش‌های گرافیک متعامل برای طراحی طرحهای کف استفاده می‌کنند مثل

شکل ۱-۱۴ که موقعیت بندی اطاق‌ها – درها – پنجره‌ها – پلکان‌ها – قفسه‌ها،

یشخوانها و دیگری عوارض ساختمان را نشان میدهد.

با کار کردن از نمایش محیط ساختمانی روی مانیتور ویدئویی، یک طراح الکتریکی

میتواند آرایشهای سیم کشی، میخاری الکتریکی و سیستم‌های هشدار حریق را امتحان

کند.

همچنین بسته‌های ابزار – محیط بندی برای محیط قابل استفاده اند تا مصرف فضا در

یک دفتر یا کف یک کارخانه تعیین شود.

نمایشهای رئالیستی طرحهای معماری (شکل ۱-۱۵) به معماری و مشتریان شان

کمک می‌کند تا ظاهر یک ساختمان یا گروهی از ساختمانها را مطالعه کنند مثل یک

مجموعه یا مجتمع صنعتی.

با سیستم‌های حقیقت مجازی، طراحان حتی به پیاده روی شبیه سازی شده در

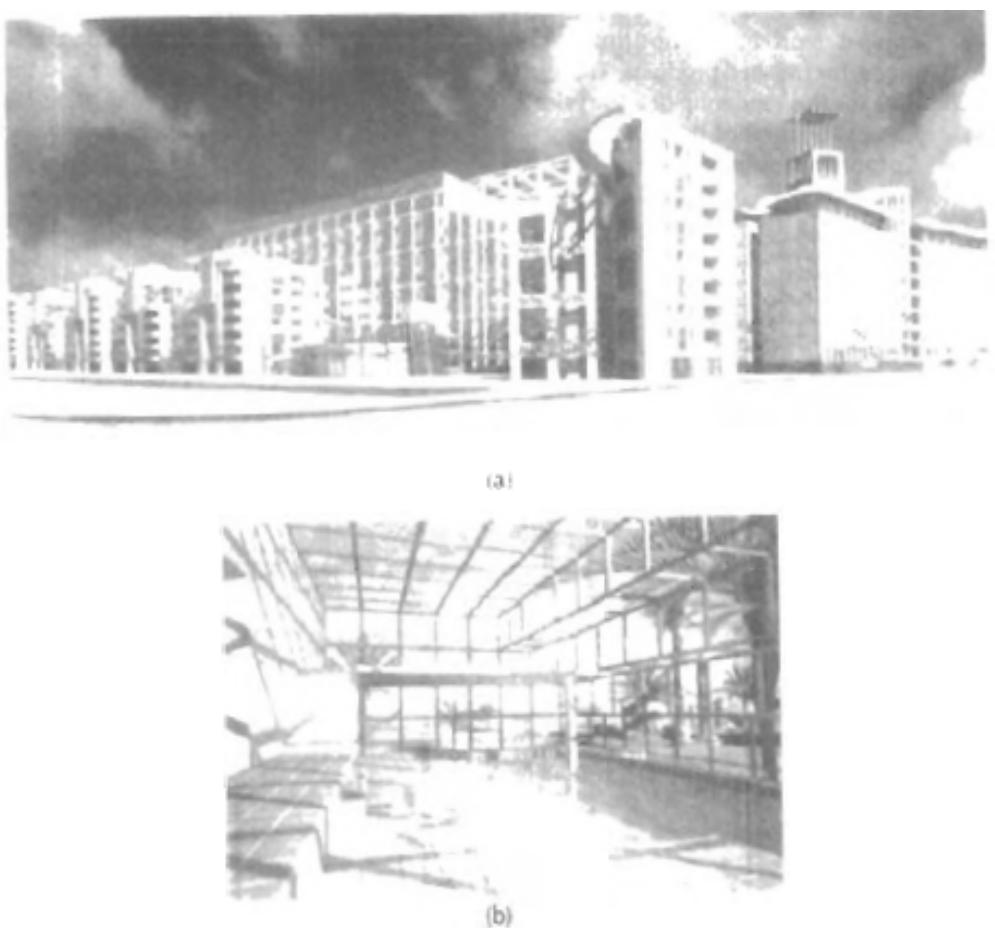
اطاقهای یا پیرامون فضاهای خارجی ساختمانها می‌روند تا اثر کاملی یک طراحی

خاص را بهتر درک کنند. همچنین علاوه بر نمایشهای رئالیستی خارج ساختمان،

بسته‌های CAD معماری هم تسهیلاتی برای آزمون محیطهای داخلی ۳ بعدی و

نورپردازی فراهم می‌کنند.

دیگر انواع سیستم‌ها و فراورده‌ها با استفاده از بسته‌های عمومی CAD یا نرم افزار CAD تخصصی طراحی می‌شوند. مثلاً شکل ۱-۱۷ الگوی قالیچه طراحی شده با سیستم CAD را نشان میدهد.



شکل ۱-۱۵ اصلاحات رئالیستی ۳ بعدی طراحیهای ساختمان (a) یک پرسپکتیو سطح خیابان برای پروژه مرکز تجارت جهانی. (b) بصری سازی معماری یک دهليز خلق شده برای انيمشين کامپيوترى توسط Maria line Prieur ليوان فرانسه.



شکل ۱-۱۶ راهرو هتلی که صحنه‌ای از حرکت را توسط گذاشتن عوارض نوری در طول مسیر موج و ایجاد صحنه‌ای از ورود با استفاده از برجهای نور در هر اطاق نور فراهم میکند.



شکل ۱-۱۷ الگوی قالی شرقی خلق شده با روش‌های طراحی گرافیک کامپیوتری.

## گرافیک نمایشی

حوزه دیگر کاربرد مهم شامل گرافیک نمایشی بکار رفته برای تولید توضیحاتی برای

گزارشها یا ایجاد اسلایدهای ۳۵ میلی متر یا کاغذهای شفاف برای استفاده با

پروژکتورها است.

گرافیک نمایشی عموماً برای خلاصه سازی داده‌های مالی – آماری – ریاضی –

علمی و اقتصادی برای گزارشات بکار می‌روند.

ابزارهای ایستگاه کار و دفاتر خدماتی برای پوشش دادن تبدیل نمایشها اسکرین به

اسلایدهای ۳۵ میلی متری یا کاغذهای شفاف هوایی برای استفاده در نمایشها وجود

دارند.

مثالهای تیپیک گرافیک نمایشی شامل جداول مستطیلی، نمودارهای خطی، نمودارهای

سطح، جداول قطاعی و دیگر نمایشها با استفاده از روابط بین پارامترهای چندگانه

می‌باشد.

شکل ۱-۱۸ مثالهای گرافیک دو بعدی را در ترکیب با اطلاعات جغرافیایی بدست

میدهد این توضیح، جداول مستطیل با کد رنگی ۳ تایی ترکیب شده درون یک

نمودار و جدول قطاعی با ۳ بخش را نشان میدهد.

نمودارها و جداول مشابه در ابعاد ۳ بعدی قابل نمایش اند تا اطلاعات اضافی فراهم

شوند نمودارهای ۳ بعدی گاهی بسادگی برای اثربخشترین بکار می‌روند آنها نمایش

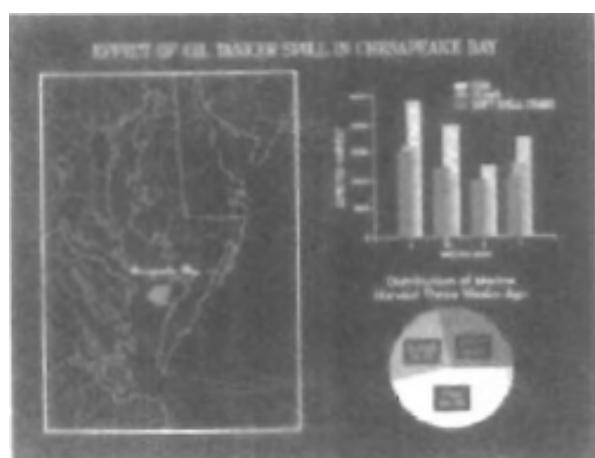
دراماتیک یا جذاب تر روابط داده ای را ارئه میکنند. جداول شکل ۱-۱۹ شامل

نمودار مستطیلی ۳ بعدی و یک جدول قطاعی باز شده میباشند.

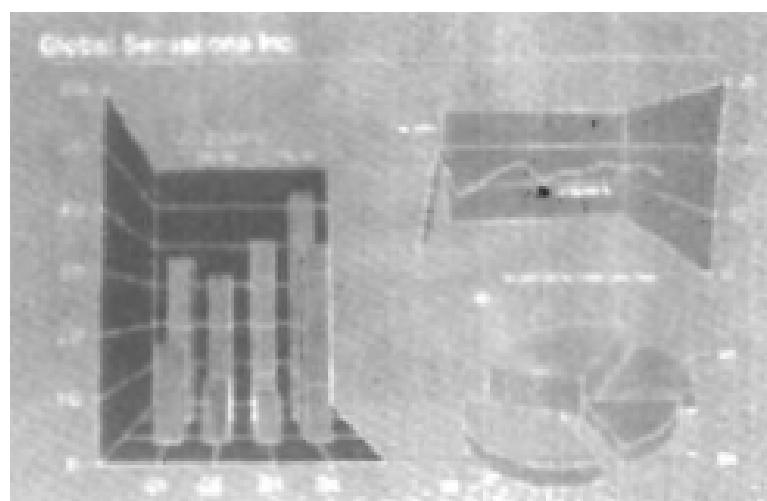
مثالهای اضافی نمودارهای ۳ بعدی در شکلهای ۱-۲۰ و ۱-۲۱ موجودند.

شکل ۱-۲۰ یک نوع پلات سطح و شکل ۱-۲۱ پلات دایره ای ۲ بعدی با یک سطح

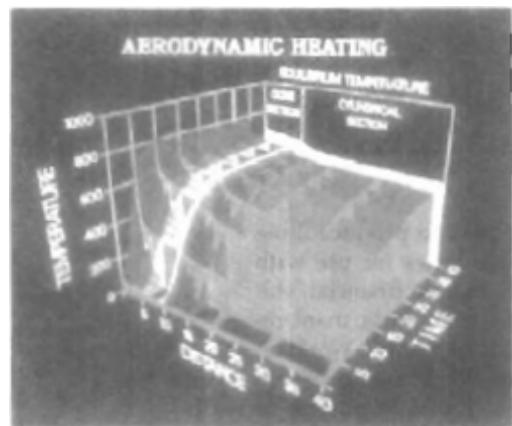
بالاتر را نشان میدهد.



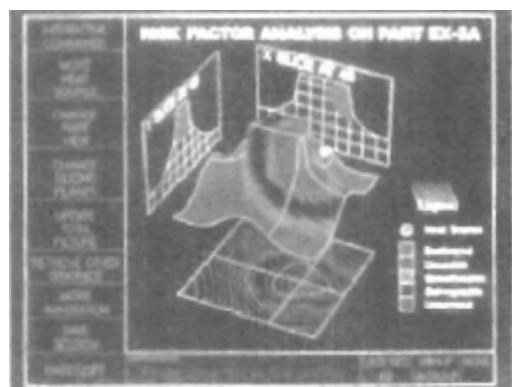
شکل ۱-۱۸ جدول مستطیلی ۲ بعدی و جدول قطاعی مرتبط با جدول جغرافیایی.



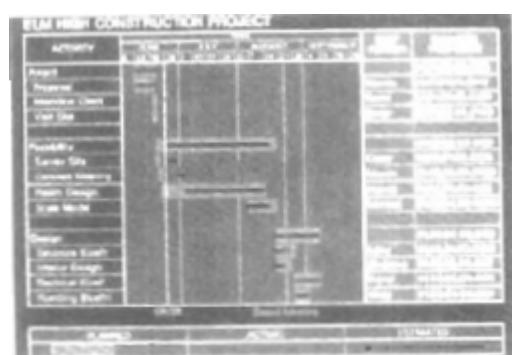
شکل ۱-۱۹ جدول مستطیلی ۳ بعدی، جدول قطاعی باز شده و نمودار خطی.



شکل ۱-۲۰. نشان دادن روابط با جدولی سطحی



شکل ۱-۲۱ پیاده کردن دوایر ۲ بعدی در سطح زمین با میدان ارتفاعی که بعنوان سطحی بالای سطح زمین پیاده شده است.



شکل ۱-۲۲ جدول زمانی که اطلاعات مربوطه درباره وظایف پروژه را نمایش میدهد.

شکل ۱-۲۲ جدول زمانی بکار رفته در طراحی وظیفه را توضیح میدهد. جداول

زمانی و محیطهای شبکه وظایف در مدیریت پروژه برای جدول بندي و پايش

پیشرفت پروژهها بکار میروند.

### ۱-۳ هنر کامپیووتری

روشها گرافیک کامپیووتری بطور گسترده در کاربردهای هنر ظریف و هنر تجاری بکار

میروند.

هنرمندان از انواعی از روشهای کامپیووتری استفاده میکنند که شامل سخت افزار هدف

خاصی، برنامه قلم رنگی هنرمند (مثل Lamina)، دیگر بستههای رنگ آمیزی (مثل

Super paint و Pixel paint

نمادین (Mathematica)، نرم افزار پولیش کردن Desktop و

بستههای انیمیشن است که ابزارهایی برای طراحی شکلهای شیء و مشخص کردن

حرکت شیء فراهم میکنند.

شکل ۱-۲۳ ایده اساسی فراتر از برنامه قلم رنگی را توضیح میدهد که به هنرمند

اجازه میدهد Stylus رنگ زده میشود که ضربات مختلف قلم، عرض آن و رنگها

را شبیه سازی میکند یک برنامه قلم رنگ آمیزی برای خلق کاراکترها در شکل ۱-۲۴

بکار رفته که بنظر میرسد خلق آن شلوغ شده باشد.

یک سیستم قلم رنگی با Wacron cordless و stylus حساس به فشار برای تولید نقاشی الکترونیکی در شکل ۱-۲۵ بکار رفته که ضربات قلم و نگوک را شبیه سازی میکند.

Stylus تغییر فشار دست را به عرضهای مختلف خط، اندازه‌های قلم و درجات رنگ ترجمه میکند. شکل ۱-۲۶ نقاشی آبرنگ تولید شده با این stylus و با نرم افزاری را نشان میدهد که به هنرمند اجازه میدهد جلوه‌های آبرنگ – پاستیل یا رنگ روغن را خلق کند چون زمانهای مختلف خشک شدن، خیس بودن و رد پا شبیه سازی میکند.

شکل ۱-۲۷ مثالی از روش‌های قلم رنگی در ترکیب با تصاویر اسکن شده است. هنرمندان خوب از انواعی از فناوریهای کامپیوترا برای تولید تصاویر (مجازی) استفاده میکنند برای خلق تصاویری مانند شکل ۱-۲۸ هنرمند از ترکیبی از بسته‌های مدل سازی ۳ بعدی، نقشه کشی بافت، برنامه‌های طراحی (رسم کردن) و نرم افزارهای CAD استفاده میکند.

ما در شکل ۱-۲۹ نقاشی را داریم که روی مدار پلاتر با نرم افزار ویژه طراحی شده تولید شده که میتواند هنر اتوماتیک را بدون دخالت هنرمند ایجاد کند.

شکل ۱-۳۰ مثالی از هنر ریاضی را نشان میدهد. این هنرمند از ترکیبی از توابع ریاضی، طرز عمل‌های کسری، نرم افزار Mathematica، پرینترهای جوهری و

دیگر سیستم‌ها برای خلق انواعی از اشکال ۲ بعدی و زوجهای تصویری سه بعدی استفاده می‌کنند.



شکل ۱-۲۳ نقاشی کارتون تولید شده با برنامه قلم رنگی که بطور نمادین هنرمندی را در حال کار کردن روی مانیتور ویدئو نشان میدهد.



شکل ۱-۲۴ شرح کارتونی هنرمندی که تصویری را با سیستم قلم رنگی ایجاد می‌کند. تصویر روی یک میز گرافیکی روی مانیتور ویدئو بطوری قرارداد که به بیرون متمایل باشد در (b) کارتون روی نقاشی معروف Thomas Nast اثر سنت

نیکولاوس قرار میگردد که ورودی سیستم با یک دوربین ویدئوئی است و سپس مقیاس بندی و موقعیت بندی میشود.



شکل ۱-۲۵ نقاشی مانند نقاشی ونگوگ ایجاد شده توسط هنرمند گرافیک الیزابت اوروکه با یک stylus بی سیم حساس به فشار.



شکل ۱-۲۶ آبرنگ الکترونیک نقاشی شده توسط جان دری از شرکت Time Arts با استفاده از Stylus بی سیم حساس به فشار و نرم افزار Lumena قلم گواش.



شکل ۱-۲۷ هنرمند این تصویر بنام هممن الکترونیک چیزی درباره یک بزرگ شدگی با تکنولوژی را با استفاده از کامپیوتر شخصی و میز گرافیک و نرم افزار Lumena بیان میکند تا اصلاحات برگها، گلبرگهای گل و اجزای الکترونیک با تصاویر اسکن شده ترکیب شوند.



شکل ۱-۲۸ از یک سری بنام گُرهای اثرگذاری، این نقاشی الکترونیک با عنوان Whigma laree با ترکیبی از روشها با استفاده از میز گرافیک، مدل سازی ۳ بعدی نقشه کشی بافت و یک سری از تغییر شکل‌ها ایجاد شده است.



شکل ۱-۲۹ خروجی هنر خروجی به یک پلاستر از فرم ویژه طراحی شده و توسط هنرمند برای رقابت در سبک خودش. پلاستر قلمی شامل قلم‌های متعدد و ابزارهای نقاشی شامل قلم‌های چینی است.



شکل ۱-۳۰ این اثر بر اساس بصری سازی آخرین قضیه Fermat بصورت توسط Andrew Hanson (دپارتمان علوم کامپیوتر) دانشگاه Wave است. تصویر مجازی با استفاده از نرم افزار Mathematica و front اصلاح شده است.



شکل ۱-۳۱ این هنرمند با استفاده از توابع ریاضی – طرز عملهای کسری و ابر کامپیوترها طرحهای مختلف را می آزماید تا فرم و رنگ را با ترکیب موزیکال سنتز کند.

مثال دیگر هنر الکترونیک خلق شده به کمک روابط الکترونیک در شکل ۱-۳۱ نشان داده می شود. هنر این ترکیب کننده غالباً در رابطه با تغییرات فرکانس و دیگر

پارامترها در ترکیب موزیکال طراحی می‌شود تا ویدئوئی تولید شود که اجزای بصری و شنیداری را ترکیب می‌کند.

اگرچه ما زمانی را برای بحث تکنیک‌های کنونی ساخت تصاویر الکترونیکی در هنرهای زیبا صرف کرده ایم همچنین این روشها در هنر تجاری برای طراحی‌ها و لوگوها حوزه‌ها بکار می‌رود. یک ایستگاه کاربردی برای تولید محیط‌های صفحه‌ای که گرافیک و بافت را ترکیب می‌کنند در شکل ۱-۳۲ توضیح داده می‌شود.

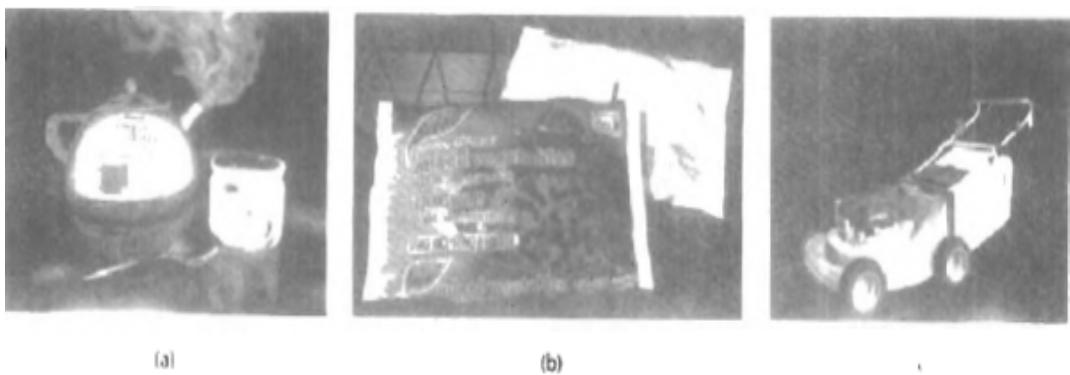
برای بسیاری از کاربردهای هنر تجاری (و در تصاویر متحرک و دیگر کاربردها) تکنیک‌های فتورئالیستی برای اجرای تصاویر یک فراورده بکار می‌روند. شکل ۱-۳۳ مثالی از طراحی لوگو و شکل ۱-۳۴ تصاویر گرافیک کامپیوتری ۳ بعدی را برای تبلیغ کردن فراورده نشان میدهد.



شکل ۱-۳۲ ایستگاه محیط - صفحه



شکل ۱-۳۳ اجرای ۳ بعدی برای یک لوگو



شکل ۱-۳۴ تبلیغ کردن فراورده

همچنین انیمیشن‌ها مکرراً برای تبلیغ کردن بکار می‌روند و موارد تجاری تلوزیونی بصورت فریم به فریم تولید می‌شوند که در آن هر فریم حرکت اجرا و بصورت یک فایل تصویر ذخیره می‌شود.

در هر فریم متوالی، حرکت با حرکت دادن ملایم موقعیت‌های شیئی از جاهایشان در فریم قبلی شبیه سازی می‌شود. وقتی همه فریم‌ها در سکانس انیمیشن اجرا شدند فریم‌ها به فیلم تبدیل می‌شوند یا در با فر ویدئو برای نمایش به عقب ذخیره می‌شوند.

انیمیشن‌های فیلم نیازمند ۲۴ فریم هر ثانیه در سکانس انیمیشن هستند. اگر لازم باشد

تا انیمیشن روی مانیتور ویدئو به عقب برگردانده شود به ۳۰ فریم در ثانیه نیاز است.

روش گرافیک عمومی بکار گرفته شده در بسیاری از موارد تجاری شامل

است که در آن یک شیئی به شیئی دیگر تغییر شکل می‌یابد. این روش

در موارد تجاری تلوزیونی برای تبدیل بنزین به موتور اتومبیل، یک اتومبیل به ببر،

یک گودال آب به یک تایر و صورت شخص به صورت دیگر بکار می‌رود.

مثالی از morphing در شکل ۱-۴۰ ارائه می‌شود.

#### ۴-۱ تفريحات

اکنون گرافیک کامپیوتری عموماً در ساختن تصاویر متحرک ویدئو موزیک و

نمایش‌های تلوزیونی بکار می‌رود. گاهی صحنه‌های گرافیکی توسط خودشان نشان داده

می‌شوند و گاهی اشیای گرافیکی با بازیگران و صحنه‌های زنده ترکیب می‌شوند.

یک صحنه گرافیکی تولید شده برای فیلم Star trek (خشم خان) در شکل ۱-۳۵

نشان داده شده است. سیاره و سفینه فضائی به فرم قاب سیمی‌رسم می‌شوند و با

اجرای روشهایی سایه زده می‌شوند تا سطوح جامد تولید شوند. شکل ۱-۳۶

صحنه‌های نمایش ایجاد شده با مدل سازی پیشرفته و روشهای اجرای سطح برای

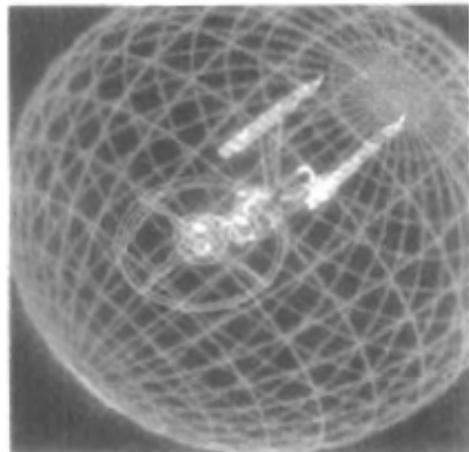
فیلم‌های کوتاه مسابقه‌ای را نشان میدهد.

بیشتر مجموعه‌های تلوزیونی روشهای گرافیک کامپیوتری را بکار می‌گیرند شکل ۱-۳۷

۱ صحنه تولید شده برای مجموعه تخمین فضای عمیق را نشان میدهد.

شکل ۱-۳۸ یک انسان بصورت قاب سیمی در ترکیب با بازیگران را در صحنه ای

زنده برای مجموعه: منظم بمان نشان میدهد.



شکل ۱-۳۵ گرافیک توسعه یافته برای فیلم Star trek (خشم خان) برای شرکت

Paramount Pictures

ما در شکل ۱-۳۹ ۱ تصویری بسیار رئالیستی داریم که از بازسازی Dadu قرن ۱۳

(پکن فعلی) برای شرکتی ژاپنی گرفته شده است.

موزیک ویدئوها از گرافیم در چندین روش استفاده میکنند اشیاء گرافیکی با عمل

زنده (شکل ۱-۳۸) قابل ترکیب اند یا تکنیک‌های پردازش گرافیکی و تصویر برای

تولید تغییر شکلی از یک شخص یا شیء به دیگری (morphing) قابل استفاده اند.

مثالی از morphing در توالی صحنه‌ها در شکل ۱-۴۰ نشان داده می‌شود که برای

ویدئوی David Bytne بنام: او است تولید شده است.



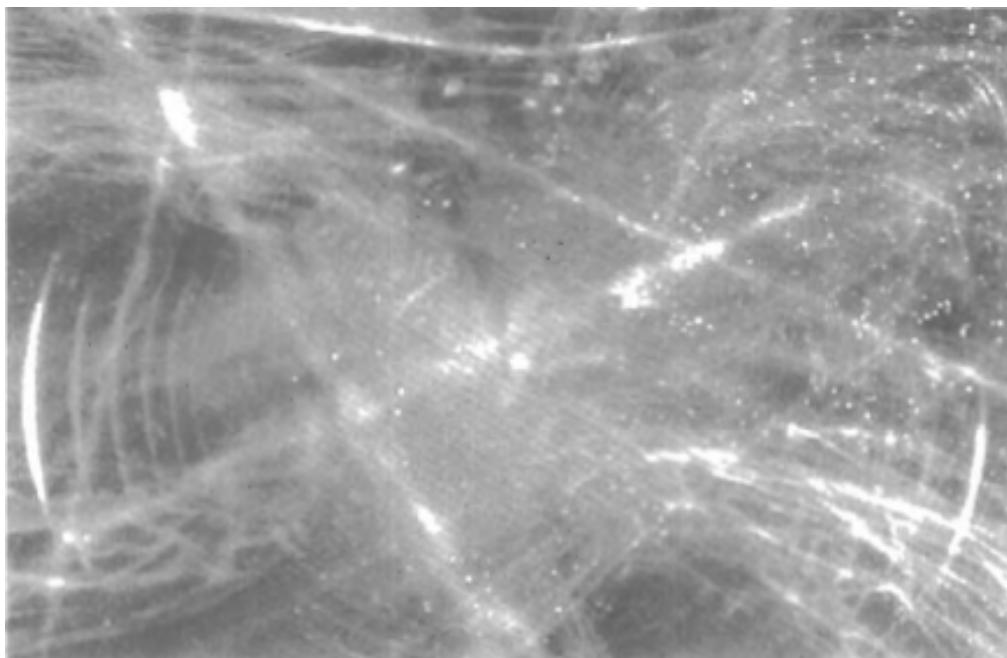
(a)



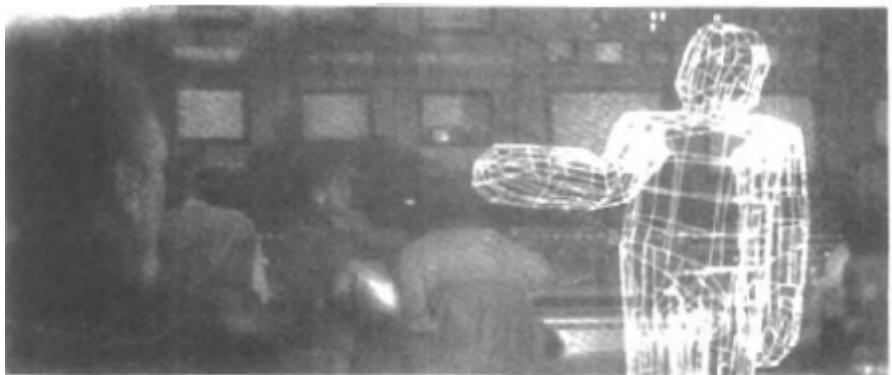
(b)

شکل ۱-۳۶ (a) یک صحنه تولید شده با کامپیوتر از فیلم رویای Red

(b) یک صحنه تولید شده با کامپیوتر از فیلم نیک تک.



شکل ۱-۳۷ یک صحنه گرافیکی در مجموعه تلوزیونی به نهمین فضای عمیق



شکل ۱-۳۸ گرافیک ترکیب شده با صحنه ای زنده در مجموعه تلویزیونی:

منظم بمان.



شکل ۱-۳۹ تصویری از بازسازی Dudu قرن ۱۳ (پکن فعلی) خلق شده توسط

شرکت Taisei (توكیو) و اجرا شده با نرم افزار TDI.





شکل ۱-۴۰ مثالهای morphing از ویدئوی او دیوانه است اثر دیوید برن.

## ۱-۵ آموزش و تمرین کردن

مدلهای سیستم‌های فیزیکی – مالی و اقتصادی ساخته شده با کامپیوتر غالباً بعنوان کمکهای آموزشی بکار می‌روند. مدلهای سیستم فیزیکی - فیزیولوژیکی، روندهای جمعیتی یا تجهیزات مانند دیاگرام (کد رنگی) شکل ۱-۴۱ به کار آموزان کمک می‌کنند تا کارکرد سیستم را درک کنند.

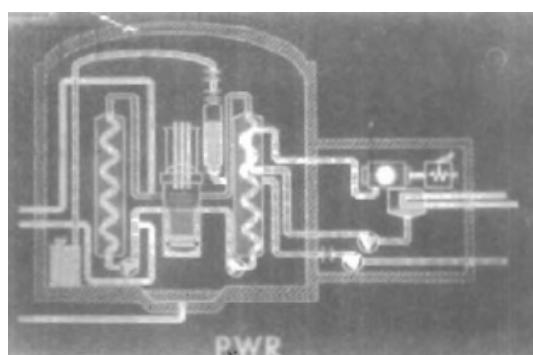
برای برخی کاربردهای تمرینی هم سیستم‌های ویژه طراحی می‌شوند. مثالهای چنین سیستم‌های تخصصی شامل شبیه سازیها برای جلسات تمرینی کاپیتانهای کشتی، خلبانهای هواپیما، اوپراتورهای صنایع سنگین و کارکنان کنترل ترافیک هوایی هستند. برخی شبیه سازها هیچ اسکرین ویدئویی ندارند مثلاً شبیه ساز پرواز با تنها یک پنجره کنترل برای پرواز کردن و سیله.

اما بیشتر شبیه سازها اسکرین‌های گرافیک را برای کارکرد بصری فراهم می‌کنند. ۲ مثال شبیه سازهای بزرگ با سیستم‌های نگاه کردن به داخل، در شکل ۱-۴۲ و ۱-۴۳ وجود دارد. نوع دیگر سیستم نگاه کردن در شکل ۱-۴۴ نشان داده شده است.

در اینجا یک اسکرین دیدن با پنجره‌های چندگانه در جلوی شبیه ساز نصب شده است و پروژکتورهای رنگی، صحنه پرواز را روی پنجره‌های اسکرین نمایش میدهند. سیستم‌های دیدن مشابهی در شبیه سازها برای تمرین کردن کارکنان برج مراقبت هواپیما بکار می‌روند.

شکل ۱-۴۵ مثالی از نقطه دستور دهنده در شبیه ساز پرواز ارائه می‌کند. صفحه کلید برای وارد کردن پارامترهای تأثیر گذار بر کارایی هواپیما یا محیط بکار می‌رود و پیاده کننده قلمی برای جدول بندي مسیر هواپیما در طی جلسه تمرینی بکار می‌رود. صحنه‌های تولید شده برای شبیه سازهای متعدد در شکلهای ۱-۴۶ تا ۱-۴۸ نشان داده می‌شوند یک خروجی از شبیه ساز رانندگی خودرو در شکل ۱-۴۹ نشان داده می‌شود این شبیه ساز برای بررسی رفتار رانندگان در وضعیت‌های بحرانی بکار می‌رود.

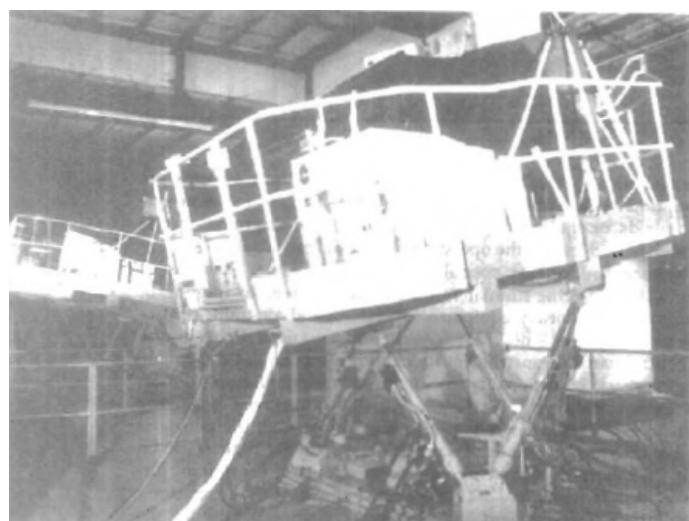
سپس واکنش‌های راننده بعنوان اساسی برای بهینه کردن طراحی خودرو بکار می‌رود تا ایمنی ترافیک به حداقل برسد.



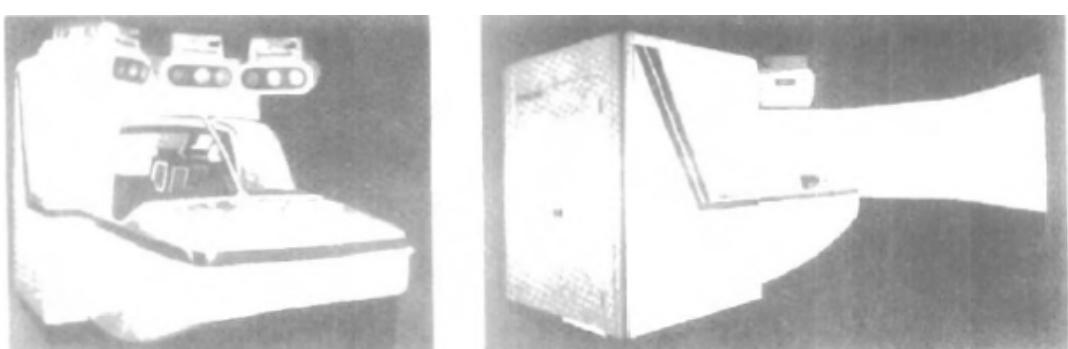
شکل ۱-۴۱ دیاگرام با کد رنگی بکار رفته برای توضیح کارکرد یک رآکتور هسته‌ای.



شکل ۱-۴۲ یک شبیه ساز بزرگ پرواز با سیستم بصری کاملاً رنگی  
و ۶ درجه آزادی حرکت



شکل ۱-۴۳ یک شبیه ساز تانک نظامی با سیستم تصویر ساز بصری



شکل ۱-۴۴ یک شبیه ساز پرواز با سیستم دیدن بیرون تمام رنگی



شکل ۱-۴۵ یک منطقه دستور دهنده در شبیه ساز پرواز.

تجهیزات به دستور دهنده اجازه میدهد تا شرایط پرواز را پایش کند و پارامترهای هواپیما و محیط را وضع کند.



شکل ۱-۴۶ تصویر ساز شبیه ساز پرواز



شکل ۱-۴۷ تصویر سازی تولید شده برای شبیه ساز ناو



شکل ۱-۴۸ تصویر سازی شاتل فضایی



شکل ۱-۴۹ تصویر سازی از شبیه ساز اتومبیل بکار رفته برای

تست کردن واکنش راننده

## ۱-۶ بصری سازی

دانشمندان – مهندسان و پرسنل پژوهشکی، کسب و کار، تجزیه و تحلیل کنندگان

کسب و کار و دیگران غالباً نیازمند آنالیز کردن مقادیر زیاد اطلاعات یا مطالعه رفته

فرایندهای معین هستند شبیه سازی‌های عددی انجام شده روی ابر کامپیوترها مکرراً

فایل‌های داده ای حاوی هزاران و حتی میلیونها مقدار داده ای را تولید می‌کنند.

همینطور دوربین‌های ماهواره و منابع دیگر فایل‌های داده‌های بزرگ گیج کننده بیش

از مقدار قابل تفسیر را تولید می‌کنند. اسکن کردن این دسته‌های بزرگ اعداد برای

تعیین روندها و روابط، فرایندی کسل کننده و غیر موثر است. اما اگر داده‌ها به فرم

بصری تبدیل شوند غالباً روندها و الگوها فوراً ظاهر می‌شوند.

شکل ۱-۵۰ مثالی از دسته داده ای بزرگ را نشان میدهد که به نمایش کد رنگی

ارتفاعات نسبی بالای سطح زمین تبدیل شده است.

وقتی ما مقادیر تراکم را بدین روش پلات کنیم به راحتی میتوانیم الگوی کلی داده‌ها

را به راحتی ببینیم.

تولید نمایش‌های گرافیکی برای دسته‌های داده ای و فرایندهای علمی، مهندسی و

پژوهشکی عموماً به بصری سازی علمی تعبیر می‌شود. و اصطلاح بصری سازی کسب و

کار در ارتباط با دسته‌های داده‌ها بستگی دارند. مجموعه ای از داده‌ها می‌توانند

حاوی مقادیر اسکالر، بردارها، تانسورهای درجه بالاتر یا هر ترکیبی از این انواع

داده‌ای باشند.

و دسته‌های داده ای میتوانند ۲ بعدی یا ۳ بعدی باشند.

کد گذاری با رنگ فقط یک راه برای بصری سازی دسته داده ای است. تکنیک‌های

اضافی شامل پلاتهای دایره ای، نمودارها و جداول، اجرای سطوح (اصلاحات) و

بصری سازی بخش‌های داخلی حجم باشد. علاوه بر این، تکنیک‌های پردازش با

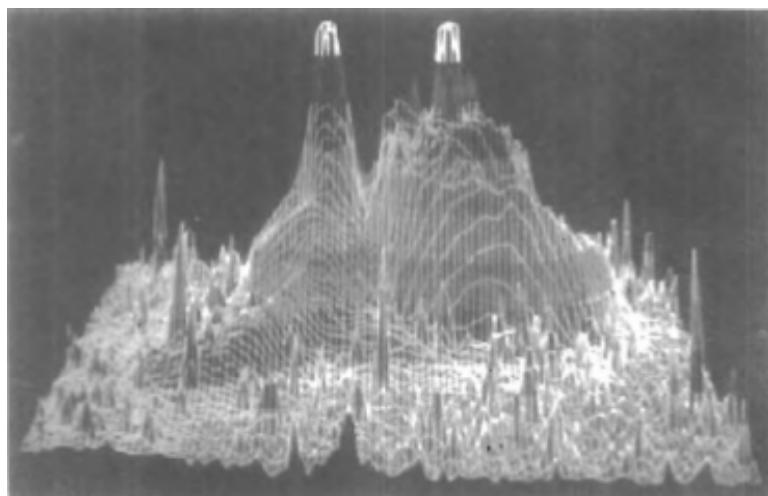
گرافیک کامپیوتری ترکیب می‌شوند تا بصری سازی‌های داده‌های بسیار تولید شوند.

ریاضیدانان – دانشمندان فیزیک و دیگران از تکنیک‌های بصری برای آنالیز توابع

ریاضی و فرایندها یا بسادگی برای تولید نمایشهای جالب گرافیکی استفاده می‌کنند.

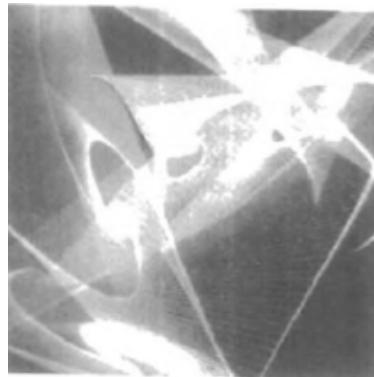
یک پلات رنگی توابع منحنی ریاضی در شکل ۱-۵۱ و یک پلات سطحی یک تابع

در شکل ۱-۵۲ نشان داده می‌شود.

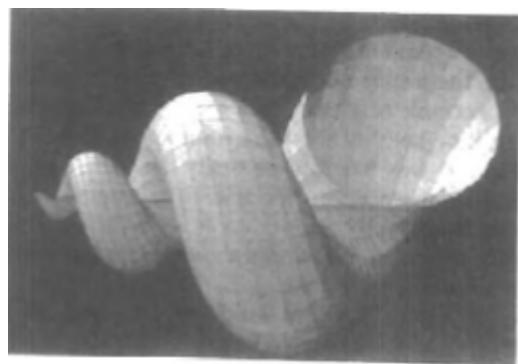


شکل ۱-۵۰ یک پلات کدگذاری شده رنگی با تراکم نقطه ۱۶ میلیونی و روشنائی

نسبی مشاهده شده برای سهابی گردابی که ۲ کهکشان مجزا را آشکار می‌کند.



شکل ۱-۵۱ توابع منحنی ریاضی پلاس در ترکیبات رنگی مختلف



شکل ۱-۵۲ اثرات روشنایی و تکنیک‌های اجرای سطح برای تولید این نمایش

سطحی برای تابعی ۳ بعدی بکار رفته اند.

طرز عملهای کسری با استفاده از چهارتایی‌ها شیئی (شکل ۱-۵۳) را تولید کرده اند

و ساختار توپوگرافیکی در شکل ۱-۵۴ نمایش داده می‌شود. همچنین دانشمندان در

حال توسعه روشهایی برای بصری سازی رده‌های عمومی داده‌ها هستند.

شکل ۱-۵۵ تکنیک عمومی برای نموداری کردن و مدل سازی داده‌های توزیع یافته

روی سطحی کروی را نشان میدهد.

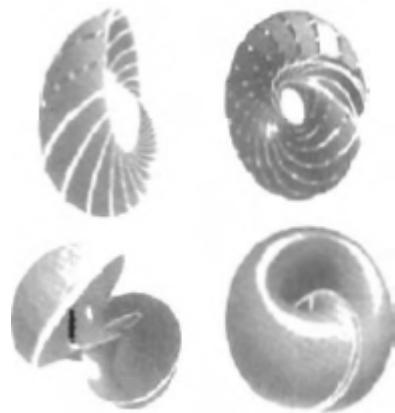
چند تا از کاربردهای دیگر بصری سازی در شکل‌های ۱-۵۶ تا ۱-۶۹ نشان داده

می‌شوند. این شکلها جریان هوا روی سطح یک شایل فضایی، مدل سازی عددی

طوفان باران‌ها، مطالعه پیشرفت ترک در فلزات، پلات کد گذاری شده رنگی چگالی سیال روی یک ورقه هوا، یک تقسیم کننده مقطع عرضی برای دسته‌های داده‌ای، مدل سازی پروتئینف ملاحظه سه بعدی ساختار مولکولی، یک مدل از کف اقیانوس، شبیه سازی آتش نفت در کویت، مطالعه آلودگی هوا، مطالعه رشد ذرت، بازسازی تخریب دره Chaco در آریزونا و نموداری از آمار تصادفات خود رویی را نشان میدهد.



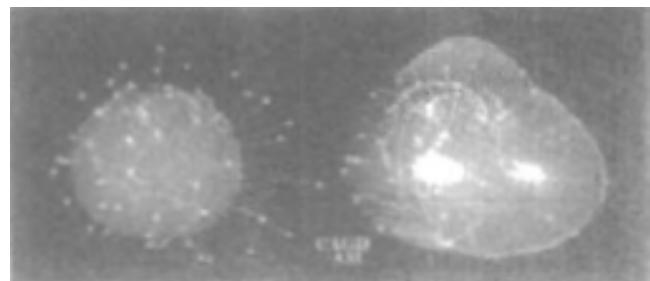
شکل ۱-۵۳ شیء ۴ بعدی پیشروی کرده بدرون فضای ۳ بعدی سپس در یک مانیتور ویدئویی نمایش داده شده و با رنگ کد گذاری می‌شود. شیء با استفاده از چهارتائی‌ها و طرز عملهای مربع کردن کسرها ساخته شده و یک octant کسر شده تا دسته کمپلکس Julia را نشان بدهد.



شکل ۱-۵۴ چهار منظره از مطالعه سطوح مینی مال (مارها) بطريقه زمان واقعی،

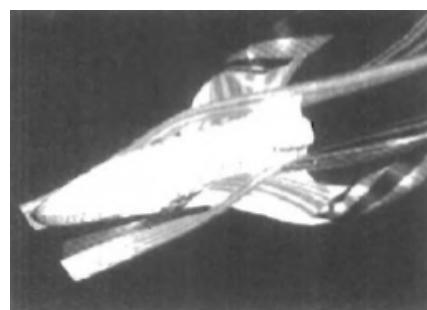
انیمیشن کامپیوتری متعامل در زمان واقعی در ۳ کره پیشروی کرده به فضای اقلیدسی

بعدی ۳

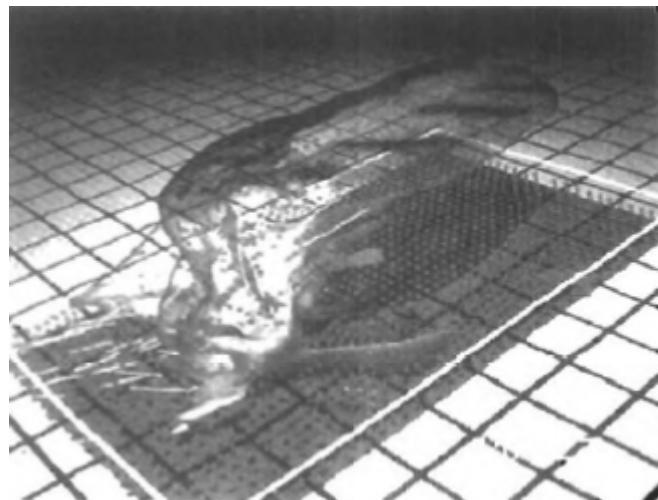


شکل ۱-۵۵ روشی برای نمودار بندی و داده‌های مدل سازی توزیع شده

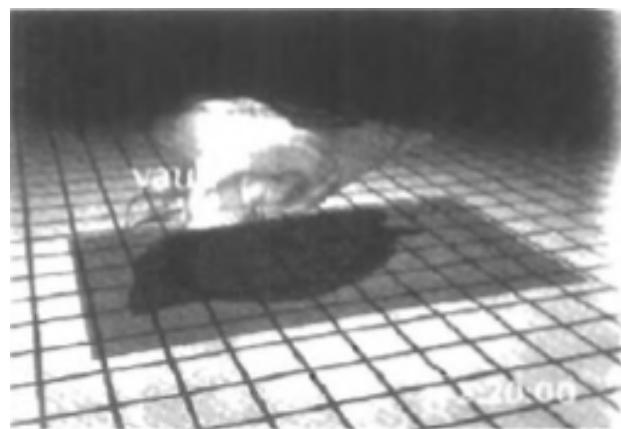
روی سطحی کروی.



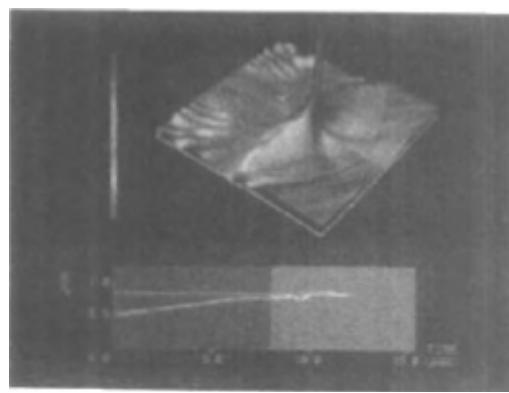
شکل ۱-۵۶- بصری سازی جریان سطوح جویبار مانند که از اطراف یک شاتل فضایی  
میگذرد (توسط Jeffitult guist و Eric Raible ، ناسا)



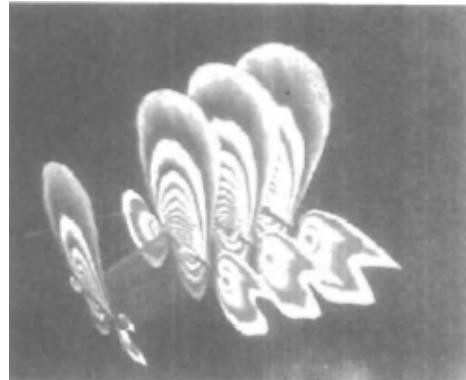
شکل ۱-۵۷ مدل عددی جریان هوای درون یک طوفان باران



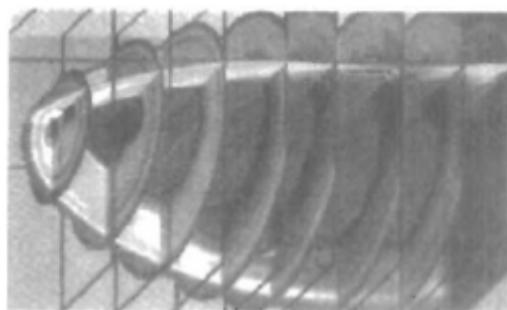
شکل ۱-۵۸ مدل عددی سطح یک طوفان باران



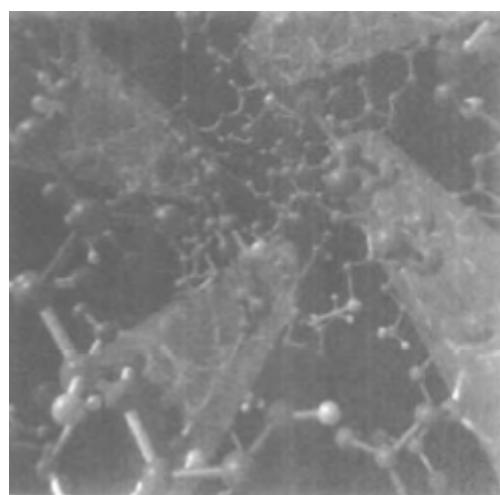
شکل ۱-۵۹ بصری سازی (کد رنگی) چگالی انرژی تنشی در یک مطالعه پیشرفت  
ترک برای صفحات فلزی، مدل سازی شده توسط Bob Haber



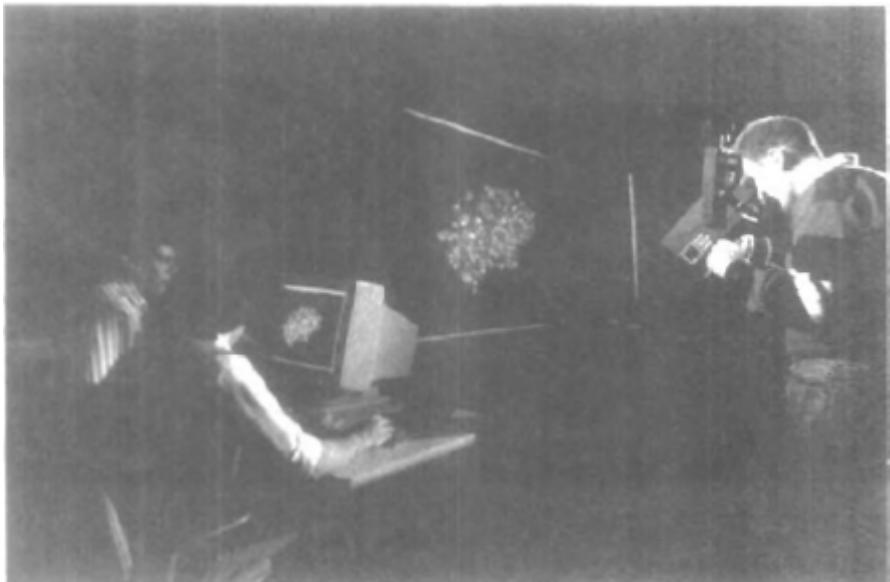
شکل ۱-۶۰ شبیه سازی دینامیک سیال که پلات کد رنگی چگالی سیال را روی بازه ای از سطوح شبکه ای پیرامون بال هواپیما نشان میدهد (توصیعه توسط Lee-Hian Jeffery Tan و John Eichemeyer ، quek



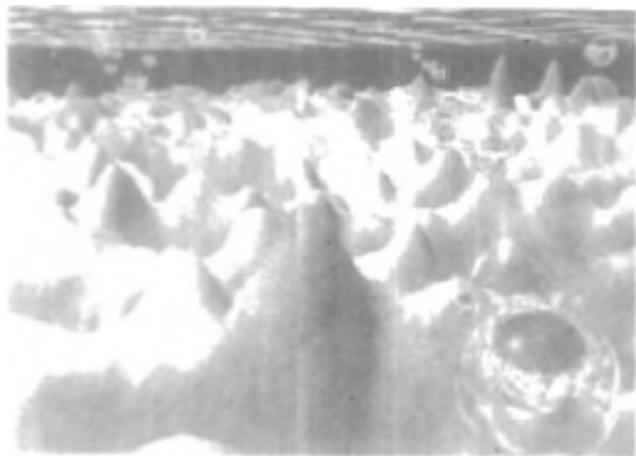
شکل ۱-۶۱ نرم افزار Slicer – dicer تجاری که مقادیر داده های کد رنگی را در قطعات مقطع عرضی یک سری داده ای نشان میدهد.



شکل ۱-۶۲ بصری سازی ساختار یک پروتئین توسط kim Bal و Jay siegel .SDSC ، dridge



شکل ۱-۶۳ ملاحظه سه بعدی ساختار مولکولی با استفاده از ابزار boom.

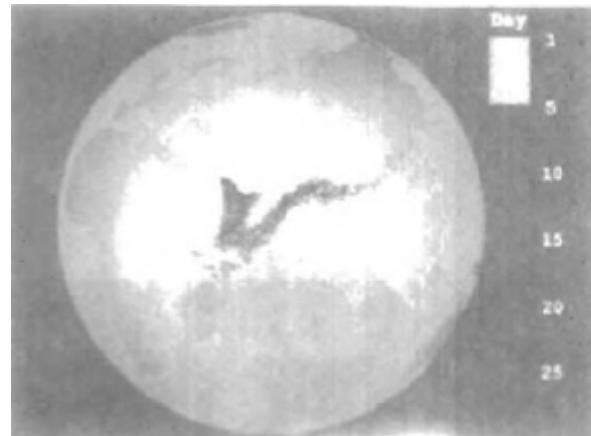


شکل ۱-۶۴ تصویری (مجازی) از یک زوج سه بعدی که بصری سازی کف اقیانوس

(حاصل از داده‌های ماهواره‌ای) را نشان میدهد.

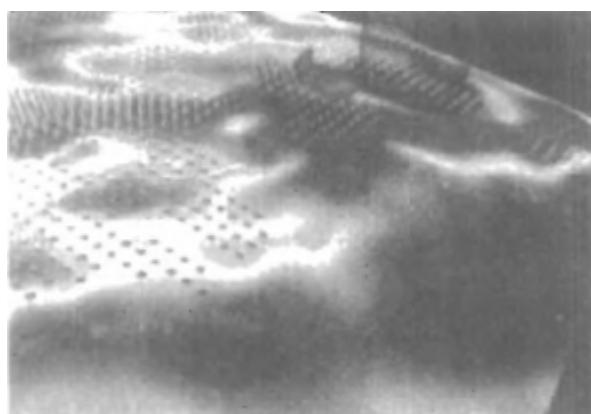
(توسعه توسط Chris Small و David Sandwell، موسسه اقیانوس شناسی

. SDSC از Jim Meleod و Scripps



شکل ۱-۶۵ شبیه سازی اثرات آتش نفت کویت توسط

(Gary Glatzmeier, Chuck Hanson, and Paul Hinken.)



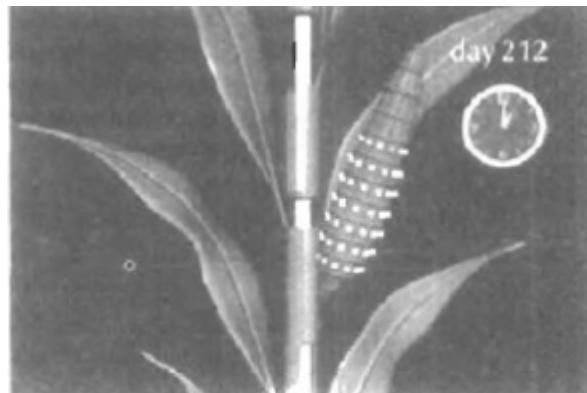
شکل ۱-۶۶ بصری سازی آلودگی روی سطح زمین (توسط Tom Palmor، از

Dave NCSC، Chris Landreth، NCSC /، Cray Research شرکت

NCSC، Bock

آلوده کننده  $SO_4$  بصورت سطحی آبی پلات می شود (بارش باران اسیدی یک سطح

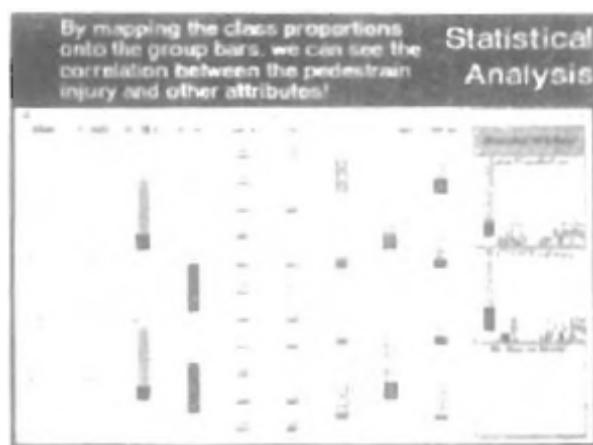
رنگی روی سطح نقشه است و غلظت باران بصورت استوانه های با رنگ روشن)



شکل ۱-۶۷ یک فریم از سکانس انیمیشن که توسعه یک خوشه ذرت را نشان میدهد



شکل ۱-۶۸ بصری سازی بازسازی تخریب‌ها در دره Chaco آریزونا



شکل ۱-۶۹ یک تکنیک پیش نمونه بنام Win Viz برای بصری سازی داده‌های ستونی چند بعدی در اینجا برای تطابق اطلاعات آماری روی عباران درگیر در تصادفات رانندگی بکار می‌رود. (توسعه توسط تیم بصری سازی در ITT)

## پردازش تصویر

اگرچه روش‌های بکار رفته در گرافیک کامپیوتر و پردازش تصویر با هم همپوشانی میکنند ۲ حوزه به عملیات اساساً متفاوت مربوطند. در گرافیک کامپیوتری یک کامپیوتر برای خلق یک تصویر بکار می‌رود. از سوی دیگر - پردازش تصویر از تکنیک‌هایی بهره می‌گیرد تا تصاویر موجود تغییر یابند یا تفسیر شوند مثل عکس‌ها و اسکن‌های تلوزیون.

۲ کاربرد اصلی پردازش تصویر (۱) بهبود کیفیت تصویر (۲) درک ماشینی اطلاعات بصری، همانطور که در روباتیک یکار می‌رود.  
ما برای بکار بردن روش‌های پردازش تصویر در ابتدا عکسی را دیجیتالی یا تصویر دیگر را بخشهای تصویر بکار می‌روند تا جدایش تصویرها تقویت شود یا کیفیت سایه زنی بهبود یابد.

مثالی از کاربرد روش‌های پردازش تصویر برای بالا بردن کیفیت یک تصویر در شکل ۱-۷۰ نشان داده می‌شود. این تکنیک‌ها بطور گسترده در کاربردهای هنر تجاری بکار می‌روند که شامل مرتب کردن و مماس کردن دوباره قطعات عکس‌ها و دیگر کارهای هنری است.

روشهای مشابهی برای آنالیز عکس‌های ماهواره‌ای از زمین و عکس‌های کهکشان بکار می‌روند.

همچنین کاربردهای پزشکی استفاده وسیعی از تکنیک‌های پردازش تصویر برای تقویت تصویر و در توموگرافی و شبیه سازی‌های اعمال جراحی می‌کنند. توموگرافی تکنیکی از عکس برداری اشعه X است که دیدن مقطع عرضی سیستم‌های فیزیولوژیکال نشان داده شده را مقدور می‌کند.

هر دوی توموگرافی کامپیوتری اشعه X (CT) و توموگرافی انتشار موقعیت (PET) از روش‌های تصویر اندازی سه بعدی برای بازسازی مقاطع عرضی از داده‌های دیجیتالی استفاده می‌کنند.



شکل ۱-۷۰ عکسی تار از یک صفحه مدرک پس از بکار بردن تکنیک‌های پردازش تصویری ارزش قانونی می‌یابد.

همچنین این تکنیک‌ها برای پایش کارکردهای درونی و نشان دادن مقاطع عرضی در طی جراحی بکار می‌روند.

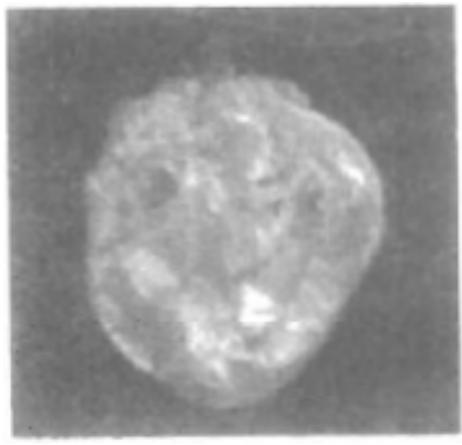
دیگر تکنیک‌های تصویر برداری پزشکی شامل اولتراسونیک و اسکنرهای پزشکی هسته‌ای می‌باشند. با اولتراسونیک، امواج صوت با فرکانس بالا به جای اشعه ایکس برای ساختن داده‌های دیجیتالی بکار می‌روند.

اسکنرهای پزشکی هسته‌ای، داده‌های دیجیتالی حاصل از انتشار تابش از رادیو کلوئیدهای بلعیده شده را جمع آوری می‌کنند و تصاویر کد رنگی را پلات می‌کنند. پردازش تصویر و گرافیک کامپیوتری نوعاً با کاربردهای بسیاری ترکیب می‌شوند.

مثلاً پزشکی از این تکنیک‌ها برای مدل سازی و مطالعه کارکردهای فیزیکی، برای مطالعه اندامهای مصنوعی و برنامه ریزی و انجام جراحی‌ها استفاده می‌کنند.

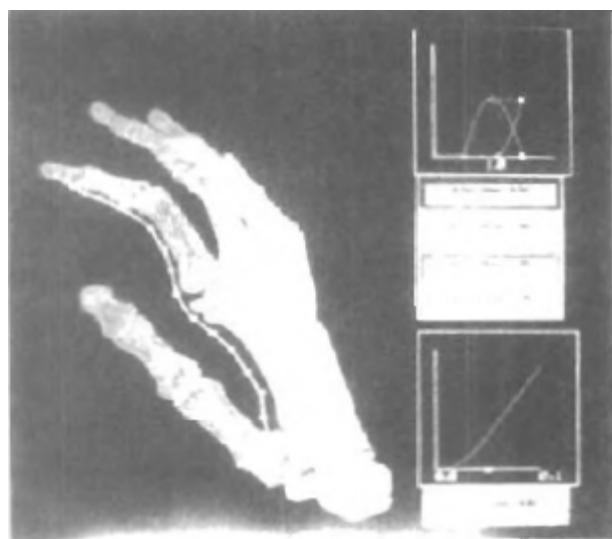
کاربرد آخر عموماً جراحی به کمک کامپیوتر اطلاق می‌شود. مقاطع عرضی ۲ بعدی بدن با استفاده از تکنیک‌های تصویر برداری بدست می‌آیند. سپس قطعات مشاهده و با استفاده از روش‌های گرافیکی دستکاری می‌شوند تا طرز عمل‌های واقعی جراحی شبیه سازی شوند و برش‌های مختلف جراحی امتحان شوند.

مثالهای این کاربردهای پزشکی در شکل‌های ۱-۷۱ و ۱-۷۲ نشان داده می‌شوند.



شکل ۱-۷۱ یک فریم از انیمیشن کامپیوتری که سطوح فعالسازی قلبی درون مناطق اجرا شده حجم نیمه شفاف قلب سگ را بصری سازی میکند.

G.Allan و Ed Slipson ، William Smith داده‌های پزشکی توسط Duke Johnson از دانشگاه Duke ارائه شده اند. ارائه نرم افزار اجرای تصویر مجازی NCSC/Cray از شرکت تحقیقاتی Tom Palmer توسط بوده است.



شکل ۱-۷۲ یک تصویر از زوج تصویر اندازی ۳ بعدی استخوانهای دست انسانی را نشان میدهد تصاویر توسط D.E Thomosonc ، Inmo Yoon و

W.N.Wagenspack از دسته داده ای بدست آمده از سی تی اسکن‌هایی موسسه

تحقيقات احیا GWLNHDC اجرا شده‌اند. این تصاویر یک مسیر تاندون احتمالی

برای جراحی بازسازی را نشان میدهند.

## ۱-۸ سرحدهای کاربر گرافیکی

اکنون عموماً نرم افزارها سر حدی گرافیکی را ارائه میکنند جزء مهم یک سرحد

گرافیکی یک مدیر پنجره است که به کاربر اجازه میدهد تا حوزه‌های چند پنجره ای

را نمایش دهد. هر پنجره دارای فرایندی مختلف است که دارای نمایشهای گرافیکی

و غیر گرافیکی میباشد ما برای فعال کردن یک پنجره خاص براحتی در آن پنجره با

استفاده از ابزار اشاره کردن متعامل کلیک میکنیم.

همچنین سرحدها منوها و آیکون‌ها را برای انتخاب سریع عملیات پردازش یا مقادیر

پارامتر نمایش میدهند. یک آیکون نمادی گرافیکی است که برای داشتن شباهت یا

گزینه پردازشی که نمایش میدهد طراحی شده است. منافع آیکون‌ها آن است که آنها

فضایی کمتر از توضیحات متنی میگیرند و براحتی قابل درک هستند اگر بخوبی

طراحی شوند.

منوها (نوارهای کار) دارای لیست‌های توضیحات متنی و آیکون‌ها هستند

شکل ۱-۷۳ سر حدی گرافیکی نوعاً دارای مدیر پنجره، نمایشهای منو و ایکون‌ها را

توضیح میدهد در این مثال، منوها انتخاب گزینه‌های پردازش، ارزشهای رنگ و

پارامترهای گرافیکی را مقدور میکنند.

آیکون‌ها گزینه‌ها را برای رنگ آمیزی – نقاشی – زوم کردن – رشته‌های تایپ کردن  
متن و دیگر عملیات مرتبط با ساختن تصویر را نشان میدهند.



شکل ۱-۷۳ یک سر حدی کاربر گرافیکی که مناطق پنجره چندگانه – منوها و آیکون‌ها را نشان میدهد.

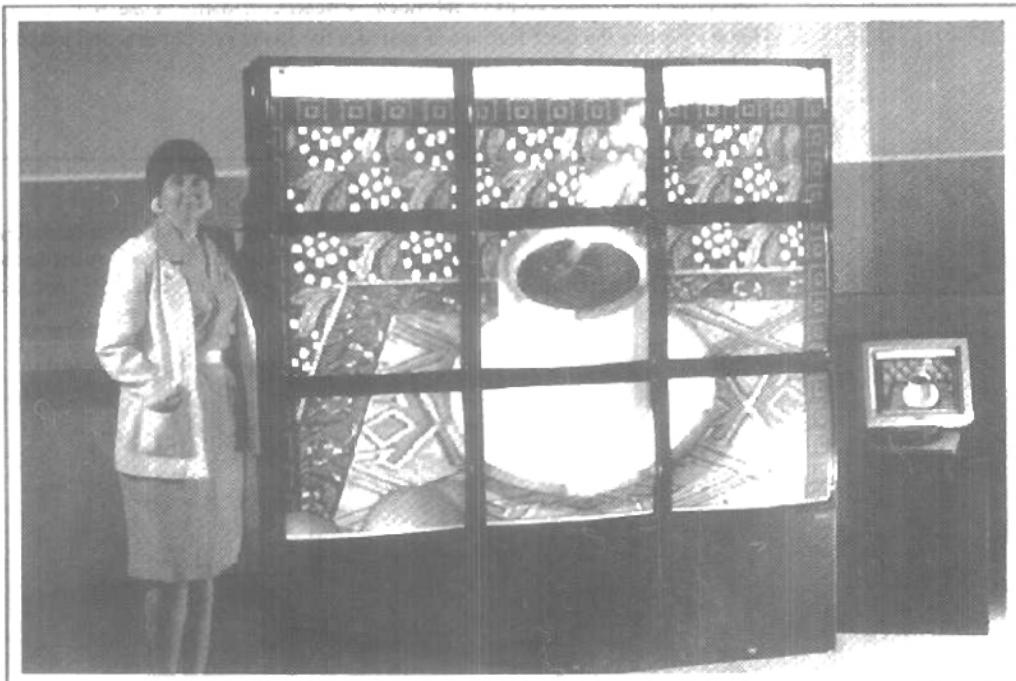
CHAPTER

---

# 2

## Overview of Graphics Systems

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)



[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

به خاطرگستردنی استفاده از سخت افزارها و نرم افزارهای گرافیکی در وسایل روزمره مثل ماشین حسابهای دستی و کامپیوترهای معمولی و همچنین استفاده ای سطح بالا از سخت افزارها و نرم افزارها برای اهداف ویژه در این فصل ویژگی های اساسی اجزای سخت افزارهای گرافیکی و بسته های نرم افزاری گرافیکی توضیح داده می شود.

## VIDEO DISPLAY DEVICES

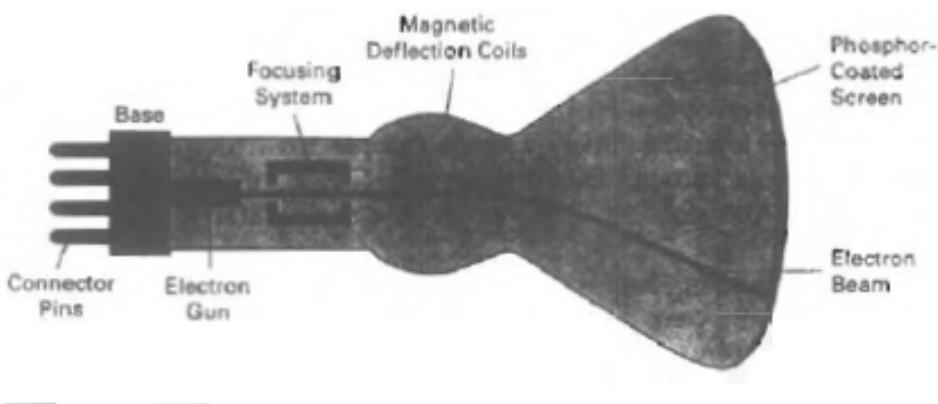
اولین وسیله ای خروجی در یک سیستم گرافیکی نمایشگر می باشد، که عملکرد اکثر این نمایشگرها بر پایه ای طرح لوله های اشعه ای کاتدی یا CRT می باشد.



Figure 2-1  
A computer graphics workstation. (Courtesy of Tektronix, Inc.)

### Refresh cathode-ray tube

شکل ۲-۲ اجزای اصلی یک CRT رانشان می دهد که در آن پرتویی از الکترونها



*Figure 2-2  
Basic design of a magnetic-deflection CRT.*

که به وسیله‌ی تفنگ الکترونی نشر می‌شود از سیستم‌های تمرکزی و انحراف کننده عبور می‌کند، که این سیستم‌ها باعث هدایت پرتو به سمت مناطق ویژه‌ای روی صفحه‌ای پوشیده با فسفر می‌شود. این صفحه باعث می‌شود در هر نقطه‌ای که پرتو به آن برخورد می‌کند

یک نقطه‌ی کوچک از نور درخشان شود، چون نوری که به وسیله‌ی فسفر منتشر می‌شود خیلی سریع ناپدید می‌شود.

برای حفظ تصویر صفحه نیاز به برخی متدها است، یکی از این راهها هدایت مکرر پرتوی الکترونی به همان نقطه است، به این نوع از نمایش CRT احیایی می‌گویند.

اجزای اصلی یک تفنگ الکترونی در CRT کاتد فلزی گرم شده و تیغه‌ی کنترلی است.

### شکل ۳-۲

گرما از طریق یک جریان در سیم پیچی که فیلامنت نامیده می‌شود داخل ساختار کاتدی قرار دارد. در داخل CRT الکترونهای با بار منفی به سمت پوشش فسفری با ولتاژ مثبت

بالا هدایت می شود، ولتاژ سریع به وسیله‌ی پوشش فلزی با بار مثبت در داخل محفظه‌ی CRT نزدیک صفحه‌ی فسفری و یا بوسیله‌ی یک آند تسریع کننده ایجاد می شود.

گاهی اوقات تفنج‌های الکترونی به گونه‌ای ساخته می شود که در آنها آند تسریع کننده وسیستم مرکزی در یونیت یکسانی قرار دارد.

شدت پرتوی الکترونی بوسیله‌ی تنظیم مقادیر ولتاژ روی تیغه‌ی کنترلی، کنترل می شود.

ولتاژ منفی بسیار بالای تیغه‌ی کنترلی باعث دفع الکترونها و متوقف کردن آنها می شود و از خروج الکترونها از سوراخ کوچک تیغه‌ی کنترلی ممانعت به عمل می آورد، هرچه میزان الکترونها عبوری کمتر، شفافیت تصویر کمتر می شود.

برای جلوگیری از دفع الکترونها بوسیله‌ی یکدیگر و پخش مستقیم آنها در مسیر از سیستم مرکزی استفاده می شود.

سیستم مرکزی دو نوع می باشد: ۱) میدان الکتریکی ۲) میدان مغناطیسی

**میدان الکتریکی:** در این روش الکترونها از یک صفحه‌ی فلزی با بار مثبت رد می شوند، که از این مکانیزم در تلوزیون و نمایشگرهای کامپیوتر استفاده می شود.

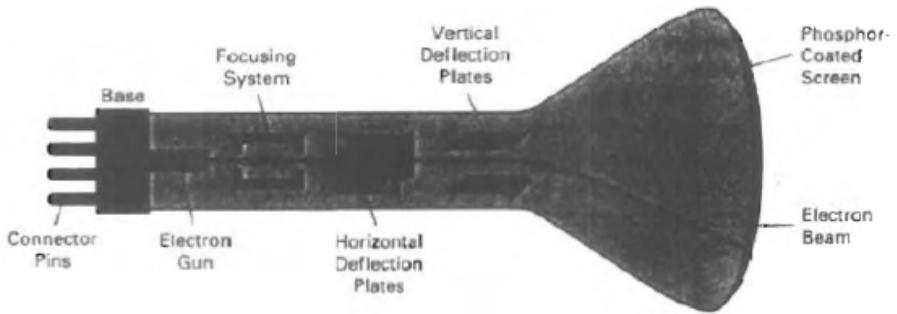
**میدان مغناطیسی :** اندازه‌ی نقطه روی صفحه‌ی فسفری کوچکترین مقدار خود را دارد.

در سیستم انحرافی که از دو جفت سیم پیچ که در بالای محفظه‌ی CRT و دو جفت دیگر آن در پایین محفظه قرار دارند برای انحراف پرتو به تمام نقاط صفحه استفاده می شود.

سیستم انحرافی نیز دو نوع می باشد:

۱) میدان الکتریکی: موقعیت سیم پیچها متفاوت از میدان مغناطیسی

۲) میدان مغناطیسی: در CRT‌ها معمول است



*Figure 2-4*  
Electrostatic deflection of the electron beam in a CRT.

دو جفت صفحه موازی در داخل محفظه CRT وجود دارد. یک جفت به صورت افقی که انحراف عمودی را کنترل می کند.

در صفحه‌ی فسفری انرژی الکترونها بوسیله‌ی فسفر جذب می شود و الکtron اتم فسفر به اوربیتال‌های بالاتر برانگیخته می شود و هنگام برگشتن انرژی به صورت نور آزاد می شود، فرکانس نور منتشر شده به اختلاف سطح انرژی مکان اصلی الکtron و اوربیتالی که منتقل می شود بستگی دارد.

ماندگاری نقطه‌ی شفاف بسته به فسفر متفاوت است.

تا یک ثانیه هم قدرت ماندگاری گزارش شده ول معمولاً  $10^{-60}$  میکروثانیه هست.

وضوح: بیشترین تعداد نقاطی که می تواند بدون over lap در CRT نمایش داده می شود.

وضوح سیستم های با کیفیت بالا ۱۰۲۴ تا ۱۲۸۰ می شود.

سایز مانیتورهای گرافیکی ۱۲ تا ۲۷ اینچ است.

## Raster-scan display

متداولترین نمایشگرهای گرافیکی که اساس CRT دارند این نمایشگرها هستند. در این سیستم مشخصات تصویر که به صورت  $10 \times 10$  است در یک حافظه که refresh buffer نامیده می‌شود ذخیره می‌شود و از روی این اطلاعات پرتو در نقاط خاصی از صفحه که ۱ است تابیده می‌شود و در نقاط  $0 \times 0$  تابیده نمی‌شود، این خواندن اطلاعات سطر به سطر انجام می‌شود تا یک تصویر کامل روی صفحه‌ی نمایشگر بوجود بیاید.

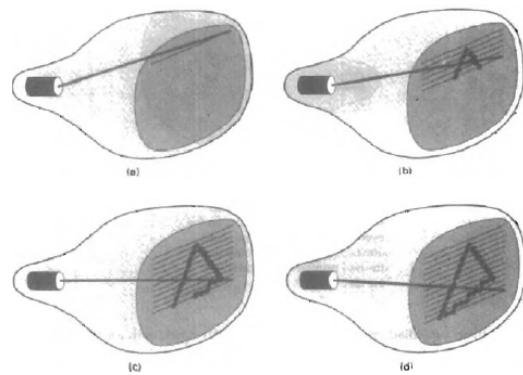


Figure 2-7  
A raster-scan system displays an object as a set of discrete points across each scan line.

به هر نقطه در صفحه پیکسل می‌گویند. در سیستم‌های با کیفیت بالا، گاهی ۲۴ بیت برای نمایش هر نقطه از تصویر لازم است که به حافظه‌ی این نوع تصاویر pixmap گفته می‌شود.

در سیستم‌های سیاه سفید برای هر پیکسل یک بیت داریم که به حافظه‌ی این نوع تصاویر raster-scan bitmap گفته می‌شود. در تلویزیون‌ها و پرینترها از سیستم استفاده می‌شود.

در این سیستم‌ها ۸۰ فریم در ثانیه خوانده می‌شود.

## RANDOM-SCAN DISPLAY

در این ساختار، CRT پرتوی الکترونی را فقط به قسمتهایی از صفحه هدایت می کند که قرار است تصویر کشیده شود. این مانیتورها یک سطر از تصویر را در آن واحد می کشنند به این سبب به نمایشگرهای vector stroke-writing معروف هستند، و حافظه‌ی این نوع تصاویر

Refresh display نامیده می شود.

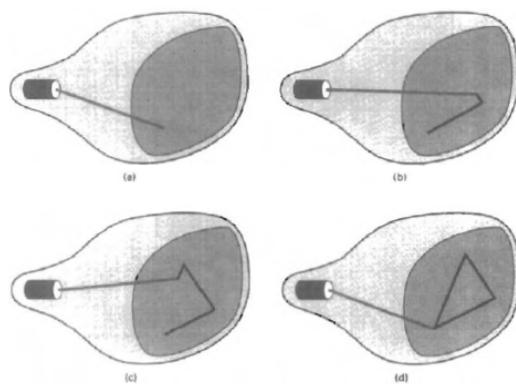


Figure 2-9  
A random-scan system draws the component lines of an object in any order specified.

این سیستم تمام اجزای خطوط را ۳۰ تا ۶۰ بار در هر ثانیه می کشد. سرعت refresh ۶۰ فریم در هر ثانیه است، اگر این سرعت بالاتر رود امکان سوختن صفحه‌ی فسفری وجود دارد.

برای کشیدن خطوط و به تصویر کشیدن مناظر طبیعی این سیستم مناسب می باشد.

سیستم random عموماً وضوح بالاتری از raster دارند.

\_\_\_\_\_ در random خطوط به صورت صاف دیده می شوند:

----- ولی در سیستم های raster خطوط ناهموار دیده می شود:

## COLOR CRT MONITOR

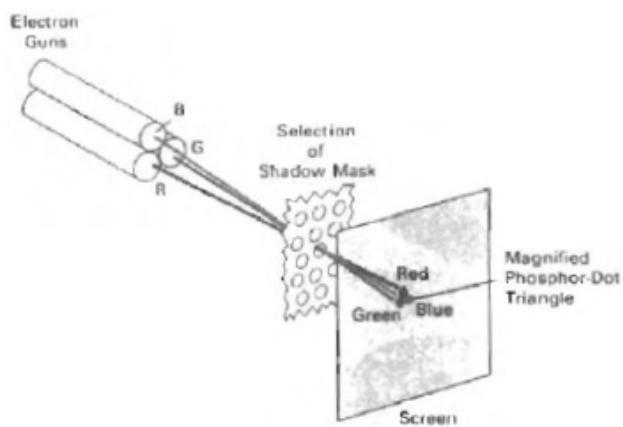
نمایشگرهای رنگی CRT با ترکیب نوارهای منتشره از فسفرهای مختلف طیفی از رنگها را ایجاد می کنند.

دو روش اساسی برای تولید تصویر رنگی در CRT‌ها وجود دارد :

۱) **روش نفوذ پرتو:** در این روش نمایشگرها از سیستم RANDOM SCAN برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند. دو لایه‌ی فسفر که معمولاً قرمز و سبز هستند در داخل CRT صفحه را پوشش داده اند، رنگ نمایش داده شده بر حسب اینکه پرتوی الکترونی تا چه اندازه به لایه‌ی فسفر نفوذ می کند، متفاوت خواهد بود.

پرتوی الکترونی‌های کند، فقط لایه‌ی بیرونی یعنی قرمز را برانگیخته می کند در حالیکه یک پرتوی الکترونی سریع، از لایه‌ی قرمز عبور می کند و لایه‌ی درونی سبز رنگ را بر انگیخته می کند و پرتوی با سرعت متوسط، ترکیبی از نور قرمز و سبز منتشر می کند که حاصل آن رنگهایی مثل نارنجی و زرد، خواهد بود. سرعت الکترونها هم به وسیله‌ی ولتاژ تسریع کننده‌ی الکترون تنظیم می شود.

۲) **روش سایه نقاب:** در این روش نمایشگرها از سیستم RASTER SCAN برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند. در این روش طیف وسیعی از رنگها نسبت به روش قبلی تولید می شود. شکل ۲-۱۰ روشن دلتا-دلتای نقاب سایه ایی را نشان می دهد که از سه تفنگ الکترونی، پرتوهایی با رنگهای سبز، قرمز و آبی ساطع می شود و بعد از گذر از ماسک در صفحه‌ی فسفری با یکدیگر ترکیب می شوند. رنگی که ما در صفحه می بینیم بسته به مقدار برانگیخته شدن فسفرهای سبز، قرمز و آبی دارد. نقاط سفید، حاصل فعل شدن همزمان سه نقطه با شدت مساوی می باشد.



یا مثلا رنگ زرد، هنگامی تولید می شود که نقاط سبز و قرمز باهم ادغام می شوند. این سیستم در بعضی از کامپیوترهای خانگی و بازی های ویدیوئی به کار می رود.

در سیستم های گرافیکی RASTER با کیفیت بالا که برای هر پیکسل ۲۴ بیت در فریم بافر خود دارند، ۲۵۶ تنظیم ولتاژ برای هر تفنگ الکترونی و نزدیک به ۱۷ میلیون برای هر پیکسل وجود دارند.

سیستم رنگی rgb با ۲۴ بیت برای هر پیکسل full color system نامیده می شود.

## Direct-view storage tubes

روش جایگزین برای حفظ تصویر صفحه است، که ذخیره ی اطلاعات در داخل refresh CRT را جایگزین dvst می کند. که اطلاعات تصویر را به صورت توزیع بار در کنار صفحه ی فسفریک ذخیره می کند. دو تفنگ الکترونی در dvst استفاده می شود.

یک تفنگ برای ذخیره ی الگوی تصویر و تفنگ دیگر که ماندگاری تصویر را حفظ می کند.

نمایش dvst در مقایسه با CRT مزايا و معایبی دارد.

در dvst به علت نبود refresh، تصاویر با وضوح بالا قابل نشان دادن است.

و معاویش این است که رنگ را نمی توان نشان داد و برای اصلاح تصویر باید کل تصویر را پاک کرد، به همین علت نمایشگرهای raster storage جایگزین سیستم های شداند.

## Flat panel display

این واژه به دسته ایی از وسایل ویدیوئی اشاره می کند که حجم، وزن و نیاز قدرتی کمی در مقایسه با CRT دارند.

ویژگی برجسته شان نازکتر بودن آنها نسبت به CRT است.

کاربردهای نمایشگرهای Flat panel در ماشین حسابها و بردهای تبلیغاتی در آسانسورها می باشد.

ما این نمایشگرها را می توانیم به دو دسته تقسیم کنیم: نشری و غیرنشری

۱) نشری : این مکانیزم با تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی نورانی عمل می کند.

(پنل های پلاسمایی، نمایشگرهای الکترولومینوسنت و دیودهای منتشر کننده نور)

۲) غیر نشری: نمایشگرهای غیر منتشره، نور خورشید یا سایر نورها را به الگوی گرافیکی تبدیل می کنند. یک مثال بارز از این نمایشگرها وسایل کریستال مایع می باشد.

در پنل های پلاسمایی که gas-discharge نامیده می شوند، دو ناحیه بین صفحه های شیشه ای با ترکیبی از گازها پرمی شود، که از معروفترین شان می توان به نئون اشاره کرد.

یک سری از ریبون های هدایتگر عمودی در یکی از پنلهای شیشه ایی جا سازی می شود و یک دسته از ریبون های افقی در پنل های شیشه ایی دیگری استفاده می شود.

با اعمال ولتاژ به صفحه های عمودی و افقی، گاز بین دو صفحه تبدیل به الکترونها و یونهای درخشنان می شود.

فاصله‌ی بین پیکسل ها توسط میدانهای مغناطیسی هدایتگر ایجاد می شود.

یکی از معایب پنل های پلاسمایی قدیمی، تک رنگ بودن آنهاست. ولی سیستم های کنونی قادر به نمایش رنگ می باشند.

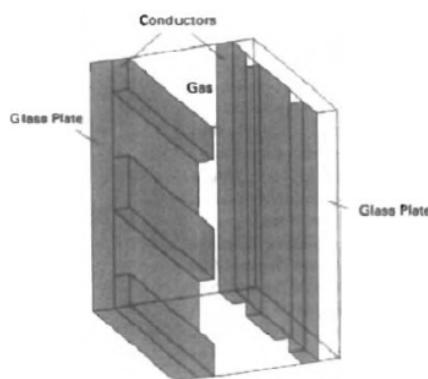


Figure 2-11  
Basic design of a plasma-panel

plasma: این دستگاه مشابه Thin-film electroluminescent panel می باشد.

منطقه بین دو صفحه شیشه ای با یک فسفر از قبیل سولفید روی تلغیظ شده با منگنز پوشیده شده است.

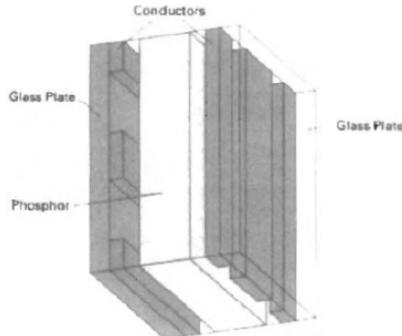


Figure 2-13  
Basic design of a thin-film electroluminescent display device.

اگر ولتاژ بالای کافی برای جفت الکترون های عبوری بکار رود، فسفر در ناحیه دو الکترود به عنوان یک هدایت گر به کار می رود. انرژی الکتریکی به وسیله اتم های منگنز جذب می شود سپس انرژی به صورت نقطه ای از نور ازاد می شود که مشابه تاثیر پلاسمای درخشندگان در پنل های پلاسمایی است.

نمایشگرهای **electroluminescent** نیروی بیشتری نسبت به پنل های پلاسمایی نیاز دارند و تصویر های رنگی خوب در آن ها دیده می شود.

سومین نوع وسایل منتشر دیود ها هستند. از دیود ها برای تشکیل پیکسل ها در صفحه **refresh** نمایش استفاده می شود. تصاویر ایجاد شده به وسیله ی دیود ها در **buffer** ذخیره می شود.

اطلاعات از بافر خوانده می شود و به سطوح ولتاژی تبدیل می شود که این ولتاژ ها در دیود ها برای تولید الگوهای نوری در نمایشگر ها استفاده می شود.

## Liquid crystal displays (Lcd)

حساب‌ها و لپ‌تاب‌ها استفاده می‌شود.

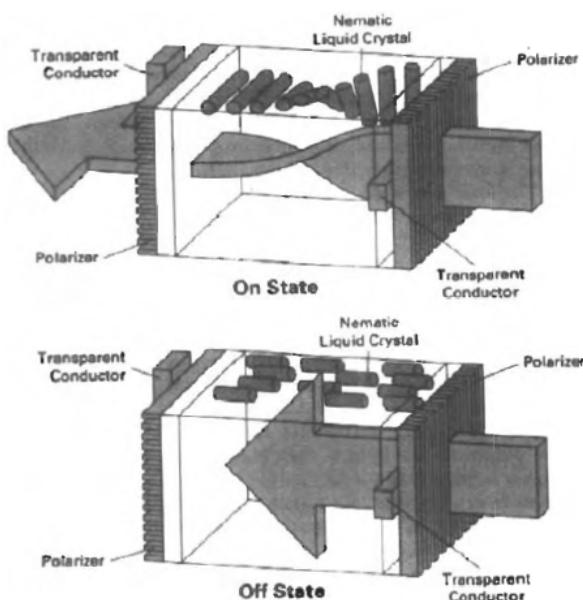
این وسایل غیر منتشره از طریق عبور نور پلاریزه شدی حاصل از محیط اطراف یا از منبع نور داخلی (که میتواند نور را بلوکه کند یا از خود عبور دهد) تصویر را تولید می‌کنند.

واژه کریستال مایع به این حقیقت اشاره دارد که این ترکیبات ترتیب کریستالی از مولکول‌ها دارند ولی با این وجود هنوز هم مثل مایع جاری می‌شوند.

در نمایشگرهای flat panel به طور معمول از ترکیبات کریستال مایع نماتیک استفاده می‌شود که تمایل به حفظ محور بلند مولکول‌های میله‌ای شکل خود دارند.

در شکل ۲-۱۶ دو صفحه شیشه‌ای که هر کدام دارای دو پلاریزه کننده‌ی نور در سمت راست خود هستند دیده می‌شود که کریستال مایع بین آن‌ها قرار دارد.

ردیف‌هایی از هدایت‌گرهای شفاف افقی در یکی از صفحات شیشه‌ای ساخته شده و ستونی از هدایت‌گرهای عمودی به صفحه‌ی دیگر متصل شده است.



تقاطع دو هدایت گر یک موقعیت پیکسلی را نشان می دهد. به طور معمول مولکول ها در حالت روشن همان طور که در شکل ۲-۱۶ است قرار می گیرند.

نور پلاریزه که از میان مواد کریستال مایع می گذرد، پیج می خورد و می تواند از پلاریزر مقابل عبور کند، سپس نور به سمت بیننده منعکس می شود.

برای خاموش کردن پیکسل ها، به صفحات هدایت گر ولتاژ وارد میکنند. در این صورت نور پیج نمی خورد. به این نوع وسایل **passive-matrix** گفته می شود.

مشخصات تصویر در **refresh buffer** ذخیره می شود و صفحه با سرعت ۶۰ فریم در ثانیه

تجدید می شود. (مانند وسایل منتشره)

نور زمینه هم به طور معمول با استفاده از وسایل الکترونیکی **Solid-state** به کار می رود، به طوریکه سیستم به طور کامل به منبع نوری بیرونی وابسته نیست.

روش دیگر برای ساخت **LCD** ها، جایگزینی ترانزیستور در هر مکان از پیکسل، با استفاده از تکنولوژی **Thin-film** است.

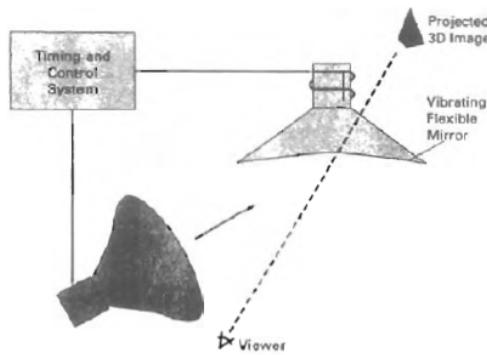
ترانزیستور برای کنترل ولتاژهای مکان های پیکسل، و جلوگیری از تخلیه سلول های کریستال مایع استفاده می شود. این وسایل نمایشگرهای **active-matrix** نامیده می شود.

---

### three-Dimensional viewing devices

نمایشگرهای گرافیکی برای نمایش تصاویر سه بعدی با استفاده از تکنیک هایی که یک تصویر **CRT** را از آینه های قابل انعطاف و لرزنده منعکس می کند، تقسیم شده اند.

عملکرد این سیستم در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است. هنگامی که آینه می‌لرزد طول فاصله‌ی کانونی تغییر می‌کند این لرزش با نمایش یک شئ رو CRT همراه می‌شود به طوری که هر نقطه از شئ مورد نظر از آینه به موقعیت فضایی و مطابق فاصله‌ی آن نقطه از موقعیت دید معین منعکس می‌شود. این عمل به ما امکان می‌دهد که در اطراف شئ مورد نظر راه برویم و آن را از مکانهای مختلف ببینیم.



*Figure 2-17  
Operation of a three-dimensional display system using a vibrating mirror that changes focal length to match the depth of points in a scene.*

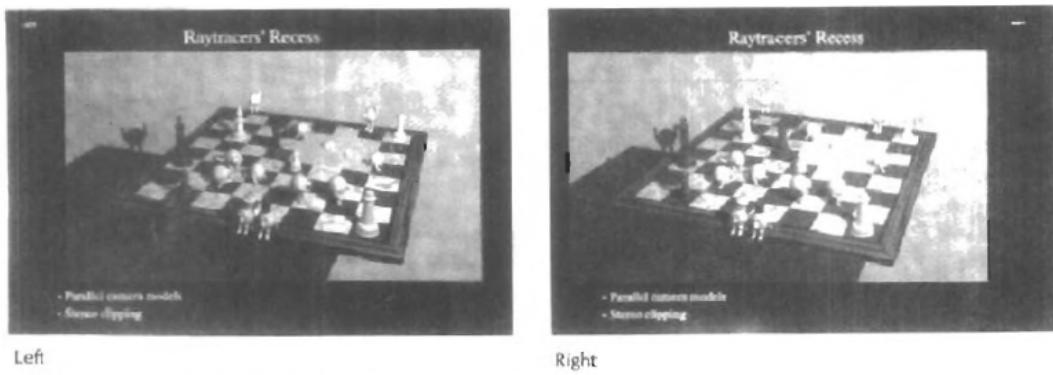
شکل ۲-۱۸ سیستم Genisco spaceGraph را نشان می‌دهد که از آینه‌ی لرزنده برای به تصویر کشیدن اشیاء سه بعدی در حجم‌های  $25*25*25$  استفاده می‌کند.

چنین سیستم‌هایی در موارد پزشکی برای تحلیل اطلاعات حاصل از سونوگرافی و وسایل CAT در جغرافیا، برای تحلیل داده‌های توپولوژیکی در زلزله شناسی، در کارهای طراحی اجسام جامد و سیستم‌های شبیه سازی سه بعدی مثل مولکولها و نواحی زمین به کار می‌رود.

---

## Stereoscopic and Virtual-Reality Systems

تکنیکی دیگر برای دیدن اشیاء به صورت سه بعدی، برجسته بینی میباشد. این تکنیک به این صورت است که تصویرهای دیده شده از هریک از لنزهای عینک باهم ترکیب میشوند و یک تصویر با عمق خاص درست می شود و عکس به یک تصویر سه بعدی تقسیم می شود.



یک روشی دیگر برای تولید این نوع تصاویر استفاده از سیستم پویش تصاویر یا Raster system می باشد.

تصویر ۲-۲۱ یک عینک با لنزهای کریستال مایع و یک Infrared برای دنبال و هماهنگ کردن لنز با پرده‌ی نمایش را نشان می دهد.

شکل ۲-۲۲ یک هدست را نشان می دهد که شامل یک سیستم بینایی برای تولید تصاویر Stereoscopic وابزار ورودی محاوره ایی برای جان بخشی به یک شئ می باشد.

شکل ۲-۲۳ ساختمان یک محیط مجازی را نشان می دهد که شخص با حرکت دادن اعضای بدن و دستهای خود حرکات خود را به تصویر موجود در پرده‌ی نمایش انتقال می دهد.



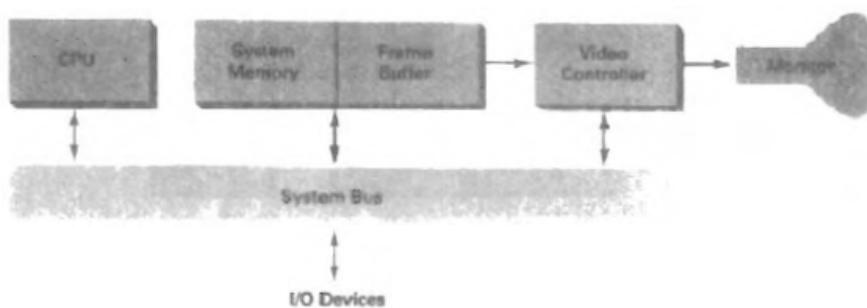
*Figure 2-23  
Interacting with a virtual-reality environment. (Courtesy of the National Center for Supercomputing Applications, University of Illinois at Urbana-Champaign.)*

## RASTER-SCAN SYSTEM

در این سیستم گرافیکی از چندین واحد پردازش استفاده شده است، علاوه بر این پردازنده‌ها یک پردازشگر خاص برای کنترل ابزارهای نمایش به نام ویدئوکنترل نیز استفاده شده است.

از فریم بافر برای تازه کردن صفحه‌ی نمایش استفاده می‌کند.

شکل ۲-۲۵. قسمت حافظه‌ی سیستم، به دو بخش سیستم memory و فریم بافر Video Controller مجزا شده است که در آن قسمت فریم بافر بدون واسطه به متصل شده است.



مقادیر ذخیره شده در فریم بافر که موقعیت پیکسل را نشان می‌دهد بازیابی می‌شود و یک واحد به ثبات X اضافه می‌شود و پروسه برای پیکسل بعدی در بالاترین سطح اجرا می‌شود. بعد از اینکه آخرین پیکسل در بالاترین خط پردازش شد ثبات X بازنگشتنی می‌شود، و یک واحد از ثبات لا کم می‌شود و این روند تا صفر شدن لا ادامه می‌یابد تا عمل بازنگشتنی کامل شود.

{برای توضیحات بیشتر به صفحه‌ی ۵۴ از صفحه‌ی اصلی مراجعه شود}

از آنجایی که صفحه‌ی نمایش برای تازه‌تر کردن تصویر نیاز به ۶۰ فریم در هر ثانیه دارد الگوی ارائه شده در شکل ۲-۲۸ قابل پیاده‌سازی بر روی انواع رم‌ها نیست. برای سرعت بخشیدن به این فرایند عمل بازیابی مقادیر پیکسل‌ها به صورت دسته‌ای انجام می‌شود.

در سیستم‌های با کیفیت بالا معمولاً از دو فریم بافر استفاده می‌شود از یکی آنها برای **reresh** کردن وaz دیگری برای ذخیره‌ی اطلاعات استفاده می‌شود.

این دو بافری می‌تواند سیستمهای قدرتمندی را بوجود آورد که تولید انیمیشن‌های قوی از آن دسته‌اند. در طول چرخه‌ی **refresh** قسمت ویدئو کنترلر می‌تواند قسمتی از تصویر را بزرگ، کوچک یا به مکان دیگری منتقال دهد.

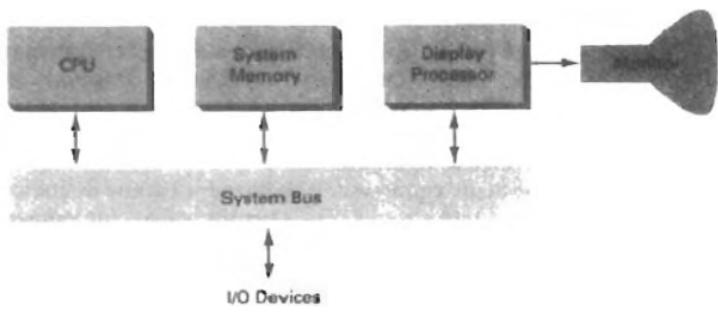
بعضی از سیستمهای طوری طراحی شده اند که به قسمت ویدئو کنترلر اجازه می‌دهند، عکس موجود در فریم بافورعکس‌های موجود در یک وسیله‌ی ورودی یا دوربین باهم ترکیب شوند.

شکل ۲-۲۹. کار اصلی پردازشگر گرافیکی آزاد کردن کارهای گرافیکی از داخل CPU  
است

و کار اصلی پردازشگر تصویر تبدیل مشخصه‌ی تصویر به مقادیر پیکسلی برای ذخیره کردن آن در یک فریم بافر است.

## Random scan \_\_\_\_\_ systems

یک برنامه‌ی کاربردی همراه بسته‌ی گرافیکی در حافظه‌ی سیستم ذخیره می‌شود فرمانهای گرافیکی در برنامه‌های کاربردی بوسیله‌ی بسته‌های گرافیکی در داخل حافظه ترجمه می‌شوند این فایل ترجمه شده توسط پردازشگر تصویربرای **refresh** کردن استفاده می‌شود.



*Figure 2-32*  
Architecture of a simple random-scan system.

## GRAPHICS MONITORS AND WORKSTATIONS

بسیاری از مانیتورهای گرافیکی امروزه از عملیات raster scan برای نمایش تصاویر خود استفاده می کنند.

شکل ۲-۳۳ سیستم کامپیوتری همه منظوره که کاربردهای گرافیکی در آن صورت می گیرد را نشان می دهد که وضوح تصویر در آن  $480 * 640$  است، و تعداد رنگهای قابل استفاده در آن  $16-32000$  است.

شکل ۲-۳۴ سیستمهای مختص کاربردهای گرافیکی را که وضوح تصویر در آنها  $1280 * 1280$  می باشد، نشان می دهد.

اندازه ی مانیتورهای اینگونه سیستمهای  $16$  اینچ یا بالاتر می باشد

شکل ۲-۳۵ مانیتورهای مخصوص کارهای گرافیکی با کیفیت عالی را نشان می دهد. این مانیتورها در کارهایی مثل کنترل ترافیک هوایی، شبیه سازی و CAD کاربرد دارد. اندازه ی این مانیتورها  $27$  اینچ است و وضوح تصویر در آنها  $2048 * 2560$  می باشد.



Figure 2-35  
A very high-resolution (2560 by  
2048) color monitor. (Courtesy of

شکل ۲-۳۶ مانیتوری را نشان می دهد که media wall نام دارد. این مانیتور از مجموعه مانیتورهای کوچک تشکیل می شود که در موزه ها و کنفرانسها کاربرد دارد.



شکل ۲-۳۷ مانیتورهای دوکلو را نشان می دهد بطوری که یک مانیتور قسمتی از یک تصویر را نشان می دهد و مانیتور دیگر تمام جزئیات مربوط به تصویر را نشان می دهد.





شکل ۲-۳۸ ایستگاههای کار چندگانه برای یک گروه CAP



شکل ۲-۳۹ ایستگاه کار یک هنرمند دارای یک مونیتور رنگی رَستر، کیبورد، تخته گرافیک با پیش روی دستی، یک میز نوری علاوه بر این دارای ابزارهای داده‌ها و روابط عمومی.

#### ۲-۵ ابزارهای نهان (ورودی)

ابزارهای مختلف برای وارد کردن داده‌ها در ایستگاه‌های کار گرافیکی موجود هستند بیشتر سیستم‌ها دارای یک کیبورد و یک یا چند ابزار اضافی خاصی طراحی شده برای ورودی متعامل میباشند اینها عبارتند از یک ماوس spaceball, trackball ، جوی استیک، رقومی گرهای، جعبه‌های کلید و dialها.

برخی از دیگر ابزارهای ورودی بکار رفته در کاربردهای خاص شامل دستکش‌های داده ، پانل‌های تماس، اسکنرهای تصویر و سیستم‌های صدا میباشند.

#### صفحه کلید

یک کیبورد الفبائی - عددی روی یک سیستم گرافیکی مقدمتاً بعنوان ابزاری برای وارد کردن رشته‌های متن بکار می‌رود کی بورد ابزار کارآمدی برای وارد کردن داده‌های غیر گرافیکی مثل برچسب‌های تصویر همراه با یک نمایش گرافیکی است.

همچنین کیبوردها دارای عوارضی برای تسهیل ورود محورهای غربالی، انتخابهای نواری یا کارکردهای گرافیکی هستند.

کلیدهای پیش رو- کنترل و کلیدهای کارکرد از عوارض عمومی کیبوردهایی با مصرف عمومی میباشند کلیدهای کارکرد به کاربر اجازه میدهند تا کارکردهای مکرراً بکار رفته را در یک ضربه کلید وارد کند و کلیدهای پیش رو - کنترل برای انتخاب اشیاء نمایش داده شده یا موقعیت‌های مختصاتی توسط موقعیت‌یابی پیش رو اسکرین بکار می‌روند.

دیگر انواع ابزارهای موقعیت‌یابی پیش رو مانند trackball یا جوی استیک در برخی کیبوردها لحاظ می‌شوند . علاوه بر این - یک کیبورد عددی غالباً شامل کیبوردی برای ورود سریع داده‌های عددی است . مثالهای تیپک کیبوردهای هدف عمومی در شکل ۲-۳۳ و ۲-۳۴ وجود دارند. شکل ۲-۴۰ یک طراحی کیبورد ارگونومیک را نشان میدهد.

برای کاربردهای تخصصی ، ورودی یک کاربرد گرافیکی از دسته ای از کلیدها، dial یا سوییچ‌ها می‌آید که مقادیر داده‌ها یا عملیات مرسوم گرافیکی را انتخاب می‌کنند.

شکل ۲-۴۱ مثالی از یک جعبه کلید و دسته ای از dial‌های ورودی است.

غالباً کلیدها و سوییچ‌ها برای وارد کردن کارکردهای مرجع بکار می‌روند و dial‌ها ابزارهای عمومی برای وارد کردن مقادیر اسکالر هستند.

اعداد حقیقی درون محدوده تعریف شده برای ورودی با چرخشهای dial انتخاب می‌شوند . پتانسیومترها برای اندازه گیری چرخشهای dial بکار می‌روند که بعداً به ولتاژهای اتلاف برای حرکت پیش رو تبدیل می‌شوند.

### ماوس

یک ماوس جعبه دستی کوچکی است که برای موقعیت‌یابی پیش رو اسکرین بکار برد می‌شود چرخها یا غلتکهای زیرموس برای ثبت اندازه یا جهت حرکت بکار می‌روند .

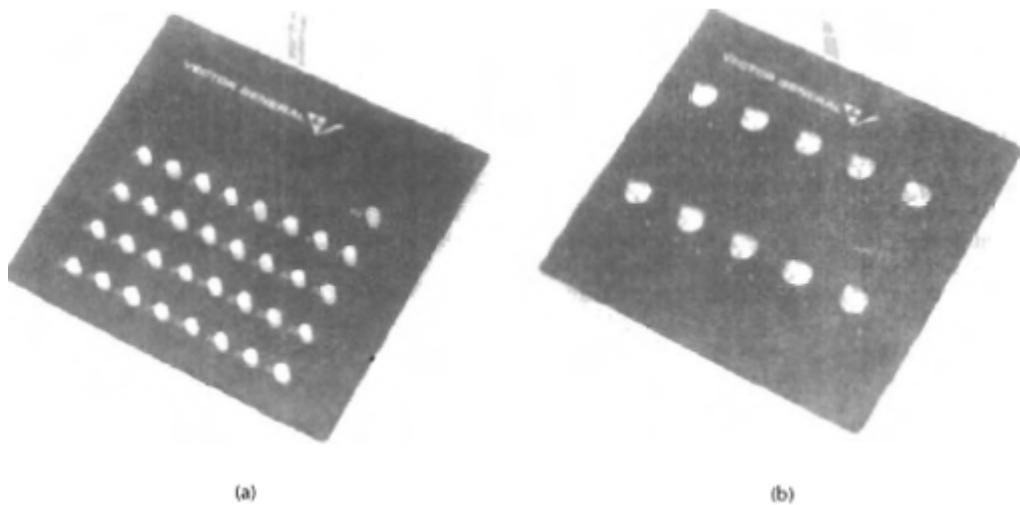
روش دیگر شناسایی حرکت موس شامل حسگر نوری است. برای این سیستم‌ها موس روی موس بر خاصی حرکت میکن که دارای شبکه‌ای از خطوط افقی و عمودی است حسگر نوری حرکت در عرض خطوط شبکه را شناسایی می‌کند.

از آنجا که یک موس در موقعیت دیگری بدون تغییر حرکت پیشرو برداشته و گذاشته میشود از آن برای ایجاد تغییرات نسبی در موقعیت پیشرو برداشته و گذاشته میشود از آن برای ایجاد تغییرات نسبی در موقعیت پیشرو اسکرین استفاده میشود. ۱ و ۲ و ۳ دکمه معمولاً بالای موس وجود دارد که برای علامت دادن اجرای برخی عملیات است مثل ثبت موقعیت پیشرو یا دادن دستور یک کار کرد.

اکنون - بیشتر سیستم‌های گرافیکی با هدف عمومی شامل یک موس و یک کیبورد بعنوان ابزارهای مهم ورودی هستند (شکل‌های ۲-۳۳ و ۲-۳۴) ابزارهای اضافی در طرح پایه‌ای موس قابل لحاظ هستند تا تعداد پارامترهای ورودی مجاز افزایش بیابد . موس Z در شکل ۲-۴۲ شامل ۳ دکمه است.



شکل ۲-۴۰ کیبورد با طراحی اقتصادی با تخته‌های استراحت قابل حذف شیب هزینه کیبورد بصورت جداگانه قابل تغییر است.



شکل ۲-۴۱ (a) یک جعبه دکمه (b) دسته ای از diale‌های ورودی



شکل ۲-۴۲ موس Z دارای ۳ دکمه است یک توب موس در زیر - یک چرخ انگشت شست در کناره و یک trackball در بالا.

یک چرخ انگشتی در کنار - یک trackball در بالا و یک توب موس استاندارد در زیر این طراحی ۶ درجه آزادی را برای انتخاب موقعیت‌های فضایی - چرخش‌های و دیگر پارامترها فراهم می‌کند. ما با موس Z می‌توانیم شئی را انتخاب کنیم آنرا بچرخانیم آنرا در هر جهتی حرکت دهیم یا می‌توانیم موقعیت و جهت گیری مورد مشاهده را در صحنه ۳ بعدی ناوبری کنیم.

کاربردهای موس Z شامل حقیقت مجازی، CAD و انیمیشن است.

Space ball و Trackball

یک trackball شامل توبی است که با انگشتان یا کف دست چرخانده میشود (شکل ۲-۴۳) تا حرکت پیشروی اسکرین را تولید کند.

پتانسیومترهای متصل به توب ، مقدار و جهت چرخش را اندازه میگیرند. روی کی بوردها یا ابزارهای دیگر مثل موس Z نصب میشوند.

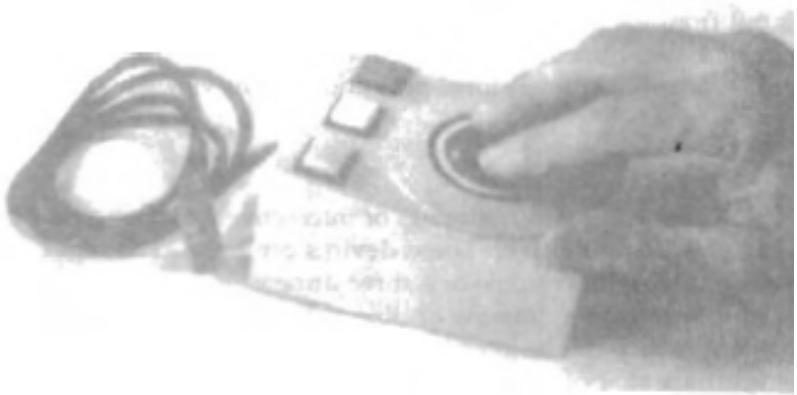
یک trackball ابزار موقعیت یابی ۲ بعدی است ولی Space ball ششسی درجه آزادی را فراهم میکند. بی شباهت به trackball یک Space ball ای از این ابزار موقعیت یابی ۳ بعدی است که در جهات مختلف بکار میروند واقعاً حرکت نمیکند.

گاگهای فشار مقدار فشار بکار رفته روی Space ball برای ارائه ورودی به منظور موقعیت یابی فضایی و چرخش با هل دادن توب در جهات مختلف بکار میروند Space ball برای موقعیت یابی فضایی و در سیستم حقیقت مجازی، مدل سازی، اینیمیشن، CAD و دیگر کاربردها بکار میروند.

### جوی استیکها

یک جوی استیک متشکل از اهرم کوچک عمودی (استیک) نصب شده روی پایه‌ای است که برای راندن پیشروی اسکرین بکار میرود. بیشتر جوی استیک‌ها موقعیت‌های اسکرین را با حرکت واقعی استیک انتخاب میکنند دیگران به فشار روی استیک پاسخ میدهند. شکل ۲-۴۴ جوی استیک متحرکی را نشان میدهد.

برخی از آنها روی کیبوردی سوار میشوند برخی دیگر هم واحدهای مستقل هستند فاصله ای که استیک در هر جهتی از موقعیت مرکزی حرکت میکند با حرکت پیشروی اسکرین در آن جهت منطبق است. پتانسیومترهای نصب شده روی پایه جوی استیک مقدرا حرکت را می‌سنجند و پرشها به استیک به موقعیت مرکزی برمی‌گردند وقتی آنها راه‌ها بشود یک یا چند کلید قابل برنامه ریزی است تا بعنوان سوییچ‌های ورودی برای سیگنال‌دهی عملهای معین عمل کند وقتی یک موقعیت اسکرین انتخاب شده است.



شکل ۲-۴۳ یک trackball با ۳ دکمه

نوع دیگر جوی استیک متحرک، استیک بکار رفته در فعال سازی سوییچ‌هایی است که باعث می‌شوند پیشرو اسکرین در سرعت ثابت در جهت انتخاب شده حرکت کند.

۸ سوییچ آرایش یافته در یک دایره گاهی فراهم می‌شوند و استیک می‌تواند یکی از ۸ جهت را برای حرکت پیشرو انتخاب کند. همچنین جوی استیک‌های حساس به فشار را ایزومنتریک می‌نامند که دارای استیک غیرقابل حرکت هستند.

فشار روی استیک با گاگهای فشار اندازه گیری و به حرکت پیشرو در جهت مشخص شده تبدیل می‌شود.

#### دستکش داده‌ها

شکل ۲-۴۵ دستکش داده‌ای را نشان میدهد که برای به چنگ آوردن شبیه مجازی قابل استفاده است. دستکش با سری‌هایی از حسگرها ساخته می‌شود که حرکت دست و انگشت را شناسایی می‌کنند. همراهی الکترومغناطیسی بین آتنن‌های انتقال دهنده و آتنن‌های دریافت کننده برای فراهم کردن اطلاعات درباره موقعیت و جهت دست بکار می‌رود.

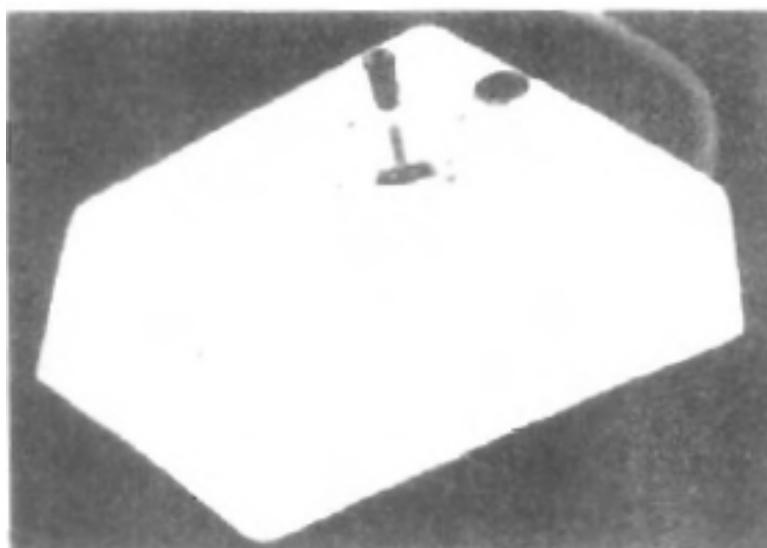
هر کدام از آنها بصورت دسته‌ای از ۳ سیم پیچ متقابل عمود بر هم ساخته شده اند که سیستم مختصات کارتزین ۳ بعدی را تشکیل می‌دهند ورودی از دستکش برای موقعیت یابی یا دستکاری اشیاء صحنه مجازی قابل استفاده است. تصویر ۲ بعدی صحنه روی مانیتور ویدئویی قابل ملاحظه است یا تصویر اندازی ۳ بعدی با یک headset قابل دیدن است.

## رقومی کننده‌ها (digitizer)

یک ابزار عمومی برای نقاشی - طراحی یا انتخاب متعامل موقعیت‌های مختصاتی روی یک شئی شامل digitizer است این ابزارها برای وارد کردن مقادیر مختصاتی در فضای ۲ یا ۳ بعدی قابل استفاده اند.

نوعاً digitizer برای اسکن کردن یک طراحی یا شیئی یا ورود دسته‌ای از موقعیت‌های مجازی مختصاتی بکار می‌رو که به قطعات خط مستقیم قابل اتصال است تا منحنی یا شکلهای سطحی تقریباً زده شوند.

یک نوع digitizer شامل تخته داده (تخته گرافیکی) است که برای ورود مختصات ۲ بعدی با فعالسازی پیش روی دستی یا Stylus در موقعیت‌های انتخاب شده روی سطحی تخت بکار می‌رود. یک پیش روی دستی دارای رشته‌های متقطع برای دیدن موقعیت‌ها است. ولی Stylus ابزاری مدادی شکل است که بر موقعیت‌های روی تخته دلالت می‌کند.



شکل ۲-۴۴ یک جوی استیک متحرک



شکل ۲-۴۵ صحنه واقعیت مجازی – نمای داده شده روی مانیتور ویدئویی ۲ بعدی با ورودی از یک دستکش داده و یک Spacball

شکل ۲-۴۶ و ۲-۴۷ مثالهای desktop و تخته‌های مدل کف را نشان میدهد آنها از پیشروهای دستی استفاده میکنند که دارای ۲-۴ یا ۱۶ دکمه هستند. مثالهای ورودی با یک تخته در شکل ۲-۴۸ و ۲-۴۹ نشان داده میشوند.

سیستم رقومی گر هنرمند در شکل ۲-۴۹ از رزونانس الکترومغناطیسی برای شناسایی موقعیت ۳ بعدی Stylus استفاده میکند.



شکل ۲-۴۶ تخته desktop بنام SummasketchIII با پیشروی دستی با ۱۶ دکمه.

این به هنرمند اجازه میدهد تا ضربات مختلف قلم را با فشارهای مختلف روی سطح تخته تولید کند اندازه تخته از  $۱۲ \times ۱۲$  اینچ برای مدل‌های desktop تا  $۴۴ \times ۶۰$  برای

انتخاب موقعیت‌های مختصاتی تغییر میکند با دقیقی که از حدود  $0/2 \text{ mm}$  روی مدل‌های desktop تا حدود  $5 \text{ mm}$  یا کمتر در مدل‌های بزرگتر وجود دارد.

بیشتر تخته‌های گرافیکی با شبکه مستطیلی سیم‌های موجود در سطح تخته ساخته می‌شوند ضربانهای الکترومغناطیسی بطور متواالی روی سیم‌ها تولید می‌شود و یک سیگنال الکتریکی در یک هسته سیم پیچ در Stylus فعالسازی شده یا پیشروی دستی القا می‌شود تا موقعیت روی تخته را ثبت کند. با توجه به فناوری، قدرت سیگنال، ضربانهای رمزدار یا تغییرات فاز برای تعیین موقعیت روی تخته قابل استفاده اند.

تخته‌های صوتی از امواج صدا برای شناسایی موقعیت Stylus استفاده می‌کنند میکروفون‌های نواری یا نقطه‌ای برای شناسایی صدای صادرشده توسط جرقه الکتریکی از یک نوک Stylus قابل استفاده اند.



شکل ۲-۴۷ تخته Microgrid III با پیشروی دستی ۱۶ دکمه ای طراحی شده بای رقومی کردن نقاشی‌های بزرگتر



شکل ۲-۴۸ تخته Notepad desktop با یک Stylus



شکل ۲-۴۹ سیستم رقومی کننده هنرمند با یک Stylus بی سیم حساس به فشار

موقعیت Stylus با زمان بندی رسیدن صدای تولید شده در موقعیت‌های مختلف میکروفون محاسبه می‌شود. یک منفعت تخته‌های صوتی ۲ بعدی آن است که میکروفون‌ها روی هر سطحی گذاشته می‌شوند تا منطقه کاری تخته تشکیل شود. این می‌تواند برای کاربردهای مختلف راحت باشد مثل دیجیتالی کردن نقاشی‌های یک کتاب.

رقومی کننده‌های ۳ بعدی از انتقالهای صوتی یا الکترومغناطیسی برای ثبت موقعیت‌ها استفاده می‌کنند. یک روش انتقال الکترومغناطیس مشابه روش بکار رفته در دستگش داده‌ها

است از همراهی بین انتقال دهنده و دریافت کننده برای محاسبه محل یک Stylus با حرکت آن روی سطح یک شبی بکار میرود.

شکل ۲-۵۰ دیجیتالی کننده ۳ بعدی طراحی شده برای کامپیوترهای APPLE مکنتاش نقاش را نشان میدهد . با انتخاب شدن نقاط روی یک شبی غیر فلزی، محیط چهارچوب سیمی با اثرات نور پردازی سایه زده مشود تا نمایش واقع گرایانه شبی تولید شود. بزرگنمائی این سیستم از ۸٪ تا ۰٪ میلی متر است که به مدل بستگی دارد.

### اسکنرهای تصویر

طراحی‌ها - نمودارها، عکس‌های رنگی و سیاه و سفید یا متن برای پردازش کامپیوتری با یک اسکنر تصویر ذخیره میشود این کار با گذاشتن مکانیزیم اسکن کردن نوری از روی اطلاعات ذخیره شده انجام میشود بعداً درجات مقیاس خاکستری یا رنگی در آرایشی ثبت یا ذخیره میشود وقتی ما نمایش داخلی تصویری را داشته باشیم میتوانیم تغییر شکلهای چرخش ، مقیاس بندی یا چیدن یک تصویر نسبت به منطقه خاصی از اسکرین را انجام بدھیم. همچنین میتوانیم روشهای مختلف پردازش تصویر را بکار ببریم تا نمایش آرایشی تصویر را تغییر دهیم.

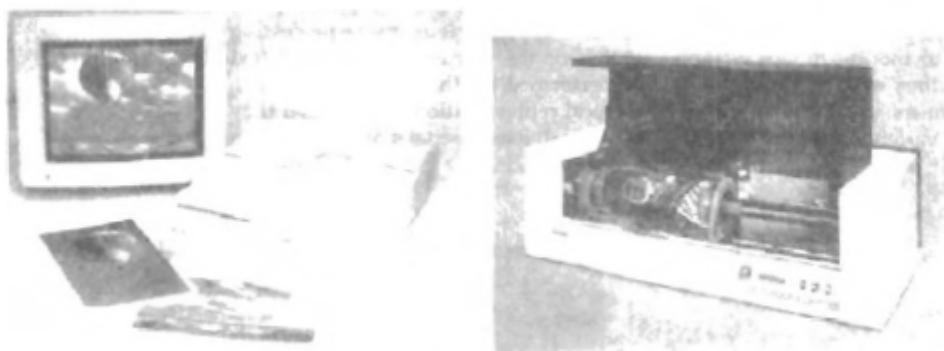
برای ورودی متن اسکن شده ، عملیات ویرایش مختلف روی اسناد ذخیره شده قابل انجام هستند . برخی اسکنرها قادرند تا نمایش‌های گرافیکی یا متن را اسکن کنند یا در انواعی از سایزها با قابلیت‌ها بیایند. یک اسکنر کوچک مدل دستی در شکل ۲-۵۱ موجود است ولی شکل ۲-۵۲ و ۲-۵۳ مدل‌های بزرگتر را نشان میدهد.



شکل ۲-۵۰ سیستم دیجیتالی کننده ۳ بعدی برای استفاده با کامپیوترهای APPLE  
مکنتاش



شکل ۲-۵۱ یک اسکنر دستی که برای وارد کردن متن یا تصاویر گرافیکی قابل استفاده است.



شکل ۵-۵۲ اسکنر تمام رنگی desktop (رومیزی) (A) اسکنر صفحه تخت با بزرگنمائی ۶۰۰ نقطه در هر اینچ (B) اسکنر طبلی با بزرگنمائی قابل انتخاب از ۴۰۰۰-۵۰ نقطه در هر اینچ

پانل‌های تماسی

پانل‌های تماسی به اشیاء اجازه نمایش داده شدن و به موقعیت‌های اسکرین اجازه انتخاب شدن با تماس یک انگشت میدهند کاربرد تیپیک پانل‌های تماسی انتخاب گزینه‌های پردازشی است که با آیکون‌های گرافیکی نمایش داده می‌شوند.

برخی سیستم‌ها مثل پانل‌های پلاسما در شکل ۲-۵۴ با اسکرین‌های تماسی طراحی می‌شوند. دیگر سیستم‌ها برای ورودی تماس توسط جور کردن ابزاری شفاف با مکانیزم حس تماس روی اسکرین مانیتور ویدئویی قابل وفق یافتن هستند.

ورودی تماسی با استفاده از روش‌های نوری - الکتریکی یا صوتی قابل ثبت و ضبط است.

پانل‌های تماس نوری یک خط دیودهای صادر کننده نور مادون قرمز (LED) را در طول یک لبه عمودی و در طول یک لبه افقی چهار چوب بکار می‌گردند. لبه‌های متضاد عمودی و افقی دارای شناساگرهای نور هستند. این شناساگرهای برای ضبط پرتوهای قطع شده بکار می‌روند وقتی تماس با پانل صورت می‌گیرد.

۲ پرتو گذرنده که قطع می‌شوند مختصات عمودی و افقی موقعیت اسکرین انتخاب شده را شناسایی و تعیین می‌کنند. موقعیت‌ها با دقت حدود  $\frac{1}{4}$  اینچ قابل انتخاب هستند امکان دارد که با LED‌های با فاصله نزدیک، ۲ پرتو افقی یا عمودی را بصورت همزمان شکست. در این مورد - موقعیت متوسط بین ۲ پرتوی قطع شده ثبت می‌شود.

LED در فرکانسهای مادون قرمز کار می‌کنند یعنی نور برای کاربردیدنی نیست.

شكل ۲ آرایشی LED‌ها در پانل تماس نوری را نشان میدهد که برای جور کردن رنگ و دایره‌های سیستمی که باید جور شوند طراحی شده است.

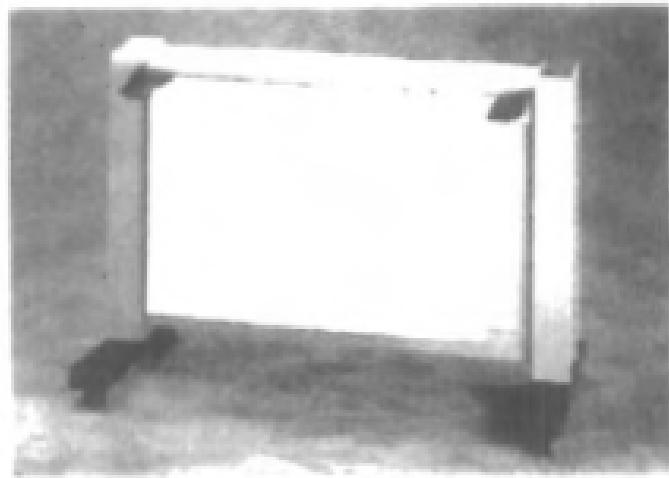
یک پانل تماس الکتریکی با ۲ تخته شفاف جدا شده با فاصله ای کوچک ساخته می‌شوند یکی از صفحات با ماده ای رسانا پوشش داده می‌شود دیگری با ماده ای دارای مقاومت.

وقتی صفحه خارجی مورد تماس قرار گیرد مجبور به تماس با صفحه داخلی می‌شود.

این تماس افت ولتاژی را در عرض\* صفحه دارای مقاومت ایجاد می‌کند که به مقادیر مختصاتی موقعیت اسکرین انتخاب شده تبدیل می‌شوند.

در پانل‌های تماسی صوتی، امواج صوت با فرکانس بالا در جهات افقی و عمودی در عرض صفحه ای شیشه ای ایجاد می‌شوند. تماس با اسکرین باعث می‌شوند بخشی از هر موج از

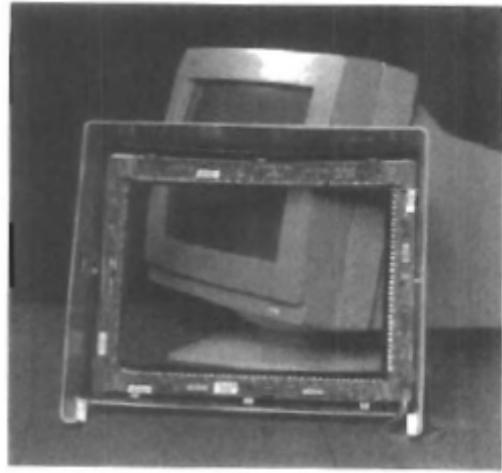
انگشت به صادر کننده‌ها منعکس شود. موقعیت اسکرین رد نقطه تماس از اندازه گیری بازه زمانی بین انتقال هر موج و انعکاس آن به صادر کننده محاسبه می‌شود.



شکل ۲-۵۳ اسکرین بزرگ زمینی بکار رفته برای طراحیهای معماری و مهندسی بزرگتر از ۴۰ اینچ (عرض) و طول ۱۰۰ فوت



شکل ۲-۵۴ پانل‌های تماسی با اسکرینهای تماسی



شکل ۲-۵۵ پانل تماسی نوری که آرایش واحدهای LED نوری و آشکارسازهای دور لبه‌های چارچوب را نشان میدهد.

#### قلم‌های نوری

شکل ۲-۵۶ طراحی نوعی از قلم نوری ا نشان میدهد و چنین ابزارهای قلم شکلی برای انتخاب موقعیت‌های اسکرین توسط آشکارسازی نور از نقاط روی اسکرین CRT بکار میروند. آنها به انفجار کوتاه نور صادر شده از پوشش فسفری در لحظه‌ای که پرتو الکترون به نقطه خاص برخود میکند حساسند.

دیگر منابع نوری مثل نور پس زمینه در اطاق معمولاً توسط قلم نوری آشکارسازی نمی‌شوند یک قلم نوری فعال شده که به نقطه‌ای در اسکرین اشاره میکند وقتی پرتو الکترون نقطه را روشن میکند ضربان الکتریکی تولید میکند که باعث میشود موقعیت مختصاتی پرتو الکترون ثبت شود.

مثل ابزارهای موقعیت یابی پیش رو، مختصات ثبت شده با قلم نوری برای موقعیت یابی نقطه یا شیئی یا برای انتخاب نقطه پردازش قابل استفاده اند.

#### سیستم‌های صدایی

تشخیص دهنده‌گان صدا در برخی ایستگاههای کار گرافیک بعنوان ابزارهای ورودی برای پذیرفتن دستورات صدایی بکار میروند . ورودی سیستم صدایی برای آغاز عملیات گرافیکی با وارد کردن داده‌ها قابل استفاده است.

این سیستم‌ها وقتی دادن یک ورودی در مقابل لغت نامه (از پیش تعریف شده) لغات و عبارات کار می‌کنند.

یک لغت نامه برای اوپراتور خاصی با داشتن لغات دستور بکار رفته درون سیستم با لحن سخن گفتن اوپراتور نصب می‌شود. هر لغت چند بار گفته می‌شود و سیستم لغت را آنالیز می‌کند و الگوی فرکانس برای آن لغت در لغت نامه همراه با کارکرد منطبق انجام شده ایجاد می‌کند.

بعداً وقتی دستوری صدایی داده شود سیستم لغت نامه را دنبال وفق یافتن با الگوی فرکانس می‌گردد. ورودی صدا نوعاً درون میکروفون نصب شده روی **headset** (۲-۵۷) گفته می‌شود.

میکروفون طراحی شده تا ورودی دیگر صدای‌های پس زمینه را به حداقل برساند.

اگر اوپراتور متفاوتی از سیستم استفاده کرد لغت نامه باید با الگوهای صدای آن کاربر دوباره ایجاد شود. سیستم‌های صدایی دارای منافعی برتر از دیگر ابزارها هستند چون توجه اوچراتور دیگر نباید از ابزار به ابزار دیگر برای وارد کردن دستور ضعیف شود.



شکل ۲-۵۶ یک قلم نوری فعال شده با سوییچ کلیددار



شکل ۲-۵۷ یک سیستم تشخیص دادن سخنرانی

### ابزارهای کپی HARD

ما میتوانیم خروجی کپی hard را برای تصاویرمان در چند فرمت بدست آوریم.

ما برای نمایشگاهها یا آرشیو، میتوانیم فایلهای تصویری را به دفاتر خدماتی یا ابزارهایی بفرستیم که اسلایدهای شفاف (عکس) هوایی را تولید میکنند.

ما برای گذاشتن تصاویر روی فیلم بسادگی میتوانیم از صحنه نمایش داده شده روی مانیتور ویدئو عکس بگیریم و میتوانیم عکس‌هاییمان را با جهت دادن خروجی گرافیکی به سمت چاپگر یا پلاتر بیاوریم.

کیفیت تصاویر بدست آمده از ابزار وابسته به اندازه نقطه یا تعداد و نقاط در هر اینچ یا خط در هر اینچ است که قابل نمایش دادن میباشد. برای تولید کاراکترهای یکنواخت در رشته‌های متن چاپ شده، چاپگرهای با کیفیت بالاتر، موقعیت نقاط را طوری تغییر میدهند که نقاط همچو robe هم پوشانی کنند.

چاپگرهای برخوردی کاراکتر غالباً دارای هد چاپ ماتریکس - نقطه حاوی آرایشی مستطیلی از سوزنهای سمی جلو آمده هستند که تعداد میخها (سوزنهای) به کیفیت چاپگر بستگی دارد. کاراکترها یا الگوهای گرافیکی منفرد با توبردن سوزنهای معین بدست می‌آیند بطوریکه بقیه سوزنهای الگوی چاپ شده را تشکیل میدهند.

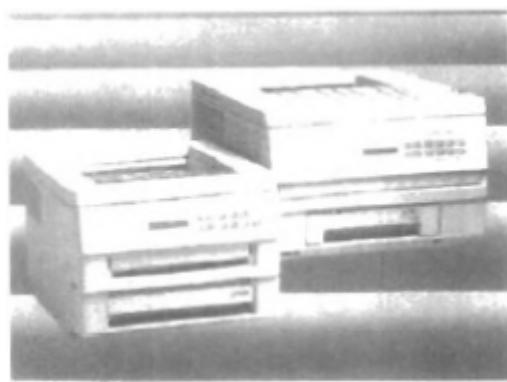
در ابزار لیزری - یک پرتو لیزر یک توزیع بار را روی طبل چرخان پوشیده شده با ماده فتوالکتریک مثل سلنیوم ایجاد میکند تا برابر برای درام بکار رفته و سپس به کاغذ ۳۶۰ نقطه در هر اینچ را نشان میدهد.

روشهای جت جوهر، خروجی را با پاشیدن جوهر در مسیرهای افقی در عرض غلتکی از کاغذ پیچیده شده روی یک طبل تولید میکنند . جریان جوهر دارای بار الکتریکی توسط میدان الکتریکی کج میشوند تا الگوهای ماتریکس نقطه ای ایجاد نشوند.

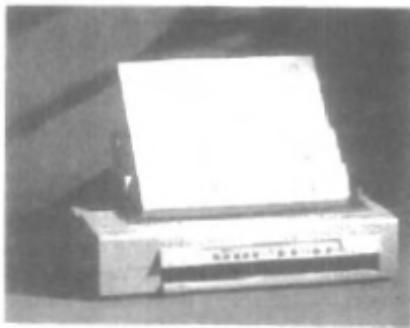


شکل ۲-۵۸ تصویر ایجاد شده روی چاپگر ماتریکس - نقطه که نشان میدهد چگونه تراکم الگوهای نقطه ای قابل تغییر است تا نقاط تاریک و روشن تولید شوند.

یک پلاتر جت جوهر رومیزی با بزرگنمائی ۳۶۰ نقطه در هر اینچ در شکل ۲-۶۰ و مثالهای چاپگر (پلاترهای جت جوهر با بزرگنمائی بالا در شکل ۲-۶۱ نشان داده شده اند).



شکل ۲-۵۹ چاپگرهای لیزری کوچک footprint



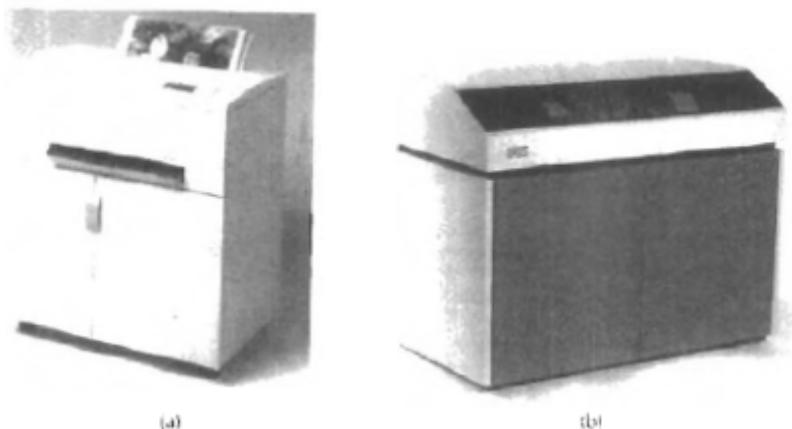
شکل ۲-۶۰ پلاتر جت جوهر روی میزی ۳۶۰ نقطه در هر اینچ

یک ابزار الکتریکی یک بار منفی را روی کاغذ میگذارد(یک ردیف کامل در زمانی در طول کاغذ) سپس کاغذ در معرض تونر قرار میگیرد تونر بارمثبت دارد و به مناطق با بار منفی میپسند که در آنجا خروجی مشخص شده تولید میشود . یک چاپگر / پلاتر رنگی الکترواستاتیک در شکل ۲-۶۲ نشان داده شده است.

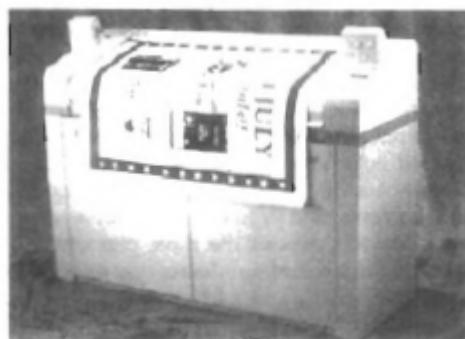
روشهای الکترواستاتیک از گرما در هد پرینت ماتریکس - نقطه برای خروجی الگوهای روی کاغذ حساس به گرما استفاده میکنند.

میتوانیم خروجی رنگی محدود را روی چاپگر برخوردي استفاده از نوارهای با رنگ مختلف بگیریم . ابزارهای غیربرخوردی از روشهای مختلف برای ترکیب این رنگدانهها استفاده میکنند (magenta-cyan و زرد) که تولید طیفی از الگوهای رنگی میکند.

ابزارهای لیزری و زرد گرافیک ، ۳ رنگدانه را در مسیرهای جداگانه مینشانند روشهای جت جوهر بطور همزمان ، ۳ رنگ را روی مسیری منفرد در طول هر خط چاپ روی کاغذ پرتاب میکنند.



شکل ۲-۶۱ چاپگرهای مدل زمینی رنگی جت جوهری که از اندازه متغیر نقطه برای رسیدن به بزرگنمائی معادل  $1800 \times 1500$  نقطه در اینچ بهره می‌برند.



شکل ۲-۶۲- یک چاپگر الکترواستاتیک که  $400$  نقطه را در هر اینچ نمایش میدهد.

پهن کردن طراحهای دیگر و دیگر نقاشیهای نوعاً با پلاترهای جت جوهر یا قلمی ایجاد میشوند.

یک پلات قلمی دارای یک یا چن قلم سوار شده روی یک حامل یا تیر افقی است که ورقه ای از کاغذ را وجب میکند . قلمها با رنگها و عرضهای مختلف برای تولید انواعی از سایه ها و شبکهای خط بکار میروند . قلمهای جوهرتر ، توپی - نقطه ای و گردش نمد همگی از انتخابهای احتمالی برای استفاده با پلاتر قلمی هستند.

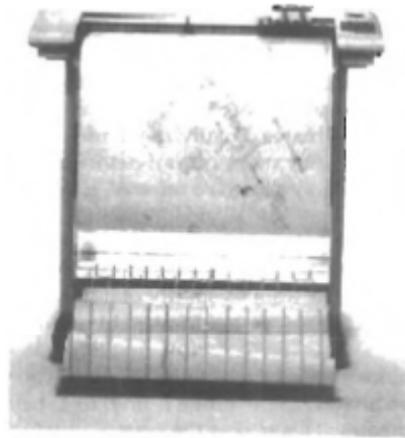
کاغذ پلاتر میتواند بصورت تخت یا لوله شده درون طبل یا تسمه قرار گیرد.

تیرهای افقی بصورت ثابت یا افقی هستند و قلم در طول تیر به جلو و عقب حرکت میکند. گیرهها، یک خلاً یا یک بار الکترواستاتیک است که کاغذ را سرجایش نگه میدارد.

مثالی از پلاتر قلمی بستر تخت رومیزی در شکل ۲-۶۳ و پلاتر قلمی غلتکی در شکل ۲-۶۴ نشان داده شده است.



شکل ۲-۶۳ پلاتر قلمی رومیزی با بزرگنمایی٪ ۲۵ mm



شکل ۲-۶۴ پلاتر بزرگ قلمی غلتکی بار چینجر اتوماتیک چند رنگی ۸ قلمی و بزرگنمایی٪ ۱۲۷ mm

## ۲-۷ نرم افزار گرافیکی

۲ طبقه بندی عمومی برای نرم افزار گرافیکی وجود دارد: بسته‌های برنامه نویسی عمومی و بسته‌های کاربرد با هدف خاص.

بسته برنامه ریزی گرافیک عمومی، دسته وسیعی از کارکردها را ارائه می‌کند که در زبان برنامه نویسی سطح بالا قابل استفاده است مثل FORTRAN

مثالی از بسته عمومی برنامه نویسی گرافیکی شامل سیستم GL روی تجهیزات Silicon Graphics است.

کارکردهای پایه ای در بسته عمومی شامل آن کارکردها برای تولید اجزای تصویر، ریختن رنگ و ارزشهای شدت، انتخاب مناظر و بکاربردن تغییر شکلها است.

در مقام مقایسه - بسته‌های گرافیک کاربردی برای غیر برنامه‌ها طراحی می‌شود چنانکه کاربران نمایشها را بدون نگرانی از چگونگی کارکردهای گرافیکی ایجاد می‌کنند.

سرحد مسیرهای گرافیکی در چنین بسته‌هایی به کاربر اجازه میدهد با برنامه‌ها با اصطلاحات خودشان ارتباط برقرار کند.

مثالهای چنین بسته ای کاربردی شامل برنامه‌های نقاشی هنرمند و سیستمهای مختلف تجارت - پزشکی و CAD می‌باشد.

#### نمایشها مختصاتی

با چند استثناء بسته‌های گرافیک عمومی برای استفاده در مشخصات مختصات کارتزین طراحی می‌شوند. اگر مقادی مختصاتی برای یک تصویر در چخارچوب مرجع دیگری مشخص شوند (کروی - هذولی یا غیره) باید به مختصات کارتزین (قبل از داده شدن به بسته گرافیکی) تبدیل شوند.

بسته‌های هدف خاص، استفاده از دیگر قابهای مختصاتی را که مناسب کاربری هستند مقدور می‌کنند. عموماً مراجع قابهای مختلف کارتزین برای ساختن و نمایش دادن صحنه بکار می‌روند. ما میتوانیم شکل اشیاء منفرد مثل درختان یا اثاثیه - در صحنه ای درون قابهای مرجع مختصاتی بسازیم که محورهای مدل سازی نام دارد یا گاهی مختصات محلی یا مختصات مستر.

ما برای برخی صحنه‌ها شاید بخواهیم ابعاد شیئی را در کسری از یک فوت مشخص کنیم ولی برای دیگر کاربردها شاید بخواهیم از میلی متر - کیلومتر یا سال نوری استفاده کنیم.

عموماً یک سیستم گرافیکی - در ابتدا موقعیت‌های مختصات جهانی را به مختصات ابزار نرمالیزه در محدوده از صفر تا یک قبل از تبدیل نهایی به مختصات ابزار خاص تبدیل

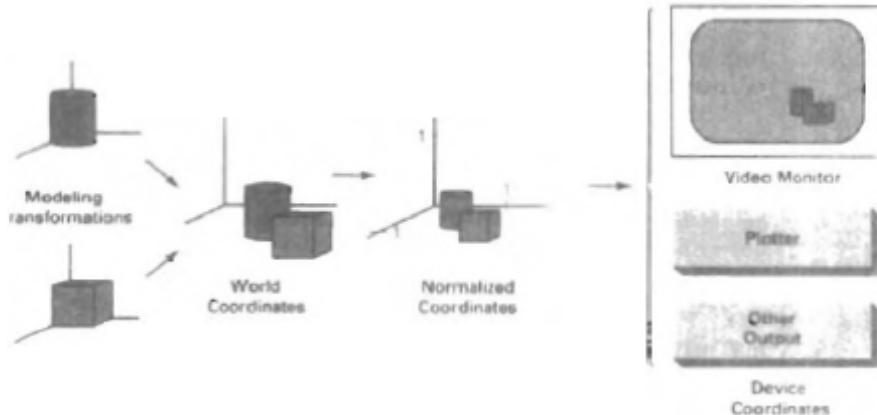
میکند. این باعث میشود سیستم مستقل از ابزارهای مختلفی باشد که در ایستگاه کار خاصی بکار میروند شکل ۲-۶۵ توالی تغییر شکلهای مختصات از مختصات مدل سازی تا مختصات ابزاری برای کاربرد ۲ بعدی را توضیح میدهد.

یک موقعیت آغازین مختصات مدل سازی ( $X_{mc}, Y_{mc}$ ) در این توضیح به موقعیت مختصات ابزاری ( $X_{dc}, Y_{dc}$ ) با توالی زیر تبدیل میشود:

$$(x_{mc}, y_{mc}) \rightarrow (x_{wc}, y_{wc}) \rightarrow (x_{nc}, y_{nc}) \rightarrow (x_{dc}, y_{dc})$$

مدل سازی و موقعیتهای مختصات جهانی در این تغییر شکل میتواند هر مقدار نقطه شناوری باشد مختصات نرمالیزه، نامساوی ما را برآورده میکنند: فرمول و مختصات ابزاری  $Y_{dc}, X_{dc}$  اعداد صحیح درون محدوده (O, O) تا ( $X_{max}, Y_{max}$ ) برای ابزاری با خروجی خاص هستند.

برای جا دادن تفاوت‌های مقیاسها و نسبت‌های منظر، مختصات نرمالیزه در منطقه مربعی ابزار خروجی رسم میشوند بطوریکه نسبت‌های مناسب حفظ میشوند.



شکل ۲-۶۵ توالی تغییر شکل از مختصات مدلسازی به مختصات ابزاری برای صحنه ای ۲ بعدی

شکلهای شیئی در سیستمهای مختصات مدل سازی محلی تعریف میشوند و سپس درون صحنه کلی مختصات جهانی موقعیت یابی میشوند.

سپس مشخصات مختصات جهانی به مختصات نرمالیزه تغییر شکل مییابند.

در مرحله نهایی کاربران ابزار منفرد ، نمایش مختصات نرمالیزه صحنه را برای نمایش به ابزارهای خروجی انتقال میدهند.

### کارکردهای گرافیکی

بسته گرافیک هدف عمومی انواعی از کارکردها برای خلق و دستکاری تصاویر را برای کاربر فراهم میمکند. این مسیرها مطابق با چگونگی سروکار داشتن آنها با خروجی - ورودی - نشن‌ها تغییرشکلها، ملاحظه منظره یا کنترل عمومی قابل طبقه بندی هستند.

بلوکهای ساختمانی اصلی برای تصاویر را تقدم‌های خروجی می‌نامند آنها شامل رشته‌های کار اکثر و ذاتهای هندسی مثل نقاط خطوط مستقیم خطوط منحنی و مناطق پرشده (چند ضلعی‌ها ، دایره‌ها و ...) و شکلهای تعریف شده با آرایش نقاط رنگی هستند. مسیرها برای خلق تقدم‌های خروجی ، ابزارهای پایه ای را برای ساختن تصاویر فراهم میکنند.

نشان‌ها مشخصات تقدم‌های خروجی هستند پس نشان توضیح میدهد چگونه یک تقدیم خاص باید نمایش داده شود . آنها شامل مشخصات شدت و رنگ ، سبکهای خط ، سبکهای متن و الگوهای پر کردن منطقه هستند .

کارکردهای درون این طبقه برای دسته بندي نشانها برای یک رده تقدم یا ۴ گروه تقدم‌های خروجی قابل استفاده اند.

ما میتوانیم شکل - موقعیت یا جهت شیئی را درون صحنه با استفاده از تغییر شکلهای هندسی تغییر دهیم تغییر شکلهای مدل سازی مشابه برای ساختن صحنه با استفاده از توضیحات شیئی داده شده در مختصات مدل سازی بکار میروند.

تغییر شکلهای ملاحظه منظره برای مشخص کردن منظره ای که باید نشان داده شود و آن بخشی از منطقه نمایش خروجی که باید بکار برد مورد استفاده قرار میگیرند.

تصاویر به بخش‌های جزئی قابل تقسیم اند که آنها را ساختار یا قطعات یا اشیاء می‌نامند که به بسته نرم افزاری بکار رفته بستگی دارد.

هر ساختار یک واحد منطقی تصویر را تعریف میکند یک صحنه با چند یئی میتواند هر شیئی منفرد را در یک ساختار با نام جداگانه ارجاع دهد.

مسیرها برای پردازش ساختارها هستند که عملیات را انجام میدهند مثل ایجاد تغییر و اصلاح و تغییر شکل ساختارها.

نهایتاً یک بسته گرافیکی دارای چن وظیفه خانه داری – مانند است مثل تمیز کردن اسکرین نمایش دهنده و اجرای تشریفات پارامترها. ما میتوانیم کارکردها را با انجام اینها تحت عنوان عملیات کنترل یکجا در نظر بگیریم.

### استانداردهای نرم افزاری

هدف اولیه نرم افزار گرافیکی استاندارد شامل قابلیت جابجا کردن است. وقتی بسته‌ها با کارکردهای نرم افزار گرافیکی استاندارد طراحی می‌شوند نرم‌افزار براحتی از یک سیستم سخت افزار به دیگری حرکت می‌کند و در جریانها و کاربردهای مختلف بکار می‌رود.

بدون استانداردها- برنامه‌های طراحی شده برای یک سیستم سخت افزاری به سیستم دیگر قابل انتقال نیستند مگر با دوباره نوشتن وسیع برنامه‌ها.

سازمانهای برنامه ریزی استاندارد ملی و بین‌المللی در بسیاری از کشورها تلاش کرده اند تا استاندارد عموماً پذیرفته شده ای را برای گرافیک کامپیوترا توسعه دهند.

این کار روی استانداردها منجر به توسعه سیستم **GKS** گرافیکی (**kernel**) شد این سیستم بعنوان استاندارد نرم افزار گرافیک اولیه توسط سازمان استانداردهای بین‌المللی و توسط سازمانهای مختلف استانداردهای ملی شامل موسسه استانداردهای ملی آمریکائی پذیرفته شده است. اگر چه **GKS** اساساً بعنوان بسته گرافیک ۲ بعدی طراحی شد، ولی بسط ۳ بعدی **GKS** بعداً توسعه یافت . استاندارد دوم

نرم افزا توسعه یافته و تایید شده توسط سازمانهای استانداردها شامل **PHIGS** بو که بسط **GKS** است.

افزایش تواناییها برای مدل سازی شیئی ، مشخصات رنگ، اجرای سطح و دستکاریهای تصویر در **PHIGS** ارائه می‌شوند . بعداً بسط **PHIGS** بنام+ **PHIGS** توسعه یافت تا قابلیت‌های (غایب در **PHIGS**) ۳ بعدی سایه زدن سطح ارائه شود.

کارکردهای گرافیک استاندارد بعنوان دسته ای از مشخصات تعریف میوند که مستقل از هر زبان دیگر برنامه نویسی است. سپس ارتباط زبانی برای زبان برنامه نویسی خاص سطح بالا تعریف میشود. این پیوند شامل نحوی برای دستیابی به کارکردهای گرافیک استاندارد مختلف از این زبان است.

مثلاً فرم عمومی PHIGS (و GKS) برای مشخص کردن توالی ۷-۱ مرتبط با قطاعات خط مستقیم ۲ بعدی بصورت زیر است: فرمول

ما در فصلهای بعدی از کارکردهای استاندارد تعریف شده در PHIGS بعنوان چارچوبی برای بحث مفاهیم گرافیک پایه ای و طراحی و کاربرد بستههای گرافیکی استفاده میکنیم برنامههای مثالی در پاسکال نمایش داده میشوند – تا الگوریتمهای انجام کارکردهای گرافیکی و توضیح برای کاربردهای کارکردها و تابعها شرح داده شوند.

نامهای توضیح دهنده برای کارکردها براساس تعاریف PHIGS در هر جائی که به کارکرد گرافیکی در یک برنامه مراجعه میوشد بکار میروند.

اگر چه PHIGS شخصه ای برای کارکردهای پایه ای گرافیک نشان میدهد روش شناسی استانداردی برای سرحد گرافیک با ابزارهای خروجی فراهم نمیکند.

### ایستگاههای کار PHIGS

عموماً اصلاح ایستگاه کمار راجع به سیستم کامپیوترا با ترکیبی از ابزارهای ورودی و خروجی است که برای یک کاربر طراحی شده است.

در PHIGS و GKS اصطلاح لایستگاه کاربرای تعیین ترکیبات مختلف نرم افزار و سخت افزاری گرافیکی بکار میرود.

برای تعریف ایستگاههای کار مختلف و کاربرد آنها درون برنامه کاربردی ما به مشخص کردن شتاب گر ایستگاه و نوع آن نیاز داریم.

عبارات زیر ، ساختار عمومی برنامه PHIGS را ارائه میکنند

```
polyline(n, x, y)
```

که در آن پارامتر `errorfile` حاوی هر پیام خطایی است که ساخته میوند و پارامتر `memorysize` اندازه منطقه ذخیره داخلی را مشخص میکند شناساگر ایستگاه کار (یک عدد صحیح) پارامتر `WS` است و پارامتر `connection` مکانیزم دست یابی برای ایستگاه کار ا بیان میکنید.

پارامتر `type` طبقه خاص برای ایستگاه کار را مشخص میکند. مثل ابزار `input` یا ابزار `metafile` از ابزار `outin` یا `output`، ترکیبی از ابزار خروجی یا ورودی.

هر تعداد ایستگاه کار میتواند در کاربر خاصی باز باشد. با ورودی که از ابزارهای ورودی باز مختلف و خروجی با جهت به سمت همه ابزارهای خروجی باز میآید.

ما روشهای خروجی و ورودی را در برنامه‌های کاربردی در فصل ۸ بحث می‌کنیم پس از اینکه طرز عملهای پایه‌ای برای ایجاد و دستکاریهای تصاویر را بررسی کردیم.

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

3

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

## مقدمه

تصویر را می توان به روش‌های گوناگون توصیف کرد . با فرض وجود محلی برای نمایش تصویر ، نمایش تصویر به دلیل وجود بسیار زیاد پیکسلهاست به عبارت دیگر می توانیم تصویر را مجموعه ای از اشیاء پیچیده مثل درختان و زمین یا مبلمان و دیوار در نظر بگیریم که در مختصات معین از صفحه نمایش قرار می گیرد . شکلها و رنگهای اشیاء با آرایش درونی پیکسلها یا مجموعه ای از ساختارهای هندسی از جمله خط راست و چند ضلعی و رنگها قابل توصیف است . پس صفحه نمایش تصاویر را یا با بارگذاری و آرایش پیکسلها در قاب حائل یا با تبدیل ساختارهای هندسی خاص به الگوهای پیکسلی نشان می دهد . نرم افزارهای بسته ای گرافیکی ، توابعی را به وجود می آورند که صفحه نمایش آنها را تحت عنوان ساختارهای اولیه هندسی می شناسد که به آنها خروجی های پیشین گفته می شود که دارای ساختارهای پیچیده ای هستند.

خروجی پیشین با مشخصات داده های ورودی و دیگر اطلاعات در مورد چگونگی نمایش آن شئ تعیین می شود . نقاط و خطوط راست ساده ترین اشکال تشکیل دهنده تصویر هستند به علاوه خروجی های پیشین که برای ساختن تصویر استفاده می شود شامل دایره ها و دیگر اشکال مخروطی و سطوح چهار وجهی و منحنی و رشته های خطوط نیز هستند . ما بحث خود را درباده چگونگی تشکیل تصویر با آزمایش الگوریتم برای نمایش خروجی های دو بعدی و با تأکید بیشتر بر تبدیل سیستم گرافیکی و صفحه نمایش پیش می گیریم . در این بخش ، همچنین ما در مورد چگونگی تشکیل توابع خروجی در بسته های گرافیکی صحبت خواهیم کرد و نگاه اجمالی به توابع خروجی موجود در زبان phigs خواهیم داشت.

## 3-1 نقاط و خطوط

نقش نقطه با تبدیل مختصات ساده که مجهر به برنامه کاربردی در عملکردهای مختص برای خروجی دستگاه مورد استفاده انجام می شود با مانیتور های CRT ، برای مثال با پرتوهای الکترون برای روشن کردن پرده فسفری در محل معین است چگونگی پرتو تابی الکترون بستگی به تکنولوژی دارد . سیستم اسکن تصادفی ساختارهای آرایش نقاط را در لیست نمایش ذخیره می کند و اندازه مختصات این ساختارها به اختلاف ولتاژ که موقعیت پرتوهای الکترون بر روی پرده در هر دور تبدیل می شوند . در سیستم تصویر سیاه و سفید ، به عبارت دیگر ، نقطه با مجموعه ای از مقیاسهای ذرهای متناظر با موقعیت پرده معینی در قاب حائل ۱ کشیده می شود . پس زمانیکه پرتو الکترون به سرعت از هر خط افقی اسکن می گذرد و الکترون های شکافته را ساعت می کند و مقیاس ۱ در قاب حائل تشخیص داده می شود .

با سیستم RGB ، قاب حائل با کدهای رنگی بسیاری که در موقعیتهای پیکسل نشان داده می شود بار گذاری می شود ترسیم خط با محاسبه موقعیتهای میانه در طول مسیر خط بین دو موقعیت پایانی انجام می شود پس خروجی ها برای پر کردن موقعیتهای بین پایانه ها هدایت می شود برای وسایل مشابه ، مثل قلم ها یا اسکنهای تصادفی که خط راست همواره از نقطه ای به نقطه ای دیگر کشیده می شود . تغییرات انحراف ولتاژ افقی و عمودی متناسب با تغییرات محورهای Y ، X برای تولید خط است . در وسایل

دیجیتالی نمایش خط راست با کشیدن گستته نقاط بین دو پایانه است و مختصات و موقعیت گستته در طول خط از معادله خط محاسبه می شود.

برای نمایش ویدیویی، خط رنگ بروی قاب حائل متناظر با مختصات پیکسل بار گذاری می شود . موقعیت پرده با مقیاسهای عدد صحیح مشخص می شود بنابراین موقعیتها در اندازه های تقریبی از موقعیتهای حقیقی خط بین دوپایانه قرار خواهد گرفت.

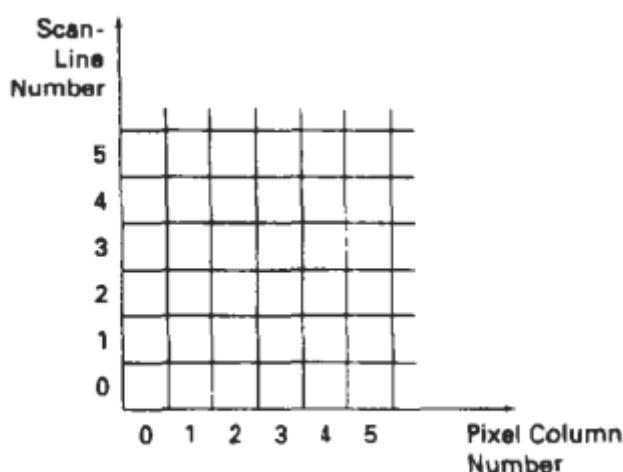
برای مثال تخمین موقعیت خط (۰.۴۸، ۲۰.۵۱) در مقیاس پیکسل به موقعیت (۲۱، ۱۰) تبدیل خواهد شد. گرد کردن مقیاس مختصات باعث می شود که خط همانطور که در شکل ۳-۱ آمده مرحله ای به نظر برسد.

```
setPixel (x, y)
```



شکل ۳-۱

در اول کار ، با فرض اینکه موقعیت پیکسلها طبق تعداد خطوط اسکن و تعداد ستون ها (موقعیت پیکسل در طول خط اسکن ) و طبق شکل ۳-۲ به تصویر کشیده شده است که خطوط اسکن به طور متوالی از صفر شروع شده و تا پایین پرده ادامه دارد و ستون پیکسلها از صفر شروع شده واز چپ به راست در طول هر اسکن ادامه دارد. در بار گذاری رنگ خاص در قاب حائل در موقعیتی متناظر با ستون  $x$  در طول اسکن  $y$ ، فرض می کنیم که تولید سطح پایین داشته ایم.



شکل ۳-۲

گاهی اوقات می خواهیم قاب حائل اخیر را در موقعیت خاصی دوباره بازیابی کنیم و چنین کاری با تابع آسانی انجام می شود.

Get pixel ( x , y )

۳-۲

### الگوریتم رسم خط

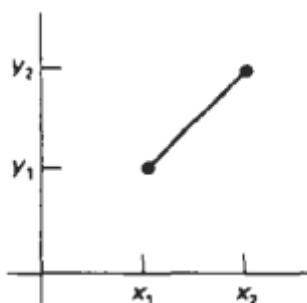
نظریه جلوگیری از شیب خط کارتیزان برای خط راست بدین صورت است :

$$y = m \cdot x + b \quad (3-1)$$

(x2,y2), ( x1,y1) نشاندهنده شیب خط و b به عنوان عرض از مبدأ y است. اگر دو نقطه پایانی را (x2,y2), ( x1,y1) مطابق شکل ۳-۳ در نظر بگیریم ما می توانیم  $m$  و  $b$  را طبق فرمول زیر محاسبه کنیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (3-2)$$

$$b = y_1 - m \cdot x_1 \quad (3-3)$$



شکل ۳-۳

الگوریتم نمایش خط راست براساس رابطه ۱ و محاسبه روابط ۲ و ۳ بدست می آید.  
برای هر x، فاصله  $dx$  در طول خط و متناظر با آن  $dy$  را محاسبه می کنیم

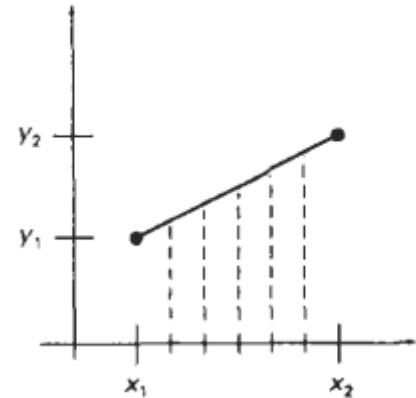
$$\Delta y = m \Delta x \quad (3-4)$$

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{m} \quad (3-5)$$

این معادلات برای تعیین انحراف ولتاژ در وسایل مشابه است.

برای خطوط با شیب  $|m| < 1$  ،  $\Delta x$  متناسب با ولتاژ کم افقی و متناظر با انحراف عمودی  $\Delta y$  طبق رابطه ۳-۴ محاسبه می شود . برای خطوط با شیب  $|m| > 1$  ،  $\Delta y$  متناظر با انحراف کم ولتاژ عمودی و متناظر با انحراف ولتاژ افقی  $\Delta x$  طبق رابطه ۳-۵ محاسبه می شود و برای خطوط با شیب  $m = 1$  و انحراف ولتاژ عمودی  $\Delta x = \Delta y$  واقعیتی برای این مورد ، خط همواره با شیب  $m$  بین دو پایانه مشخص قرار دارد . در سیستم تصویر خطوط با پیکسل کشیده می شوند و اندازه آنها در جهات عمودی واقعیت مربوط به جدایی پیکسلهاست .  
برای همین است که ما واحدرا در خط ، نزدیکترین موقعیت به پیکسل در نظر می گیریم.

تغییر مرحله اسکن برای خط راست و خط افقی نزدیک با موقعیت واحد گستر در طول محور X ها طبق شکل ۳-۴ انجام می شود .



شکل ۳-۴

### الگوریتم DDA

تحلیل کننده دیجیتالی دیفرانسیل (DDA) الگوریتم تغییرات اسکن براساس محاسبه  $\Delta y$  با استفاده از روابط ۳-۴ و ۳-۵ است. ما خطی را به عنوان واحد انتخاب می کنیم که هم عدد صحیح باشد و هم نزدیکترین به خط. ابتدا خط را با شیب مثبت طبق شکل ۳-۳ در نظر می گیریم ، اگر شیب کمتر یا مساوی ۱ باشد  $\Delta x = 1$  را در نظر گرفته و Y را چنین محاسبه می کنیم:

$$y_{k+1} = y_k + m \quad (3-6)$$

K را مقیاس عدد صحیح قرار می دهیم که برای اولین نقطه با ۱ شروع شده و رفته رفته ۱ واحد افزایش می دهیم تا به نقطه پایانی برسد . مقیاس Y باید به نزدیکترین عدد گرد شود در حالیکه M را میتوان هر عدد حقیقی بین ۰ و ۱ قرار داد.

برای خطهایی با شیب مثبت و بزرگتر از ۱ جای x و y را عوض می کنیم و  $\Delta y = 1$  گرفته و x را چنین محاسبه می کنیم

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \quad (3-7)$$

در روابط ۳-۶ و ۳-۷ فرض شده که خطوط از پایانه چپ به راست کشیده شده اند اگر این فرض بر عکس باشد چنانچه آغاز از سمت راست باشد  $\Delta x = -1$  و

$$y_{k+1} = y_k - m \quad (3-8)$$

یا زمانیکه شیب بزرگتر از ۱ باشد  $\Delta y = -1$  و

$$x_{k+1} = x_k - \frac{1}{m} \quad (3-9)$$

روابط ۳-۶ تا ۳-۹ موقعیت پیکسلها در طول خط را با شیب منفی محاسبه می کند . اگر قدر مطلق شیب کمتر از ۱ باشد و نقطه شروع چپ باشد  $\Delta x = 1$  و  $y$  طبق رابطه ۳-۶ محاسبه می شود.

زمانیکه نقطه آغاز سمت راست با همان شیب باشد  $\Delta x = -1$  می گیریم و موقعیت  $y$  را ۳-۸ محاسبه می کنیم اما زمانیکه قدر مطلق شیب منفی بزرگتر از ۱ باشد  $\Delta y = 1$  وطبق ۳-۹ یا  $\Delta y = -1$  وطبق ۳-۷ محاسبه می کنیم. این الگوریتم در روش زیر خلاصه شده که دو نقطه پایانی پیکسل به عنوان ورودی در نظر گرفته شده اند اختلاف عمودی وافقی بین نقاط پایانی را با  $dx$  و  $dy$  نشان می دهیم.

در شروع موقعیت پیکسل با  $(x_a, y_a)$ ، نیاز است تا موقعیت پیکسل بعدی را در طول خط مشخص کنیم و این مرحله را چندین بار انجام می دهیم .

اگر اندازه  $dx$  بزرگتر از  $ya$  و  $xb$  کمتر از  $xa$  باشد افزایش در جهت  $x$  و  $y$  برابر  $1/m$  نیز به همین ترتیب خواهد بود . اگر بیشترین تغییر در جهت  $X$  باشد اما  $xa$  بزرگتر از  $xb$  باشد در این صورت با کاهش یعنی  $-1/m$  برای تعیین نقطه جدید مواجه می شویم به عبارت دیگر ما افزایش(کاهش ) در جهت  $y$  و  $x$ ، از افزایش (کاهش) استفاده می کنیم .

```
#include "device.h"

#define ROUND(a) ((int)(a+0.5))

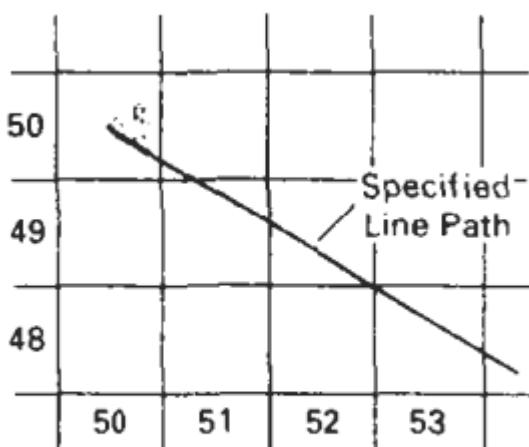
void lineDDA ( int xa, int ya, int xb, int yb)
{
    int dx = xb - xa, dy = yb - ya, steps, k;
    float xIncrement, yIncrement, x = xa, y = ya;

    if (abs (dx) > abs (dy)) steps = abs (dx);
    else steps = abs (dy);
    xIncrement = dx / (float) steps;
    yIncrement = dy / (float) steps;

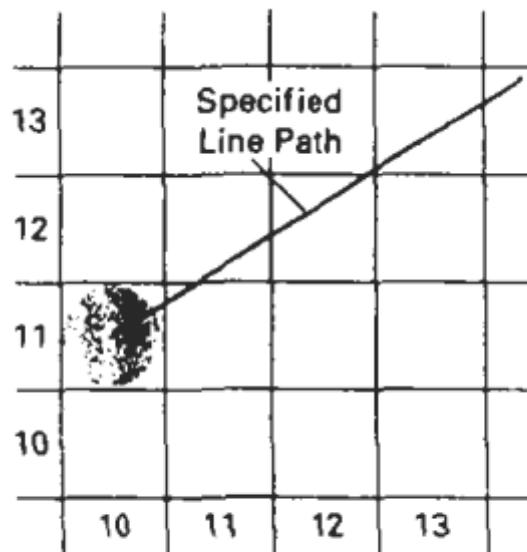
    setPixel (ROUND(x), ROUND(y));
    for (k=0; k<steps; k++) {
        x += xIncrement;
        y += yIncrement;
        setPixel (ROUND(x), ROUND(y));
    }
}
```

الگوریتم خطی برسین هام

الگوریتم خطی موثر با اعداد صحیح توسط بر سین هام توسعه یافته است  
نمودار 3-5 و 3-6 بخشایی از ترسیم خط راست را نشان داده است . محور افقی نشانگر خطوط اسکن و محور عمودی بیانگر ستونهای پیکسل است . با توجه به فاصله  $X$  ها در این مثال ، ما باید نتیجه بگیریم که کدام دو موقعیت پیکسل نزدیکتر به خط در هر واحدی هستند . آغاز از سمت چپ مطابق fig 3-5 نشان داده شده است باید تعیین کنیم که پیکسل در موقعیت (11,11) کشیده شود یا در موقعیت (11,12) fig 3-6 شیب منفی در طول خط از موقعت (50,50) که از چپ آغاز شده در این حالت آیا ما باید نزدیکترین موقعیت را (51,50) در نظر بگیریم یا (49,51) . این سوال را الگوریتم خطی بر سین هام با آزمایش پارامترهای صحیح که مقیاس آنها بین ۲ نقطه متفاوت از مسیر خط واقعی است جواب داده می شود . برای نشان دادن روش بر سین هام ، ما تغییرات اسکن را برای خطهایی با شیب مثبت و کمتر از ۱ در نظر می گیریم . موقعیتهای پیکسلها در طول خط با فواصل  $X$  ها مشخص می شود . نقطه آغاز از چپ (X0,Y0) به هر ستون متواالی  $X$  که برویم و رسم کنیم . موقعیت پیکسل را که مقیاس  $Y$  نزدیکتر به خط است . fig 3-7 مرحله K را در این روش نشان می دهد .



*Figure 3-6*



*Figure 3-5*

با فرض اینکه پیکسل را در موقعیت  $(X_k, Y_k)$  در نظر بگیریم . باید تصمیم بگیریم که کدام پیکسل را در موقعیت و ستون  $(X_{k+1})$  ترسیم کنیم . انتخابهای ما پیکسلهایی در موقعیتهای  $(X_k+1, Y_k)$  و  $(X_k+1, Y_{k+1})$  خواهند بود.

در موقعیت نمونه  $(X_{k+1}, Y_{k+1})$  ستون عمودی را جدا از نمودار خطی ریاضی  $d_1, d_2$  را طبق fig 3-8 مختصات  $Y$  در نمودار خطی ریاضی در ستون  $X_{k+1}$  چنین محاسبه می شود.

$$y = m(x_k + 1) + b \quad (3-10)$$

سپس

$$\begin{aligned} d_1 &= y - y_k \\ &= m(x_k + 1) + b - y_k \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} d_2 &= (y_k + 1) - y \\ &= y_k + 1 - m(x_k + 1) - b \end{aligned}$$

اختلاف بین این دو چنین خواهد بود

$$d_1 - d_2 = 2m(x_k + 1) - 2y_k + 2b - 1 \quad (3-11)$$

پارامتر  $P_k$  برای مرحله  $k$  در الگوریتم خطی با دو بار سامان دهی Eq 3-11 به دست می آید چنانچه فقط محاسبات اعداد صحیح را شامل می شود و این کار با  $m = \Delta y / \Delta x$ ,  $\Delta x$  زمانیکه و  $\Delta y$  محور های جداگانه عمودی و افقی موقعیت نقاط پایانی هستند

$$\begin{aligned} p_k &= \Delta x(d_1 - d_2) \\ &= 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + c \end{aligned} \quad (3-12)$$

$P_k$  همان  $d_1, d_2$  زمانیکه  $2\Delta y + \Delta x(2b - 1)$  است. پارامتر  $c$  ثابت است و برابر  $\Delta x > 0$  که مستقل از موقعیت پیکسل است و در محاسبات بازگشتی  $p_k$  حذف می شود. اگر پیکسل در  $y_k$  نزدیکتر به خط

نسبت به  $y_{k+1}$  باشد ( $d_1 < d_2$ ) در اینصورت  $p_k$  منفی خواهد بود. در اینصورت ما پیکسل پایینی را رسم می کنیم. در غیر اینصورت پیکسل بالایی رسم خواهد شد.

تغییر در مختصات خط یا در محور  $X$  و یا  $y$  اتفاق می افتد. بنابراین ما مقدار متوالی پارامترها را در افزایش محاسبات اعداد صحیح معین می کنیم. در مرحله  $k+1$  پارامترها طبق Eq 3-12 محاسبه می شود.

$$p_{k+1} = 2\Delta y \cdot x_{k+1} - 2\Delta x \cdot y_{k+1} + c$$

با کاهش Eq 3-12 از معادله، ما خواهیم داشت

$$p_{k+1} - p_k = 2\Delta y(x_{k+1} - x_k) - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k)$$

اما  $x_{k+1} = x_k + 1$   
پس

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x(y_{k+1} - y_k) \quad (3-13)$$

زمانیکه  $y_{k+1} - y_k$  صفر یا ۱ باشد بستگی به پارامتر  $p_k$  دارد. محاسبه بازگشتی برای تعیین پارامترها برای موقعیت های صحیح  $X$ ، از مختصات چپ نقطه پایانی خط آغاز می شود. اولین پارامتر،  $p_0$  از Eq 3-12 محاسبه می شود که از موقعیت پیکسل  $(x_0, y_0)$  و  $m$  از  $\Delta y / \Delta x$  محاسبه می شود:

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x \quad (3-14)$$

ما می توانیم نظریه بررسین هام برای شبکه های مثبت کمتر از ۱ نیز در نظر بگیریم. مقادیر ثابت  $2\Delta y$  و  $2\Delta y - 2\Delta x$  برای خط محاسبه می شود. بنابراین محاسبات فقط برای اعداد صحیح و کسر این دو مقدار ثابت انجام می شود.

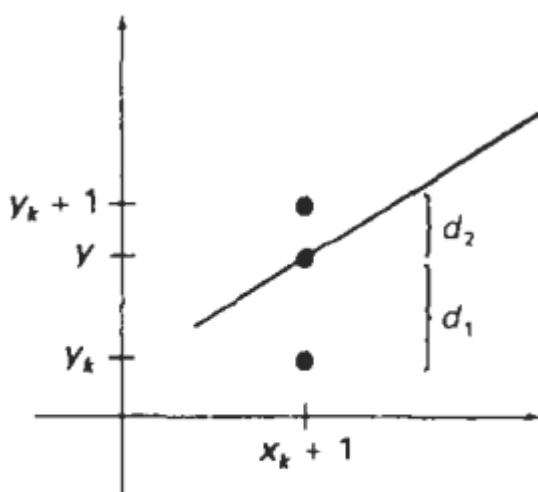


Figure 3-8

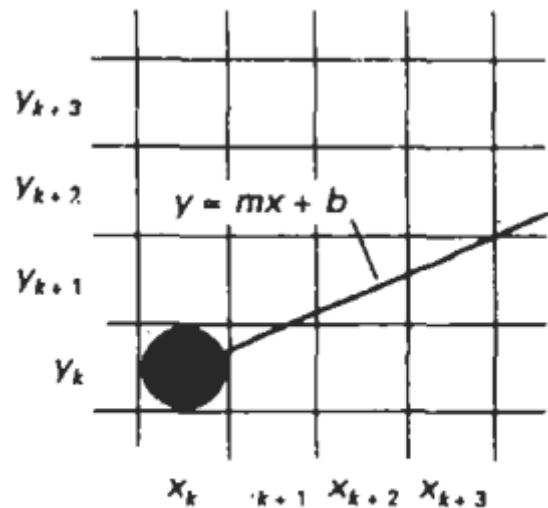


Figure 3-7

الگوریتم خط راست بر سین هام برای  $|m| < 1$

۱. مختصات دو نقطه پایانی را وارد کرده و نقطه چپ را  $(x_0, y_0)$  قرار دهید.
۲.  $(x_0, y_0)$  را در قاب حائل بارگذاری کنید. این اولین نقطه ترسیم شده است.
۳. مقادیر ثابت  $2\Delta y - 2\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta x$  را حساب کرده و مقدار اولیه پا مشخص کنید.

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

۴. برای هر  $x_k$  در هر خط از  $k=0$  آغاز کنید و فرمول زیر را امتحان کنید:  
اگر  $p_k < 0$  باشد نقطه بعدی برای ترسیم  $(x_{k+1}, y_{k+1})$  خواهد بود و

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

در غیر اینصورت نقطه بعدی  $(x_{k+1}, y_{k+1})$  خواهد بود و

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$$

۵. مرحله ۴ را  $\Delta x$  بار تکرار کنید.

برای مثال این الگوریتم دو نقطه به مختصات (30,18) و (20,10) با شیب ۰/۸ در نظر گرفته ایم. با

$$\Delta x = 10, \quad \Delta y = 8$$

اولین پارامتر چنین محاسبه می شود

$$\begin{aligned} p_0 &= 2\Delta y - \Delta x \\ &= 6 \end{aligned}$$

برای محاسبه افزایش پارامترهای متوالی چنین عمل می کنیم .

$$2\Delta y = 16, \quad 2\Delta y - 2\Delta x = -4$$

اولین پارامتر  $(X_0, Y_0) = (20, 10)$  ترسیم کردیم و موقعیت پیکسلهای متوالی در طول خط را بر اساس پارامترهای زیر تعیین می کنیم .

$k$	$p_k$	$(x_{k+1}, y_{k+1})$	$k$	$p_k$	$(x_{k+1}, y_{k+1})$
0	6	(21, 11)	5	6	(26, 15)
1	2	(22, 12)	6	2	(27, 16)
2	-2	(23, 12)	7	-2	(28, 16)
3	14	(24, 13)	8	14	(29, 17)
4	10	(25, 14)	9	10	(30, 18)

ترمیم کامل پکسلها بر روی خط در fig3-9 نشان داده شده است .

اجرای نظریه بر سین هام برای شیب های  $0 < X < 1$  به شرح ذیل است ترسیم پیکسلها از نقطه چپ پایانی به سمت نقطه پایانی راست می باشد .

```

#include "device.h"

void lineBres (int xa, int ya, int xb, int yb)
{
    int dx = abs (xa - xb), dy = abs (ya - yb);
    int p = 2 * dy - dx;
    int twoDy = 2 * dy, twoDyDx = 2 * (dy - dx);
    int x, y, xEnd;

    /* Determine which point to use as start, which as end */
    if (xa > xb) {
        x = xb;
        y = yb;
        xEnd = xa;
    }
    else {
        x = xa;
        y = ya;
        xEnd = xb;
    }
    setPixel (x, y);

    while (x < xEnd) {
        x++;
        if (p < 0)
            p += twoDy;
        else {
            y++;
            p += twoDyDx;
        }
        setPixel (x, y);
    }
}

```

الگوریتم بر سین هام را می توان ب خطهایی که قدر مطلق شیب بین  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{8}$  تعمیم داد. برای خط با شیب مثبت بزرگتر از ۱ ما جای X و y را عوض می کنیم و اما بر روی محور yها حرکت کرده و نقطه نزدیک و متواالی روی محور X را تعیین می کنیم. همچنین می توان آن را برای ترسیم پیکسلها از نقطه پایانی دیگر آغاز کرد. اگر نقطه آغازی برای خط با شیب مثبت سمت راست است از اندازه X و y کاسته می شود زمانیکه از راست به چپ می رویم. برای اینکه مطمئن شویم پیکسلهای رسم شده علیرغم مکان آغازی، ما همیشه پیکسلهای بالایی یا (پایینی) را انتخاب می کنیم زمانیکه ۲ محور عمودی جدا از خط برابر باشد  $d1=d2$  برای شباهای منفی، روش به همین ترتیب است به جز اینکه یکی از مختصات افزایش و دیگری کاهش یابد. استثنایی هم وجود دارد خطوط افقی ( $\Delta y = 0$ ) و خطوط عمودی ( $\Delta x = 0$ ) و خطوط مورب  $|\Delta x| = |\Delta y|$  هر کدام مستقیماً بر روی قاب حائل بارگذاری می شوند بدون اینکه از الگوریتم ترسیم خط پیروی کند.

## الگوریتم خطوط موازی

الگوریتم توابع خطی که در مورد آنها صحبت کردیم تا حدی که موقعیت های پیکسلها متواالی بوده است. با کامپیووترهای موازی، ما می توانیم موقعیت های پیکسلها را محاسبه کنیم. در طول خط همزمان پردازشگر انجام می شود.

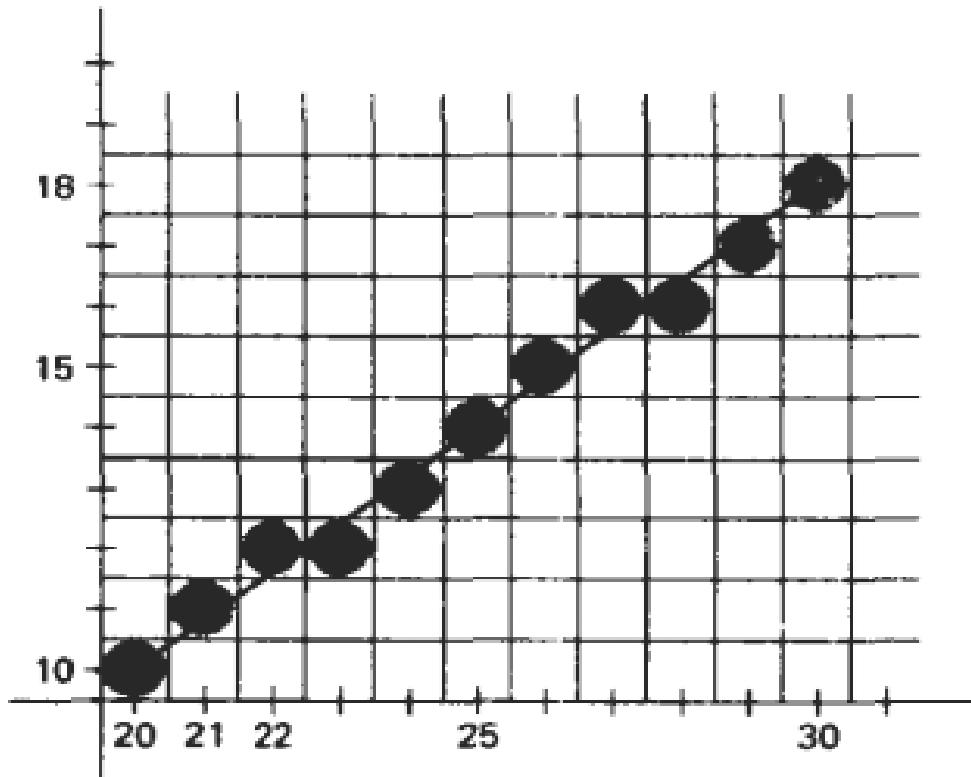


Figure 3-9

یک روش برای مشکل جزبندی قبول محاسبات عددی موجود در این مرحله است. متنواباً ما می توانیم دنبال راه حلها دیگری باشیم. چنانکه موقعیت های پیکسل در حالت موازی نیز محاسبه آن مؤثر باشد. اهمیت الگوریتم موازی در این است که می خواهد تعادل در مرحله بارگذاری و مرحله موجود برقرار کند.

ما می توانیم نظریه الگوریتم خطی بر سین هام را در روش موازی نیز با تقسیم بندی مسیر به  $np$  بخش در هر فاصله فرعی . برای خطهایی با شیب  $0 < m < 1$  و نقطه پایانه از چپ  $(X_0, Y_0)$  و خط را در جهت محور  $X$  ها تقسیم می کنیم فاصله آغازین بخش  $X$  و بخش نزدیک آنها چنین محاسبه می شود

$$\Delta x_p = \frac{\Delta x + n_p - 1}{n_p} \quad (3-15)$$

زمانیکه  $\Delta x$  عرض عریض از خط است و مقیاس سنجش  $p$  با عدد صحیح محاسبه می شود بخشها را از  $1, 2, \dots, n_p - 1$  نامگذاری می کنیم. ما  $X$  آغازین را برای بخش  $k$  محاسبه می کنیم .

$$x_k = x_0 + k\Delta x_p \quad (3-16)$$

برای مثال فرض کنید  $\Delta x = 15$  و  $np = 4$  را داریم در این صورت عرض بخشها برابر ۴ و نقطه آغازین قسمتها از  $x_0 + 4, x_0 + 8, x_0 + 12, x_0 + 16$  تقسیم می کنیم. اگر نقطه آغازی عدد صحیح نباشد خطای طول خواهد داشت. برای اینکه نظریه بر سین هام را اعمال کنیم ما نیاز به مقدار اولیه  $y$  و پارامترهای اولیه در هر بخش داریم. تغییرات  $\Delta y_p$  در جهت محور  $y$  از شیب  $m$  و عرض  $\Delta x_p$

$$\Delta y_p = m\Delta x_p \quad (3-17)$$

در بخش  $k$  ام،  $y$  شروع، هماهنگ می شود با:

$$y_k = y_0 + \text{round}(k\Delta y_p) \quad (3-18)$$

پارامترهای اولیه برای الگوریتم بر سین هام از معادله Eq. 3-12 به دست می آید

$$p_k = (k\Delta x_p)(2\Delta y) - \text{round}(k\Delta y_p)(2\Delta x) + 2\Delta y - \Delta x \quad (3-19)$$

در هر مرحله موقعیتهای پیکسل محاسبه شده از پارامترهای اولیه  $(X_k, Y_k)$  به دست می آید همچنین می توانیم طبق علم اعداد صحیح برای مقیاسهای آغازی  $\Delta y / \Delta x$  را دوباره ساماندهی کنیم الگوریتم بر سین هام موازی خط با شیب بزرگتر از ۱ به دست می آید با بخش کردن خط در جهت محور  $y$ ها و محاسبه مقیاس آغازین برای بخشها. برای شباهای منفی یک مختصات را افزایش داده و مختصات دیگر را کاهش می دهیم راه حل دیگر در الگوریتم موازی برای سیستم تصویر هر مرحله و هر گروه از پیکسلها را تعیین می کنیم با تعداد کافی از مراحل ما میتوانیم هر مرحله را با یک پیکسل انجام دهیم.

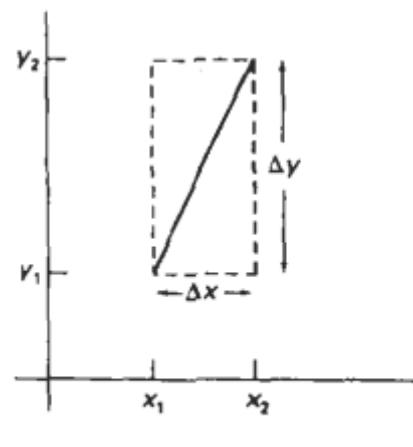


Figure 3-10

وقتی که خط راست و سایر اشیاء تبدیل به نمایش با سیستم تصویری می شود موقعیتهای قاب حائل باید محاسبه شوند ما حدس می زنیم که با رویه مجموعه پیکسلی کامل می شود . که به صورت عدد صحیح می باشد تبدیل الگوریتمها موقعیتهای پیکسلی را در واحد متوالی بسط می دهند.

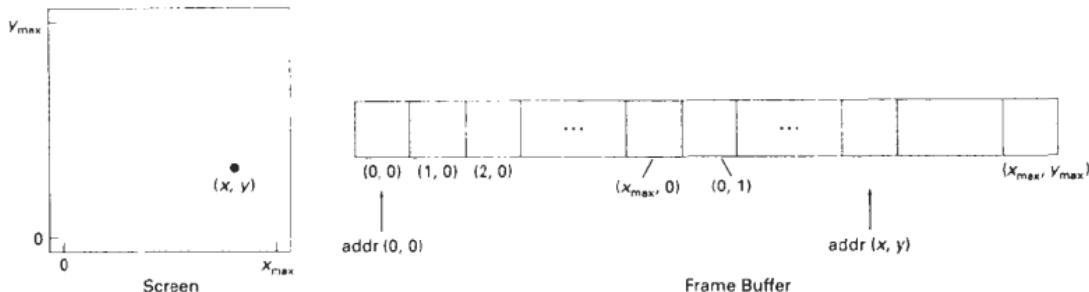


Figure 3-11

این روش ما را راهنمایی می کند تا از روش‌های نموی برای محاسبه آدرس‌های قاب حائل استفاده کنیم . موقعیتهای نمایش پیکسل به طور خطی در ردیف اصلی درون میانگر قالب ذخیره شده است. به عنوان مثال تصور کنید آرایه میانگر قالبی به صورت ردیف اصلی مشخص شده است و موقعیتهای پیکسلی از (0,0) در گوش پایین سمت چپ صفحه تا ( $x_{\max}, y_{\max}$ ) در گوشه بالای سمت راست شکل (Fig. 3-11) متفاوت است برای سیستم **bilevel** (یک ره هر پیکسل ) ذره میانگر قالبی که برای موقعیت پیکسل مشخص شده است محاسبه می شود (y,X)

$$\text{addr}(x, y) = \text{addr}(0, 0) + y(x_{\max} + 1) + x \quad (3-21)$$

طی حرکت در طول یک خط بررسی شده، ما می توانیم میانگر قالبی برای پیکسل را از طریق ( $x+1,y$ ) محاسبه کنیم مطابق افست زیر داریم (X,y)

$$\text{addr}(x + 1, y) = \text{addr}(x, y) + 1 \quad (3-22)$$

در خط بررسی شده بعدی از (X,y) ما به آدرس میانگر قالبی از ( $x+1,y+1$ ) می رسیم با محاسبه

$$\text{addr}(x + 1, y + 1) = \text{addr}(x, y) + x_{\max} + 2 \quad (3-23)$$

جایی که ثابت  $x_{\max}^2$  یکبار برای همه بخش‌های پیش محاسبه می‌شود شبیه محاسبات نموی از طریق فرمول (3-21) می‌توان برای مراحل شمارشی در جهت‌های منفی  $y, x$  استفاده کرد.

هر کدام از این محاسبات آدرسی شامل عدد صحیح واحد می‌باشد. روش‌های انجام پردازش پیکسل مجموعه‌ای برای ذخیره ارزش فزونی پیکسل بستگی به توانایی سیستم خاص و تجهیزات طراحی شده از سنجش نرم افزاری دارد. با سیستمی که می‌تواند طیف لرزشی فزونی هر پیکسل و محاسبه آدرس میانگر قالب را نشان دهد شامل وسعت پیکسل می‌شود (تعداد ذرات) مانند موقعیت صفحه پیکسلی.

### 3-4

#### تابع خطی

یک رویه برای جدا کردن تکه خط راست می‌تواند در شکل‌های مختلف انجام گیرد در PHIGS و GKS و بعضی بسته‌های دیگر تابع خطی دو بعدی (نقاط  $n, WC$ ) چند خطی

جایی که مقدار  $n$  نشان دهنده یک عدد صحیح می‌باشد که برابر است با تعداد موقعیت‌های مختصاتی وارد شده و  $(WC \text{ point})$  پرتو وارده به مقادیر مختصات جهانی برای نقاط انتهایی تکه خط می‌باشد. این تابع برای تعریف یک سری از تکه‌های خط راست متصل  $n-1$  استفاده می‌شود. زیرا مجموعه‌های تک خطهای متصل اغلب بیشتر از تکه خطهای جدا شده در موارد گرافیکی، اتفاق می‌افتد. چند خطی تابع خطی زیادی بر عهده دارد برای نشان دادن تکه خط راست واحد ما  $x^2$  در نظر می‌گیریم و مقادیر  $y, x$  از دو نقطه انتهایی در مختصات  $(WC \text{ point})$  حساب می‌کنیم.

یک مثال از طرز استفاده چند خطی در پایین آمده است که نشان دهنده دو تکه خط متصل می‌باشد با نقاط انتهایی  $(50, 100), (150, 250)$ , and  $(250, 100)$ :

```
wcPoints[1].x = 50;
wcPoints[1].y = 100;
wcPoints[2].x = 150;
wcPoints[2].y = 250;
wcPoints[3].x = 250;
wcPoints[3].y = 100;
polyline (3, wcPoints);
```

رفرنس‌های مختصاتی در تابع چند خطی به عنوان مقادیر مختصاتی واقعی می‌باشند. این بدان معنی است که مقادیر مشخص شده مکان دقیق نقطه در توابع مختصات مورد استفاده می‌باشد.

برخی سیستم‌های گرافیکی و توابع و کاربردهای خطی (نقطه‌ای) را بر عهده دارند به همراه مشخصات مختصاتی مربوطه. در این مورد مقادیر مختصاتی به عنوان افستهایی از موقعیت‌های مشخص شده می‌باشند (موقعیت جاری نامیده می‌شود) برای مثال، اگر مکان (۲-۳) موقعیت نهایی مشخص شده در برنامه کاربردی باشد مشخصه

مختصاتی مربوط (۲-۱) شبیه موقعیت اصلی (۱-۵) می باشد. دسترسی برای توابع دیگر جهت ایجاد موقعیت جاری قبل از روال خطی وجود دارد که فراخوانی شده است. با این بسته ها کاربر نقطه یک جفت از افستها را در دستور خطی تهیه می کند. به سیستم علامت می دهد تا شروع خط را از موقعیت جاری به موقعیت نهایی تعیین شده از طریق افستها را نمایش دهد بعداً موقعیت جاری به این موقعیت خطی نهایی تجدید می شود. یک سری از خط های متصل با چنین بسته هایی از طریق نتیجه حاصل از دستورات خطی تولید می شود برای هر خط یک دستور داده می شود تا رسم گردد. برخی بسته های گرافیکی این اختیار را به کاربر می دهد تا مشخص کند استفاده از نقاط انتهای خط را هم به صورت نسبی و هم مختصات اصلی.

اجرای پردازش چند خطی از طریق کارکرد اولیه یک سری از تبدیلات مختصاتی انجام می گیرد. سپس از فراخوانها برای روال رسم خط ابزار سطحی نتیجه گیری می شود. در PHIGS، نقاط انتهایی خط ورودی در شکل دهی مختصات مشخص می شود که سپس تبدیل به مختصات جهانی می شود. بعداً مختصات جهانی تبدیل به مختصات هنچار شده و سپس به مختصات دستگاهی می شود. در فصل ۶ درباره جزئیات کارکرد این تغییرات مختصاتی دوگانه بحث خواهیم کرد. در مختصات دستگاهی چند خطی نمایش داده می شود، مانند الگوریتم برسین هام،  $n-1$  بار نقاط مختصاتی  $n$  را وصل می کنیم. هر فراخوانی متوالی می گذراند جفت مختصاتی را که برای رسم قسمتی از خط بعدی لازم می شود که اولین نقطه انتهایی هر جفت مختصاتی آخرین نقطه انتهایی از قسمت قبلی خواهد بود. جهت اجتناب از ایجاد فروزنی نقاط انتهایی دوباره ما می توانیم الگوریتم خطی را تعریف کنیم بنابراین آخرین نقطه انتهایی از هر قطعه رسم نمی شود.

### ۳-۵

#### الگوریتم دایره مرکزی

از آنجایی که دایره از اجزاء مستعمل در تصاویر و اشکال می باشد، یک رویه برای ایجاد دایره های کامل و یا کمانهای دایره ای شامل اکثر بسته های گرافیکی می شود. به طور رایج، یک رویه واحد هم می تواند منحنیهای دایره ای را نشان دهد و هم منحنیهای بیضوی.

#### ویژگیهای دایره

دایره به عنوان مجموعه نقاطی که همه این نقاط در فاصله  $r$  از مرکز ( $x_c, y_c$ ) قرار دارند، تعریف می شود (شکل ۱۲-۳). این ارتباط فاصله توضیح داده می شود از طریق قضیه فیثاغوراس در مختصات کارتیسین (Cartesian)

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \quad (3-24)$$

ما می توانیم از این تساوی استفاده کنیم تا محاسبه کنیم موقعیت نقاط روی محیط دایره از طریق محور تقارن X در مراحل واحد از  $x_c-1$  تا  $x_c+1$  و محاسبه مقادیر متناظر با y در هر قسمت

$$y = y_c \pm \sqrt{r^2 - (x_c - x)^2} \quad (3-25)$$

اما این روش روش مناسب برای ایجاد دایره نیست. یکی از مشکلات این دیدگاه این است که هر مرحله ملزم به محاسبه می باشد. علاوه بر آن، فاصله بین موقعیت پیکسلی رسم شده یکنواخت نیست. همان طوری که در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده، می توان فاصله را با  $x$  و  $y$  تنظیم کرد (مقادیر  $y$  را قرار داده و مقادیر  $x$  را محاسبه می کنیم) مقدار دقیق شیب دایره بزرگتر از عدد ۱ می باشد. اما به سادگی محاسبات و رویه مورد نیاز الگوریتم را افزایش می دهد.

روش دیگر برای برطرف کردن فواصل نامتناسب در شکل ۳-۱۳ محاسبه نقاط طول مرز دایره با استفاده از مختصات متقارن  $r$  و  $\theta$  (شکل ۳-۱۲)

$$\begin{aligned} x &= x_c + r \cos\theta \\ y &= y_c + r \sin\theta \end{aligned} \quad (3-26)$$

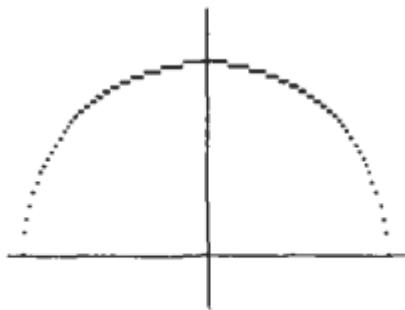


Figure 3-13

نمیه مثبت دایره با تساوی ۳-۲۵  
ترسیم شده است

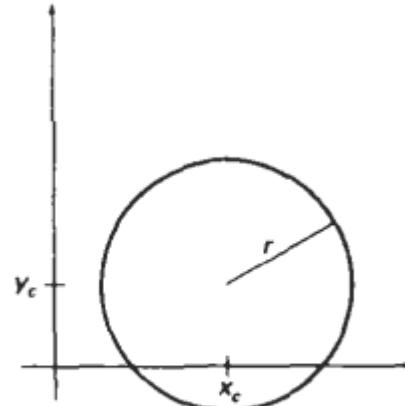


Figure 3-12

دایره با مختصات مرکزی  
 $x_c$  و  $y_c$  و شعاع  $r$

وقتی نمایشی با این تساویها بسط داده می شود و از اندازه زاویه ای ثابت استفاده می شود، دایره ای با نقاطی که فاصله یکسان در محیط دایره از هم دارند رسم می شود. مرحله انتخاب اندازه برای  $\theta$  بستگی به کاربرد و نمایش دستگاه دارد. بخشی که زاویه بزرگتری دارد می تواند از طریق تکه های خط راست به هم متصل شود تا مسیر دایره به طور تقریبی مشخص شود. برای ادامه بیشتر مرز در محل تصویر نمایش می توانیم در  $1/r$  قرار دهیم. این موقعیتهای پیکسلی رسم شده تقریباً یک بخش جدا هستند.

می توان از طریق تقاضه دایره ای تعداد محاسبات را کم کرد. شکل دایره در هر ربع شبیه هم می باشد. می توانیم قسمتی از دایره را که در ربع دوم از صفحه  $xy$  قرار دارد بسط دهیم و قسمت از دایره به ترتیب با محور تقاضه  $y$  متقارن هستند. و بخشی از دایره که در ربع سوم و چهارم قرار دارد می تواند با کمک ربع اول و دوم از طریق محور

تقارن  $x$  رسم شود. می توانیم این مرحله را بیشتر ادامه دهیم و توجه کنید که محور تقارن تا  $\frac{1}{8}$  هم وجود دارد.

قسمتهای دایره در یک هشتمن های مجاور درون  $\frac{1}{4}$  متقارن می باشد که به ترتیب زاویه  $45^\circ$  دارند که توسط خطی

به دو  $\frac{1}{8}$  قسمت می شوند. شرایط تقارنی در شکل ۱-۳ نشان داده شده است. جایی که نقطه ای در موقعیت  $(x, y)$

در یکی از یک هشتمن های دایره ترسیم شده به هفت نقطه دایره در سایر یک هشتمن های صفحه  $xy$ . با دادن چنین منفعتی از طریق محورهای تقارن می توانیم تمامی مکانهای پیکسلی اطراف دایره را از طریق محاسبه فقط نقاط درون یک بخش از  $x=0$  به  $y=x$  بسط دهیم.

برای تعیین مکانهای پیکسلی در محیط دایره یا از تساوی ۳-۲۴ یا ۳-۲۶ استفاده می شود که هنوز نیاز به ارتباط خوب با زمان محاسبه دارد. تساوی ۳-۲۴ شامل محاسبات ضرب و ریشه دوم جذر است در حالی که محاسبات پارامتر یک شامل محاسبات ضرب و مثلثاتی می باشد.

اکثر الگوریتم های دایره ای کارآمد بر اساس محاسبات نموی می باشد مثل الگوریتم خطی بررسین هام که فقط شامل عملیات ساده عدد صحیح می باشد.

الگوریتم خطی بررسین هام برای نمایش مکان تصویر برای بسط دایره جهت پیدا کردن نزدیکترین پیکسل به محیط در هر مرحله از طریق ایجاد پارامترهای انتخاب ایجاد شده است که تساوی دایره ای ۳-۲۴ غیر خطی است. بنابراین محاسبه ریشه دوم نیاز به فواصل پیکسلی محاسبه شده از مسیر دایره ای خواهد داشت.

الگوریتم خطی بررسین هام محاسبه ریشه دوم را کنار گذاشته و به جای آن مربع فواصل جدا شده پیکسلی را مقایسه می کند.

یک روش برای مقایسه فاصله مستقیم امتحان موقعیت نیمه کاره بین دو پیکسل می باشد تا تعیین کند که نقطه میانی درون یا بیرون مرز دایره قرار دارد. این روش بیشتر برای سایر مخروطها استفاده می شود و شعاع دایره و مکانهای پیکسلی فقط میانی مشابه به الگوریتم دایره ای بررسین هام را تولید می کند.

همچنین خطای در مکان دهی موقعیتهای پیکسلی در هر بخش از مخروط می تواند وجود داشته باشد طوری که استفاده از آزمون نقطه میانی به یک نیمه از بخش جدا شده پیکسلی محدود می شود.

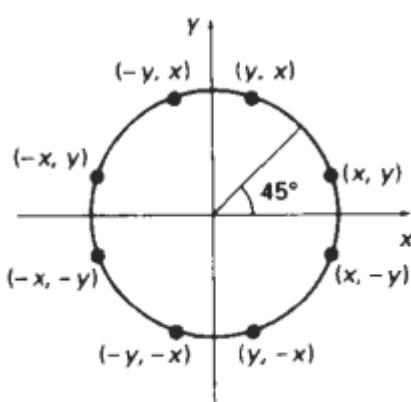


Figure 3-14

## الگوریتم دایره‌ای میان نقطه‌ای

مطابق با الگوریتم خطی نمونه‌هایی از فاصله‌های واحد نشان می‌دهیم و موقعیت نزدیکترین پیکسل به مسیر دایره‌ای مشخص شده در هر مرحله را تعیین می‌کنیم. برای شعاع  $r$  و موقعیت مرکزی صفحه‌ای  $(x_c, y_c)$ ، می‌توانیم ابتدا الگوریتممان را برای محاسبه موقعیت‌های پیکسلی اطراف یک مسیر دایره‌ای مرکز یافته در مبدأ مختصات  $(0,0)$  تنظیم کنیم. سپس هر موقعیت محاسبه شده  $(x, y)$  از طریق اضافه کردن  $x_c$  به  $x$  و  $y_c$  به  $y$  به مکان صفحه‌ای انتقال می‌یابد. در طول بخش دایره‌ای از  $x=0$  تا  $x=y$  در ربع اول شیب منحنیها از  $0$  تا  $-1$  متفاوت است. بنابراین می‌توانیم مراحل واحد را در قسمت مثبت  $x$  بالای همان  $\frac{1}{8}$  گرفته و از پارامتر انتخاب برای تعیین اینکه کدامیک از دو موقعیت ممکن  $y$  به مسیر دایره‌ای در هر مرحله نزدیکتر است استفاده کنیم سپس موقعیت در هفت  $\frac{1}{8}$  بعدی به کمک محور تقارن بدست می‌آید.

برای به کار گرفتن روش نقطه میانی، ماتابع دایره‌ای را توضیح می‌دهیم:

$$f_{\text{circle}}(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 \quad (3-27)$$

هر نقطه  $(x, y)$  در خط مرزی دایره با شعاع  $r$  با تساوی  $f_{\text{circle}}(x, y) = 0$  کامل می‌شود. اگر نقطه در درون دایره واقع باشد تابع دایره‌ای منفی می‌باشد. اگر نقطه خارج از دایره باشد تابع مثبت است. خلاصه موقعیت مربوط از هر نقطه  $(x, y)$  می‌تواند از طریق کنترل علامت تابع دایره‌ای تعیین شود.

$$f_{\text{circle}}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{if } (x, y) \text{ is inside the circle boundary} \\ = 0, & \text{if } (x, y) \text{ is on the circle boundary} \\ > 0, & \text{if } (x, y) \text{ is outside the circle boundary} \end{cases} \quad (3-28)$$

ازمنهای تابع دایره‌ای در ۳-۲۸ برای موقعیت میانی بین پیکسل نزدیک مسیر دایره در مرحله گفته شده محاسبه می‌شود. بنابراین تابع دایره‌ای پارامتر تصمیم‌گیری در الگوریتم نقطه میانی می‌باشد و میتوانیم محاسبات نموی را برای این تابع همان طوری که در الگوریتم خطی انجام دادیم ترتیب دهیم. شکل ۳-۱۵ نقطه میانی بین دو پیکسل کاندید در موقعیت مشخص شده  $x_k + 1$  را نشان می‌دهد. ما فقط پیکسل را در  $(x_k, y_k)$  رسم کرده ایم بعد از آن نیاز داریم تا تعیین کنیم که آیا پیکسل در موقعیت  $(x_k + 1, y_k)$  به دایره نزدیکتر است یا  $(x_k + 1, y_k - 1)$ . پارامتر تصمیم‌گیری ما یک تابع دایره‌ای است (۳-۲۷) که در نقطه میانی بین این دو پیکسل قرار دارد.

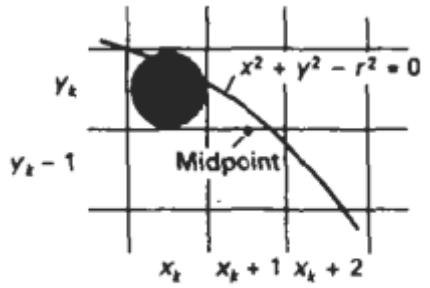


Figure 3-15

$$\begin{aligned}
 p_k &= f_{\text{circle}}\left(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}\right) \\
 &= (x_k + 1)^2 + \left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2
 \end{aligned} \quad (3-29)$$

اگر  $p_k < 0$  این نقطه میانی داخل دایره قرار دارد و پیکسل روی خط  $y_k$ ، نزدیکتر به خط مرزی دایره است به عبارت دیگر موقعیت میانی بیرون یا روی مرز دایره قرار دارد و ما پیکسل را روی خط  $y_k - 1$  انتخاب می کنیم پارامترهای تصمیم گیری موفق با استفاده از محاسبات نموی بدست می آید. ما برای پارامترهای تصمیم گیری بعدی مبین بازگشتی در دست داریم که از طریق ارزیابیتابع دایره ای در موقعیت نمونه  $x_{k+1} + 1 = x_k + 2$  بدست آمده است.

$$\begin{aligned}
 p_{k+1} &= f_{\text{circle}}\left(x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2}\right) \\
 &= [(x_k + 1) + 1]^2 + \left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2
 \end{aligned}$$

or

$$p_{k+1} = p_k + 2(x_k + 1) + (y_{k+1}^2 - y_k^2) - (y_{k+1} - y_k) + 1 \quad (3-30)$$

وقتی  $y_{k+1}$  یا  $y_{k-1}$  باشد در آن صورت بستگی به علامت  $p_k$  دارد. نمو ها برای بدست آوردن  $p_{k+1}$  یا  $p_k$  (اگر  $p_k$  منفی باشد) یا  $2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$  می باشد همچنین ارزیابی دوره های  $2x_{k+1}$  and  $2y_{k+1}$  نیز به صورت نموی انجام می گیرد مانند:

$$2x_{k+1} = 2x_k + 2$$

$$2y_{k+1} = 2y_k - 2$$

در وضعیت شروع ( $r = 0$ ) این دو عبارت به ترتیب مقادیر  $0$  و  $2r$  را دارند. هر مقدار متوالی از طریق اضافه کردن عدد  $2$  به مقدار قبلی از  $x$  و تفریق  $2$  از عدد قبلی از  $y$  بدست می آید.

پارامتر انتخاب اصلی از طریق محاسبه تابع دایره‌ای در موقعیت شروع  $(x_0, y_0) = (0, r)$  بدست می‌آید:

$$p_0 = f_{\text{circle}}\left(1, r - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 1 + \left(r - \frac{1}{2}\right)^2 - r^2$$

یا

$$p_0 = \frac{5}{4} - r \quad (3-31)$$

اگر شاعع  $r$  عدد صحیح باشد می‌توانیم به راحتی  $p_0$  را گرد کنیم از طریق

$$p_0 = 1 - r$$

از آنجایی که تمامی نموها عدد صحیح هستند.

مطابق الگوریتم خطی بررسین هام روش نقطه میانی موقعیت پیکسل را محاسبه می‌کند که به همراه آن محیط دایره با استفاده از جمع و تفریق محاسبه می‌شود. پارامترهای دایره مشخص می‌شوند در مختصات صفحه عدد صحیح. می‌توان مراحل در الگوریتم دایره‌ای نقطه میانی مطابق زیر خلاصه کرد.

## الگوریتم دایره‌ای نقطه میانی

۱. شعاع  $r$  و مرکز دایره  $(x_c, y_c)$  را وارد کنید و اولین نقطه روی محیط دایره مرکز بافته در مبدأ مختصات را بدست آورید.

$$(x_0, y_0) = (0, r)$$

۲. مقادیر اصلی پارامترهای تصمیم گیری از طریق زیر محاسبه می‌شود

$$p_0 = \frac{5}{4} - r$$

۳. در هر وضعیت  $x_k$  با  $k=0$  شروع می‌شود آزمون زیر را عمل می‌کنیم اگر  $p_k < 0$  نقطه بعدی که روی  $(0, 0)$  مرکزیت دارد  $(x_{k+1}, y_{k+1})$  می‌باشد و

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1$$

به عبارت دیگر نقطه بعدی موازی با دایره  $(x_k + 1, y_k - 1)$  می‌باشد و

$$p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$$

وقتی که  $2x_{k+1} = 2x_k + 2$  and  $2y_{k+1} = 2y_k - 2$  باشند.

۴. نقاط تقارنی در هفت قسمت،  $\frac{1}{8}$  را تعیین می‌کنیم.

۵. هر کدام از وضعیت پیکسلی محاسبه شده  $(x, y)$  را به مسیر دایره‌ای به مرکز  $(x_c, y_c)$  انتقال داده و مقادیر مختصاتی را رسم می‌کنیم.

$$x = x + x_c, \quad y = y + y_c$$

۶. مراحل ۳ تا ۵ را تا زمانیکه  $x \geq y$  باشد ادامه دهید.

مثال : شعاع دایره‌ای  $r=10$  داده شده ما الگوریتم نقطه میانی را از طریق تعیین موقعیت‌ها در امتداد خط  $\frac{1}{8}$  دایره در ربع اول از  $x=0$  تا  $y=x$  مشخص می‌کنیم . مقدار اصلی پارامتر انتخاب این چنین است .

$$p_0 = 1 - r = -9$$

برای دایره‌هایی که مرکز آنها مبداً مختصات است نقطه اصلی  $(x_0, y_0) = (0, 10)$  می‌باشد و عبارت نمو اصلی برای محاسبه پارامترهای انتخاب به صورت زیر خواهد بود:

$$2x_0 = 0, \quad 2y_0 = 20$$

مقادیر و موقعیهای پارامترهای انتخاب متواالی در طول مسیر دایره با استفاده از روش نقطه میانی مطابق زیر محاسبه می‌شود

$k$	$p_k$	$(x_{k+1}, y_{k+1})$	$2x_{k+1}$	$2y_{k+1}$
0	-9	(1, 10)	2	20
1	-6	(2, 10)	4	20
2	-1	(3, 10)	6	20
3	6	(4, 9)	8	18
4	-3	(5, 9)	10	18
5	8	(6, 8)	12	16
6	5	(7, 7)	14	14

ترسیم موقعیتهای پیکسلی در محاسبه اول در شکل ۳-۱۶ نشان داده شده است. رویه زیر دایره ای را در مانیتور blevel نشان می دهد که از الگوریتم نقطه میانی استفاده شده است. پردازه های ورودی مختصات مرکز دایره و شعاع دایره را مشخص می کنند. شدت برای موقعیت پیکسلها در طول محیط دایره با فراخوانی روال مجموعه پیکسلها بر روی بافر قاب بارگذاری می شود.

```
#include "device.h"

void circleMidpoint (int xCenter, int yCenter, int radius)
{
    int x = 0;
    int y = radius;
    int p = 1 - radius;
    void circlePlotPoints (int, int, int, int);

    /* Plot first set of points */
    circlePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);

    while (x < y) {
        x++;
        if (p < 0)
            p += 2 * x + 1;
        else {
            y--;
            p += 2 * (x - y) + 1;
        }
        circlePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
    }
}

void circlePlotPoints (int xCenter, int yCenter, int x, int y)
{
    setPixel (xCenter + x, yCenter + y);
    setPixel (xCenter - x, yCenter + y);
    setPixel (xCenter + x, yCenter - y);
    setPixel (xCenter - x, yCenter - y);
    setPixel (xCenter + y, yCenter + x);
    setPixel (xCenter - y, yCenter + x);
    setPixel (xCenter + y, yCenter - x);
    setPixel (xCenter - y, yCenter - x);
}
```

بیضی دایره کشیده را می گویند. بنابراین منحنیهای بیضوی با رویه های تغییر در دایرہ کشی انجام می گیرد.

### فواید بیضی

بیضی مجموعه ای از نقاط می باشد به طوری که مجموع فاصله ها از دو نقطه ثابت برای همه نقاط مشابه است (شکل ۳-۱۷). از فاصله ها برای دو نقطه ثابت از هر نقطه  $i$   $(x, y) = p$  روی بیضی با  $d_1$  و  $d_2$  مشخص شود، تساوی زیر برای بیضی بدست می آید

$$d_1 + d_2 = \text{constant} \quad (3-32)$$

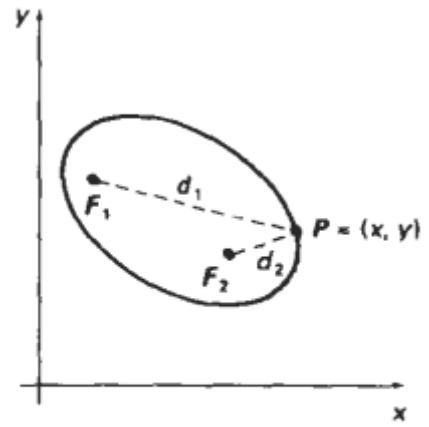


Figure 3-17

اگر فواصل  $d_1$  و  $d_2$  در عبارات مختصات مرکزی توصیف شده باشد و  $F_2 = (x_2, y_2)$  و  $F_1 = (x_1, y_1)$  باشد، خواهیم داشت

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} + \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = \text{constant} \quad (3-33)$$

با به توان ۲ رساندن این عبارت رادیکال را برمی داریم و با به توان ۲ رساندن دوباره می توانیم محاسبه بیضی را به شکل زیر دوباره نویسی کنیم

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (3-34)$$

ضریبهای  $A, B, C, D, E$  و  $F$  وهمچنین ابعاد محور تقارن کوتاه و بلند در عبارات مختصات مرکزی جایگزین شده اند. محور تقارن بلند تکه خط مستقیمی است که از یک طرف بیضی به طرف دیگر کشیده شده است واز مرکز

می گذرد. محور تقارن کوتاه ابعاد کوتاه بیضی را به هم متصل می کند طوری که از وسط محور تقارن بلند (مرکز بیضی) می گذرد.

یک روش برای جدا کردن بیضی در جهت اختیاری وارد کردن دو مرکز و یک نقطه در خط مرزی بیضی می باشد. با این سه نقطه مختصاتی قادر به محاسبه با تساوی ۳-۳۳ می باشیم. سپس ضربهای تساوی ۳-۳۴ می تواند محاسبه شده و برای پیکسلهای مسیر بیضی استفاده شود.

تساوی بیضی ساده می شود در صورتی که جهت محورهای تقارن بلند و کوتاه با محور مختصات هم ردیف شود. در شکل ۳-۱۸ یک بیضی در موقعیت استاندارد نشان داده شده است که محورهای تقارن بلند و کوتاه تا محور مختصات در یک جهت است. در این مثال پارامتر  $r_X$  مشابه محور بلند و  $r_Y$  مشابه محور کوتاه است. تساوی بیضی که در شکل ۳-۱۸ نشان داده شده است می تواند در مختصات مرکزی بیضی و پارامتر  $r_X$  و  $r_Y$  مانند زیر نوشته شود

$$\left(\frac{x - x_c}{r_x}\right)^2 + \left(\frac{y - y_c}{r_y}\right)^2 = 1 \quad (3-35)$$

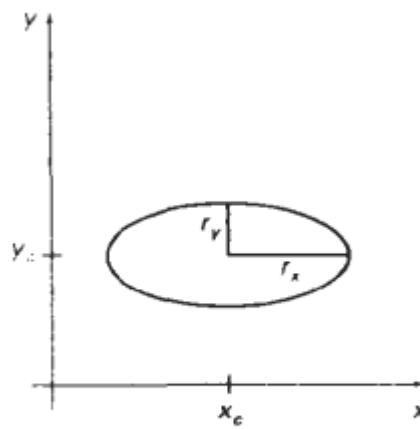


Figure 3-18

با استفاده از مختصات متقارن  $r$  و  $\theta$  همچنین می توان وضعیت استاندارد بیضی با پارامترهای محاسبه ای زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} x &= x_c + r_1 \cos\theta \\ y &= y_c + r_2 \sin\theta \end{aligned} \quad (3-36)$$

ارتباط تقارنی می تواند برای کاهش محاسبات بعدی استفاده شود. یک بیضی در حالت استاندارد بین یک چهارمهای متقارن است، اما نه مانند دایره. بین یک هشتمنهای یک ربع تقارن وجود ندارد پس باید نقاط پیکسلی در طول کمان بیضی از درون یک ربع محاسبه شده سپس نقاطی را در ۳ ربع دیگر با استفاده از تقارن بدست می آوریم (شکل ۳-۱۹).

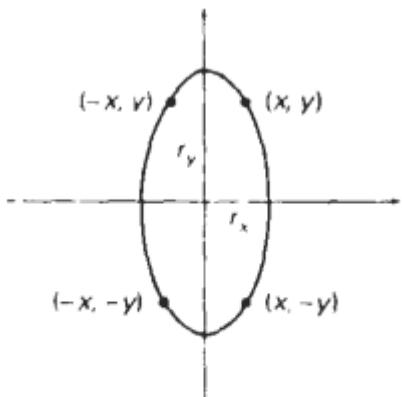


Figure 3-19

### الگوريتم نقطه ميانى بيضي

روش ما در اين قسمت شبيه قسمت نمايش محل تصوير دايره است. پaramترهای  $y_c$ ,  $r_x$ , و  $(x_c, y_c)$  داده شده، ما نقاط  $(y, x)$  را برای يك بيضي در شرایط استاندارد به مرکزیت مبدأ تعیین می کنيم و سپس نقاط را تغيير می دهيم سپس بيضي در  $(x_c, y_c)$  مرکزیت دارد. همچنین بيضي در شرایط غير استاندارد نمايش خواهيم داد. بيضي را می توان دور نقطه مرکزش چرخاند تا محور تقارن بلند و کوتاهش جهت تازه پيدا کند. حال فقط نمايش بيضي در حالت استاندارد را بررسی می کنيم.

روش نقطه ميانى بيضي از طريق ربع اول در دو قسمت به کار گرفته می شود. شکل ۳-۲۰ جديي ربع اول مطابق با تقارن کمان با  $r_x > r_y$  نشان داده است. ما اين ربع را با گرفتن واحدهایي در مسیر محور  $X$  جايی که تقارن کمان مقدار کمتر از ۱ دارد و نيز با گرفتن واحدهایي در مسیر محور  $y$  جايی که تقارن مقدار بيشتر از ۱ دارد بررسی می کنيم.

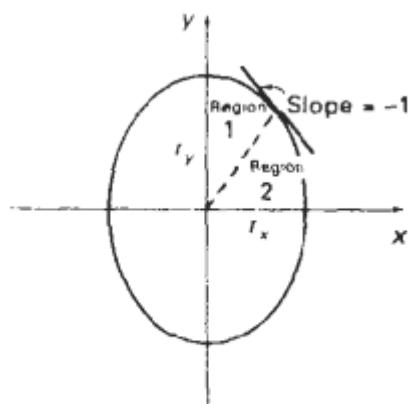


Figure 3-20

قسمت ۱ و ۲ (شکل ۳-۲۰) می تواند به روشهاي مختلف بررسی شود. می توانيم شروع را با نقطه  $(0, r_y)$  و حرکت را در جهت عقربه های ساعت در مسیر بيضي در ربع اول داشته باشيم. تغيير از واحدهای  $X$  به واحدهای  $y$  تا

جایی که تقارن کمتر از ۱- شود. نتیجتاً می توانیم از نقطه  $(r_x, 0)$  شروع کنیم و نقطه هایی را در خلاف جهت ساعت انتخاب کنیم واحد y را به واحدهای x تغییر دهیم می توانیم نقاط پیکسلی را در دو قسمت محاسبه کنیم. مثالی برای کاربرد الگوریتم نقطه میانی داریم. ما نقطه شروع را در نقطه  $(0, r_y)$  قرار می دهیم و در طول مسیر بیضی در جهت حرکت عقربه های ساعت در طول ربع اول حرکت می کنیم. ماتابع بیضی را از روی تساوی ۳-۳۵ با  $(x_c, y_c) = (0, 0)$  اینگونه تعریف می کنیم

$$f_{ellipse}(x, y) = r_y^2 x^2 + r_x^2 y^2 - r_x^2 r_y^2 \quad (3-37)$$

که شرایط زیر را دارد:

$$f_{ellipse}(x, y) \begin{cases} < 0, & \text{if } (x, y) \text{ is inside the ellipse boundary} \\ = 0, & \text{if } (x, y) \text{ is on the ellipse boundary} \\ > 0, & \text{if } (x, y) \text{ is outside the ellipse boundary} \end{cases} \quad (3-38)$$

بنابراین، تابع بیضی  $f_{ellipse}(x, y)$  به عنوان پارامتر انتخاب در الگوریتم نقطه میانی تعریف می شود. در هر قسمتی که مثال آورده شده ما پیکسل بعدی را در طول مسیر خط بیضی با توجه به علامت تابع انتخاب کردیم که این علامت در نقطه میانی بین دو پیکسل انتخابی مشخص می شود.

با شروع از  $(0, r_y)$  در طول محور x حرکت می کنیم تا جایی که به مرز بین ناحیه اول و دوم بررسیم (شکل ۳-۲۰). سپس شروع به ادامه حرکت در مسیر محور y در ادامه امتداد کمان ربع اول می کنیم. در هر مرحله نیاز به آزمون مقدار تقارن کمان داریم. تقارن بیضی با تساوی ۳-۳۷ محاسبه می شود

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2r_y^2 x}{2r_x^2 y} \quad (3-39)$$

در مرز بین ناحیه اول و دوم،  $\frac{dy}{dx} = -1$  و

$$2r_y^2 x = 2r_x^2 y$$

پس از ناحیه اول وقتی خارج می شویم که

$$2r_y^2 x \geq 2r_x^2 y \quad (3-40)$$

شکل ۳-۲۱ نقطه میانی بین دو پیکسل انتخابی در موقعیت گفته شده  $x_k + 1$  در ناحیه اول را نشان می‌دهد. نقطه  $(x_k, y_k)$  در مرحله قبلی انتخاب شده بود. نقطه بعدی را در طول مسیر بیضی با تعیین مقدار پارامتر انتخاب در این نقطه میانی تعیین می‌کنیم.

$$\begin{aligned} p1_k &= f_{\text{ellipse}}\left(x_k + 1, y_k - \frac{1}{2}\right) \\ &= r_y^2(x_k + 1)^2 + r_x^2\left(y_k - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (3-41)$$

اگر  $p1_k$  کمتر از ۵ باشد نقطه میانی درون بیضی بوده و پیکسل روی خط  $y_k$  به مرز بیضی نزدیکتر است نقطه میانی بیرون از بیضی یا روی خط بیضی قرار دارد. و ما پیکسل را روی خط  $y_k - 1$  انتخاب می‌کنیم. در غیر این صورت در نقطه داده شده بعدی  $(x_{k+1} + 1 = x_k + 2)$  پارامتر انتخاب برای ناحیه ۱ از طریق محاسبات زیر است.

$$\begin{aligned} p1_{k+1} &= f_{\text{ellipse}}\left(x_{k+1} + 1, y_{k+1} - \frac{1}{2}\right) \\ &= r_y^2[(x_k + 1) + 1]^2 + r_x^2\left(y_{k+1} - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned}$$

or

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2(x_k + 1) + r_y^2 + r_x^2 \left[ \left( y_{k+1} - \frac{1}{2} \right)^2 - \left( y_k - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \quad (3-42)$$

وقتی  $y_{k+1}$  همان  $y_k$  یا  $y_{k-1}$  بستگی به علامت  $p1_k$  دارد. پارامترهای انتخاب با مقادیر زیر افزایش می‌یابند.

$$\text{increment} = \begin{cases} 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2, & \text{if } p1_k < 0 \\ 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2 - 2r_x^2 y_{k+1}, & \text{if } p1_k \geq 0 \end{cases}$$

مانند الگوریتم دایره افزایش پارامترهای انتخاب با استفاده از جمع و تفریق محاسبه می‌شود ولی مقادیر عبارات  $2r_x^2 y$  و  $2r_y^2 x$  به طور افزایشی بدست می‌آید. در نقطه اصلی  $(0, r_y)$  دو عبارت محاسبه می‌شوند با

$$2r_y^2 x = 0 \quad (3-43)$$

$$2r_x^2 y = 2r_x^2 r_y \quad (3-44)$$

چون  $y, x$  افزایشی هستند مقادیر جدید با اضافه کردن  $2r_y^2$  به ۳-۴۳ و تفریق  $2r_x^2$  از ۳-۴۴ به دست می‌آید. مقادیر جدید در هر مرحله مقایسه می‌شوند. وقتی شرایط ۴۰-۳ برقرار است از ناحیه ۱ به ۲ حرکت می‌کنیم.

در ناحیه ۱ مقدار اصلی پارامتر انتخاب با ارزیابیتابع بیضی در نقطه شروع  $(x_0, y_0) = (0, r_y)$  به دست می آید

$$\begin{aligned} p1_0 &= f_{\text{ellipse}}\left(1, r_y - \frac{1}{2}\right) \\ &= r_y^2 + r_x^2 \left(r_y - \frac{1}{2}\right)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned}$$

or

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 \quad (3-45)$$

بعد از ناحیه ۲ در جهت منفی محور y مثالی می آوریم . نقطه میانی بین پیکسلهای افقی در هر مرحله شکل 3-22 قرار دارد برای این ناحیه پارامتر انتخاب مطابق زیر محاسبه می شود .

$$\begin{aligned} p2_k &= f_{\text{ellipse}}\left(x_k + \frac{1}{2}, y_k - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 (y_k - 1)^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (3-46)$$

اگر  $p2_k > 0$  باشد نقطه میانی خارج از مرز بیضی قرار دارد . وما پیکسل را در  $x_{12}$  انتخاب می کنیم . اگر  $p2_k \leq 0$  نقطه میانی درون یا روی خط مرزی بیضی قرار دارد و پیکسل را در موقعیت  $XK+1$  انتخاب می کنیم .

برای تعیین رابطه بین پارامترهای انتخاب متوالی در ناحیه ۲ تابع بیضی را محاسبه می کنیم در مرحله بعدی

$$y_{k+1} - 1 = Y_{k-2}$$

$$\begin{aligned} p2_{k+1} &= f_{\text{ellipse}}\left(x_{k+1} + \frac{1}{2}, y_{k+1} - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 + r_x^2 [(y_k - 1) - 1]^2 - r_x^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (3-47)$$

or

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2(y_k - 1) + r_x^2 + r_y^2 \left[ \left(x_{k+1} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x_k + \frac{1}{2}\right)^2 \right] \quad (3-48)$$

با  $x_{k+1}$  یا  $x_k$  یا  $x_{k+1}$  را قرار دهید . بستگی به علامت  $p2_k$  دارد .

وقتی وارد ناحیه ۲ می شویم نقطه اصلی  $(x_0, y_0)$  به عنوان نقطه آخر انتخاب شده در ناحیه ۱ می باشد و پارامتر انتخاب اصلی در ناحیه ۲ چنین است.

$$\begin{aligned} p2_0 &= f_{\text{ellipse}}\left(x_0 + \frac{1}{2}, y_0 - 1\right) \\ &= r_y^2 \left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + r_z^2 (y_0 - 1)^2 - r_z^2 r_y^2 \end{aligned} \quad (3-49)$$

برای ساده کردن تساوی  $p2_0$ ، می توان نقاط پیکسلی را در جهت حرکت ساعت با نقطه شروع  $(r_x, 0)$  شروع کرد. حرکت واحد به واحد در جهت مثبت محور  $y$  تا آخرین نقطه انتخاب شده در ناحیه ۱ ادامه دارد. الگوریتم نقطه میانی را می توانیم برای عمومی کردن موقعیت غیر استاندارد بدست آوریم با استفاده ازتابع بیضی در تساوی ۳-۳۴ و محاسبه نقاط پیکسلی خارج از کل مسیر بیضی، در نهایت می توانیم جهت تقارن‌های بیضی را در جهت استاندارد قرار دهیم البته با استفاده از روش‌های انتقال که در فصل ۵ بحث شده، الگوریتم نقطه میانی را برای تعیین موقعیت منحنی به کار می گیریم سپس نقاط پیکسلی محاسبه شده را به نقاط موجود در مسیر طول جهت بیضی اصلی قرار دارد تبدیل می کنیم.

فرض کنید  $r_x, r_y$  و مرکز بیضی در مختصات صفحه ای با اعداد صحیح داده شده است، ما فقط نیاز به محاسبه عدد صحیح افزایشی داریم تا مقادیر پارامترهای انتخاب در الگوریتم نقطه میانی بیضی تعیین شود.  $r_z^2, r_y^2, 2r_z^2, 2r_y^2$  یکبار در ابتدای مرحله محاسبه می شود. خلاصه ای الگوریتم نقطه میانی بیضی در مراحل زیر فهرست شده است:

### الگوریتم نقطه میانی بیضی

۱. مرکز بیضی  $(x_c, y_c)$  و مرکز بیضی  $(r_x, r_y)$  را وارد کنید و اولین نقطه روی بیضی با مرکزیت اصلی را بدست آورید.

$$(x_0, y_0) = (0, r_y)$$

۲. مقدار اصلی پارامتر انتخاب در ناحیه ۱ مطابق زیر محاسبه کنید

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_z^2$$

۳. در هر موقعیت  $x_k$  در ناحیه ۱ شروع از  $k = 0$  باشد آزمون زیر را انجام دهید. اگر  $p1_k < 0$  باشد نقطه

بعدی در طول بیضی به مرکزیت  $(0, 0)$  می باشد و

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} + r_y^2$$

در غیر اینصورت، نقطه بعدی در طول دایره  $(x_k + 1, y_k - 1)$  می باشد و

$$p1_{k+1} = p1_k + 2r_y^2 x_{k+1} - 2r_z^2 y_{k+1} + r_y^2$$

با

$$2r_y^2x_{k+1} = 2r_y^2x_k + 2r_y^2 \quad 2r_x^2y_{k+1} = 2r_x^2y_k - 2r_x^2$$

$$\text{و تا } 2r_y^2x \geq 2r_x^2y \text{ ادامه دارد.}$$

۴. مقدار اصلی پارامتر انتخاب در ناحیه ۲ را با استفاده از نقطه آخر  $(x_0, y_0)$  در ناحیه ۱ محاسبه می کنیم

$$p2_0 = r_y^2 \left( x_0 + \frac{1}{2} \right)^2 + r_x^2 (y_0 - 1)^2 - r_x^2 r_y^2$$

۵. در هر موقعیت  $y_k$  در ناحیه ۲ از  $k = 0$  شروع می کنیم، آزمون زیر را انجام می دهیم: اگر نقطه بعدی در طول بیضی با مرکز  $(0, 0)$ ,  $(x_k, y_k - 1)$  می باشد و

$$p2_{k+1} = p2_k - 2r_x^2y_{k+1} + r_x^2$$

در غیر صورت نقطه بعدی در طول دایره  $(x_k + 1, y_k - 1)$  می باشد و

$$p2_{k+1} = p2_k + 2r_y^2x_{k+1} - 2r_x^2y_{k+1} + r_y^2$$

همان محاسبات افزایشی برای  $x$  و  $y$  در ناحیه ۱ را استفاده می کنیم.

۶. نقاط تقارنی در ۳ ربع دیگر را تعیین کنید.

۷. هر نقطه پیکسلی محاسبه شده  $(y, x)$  در مسیر بیضی به مرکز  $(x_c, y_c)$  حرکت دهید مقادیر مختصاتی را رسم کنید:

$$x = x + x_c \quad y = y + y_c$$

۸. مراحل را برای ناحیه ۱ تا زمانیکه  $2r_y^2x \geq 2r_x^2y$  برقرار باشد ادامه دهید.

### مثال ۳-۳- ترسیم نقطه میانی بیضی

پارامترهای بیضی داده شده  $r_x = 8$  و  $r_y = 6$  را وارد کنید. مراحل را در الگوریتم نقطه میانی بیضی با تعیین کردن نقاط محل تصویر در طول مسیر بیضی در ربع اول نشان می دهیم. مقادیر اصلی و افزایشها برای محاسبات پارامتر انتخاب چنین است

$$2r_y^2x = 0 \quad (\text{with increment } 2r_y^2 = 72)$$

$$2r_x^2y = 2r_x^2r_y \quad (\text{with increment } -2r_x^2 = -128)$$

برای ناحیه ۱: نقطه اصلی برای بیضی با مرکز مبدأ مختصات  $(x_0, y_0) = (0, 6)$  بوده و مقدار پارامتر انتخاب اصلی

$$p1_0 = r_y^2 - r_x^2 r_y + \frac{1}{4} r_x^2 = -332$$

مقادیر پارامتر انتخاب متوالی و نقاط مسیر بیضی با استفاده از روش‌های نقطه میانی زیر محاسبه می‌شود

$k$	$p1_k$	$(x_{k+1}, y_{k+1})$	$2r_y^2 x_{k+1}$	$2r_x^2 y_{k+1}$
0	-332	(1, 6)	72	768
1	-224	(2, 6)	144	768
2	-44	(3, 6)	216	768
3	208	(4, 5)	288	640
4	-108	(5, 5)	360	640
5	288	(6, 4)	432	512
6	244	(7, 3)	504	384

اکنون از ناحیه ۱ خارج می‌شویم، زمانیکه  $2r_y^2 x > 2r_x^2 y$

برای ناحیه ۲ نقطه اصلی  $(x_0, y_0) = (7, 3)$  می‌باشد و پارامتر انتخاب اصلی

$$p2_0 = f\left(7 + \frac{1}{2}, 2\right) = -151$$

نقاط باقی مانده مسیر بیضی در ربع اول بعداً محاسبه می‌شود. مطابق زیر

$k$	$p2_k$	$(x_{k+1}, y_{k+1})$	$2r_y^2 x_{k+1}$	$2r_x^2 y_{k+1}$
0	-151	(8, 2)	576	256
1	233	(8, 1)	576	128
2	745	(8, 0)	—	—

رسم نقاط منتخب اطراف خط بیضی درون ربع اول در شکل ۳-۲۳ نشان داده شده است.

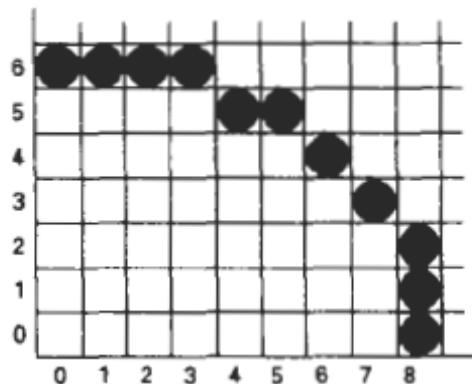


Figure 3-23

در مرحله بعدی الگوریتم نقطه میانی برای نشان دادن بیضی با پارامترهای واردی  $Rx$ ,  $Ry$ , با مرکز  $x$  و  $y$  استفاده شده است. نقاط موجود در طول منحنی در ربع اول بسط داده می شود سپس به نقاط صفحه ای مربوط تغییر پیدا می کنند. فرونی برای این نقاط و نقاط تقارنی در ۳ ربع دیگر در قالب حائل جا داده می شود با استفاده از روال مجموعه پیکسلی.

```
#include "device.h"

#define ROUND(a) ((int)(a+0.5))

void ellipseMidpoint (int xCenter, int yCenter, int Rx, int Ry)
{
    int Rx2 = Rx*Rx;
    int Ry2 = Ry*Ry;
    int twoRx2 = 2*Rx2;
    int twoRy2 = 2*Ry2;
    int p;
    int x = 0;
    int y = Ry;
    int px = 0;
    int py = twoRx2 * y;
    void ellipsePlotPoints (int, int, int, int);

    /* Plot the first set of points */
    ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);

    /* Region 1 */
    p = ROUND (Ry2 - (Rx2 * Ry) + (0.25 * Rx2));
    while (px < py) {
        x++;
        px += twoRy2;
        if (p < 0)
            p += Ry2 + px;
        else {
            y--;
            py -= twoRx2;
            p += Ry2 + px - py;
        }
        ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
    }

    /* Region 2 */
    p = ROUND (Ry2*(x+0.5)*(x+0.5) + Rx2*(y-1)*(y-1) - Rx2*Ry2);
    while (y > 0) {
        y--;
        py -= twoRx2;
        if (p > 0)
            p += Rx2 - py;
        else {
            x++;
            px += twoRy2;
            p += Rx2 - py + px;
        }
        ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
    }
}
```

```

        }
        ellipsePlotPoints (xCenter, yCenter, x, y);
    }

void ellipsePlotPoints (int xCenter, int yCenter, int x, int y)
{
    setPixel (xCenter + x, yCenter + y);
    setPixel (xCenter - x, yCenter + y);
    setPixel (xCenter + x, yCenter - y);
    setPixel (xCenter - x, yCenter - y);
}

```

۳-۷

## دیگر منحنی ها

گوناگونی توابع منحنی در مدل سازی اشیاء ، خصوصیات مسیر انیمیشن ، داده و توابع گرافیکی ، و دیگر کاربردهای گرافیکی مفیداند . به طور متداول برخورد منحنی ها شامل مخروطها ، توابع نمایی و مثلثاتی ، توزیع احتمال ، چند جمله ایهای اصلی و توابع *spline* (کثیر الجمله ای چند قطعه ای با تداوم مرتبه اول بین قطعات آن ) می شود. نمایش این منحنی ها با روش های مشابه بحث توابع دایره ای و بیضوی می تواند بدست آید ما می توانیم موقعیتها را در طول مسیر منحنی ، مستقیماً از نمایش روش  $y = f(x)$  یا روش های پارامتری فراهم کنیم. متناوباً ما روش نمو نقطه ای را می توانیم با شرح منحنی با توابع ضمنی  $f(x, y) = 1$  ذخیره کنیم.

یک راه آسان برای نمایش توابع منحنی های خاص، نمایش تقریبی آن با تکه خطوط راست می باشد. برای فراهم کردن فضای مساوی موقعیت آخرین نقطه خط در طول مسیر منحنی، نمایش پارامتریک مفید است. همچنین می توانیم موقعیتهای فضای مساوی از نمایش ضمنی با انتخاب متغیر مستقل مطابق با شیب منحنی تولید کنیم. زمانیکه شیب  $y = f(x)$  کمتر از 1 است  $x$  را متغیر مستقل انتخاب کرده و مقدار  $z$  را در نمو مساوی  $X$  محاسبه می کنیم. برای بدست آوردن فضای مساوی وقتی که شیب بزرگتر از 1 است ما از تابع معکوس  $x = f^{-1}(y)$  استفاده می کنیم و مقدار  $X$  را در مراحل مساوی  $z$  محاسبه می کنیم.

خطوط راست و منحنی های تقریبی در رسم کردن مجموعه نقاط مختصات مورد استفاده قرار می گیرند. ما می توانیم نقاط گسسته را با تکه خطوط راست یا تکه مربعات، مجموعه داده های تقریبی با یک خط راست منفرد به هم متصل کنیم. دیدگاه خطوط تکه مربعات در نمایش مجموعه داده ها با مقداری تابع تقریبی که عموماً چندجمله ای هستند مورد استفاده قرار می گیرد.

مقاطع مخروطی

به طور عمومی، یک مقطع مخروطی (یا مخروط) را با معادله درجه دوم زیر شرح دهیم:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (3-50)$$

وقتی مقدار پارامترهای A, E, D, C, B و F تعیین شد نوع منحنی ما نمایش داده می شود. با استفاده از مجموعه ضرایب ما می توانیم مخروط مخصوص را تعیین کنیم که آن به وسیله ای ارزیابی تفکیکی زیر انجام می شود:

$$B^2 - 4AC \begin{cases} < 0, & \text{generates an ellipse (or circle)} \\ = 0, & \text{generates a parabola} \\ > 0, & \text{generates a hyperbola} \end{cases} \quad (3-51)$$

بیضی ها، هذلولی ها و سهمی ها در کاربردهای انیمیشن بسیار مفید هستند. توابع ضمنی برای منحنی سهمی شکل ۳-۲۴ به صورت زیر نمایش داده می شود

$$y = y_0 + a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) \quad (3-52)$$

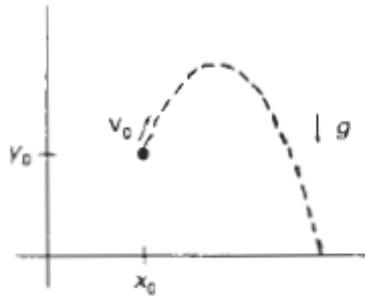


Figure 3-24

با ثابت‌های a و b سرعت اولیه  $v_0$  برای اشیاء تعیین می شود و شتاب g با نیروهای گرانشی یکسان است. ما همچنین می توانیم حرکت سهمی گون را با معادله ای پارامتریک با استفاده از یک پارامتر زمان t شرح دهیم:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t \\ y &= y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \quad (3-53)$$

اینجا،  $v_{x0}$  و  $v_{y0}$  عناصر سرعت اولیه هستند و مقدار g نزدیک سطح زمین تقریباً برابر  $980 \text{ cm/sec}^2$  است. موقعیت شئ در طول مسیر سهمی با انتخاب زمان مرحله محاسبه می شود. حرکت هذلولی (شکل ۳-۲۵) زمانی رخ می دهد که ذرات پر شده تلاقی داشته باشند یا در زمان برخی مشکلات گرانشی ایجاد می شود. ما می توانیم استانداردی برای هذلولی مرکزی مطابق شکل ۳-۲۵ بنویسیم

$$\left(\frac{x}{r_x}\right)^2 - \left(\frac{y}{r_y}\right)^2 = 1 \quad (3-54)$$

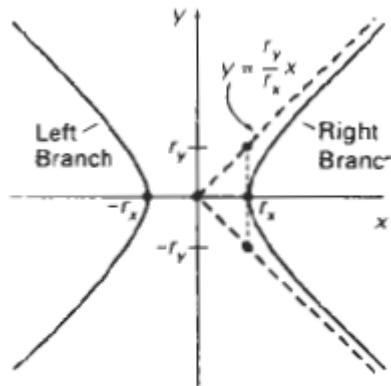


Figure 3-25

با  $x \leq -r_x$  انشعب سمت چپ مشخص می شود و با  $x \geq r_x$  انشعب سمت راست. در بخش ۱۰ ما در مورد کاربردهای گرافیکی کامپیوتری در تصور علمی بحث خواهیم کرد.

### ۳-۱۰

#### آشنایی با پیکسل و شکل اشیاء

تا حال فهمیدیم که تعداد خط اسکن و موقعیت پیکسل همراه با خط اسکن در تمامی داده ها مشخص هستند. همانطور که در فصل دوم مشاهده کردیم چندین منبع هماهنگ در ایجاد و مشخص سازی عکس وجود دارد. نوع شیء در یک فرم جهانی، که به منظور خاصی تعریف می شود و مختصات داده ها برای انتخاب نمایش موقعیت ها تغییر یافته اند. تعریف جهانی اشیاء در مختصات دقیق حالت ما بیان شده است که یک نقطه ظریف ریاضی می باشد. همچنین مختصات پیکسل معرف محلهای مشخص است. اگر بخواهیم شکل معین اشیاء دنیا را مشخص کنیم باید برای نقشه کشی نقاط ریاضی وار در محلهای مشخص پیکسل هزینه صرف کنیم. یک روش برای انجام چنین کاری تنظیم ابعاد اشیاء نشان داده شده برای تشخیص تداخل محلهای پیکسل با اطراف اشیاء است. روش دیگر کشیدن مختصات جهانی در موقعیت های نشان داده شده بین پیکسل ها می باشد که اطراف اشیاء را با چها چوب پیکسل به جای مرکز پیکسل در یک خط قرار می دهیم.

#### مختصات صفحه شترنج

در حالت های مختلف براساس مراکز پیکسل با توجه به خطهای اطراف صفحات افقی و عمودی شترنجی پیکسل که یکپارچگی را از بین می برد به مختصات شکل نشان داده شده می پردازد (۳-۲۸). موقعیت مختصات شکل، مقدار عدد صحیحی است که نشان دهنده تلاقی صفحه شترنجی بین دو پیکسل است. با توجه به مختصات در قسمت

پایین صفحه ، هر قسمتی از پیکسل می تواند مربوط به کمترین عدد صفحه شطرنجی از گوشه سمت چپ باشد. شکل ۳-۳۰ نشان دهنده این اصل برای ناحیه هشت در هشت ، با یک پیکسل مشخص در مختصات حالت صفحه ای به مختصات (۴،۵) می باشد.

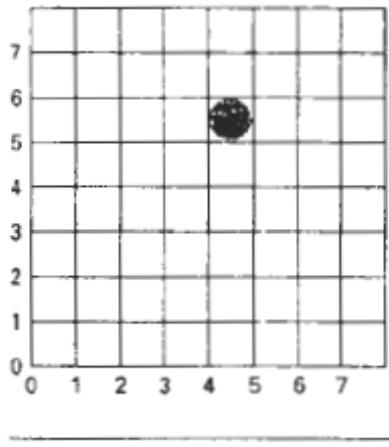


Figure 3-30

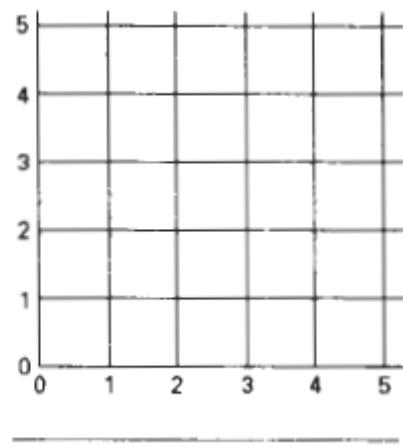


Figure 3-28

در حالت کلی ناحیه پیکسل را با مختصات  $(x, y)$  نشان می دهیم به عنوان مربعی واحد که دارای قطری با گوشه های  $(x, y)$  و  $(x+1, y+1)$  است. این طرح پیکسل چندین مزایا دارد : رسیدن به عدد صحیح در نشان دادن اشیاء ، و مراحل الگوریتمی را اسان می کند ابعاد مشخص صفحه پیکسل را نشان می دهد . الگوریتمی که برای کشیدن خط وایجاد خمیدگی در مراحل قبلی بحث شد هنوز هم برای بیان موقعیت های داده ها به عنوان مختصات صفحه شطرنجی استفاده می شود . پارامترها در این الگوریتم ها به جای اینکه مقدار اختلاف از مراکز پیکسل باشد ، مقدار اختلاف شطرنج های جدا شده است .

### ادامه بررسی ویژگی های شکل هندسی اشیاء

وقتی مشخصات هندسی اشیاء را وارد پیکسل می کنیم نکته های دقیق و خط ها را به محلهای مشخص شده ای تغییر می دهیم. اگر بخواهیم اندازه های هندسی اصلی را توسط مختصات داده های شکل ادامه دهیم نیاز به پیکسل با سایز مشخص خواهد بود تا شکل را به نمایش در بیاوریم.

شکل ۳-۳۱ نشان دهنده خطی است که در الگوریتم خطی کشیده شده است مثالی از قسمت ۲-۳ برآورد نقاط پایانی خط (۱۰، ۲۰) و (۳۰، ۱۸) را در حالت دقیق صفحه شطرنجی نشان می دهد و می بینیم که خط نمی تواند حالت (۳۰، ۱۸) شطرنجی قبلی را بسط دهد. اگر بخواهیم پیکسل را با مختصات ریاضی (۳۰، ۱۸) ترسیم کنیم، همان طوری که در مثال قسمت ۲-۳ بیان شده است خطی را می کشیم که به صورت افقی ۱۱ مربع و ۹ مربع عمودی را در بر می گیرد. برای یک خط دقیق  $\Delta y = 8$  و  $\Delta x = 10$  خواهد بود . اگر بخواهیم پیکسل را از قسمت مرکزی بکشیم باید طول خط نمایشی را با حذف یکی از پیکسل های خط پایان تنظیم کنیم. اگر می خواهیم مشخصات را با توجه به اطراف پیکسل ، همانطور که در شکل ۳-۳۱ انجام دادیم بکشیم براساس خط داخلی

می کشیم که این پیکسل بین نقاط خط است . برای مثال پیکسل قسمت چپ را در ابعاد (۲۰، ۱۰) و پیکسل راست را در ابعاد (۲۹، ۱۷) می کشیم . این ترسیم خطی است که همان اندازه هندسی را دارد که مقیاس ریاضی رادر ابعاد (۳۰، ۱۸) و (۲۰، ۱۰) دارد.

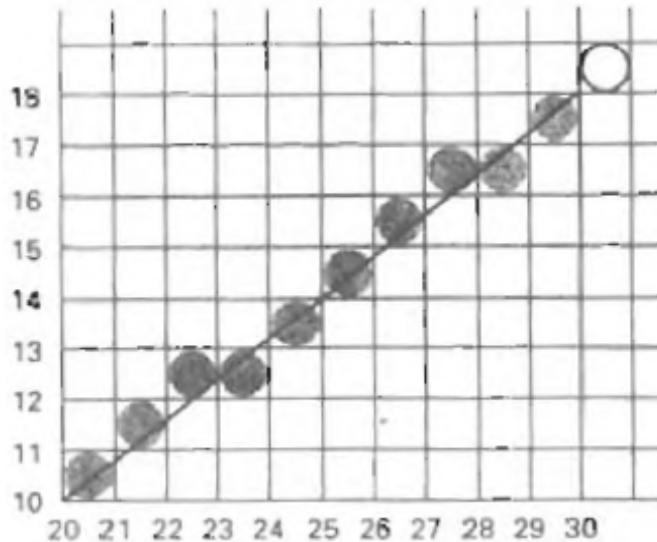


Figure 3-31

در یک محیط بسته داده های هندسی با نمایشی ناحیه ای که در آن پیکسل ها برای اطراف شکل داخلی اند وجود دارند . مستطیل با مختصات رأسها که در شکل ۳-۳۲ نشان داده شده است معین شده است . برای مثال ، وقتی مستطیل طولانی خواهد بود که پر از پیکسل باشد و پیکسلهای خط اطراف عمودهای ویژه ای را بسازند . همانطور که گفته شد ناحیه مستطیل دوازده مربع دارد و همانطور که در شکل ۳-۳۲(b) نشان داده شده است در حدود ۲۰ مربع در خود جای داده است . در شکل ۳-۳۲(c) اندازه های مستطیل مرکزی تنها با نمایش پیکسل های داخلی به وجود آمده است . خط سمت راست داده های مستطیل  $x=4$  است برای کشیدن این خط مختصات شطرنجی پیکسل سمت راست را در  $x=3$  تنظیم می کنیم . پیکسل ها در این قسمتهای عمودی فاصله را از  $x=4$  به  $x=3$  تغییر می دهند و پیکسل بالابی را برای خط  $y=2$  تنظیم می کنیم .

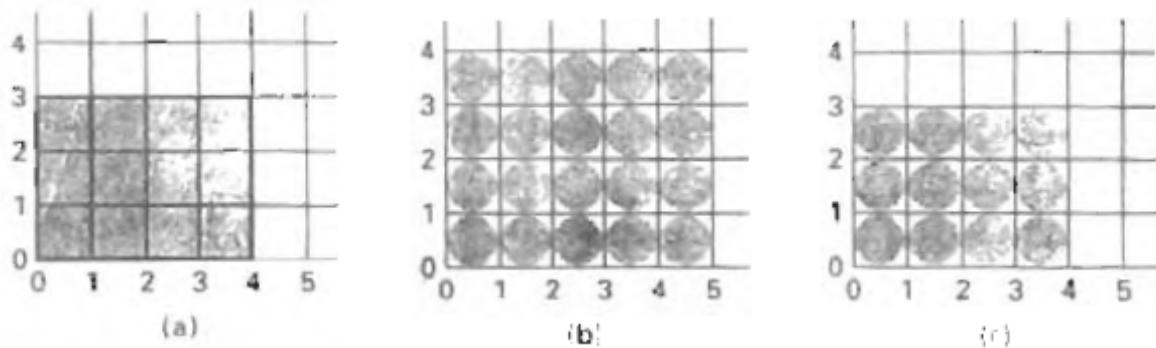


Figure 3-32

این موازنی برای عرض مشخص پیکسل همراه با اطراف شیء باعث تشکیل چند ضلعی هایی می شود ، دایره ای به شعاع ۵ و مرکز (۱۰، ۱۰) همانطور که در شکل ۳-۳۳ نشان داده شده است ، با نصف دایره الگوریتم که موقعیت های مختصات شطرنجی در آن استفاده شده است رسم می شود . اما دایره رسم شده قطری به اندازه ۱۱ دارد . مثل شکل

۳-۳۴ برای رسم دایره ای با قطر ۱۰ می توانیم الگوریتم دایره را برای کوتاه کردن خط هر پیکسل استفاده کنیم . برای هر عدد ، هفت عدد متقابن دیگر با کاهش یک از مختصات  $X$  و کاهش یک از مختصات  $Y$  در پیکسل به وجود خواهد آمد . این روش در الگوریتم بیضی برای مشخص کردن نسبت ها در نمایش بیضی استفاده شده است.

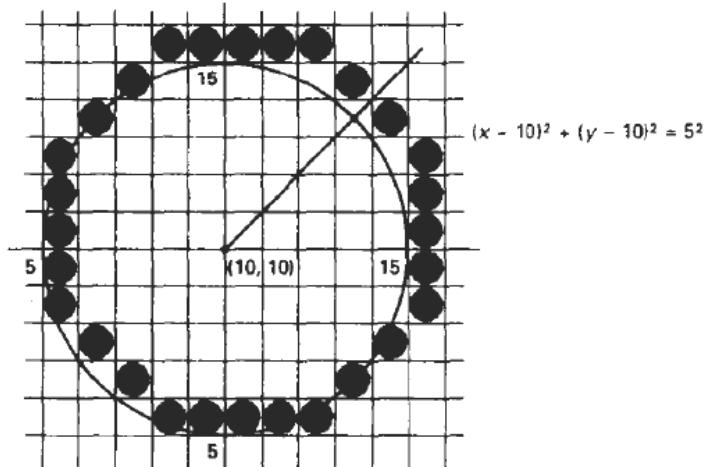


Figure 3-33

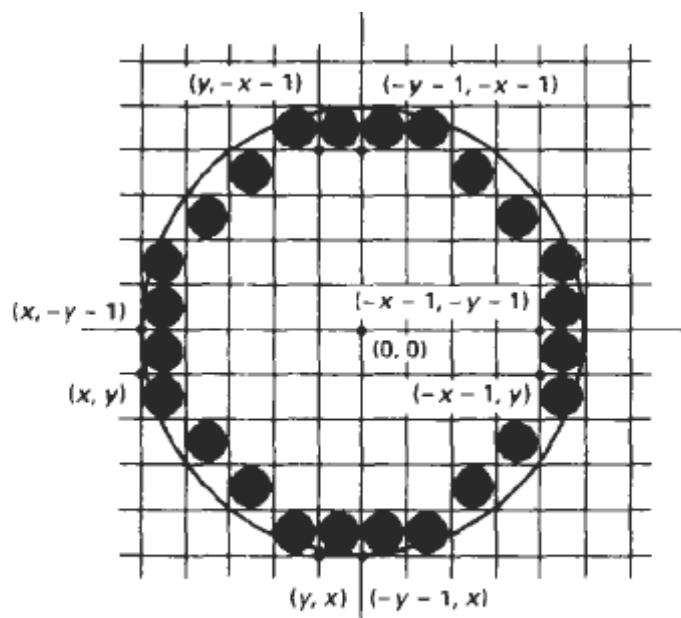


Figure 3-34

یک استاندارد خروجی های اولیه در بسته های گرافیکی تولیدی ، رنگ ثابت یا ناحیه های چند ضلعی طرح دار می باشد . دیگر ناخیه های اولیه گاهی اوقات در دسترس اند اما چند ضلعی ها برای انجام مراحل آسان تر اند چون که انها شکل های خطی دارند . دو روش اصلی برای پر کردن محلها در سیستم های محل تصویر وجود دارد . یک روش تخمین فاصله های تداخل برای خطهای اسکن است که از محل مورد نظر عبور می کند ، روش دیگر شروع از حالت داخلی و پر کردن سطح از این نقطه هاست تا شرایط خاص مرزی ایجاد شود . روش اسکن خطی در بسته های گرافیکی تولیدی برای پر کردن چند ضلعی ها ، دایره ها، بیضی ها ، و خمیدگی های ساده دیگری استفاده می شود . روش شروع از نقطه های داخلی در شکل های خیلی پیچیده و سیستم های رنگ آمیزی دو سویه استفاده می شود . در قسمت بعدی ، روشهایی برای پر کردن محلهای خاص یاد می گیریم.

### الگوریتم پر کردن اسکن خطی چند ضلعی

شکل ۳-۳۵ مرحله اسکن خطی را برای پر کردن سه بعدی محلهای چند ضلعی توضیح می دهد . هر خط اسکن که از چند ضلعی عبور می کند الگوریتم پر کردن نقاط اشتراک اسکن خطی را بالبه های چند ضلعی تعیین می کند . این نقطه های مشترک از چپ به راست مرتب می شوند و همانگی موقعیت های چارچوب موقت در حافظه بین هر نقطه مشترک برای رنگ ویژه به وجود می آید . در مثال شکل ۳-۳۵ چهار حالت اشتراک پیکسل با شکلهای چند ضلعی دو ناحیه از پیکسل های داخلی را با مقیاس  $x=10$  به  $x=14$  و  $x=18$  به  $x=24$  نشان می دهد.

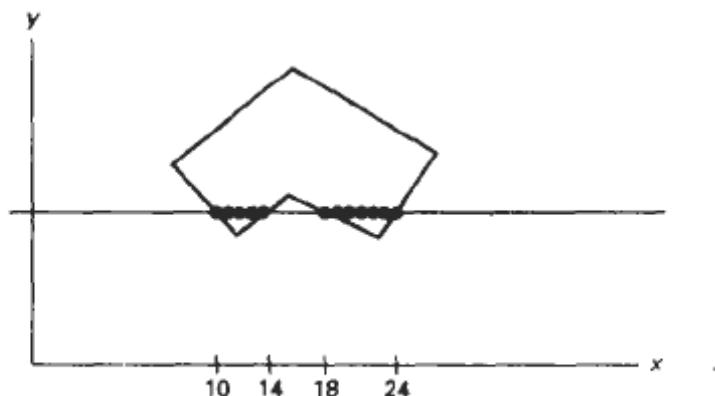


Figure 3-35

چندین نقطه اشتراک اسکن خطی در نوک چند ضلعی نیاز مند مهارت خاص است . اسکن خطی که از نوک چند ضلعی می گذرد دو لبه چند ضلعی را در آن حالت به هم می رساند و دو نقطه به لیست نقاط مشترک اسکن خطی می افزاید . شکل ۳-۳۶ نشانگر دو اسکن خطی در حالت های  $y$  و  $y'$  است لبه های نقاط پایانی را به هم می رساند . اسکن خطی  $y$  ، پنج لبه چند ضلعی را به هم می رساند. اسکن خط  $y'$  با وجود اینکه از چند ضلعی عبور می کند تعدادی از لبه ها را به هم می رساند.

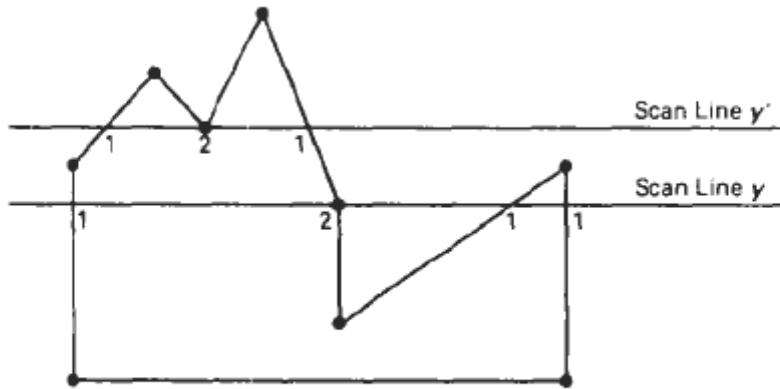


Figure 3-36

نقاط مشترک همراه با  $y'$  فاصله های پیکسل داخلی را مشخص می کند. اما در اسکن خطی  $y$  چندین مرحله باید انجام شود تا نقاط صحیح داخلی تخمین زده شوند. تفاوت عمدی در شکل ۳-۳۶ بین اسکن خطی  $y$  و  $y'$  با تعیین حالت تداخل لبه هایی که مربوط به اسکن خطی هستند مشخص شده است. در اسکن خطی  $y$ ، دو لبه مشترک که چند ضلعی را تقسیم می کنند در جهت مخالف اسکن خطی هستند. اما در اسکن خطی  $y'$  دو لبه مشترک در بالای اسکن خطی قرار گرفته اند. بنابراین فاصله هایی که مراحل پردازش زیادی نیاز دارند آنها بیانی هستند که لبه های مشترک در جهت مخالف اسکن خطی قرار دارند. این فاصله ها را با ترسیم شکل چند ضلعی در جهت عقربه های ساعت یا برعکس آن مشخص می کنیم و تغییر مناسب در مختصات فاصله  $y$  با حرکت از یک لبه به لبه دیگر به وجود می آید. اگر مقدار  $y$  نقطه پایانی لبه های متوالی کاهش یا افزایش یابد باید فاصله میانی را به عنوان تنها نقطه مشترک هر اسکن خطی که از آن فاصله عبور می کند محاسبه کنیم. در غیر این صورت فاصله تقسیم شده نشانگر کاهش یا افزایش موقت در چند ضلعی خواهد بود و نقاط مشترک دو لبه با اسکن خطی که از فاصله ها عبور کرده اند می توانند به لیست نقاط مشترک اضافه شوند.

یک روش برای جواب به این سوال که فاصله به عنوان یک یا دو نقطه مشترک حساب می شود این است که بعضی لبه های چند ضلعی را برای تقسیم فاصله ها کوتاه کنیم که به عنوان یک نقطه مشترک حساب می شود. می توانیم لبه های غیر افقی یک طرف چند ضلعی را چه بر اساس عقربه های ساعت یا برعکس آن بررسی کنیم. وقتی که هر لبه را محاسبه می کنیم باید تخمین بزنیم که آیا هر لبه و لبه غیر افقی نزدیک به آن مقدار  $y$  افزایشی یا کاهشی در نقطه پایانی دارد یا نه. اگر این چنین باشد پایین ترین لبه باید کوتاه شود تا تنها نقطه اشتراک که در اسکن خطی تولید شده دو لبه را در فاصله عادی به هم برساند. شکل ۳-۳۷ نشان دهنده کوتاه کردن لبه است وقتی که  $y$  نقطه پایانی هر دو لبه افزایش می یابد مقدار  $y$  نقطه بالایی در لبه به اندازه ۱ کاهش می یابد (شکل ۳-۳۷(a)). وقتی که مقدار  $y$  نقطه پایانی به طور یکنواخت افزایش یابد شکل (b). مختصات  $y$  نقطه بالایی لبه را کاهش می دهیم.

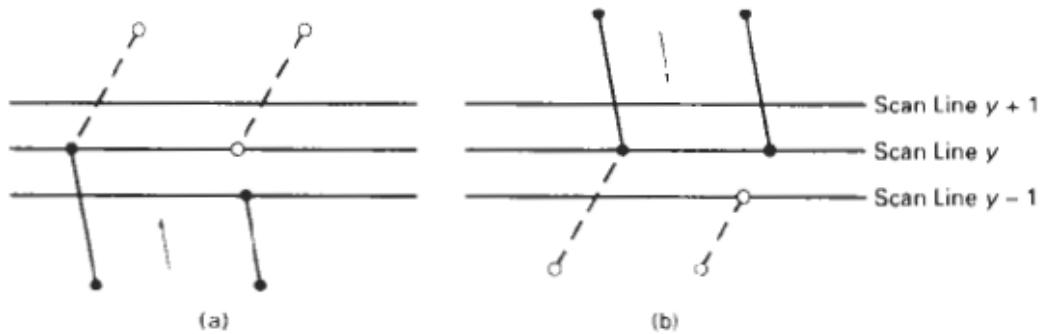


Figure 3-37

محاسبه در تبدیل اسکن و الگوریتم های گرافیکی دیگر مزایای پدیده های مختلف منسجم را در بر خواهد داشت که نمایش داده می شود . منظور از منسجم این است که پدیده های یک قسمت از صفحه به پدیده های قسمت های دیگر مربوط هستند بنابراین از ارتباط متقابل برای کم کردن پردازش می توان استفاده کرد . روش های منسجم گاهی شامل محاسبات افزاینده ای هستند که همراه با اسکن خطی یا بین خطهای اسکن متوالی است . در تخمین نقاط مشترک لبه محاسبات مختصات افزاینده همراه با هر لبه با توجه به دامنه لبه از یک صفحه به صفحه ای دیگر انجام می گیرد . شکل ۳-۳۸ نشان دهنده دو خط صفحه پی در پی است که از لبه چپ شکل هندسی می گذرد . دامنه خط مرزی شکل هندسی با توجه به مختصات نقاط مشترک اسکن خطی بیان می شود :

$$m = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \quad (3-58)$$

چون که تغییر در مختصات  $y$  بین خط های دو صفحه چنین بیان می شود :

$$y_{k+1} - y_k = 1 \quad (3-59)$$

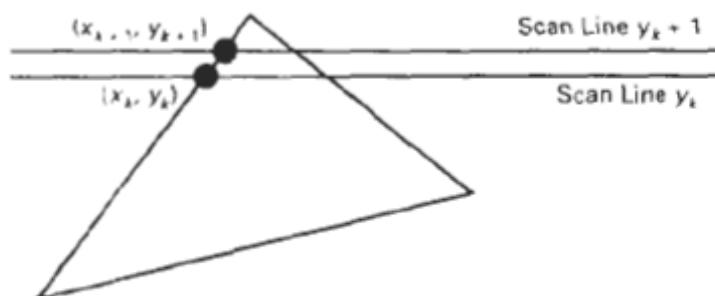


Figure 3-38

نقاط مشترک  $x$  با مقیاس  $x_{k+1}$  در خط اسکن بالایی از مقیاس  $x_k$  در خط اسکن قبلی محاسبه می شود

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m} \quad (3-60)$$

میزان هر  $x$  متوالی با اضافه کردن معکوس دامنه و رسیدن به عدد صحیح ممکن محاسبه می شود . عمل مقارن الگوریتم پر کردن ، همان تعیین هر خط اسکنی است که چند ضلعی را تقسیم می کند . محاسبات نقاط مشترک به مستقلان " انجام می گیرد . هر لبه ای با دامنه  $m$  ، نقطه مشترک  $x_k$  برای خط اسکن  $k$  بالای اسکن خطی داخلی به صورت زیر محاسبه می شود .

$$x_k = x_0 + \frac{k}{m} \quad (3-61)$$

در الگوریتم پر کردن متوالی ، ارزش افزاینده  $X$  به مقدار  $1/m$  همراه لبه می تواند با عمل تداخل انجام گیرد که دامنه  $m$  نسبی دو تداخل هست:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

که  $\Delta y$  و  $\Delta x$  تفاوت‌هایی هستند که بین  $X$  نقطه پایانی لبه و مختصات  $y$  وجود دارند . بنابراین محاسبات افزاینده  $X$  همراه لبه برای اسکن متوالی به صورت زیر است .

$$x_{k+1} = x_k + \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3-62)$$

با استفاده از این معادله می توان مقدار داخلی  $X$  را با رساندن شمارشگر به صفر نمایش داد ، سپس افزایش شمارشگر به ارزش  $\Delta x$  هر زمانی به اسکن خطی جدید می رسیم . هر وقت که مقدار شمارشگر به میزان  $\Delta y$  یا بیشتر از آن می رسد مقدار  $X$  موجود را به اندازه یک افزایش می دهیم و شمارشگر را به مقدار  $\Delta y$  کاهش می دهیم . این مرحله معادل محاسبه داخلی و قسمتهای کسری برای  $X$  و ارزش افزاینده قسمت کسری است تا اینکه به مقدار داخلی بعدی برسیم .

یک مثال از ارزش افزاینده داخلی ، لبه ای را با دامنه  $m=7.3$  در نظر می گیریم .

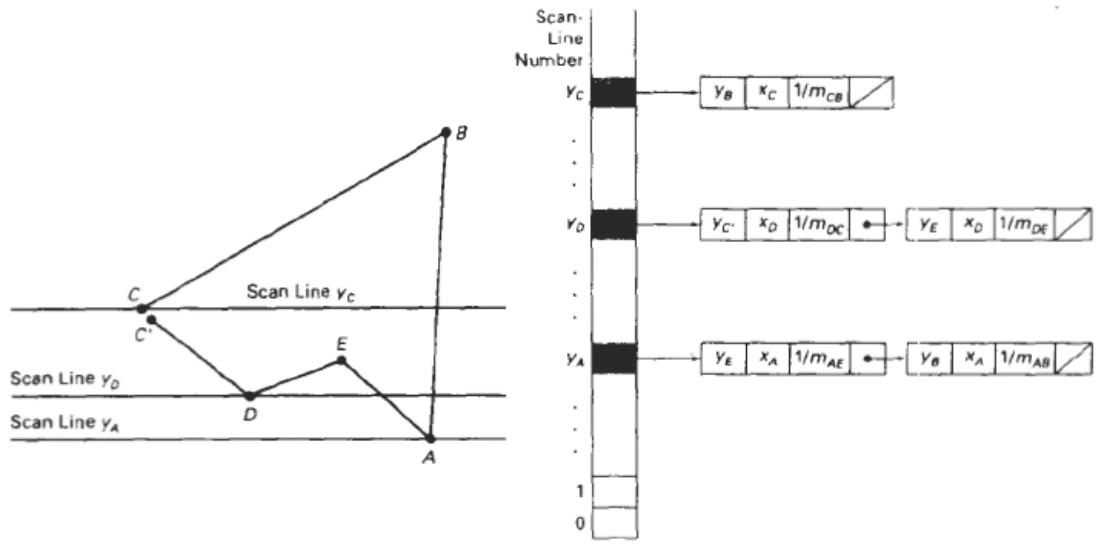


Figure 3-39

در خط اسکن اولیه شمارشگر را به صفر می‌رسانیم و ارزش افزاینده را به ۳. به اسکن خطی دیگر در امتداد این لبه می‌رویم، شمارشگر پی اعداد ۳, ۶, ۹ را نشان می‌دهد در سومین اسکن خط بالای اسکن خطی اولیه شمارشگر بیش از ۷ را نشان می‌دهد. بنابراین مختصات X منهای نقاط مشترک رابه اضافه یک می‌کنیم و شمارشگر را بر روی  $2=7-9$  تنظیم می‌کنیم برآوردن نقاط مشترک اسکن خطی را بدین صورت ادامه می‌دهیم تا به نقطه پایانی لبه بالا می‌رسیم. این چنین محاسبات را برای بدست آوردن نقاط مشترک لبه‌هایی با شبیه منفی انجام می‌دهیم.

می‌توانیم نزدیکترین X نقاط مشترک را بدست آوریم بدون نیاز به کوتاه کردن که حالت‌های عدد صحیح با تعریف الگوریتم نقاط مشترک لبه حاصل می‌شود بنابراین ارزش افزوده به نسبت  $\Delta y/2$  است. با افزایش شمارشگر به اندازه  $2\Delta x$  در هر قسمت و مقایسه ارزش افزوده با  $\Delta y$  عدد صحیح بدست می‌آید. در مثال قبلی  $m=7.3$  شمارشگر برای خط‌های اسکن اولیه در بالای خط اسکن قبلی لبه نشان دهنده ۶ و ۱۲ (منهای ۲) و ۱۰ (منهای ۴) و ۸ (منهای ۶) و ۰ و ۶ و ۱۲ (منهای ۲) است. حالا X با اسکن خط‌های ۶, ۴, ۲, ۰ ... بالای اسکن خطی اولیه لبه افزایش می‌یابد. محاسبات دیگر برای هر لبه  $2\Delta x = \Delta x + \Delta x$  and  $2\Delta y = \Delta y + \Delta y$  هستند.

برای نمایش بهتر پر کردن چند ضلعی ابتدا اطراف چند ضلعی را با لبه‌های مرتب شده مشخص می‌کنیم که این نیاز مند اطلاعات کافی برای اسکن خطی است. در فرآیند لبه‌ها چه در جهت عقربه‌های ساعت و چه بر عکس، آنها را پی در پی مرتب می‌کنیم، هر لبه به اندازه کوچکترین لاخواهد بود. فقط لبه‌های غیر افقی در بین لبه‌های جدول بندی قرار می‌گیرند. وقتی لبه‌ها مرتب می‌شوند می‌توانیم لبه‌های خاصی را کوتاه‌تر کنیم تا به سوال نقاط مشترک پاسخ داده باشیم. هر عدد در جدول دارای بیشترین Y برای لبه و X‌های منفی برای لبه و معکوس شبیه لبه. در هر اسکن خطی لبه‌ها از چپ به راست کوتاه‌تر می‌شوند.

ماچند ضلعی ها را از قسمت پایینی با سمت بالای شکل پویش خطی می کنیم، در اینکار یک لیست بنام **active edge** که شامل نقاط روی هم حاشیه های شکل است ایجاد می شود. برای انجام محاسبات لبه ها بهتر است که مقادیر  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  را در جدولی به نام جدول لبه لبه ها ذخیره کنیم؛ برای اینکه مطمئن شوید نقاط داخلی چندضلعی های خاص را به درستی رنگ می کنید می توانید مباحثت قسمت ۳-۱۰ را در کار خود اعمال کنید.

در هر پویش خطی ما رنگ کردن را از سمت چپ ترین پیکسل تا یکی مانده به سمت راست ترین پیکسل پر می کنیم و پس از اینکه هر خط کامل شد در دسگاه مختصاتی که شکل بر روی آن قرار گرفته بود یک واحد از مقدار  $\Delta$  کم می کنیم؛ این روش تضمین می کند که هیچ کدام از پیکسل ها روی هم نمی افتد و دو بار رنگ نمی شوند.

در این قسمت روالی را که در آن اول مختصات لبه ها ذخیره شده سپس پویش خطی از چپ به راست انجتم می شود را مشاهده می کنید

```
#include "device.h"

typedef struct tEdge {
    int yUpper;
    float xIntersect, dxPerScan;
    struct tEdge * next;
} Edge;

/* Inserts edge into list in order of increasing xIntersect field. */
void insertEdge (Edge * list, Edge * edge)
{
    Edge * p, * q = list;

    p = q->next;
    while (p != NULL) {
        if (edge->xIntersect < p->xIntersect)
            p = NULL;
        else {
            q = p;
            p = p->next;
        }
    }
    edge->next = q->next;
    q->next = edge;
}

/* For an index, return y-coordinate of next nonhorizontal line */
int yNext (int k, int cnt, dcPt * pts)
{
    int j;

    if ((k+1) > (cnt-1))
        j = 0;
    else
        j = k + 1;
    while (pts[k].y == pts[j].y)
        if ((j+1) > (cnt-1))
            j = 0;
        else
            j = j + 1;
    return j;
}
```

```

        j++;
    return (pts(j).y);
}

/* Store lower-y coordinate and inverse slope for each edge. Adjust
   and store upper-y coordinate for edges that are the lower member
   of a monotonically increasing or decreasing pair of edges */
void makeEdgeRec
    (dcPt lower, dcPt upper, int yComp, Edge * edge, Edge * edges[])
{
    edge->dxPerScan =
        (float) (upper.x - lower.x) / (upper.y - lower.y);
    edge->xIntersect = lower.x;
    if (upper.y < yComp)
        edge->yUpper = upper.y - 1;
    else
        edge->yUpper = upper.y;
    insertEdge (edges[lower.y], edge);
}

void buildEdgeList (int cnt, dcPt * pts, Edge * edges[])
{
    Edge * edge;
    dcPt v1, v2;
    int i, yPrev = pts[cnt - 2].y;

    v1.x = pts[cnt-1].x; v1.y = pts[cnt-1].y;
    for (i=0; i<cnt; i++) {
        v2 = pts[i];
        if (v1.y != v2.y) { /* nonhorizontal line */
            edge = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
            if (v1.y < v2.y) /* up-going edge */
                makeEdgeRec (v1, v2, yNext (i, cnt, pts), edge, edges);
            else /* down-going edge */
                makeEdgeRec (v2, v1, yPrev, edge, edges);
        }
        yPrev = v1.y;
        v1 = v2;
    }
}

void buildActiveList (int scan, Edge * active, Edge * edges[])
{
    Edge * p, * q;

    p = edges[scan]->next;
    while (p) {
        q = p->next;
        insertEdge (active, p);
        p = q;
    }
}

void fillScan (int scan, Edge * active)
{
    Edge * pl, * p2;
    int i;

    pl = active->next;
    while (pl) {
        p2 = pl->next;

```

```

        for (i=p1->xIntersect; i<p2->xIntersect; i++)
            setPixel (i, scan);
        p1 = p2->next;
    }

void deleteAfter (Edge * q)
{
    Edge * p = q->next;
    q->next = p->next;
    free (p);
}

/* Delete completed edges. Update 'xIntersect' field for others */
void updateActiveList (int scan, Edge * active)
{
    Edge * q = active, * p = active->next;

    while (p)
        if (scan >= p->yUpper) {
            p = p->next;
            deleteAfter (q);
        }
        else {
            p->xIntersect = p->xIntersect + p->dxPerScan;
            q = p;
            p = p->next;
        }
}

void resortActiveList (Edge * active)
{
    Edge * q, * p = active->next;

    active->next = NULL;
    while (p) {
        q = p->next;
        insertEdge (active, p);
        p = q;
    }
}

void scanFill (int cnt, dcPt * pts)
{
    Edge * edges[WINDOW_HEIGHT], * active;
    int i, scan;

    for (i=0; i<WINDOW_HEIGHT; i++) {
        edges[i] = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
        edges[i]->next = NULL;
    }
    buildEdgeList (cnt, pts, edges);
    active = (Edge *) malloc (sizeof (Edge));
    active->next = NULL;

    for (scan=0; scan<WINDOW_HEIGHT; scan++) {
        buildActiveList (scan, active, edges);
        if (active->next) {
            fillScan (scan, active);
            updateActiveList (scan, active);
            resortActiveList (active);
        }
    }
    /* Free edge records that have been malloc'ed ... */
}

```

پیدا کردن نقاط داخلی و خارجی:

الگوریتم **Area-filling** و دیگر پردازش های گرافیکی به تعریف اینکه کدام ناحیه از شکل خارجی یا داخلی محسوب می شوند نیاز دارند.

بنابراین ما در این قسمت فقط در مورد چند ضلعی های استاندارد بحث می کنیم.

در علم هندسه‌ی بنیادی چندضلعی به شکلی اطلاق می شود که دارای دارای پیچ خوردنگی داخلی نباشد. مثلث ها مستطیل ها پنج ضلعی ها و ستاره ها مثال هایی از چندضلعی های استاندارد هستند. در این شکل ها لبه ها به غیر از راسها هیچ نقطه‌ی اتصال دیگر با یکدیگر ندارند و نقاط داخلی برای این اشکال عموماً یک مسیر سر راست است.

اما در بیشتر کاربردهای گرافیکی ما می توانیم قسمت خاصی از شکل را برای رنگ کردن انتخاب کنیم مانند شکل هایی که در قسمت ۳-۴۰ مشاهده می کنید.

در این شکلها انتخاب نقاط داخلی و خارجی همیشه یک طور نیست.

در بسته های گرافیکی معمولی از دو قانون فرد- زوج یا اعداد چرخشی غیر صفر برای تعریف نقاط داخلی و خارجی اشکال استفاده می شود.

قانون فرد- زوج که گاهی به آن توازن فرد یا قانون زوج- فرد نیز گفته می شود به روش زیر بر شکل اعمال می کنیم:

یک خط مستقیم را در ذهن خود تصور کنید که دو نقطه‌ی خارج از شکل که در دو طرف آن قرار دارند را به هم وصل می کند این خط در طی عبور خود از شکل، با ضلع‌ها برخورد می کند این برخوردها را شماره گذاری کنید و قانون را اینگونه اعمال کنید که برخورد اول شماره ۱ و برخورد دوم شماره ۲ به همین ترتیب ادامه دهید تا به نقطه‌ی دوم که مقصد ما بود برسیم بعد از انجام اینکار رنگ کردن شکل بدین ترتیب صورت می گیرد :

ناحیه‌ی بعداز خط ۱ تا رسیدن به خط ۲ طول خط داخلی محسوب شده و رنگ آمیزی می شود واز خط ۲ تا رسیدن به خط ۳ طول خط خارجی محسوب شده و رنگ آمیزی نمی شود با ادامه‌ی این روند قدم به قدم رنگ آمیزی شکل تمام می شود. نواحی داخلی و خارجی شکل (a) ۳-۴۰ به روش قانون فرد - زوج مشخص شده است.

روش دیگر برای تعریف نقاط داخلی روش اعداد چرخشی غیر صفر است که تعداد دفعاتی که لبه‌های چند ضلعی حول نقطه‌ای خاص در جهت ساعتگرد گردش می کند این تعداد دفعات را winding number می نامیم (که از این به بعد با  $WN$  نشان می دهیم) و نقاط داخلی در اشکال دو بعدی به وسیله‌ی مقدار  $WN$  توصیف می شوند.

قاعده‌ی اعداد چرخشی غیر صفر به صورت زیر اعمال می شود:

در ابتدای کار مقدار  $WN$  را صفر می کنیم سپس خطی مستقیم را از نقطه‌ی  $P$  به نقطه‌ای دیگر تصور می کنیم که این خط نباید از رئوس شکل بگذرد سپس از نقطه‌ی  $P$  در طول این خط شروع به حرکت می کنیم و تعداد لبه‌هایی که خط مفروض از آن‌ها عبور می کند را می شماریم و به  $WN$  یک واحد را اضافه می کنیم اگر از راست به چپ از لبه‌ی چندضلعی عبور کرده باشیم و برعکس یک واحد از  $WN$  کم می کنیم ، اگر از چپ به راست از لبه‌ی شکل عبر کرده باشیم و در آخر کار اگر مقدار  $WN$  صفر باقی مانده بود نقطه‌ی مورد نظر داخلی و اگر  $WN$  غیر صفر بود نقطه‌ی مورد نظر خارجی محسوب می شود. نواحی داخلی و خارجی شکل (b) ۳-۴۰ به روش قانون اعداد چرخشی غیر صفر ایجاد شده است.

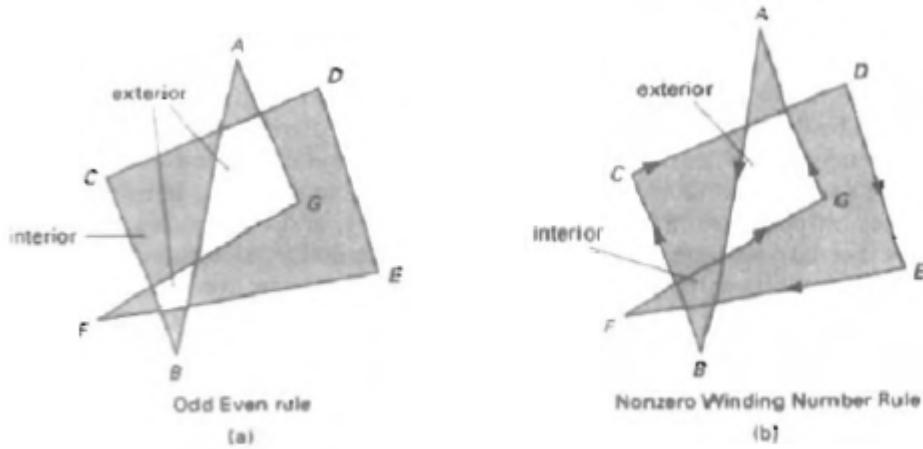


Figure 3-40

می توان گفت برای چند ضلعی های استاندارد و دیگر شکل های ساده نتیجه ای اعمال هر دو قانون فرد-زوج و اعداد چرخشی غیر صفر یکسان است ولی برای شکل های پیچیده ای مانند شکلهای ارائه شده در قسمت ۳-۴۰ مشاهده می کنید که اعمال این دو قانون نتایج یکسانی نداشته است.

یک روش برای مشخص کردن جهت عبور از لبه ها استفاده از ضرب برداری دو بردار است که یکی از آن ها در طول خطی که از نقطه  $P$  شروع شده بود بنام بردار  $U$  و دیگری روی لبه ای که می خواهیم از آن عبور کنیم بنام بردار  $E$  در نظر گرفته می شوند. و  $Z$  را اندازه  $E \times U$  می گیریم، حال اگر  $Z$  مثبت بود جهت شکست یا عبور از راست به چپ بوده است و باید به  $WN$  یک واحد اضافه شود و اگر مقدار  $Z$  منفی بود جهت شکست از چپ به راست بوده و از مقدار  $WN$  یک واحد کم می کنیم. همچنان قابل ذکر است که طول بردار مفروض  $E$  که ابتدای آن نقطه  $V_A$  و

انتهای آن نقطه  $V_B$  است از تفاضل نقاط ابتدا و انتهای آن بدست می آید

$$E_{AB} = V_B - V_A$$

روش مشابه دیگر برای تعیین جهت خطوط شکست استفاده از ضرب نقطه ای بردارها به جای ضرب برداری آن ها است ، که به روش زیر اعمال می شود:

بردار  $U$  را طوری در نظر می گیریم که اگر از نقطه  $P$  به آن نگاه کنیم جهتش از سمت راست به چپ باشد و مختصات آن را  $(u_x, u_y)$  قرار می دهیم ، میدانیم که بردار عمود بر  $U$  دارای مختصات  $(-u_y, u_x)$  است که آنرا  $V$  می نامیم؛ اگر حاصلضرب نقطه ای بردار  $V$  و برداری که روی لبه ای شکل در نظر گرفته ای مثبت بود جهت شکست از راست به چپ بوده و به  $WN$  یک واحد اضافه می کنیم ، در غیر اینصورت جهت شکست از چپ به راست بوده و باید از  $WN$  یک واحد کاسته شود.

برخی از برنامه های گرافیکی از قانون اعداد چرخشی غیر صفر برای کامل کردن نواحی که قرار است پر شوند استفاده می کنند، چرا که این روش از قانون فرد و زوج روشن تر است.

معمولًا اشیا توسط تعدادی راسهای پراکنده یا مجموعه ای منحنی های بسته‌ی پراکنده تعریف می‌شوند و جهت مشخص شده برای هر مجموعه می‌تواند برای تعریف نواحی داخلی آن استفاده شود.

برای مثال کاراکتر ها، حروف الفبا و سمبول های تاکیدی دوایر و بیضی های هم مرکز از این جمله اشیا هستند.

برای خطوط منحنی جهت تشخیص بخش های درونی در مسیر های منحنی به جای یافتن لبه های درونی از روش فرد-زوج استفاده می شود، به طور مشابه با استفاده از قانون اعداد چرخشی غیر صفر نیاز به محاسبه‌ی بردارهای تانژانتی در نقاط تلاقی بخش های درونی هستیم.

روش پر کردن قسمت های حاشیه ای منحنی با استفاده از خطوط پویش: عموماً پر کردن مناطقی با حواشی منحنی توسط خطوط پویش نیاز به کار بیشتری نسبت به پر کردن چند ضلعی دارد چرا که محاسبه بخش های درونی در این حالت شامل حواشی غیر خطی است. برای یک منحنی ساده متنند دایره یا بیضی ایجاد خطوط پویش پردازش ساده ای است؛ زیرا ما فقط نیاز به محاسبه‌ی دو خط پویش دو بخشی داخلی قرینه‌ی هم هستیم، این کار شبیه ایجاد لیستی از مکان های پیکسلها در امتداد حواشی منحنی است که با روش نقطه‌ی میانی قابل انجام است.

بنابراین می‌توانیم به سادگی پیکسلهای افقی حد فاصل بین نقاط مرزی روبروی هم منحنی را پر کنیم. ایجاد تقارنهای  $1/4$  و  $1/8$  برای دوایر برای کاهش محاسبه‌ی حاشیه‌ها استفاده می‌شود. روش های مشابهی نیز برای ایجاد نواحی پر برای منحنی ها استفاده می‌شود، برای مثال همانطور که در شکل ۳-۴۱ نشان داده شده است یک نیم دایره ی بیضوی با این روش پر می‌شود. بخش‌های داخلی توسط قسمتی از بیضی و خطی که ابتدا و انتهای نیم دایره را به هم متصل کرده احاطه شده است. محاسبات تقارنی و افزایشی هنگامی که امکان کم کردن محاسبات وجود داشته باشد، بکار می‌رود.

### الگوریتم Boundary- Fill

روش دیگر برای پر کردن نواحی داخلی این است که از نقطه‌ای داخل شکل شروع به پر کردن شکل کنیم تا اینکه به حاشیه‌ی شکل برسیم: در این روش رنگ تمام نقاط داخلی با رنگ مخصوص حاشیه مقایسه می‌شود که اگر مخالف بود آن نقطه داخلی محسوب شده و رنگ می‌شود. این روش برای بسته‌های گرافیکی تعاملی روش بسیار مفیدی است وقتی نقاط داخلی به آسانی انتخاب می‌شوند.

با استفاده از جداول گرافیکی و دیگر وسایل جالب دیگر یک هنرمند یا طراح می‌تواند شکل مورد نظر خود را با هر الگویی به راحتی رنگ آمیزی کند.

میتوانیم حاشیه ها را نیز همنگ نقاط داخلی رنگ آمیزی کنیم.  
ورودی های تابع استفاده شده در این الگوریتم یک نقطه داخلی ( $u, X$ ) یک رنگ برای بخش های داخلی و رنگ دیگر برای حاشیه های شکل می باشد.

در شکل ۳-۴۲ دو شکل را که با این روش پرشده اند را مشاهده می کنید.

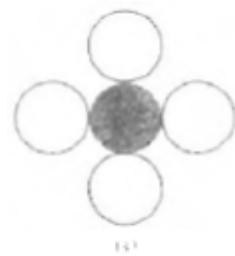
در شکل ۳-۴۳ دو روش پردازش برای انکه نقاط داخلی درست تشخیص داده شوند را می بینیم در شکل (a) ۳-۴۳ نقطه ای مورد نظر و چهار منقه ای اطراف آن که در با لا، پایین، چپ و راست آن نقطه قرار دارند مشاهده می شود که این روش چهار اتصالی نام دارد و در شکل (b) ۳-۴۳ که روش هشت اتصالی نام دارد گوشه های کناری نیز برای تست کردن در نظر گرفته می شوند.  
در شکل ۳-۴۴ که با روش ۴ اتصالی به طور ناقص پر شده است نیاز به استفاده از روش ۸ اتصالی کاملا مشهود است.



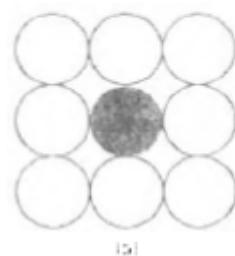
Figure 3-41



Figure 3-42



[3-43]



[3-43]

Figure 3-43

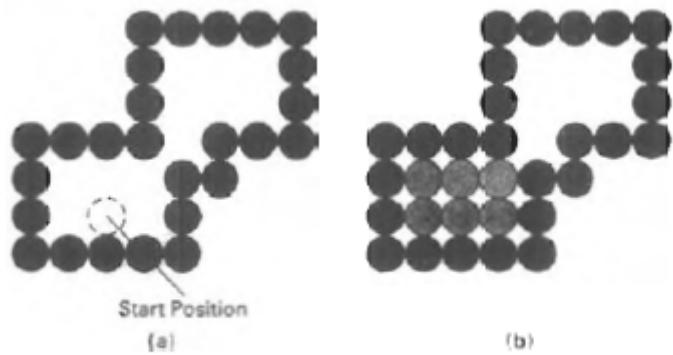


Figure 3-44

تابع زیر یک روش بازگشتی برای پر کردن به روش ۴ طرفه با رنگ مشخص شده توسط پارامتر `fill` به سمت رنگ مشخص شده برای حاشیه ها توسط پارامتر `boundary fill` را نشان میدهد. ما می توانیم این تابع را با اضافه کردن ۴ خط دیگر برای تست نقاط مورب مثل ( $y+1$  و  $x+1$ ) به تابع ۸ طرفه گسترش دهیم.

```
void boundaryFill4 (int x, int y, int fill, int boundary)
{
    int current;

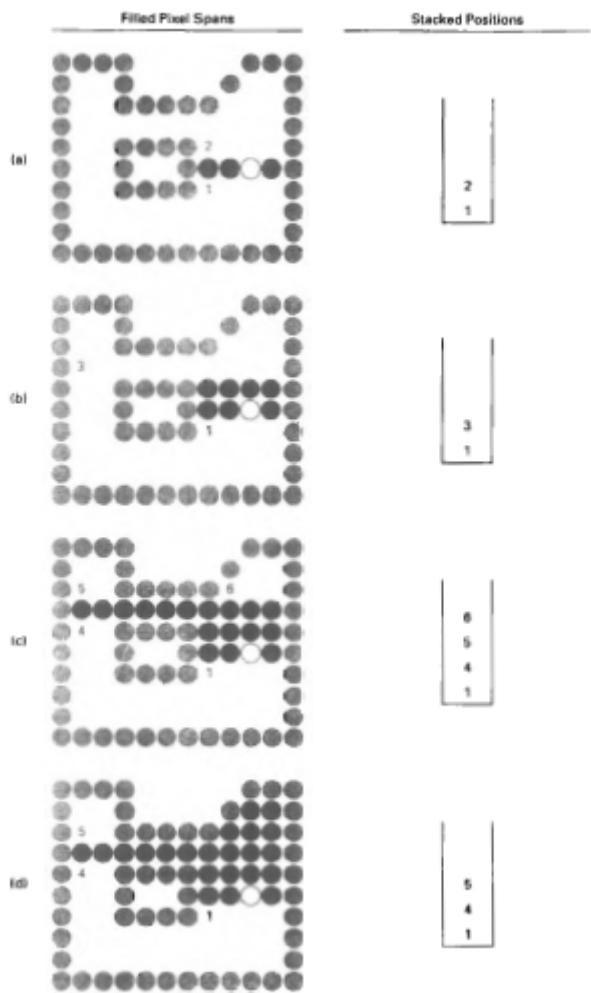
    current = getPixel (x, y);
    if ((current != boundary) && (current != fill)) {
        setColor (fill);
        setPixel (x, y);
        boundaryFill4 (x+1, y, fill, boundary);
        boundaryFill4 (x-1, y, fill, boundary);
        boundaryFill4 (x, y+1, fill, boundary);
        boundaryFill4 (x, y-1, fill, boundary);
    }
}
```

الگوریتم بازگشتی پر کردن بر اساس حاشیه ها؛ در صورتی که برخی از پیکسل ها ای درونی خودشان همنگ رنگی که قرار است با آن پر شود، باشند درست کار نکند، این به دلیل این است که الگوریتم، پیکسلها را از دو نظر همنگ بودن با رنگ حاشیه و رنگی که قرار است شکل با آن پر شود مقایسه را انجام می دهد.

برخورد با پیکسل همنگ با رنگ پر کننده ای شکل می تواند باعث خارج شدن از حلقه ای بازگشتی و خاتمه ای تابع شود با وجود اینکه برخی از نواحی داخلی رنگ نشده باقی مانده اند. برای جلوگیری از این امر ما ابتدا تمام پیکسل های داخلی را که همنگ با رنگ پر کننده ای شکل می باشد را را تغییر داده سپس الگوریتم پر کردن بر اساس حاشیه ها را اعمال می کنیم.

نواحی حاشیه ای با **Border color** رنگ می شوند و می توانیم برای هر مرحله این روند را تکرا کنیم.

یک مثال دیگر برای پر کردن شکلها در شکل ۳-۴۵ شرح داده می شود.  
برای پویش خطی کامل اول از نقطه ی شروع به سمت بالای شکل و بعد از تکمیل کار از نقطه ی شروع مفروض به سمت پایین شکل پویش خطی را انجام می دهیم.  
سمت چپ ترین پیکسل در خط افقی را انتخاب کرده و از چپ به راست پویش خطی را انجام می دهیم مانند شکل a در این شکل بعد از پر کردن نقطه نشان داده شده شروع به پر کردن منطقه ی ۱ و ۲ در پویش بعدی می کنیم که در پایین و بالای نقطه ی نشان داده شده هستند؛ بعد از اینکه خطی که هز نقطه ی ۲ شروع می شد پر شد از نقطه ی شماره ۳ در شکل b پویش بعدی را آغاز می کنیم تا اینکه خط به حاشیه ی شکل برسد، در شکل c ۳-۴۵ خط پویش کامل نشان داده شده است و در شکل d ۳-۴۵ ناحیه ی راست در بالای خط سوم پر می شود در ادامه ی روند به نقاط ۴ و ۵ جهت ادامه ی پویش هدایت می شویم و پویش خطی را در جهت پایین تا اتمام رنگ کردن شکل ادامه می دهیم.



شکل ۳-۴۵

### الگوریتم Flood-Fill

در رنگ کردن اشکال دو حالت وجود دارد یکی اینکه رنگ قبلی شکل را تغییر دهیم یا اینکه شکل از ابتدا رنگی ندارد و شروع به رنگ آمیزی آن می کنیم ، در این کار همیشه یک نقطه‌ی داخلی شکل را انتخاب کرده و طبق الگوریتم زیر شروع به رنگ آمیزی شکل می کنیم

```
void floodFill4 (int x, int y, int fillColor, int oldColor)
{
    if (getPixel (x, y) == oldColor) {
        setColor (fillColor);
        setPixel (x, y);
        floodFill4 (x+1, y, fillColor, oldColor);
        floodFill4 (x-1, y, fillColor, oldColor);
        floodFill4 (x, y+1, fillColor, oldColor);
        floodFill4 (x, y-1, fillColor, oldColor);
    }
}
```

---

## ۱۲-۳ قسمت

### : Fill-Area توابع

برای پر کردن چند ضلعی ها در بسته های گرافیکی GKS و PHIGS تابع زیر را فراخوانی می کنیم

```
fillArea (n, wcVertices)
```

این تابع برای رنگ کردن شکل ها یخمیده و زاویه دار استفاده نمی شود اجرای این تابع به این بستگی دارد که کدام منطقه از چند ضلعی را داخلی یا کدام منطقه را خارجی محسوب کنیم که الگوریتم اینکار قبلًا توضیح داده شده است.

ما می توانیم برای مشخص شدن شکل فقط حاشیه های آن را رنگ آمیزی کنیم و یا اینکه تمام شکل را به صورت یک ناحیه ی رنگ شده نشان دهیم.

برای یک دست رنگ کردن شکل از الگوریتم های خطوط پویش استفاده می کنیم. ویژگی های خاص و قابل دسترس رنگ کردن اشکال در بسته های گرافیکی PHIGS در فصل های بعدی بحث می شود.

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

4

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

## صفات عناصر پایه خروجی

عموما هر پارامتری که به طریقی بر نمایش داده شدن یک عنصر پایه تاثیر می گذارد بنام پارامتر صفت در نظر گرفته می شود. برخی پارامترهای صفت مثل رنگ و اندازه و مشخصات اصلی یک پارامتر را تعیین می کنند. دیگر پارامترها تعیین میکنند که چگونه عنصر پایه باید تحت شرایط خاصی نمایش داده می شود.

مثالهای عناصر پایه در این رده شامل اطلاعات عمق برای ملاحظه سه بعدی و مرئی بودن یا گزینه قابلیت آشکارسازی برای برنامه های متعامل انتخاب شیء می باشد. این صفات خاص وضعیت در فصلهای بعدی مورد توجه قرار می گیرند. ما در اینجا فقط آن صفاتی را مد نظر قرار می دهیم که مشخصات اصلی نمایش عناصر پایه را بدون توجه به وضعیتهاي خاص کنترل می کنند. مثلاً خطوط می توانند فلش مانند یا نقطه چین - نازک یا ضخیم و آبی یا نارنجی باشند. منطق با یک رنگ و برخی با الگویی چند رنگه پر می شوند. متن می تواند از چپ به راست خوانده شود یا بصورت مورب عرضی در عرض اسکرین باشد یا بصورت ستونهای عمودی باشد. کاراکترهای منفرد در فونتهای مختلف، رنگهای مختلف نمایش داده می شوند و می توانیم تغییرات شدت را در لبه های اشیاء بکار ببریم تا اثر پلکانی طرح مستطیلی شکل از خطوط را نرم کنیم.

یک راه تلفیق کردن گزینه ها درون بسته گرافیکی شامل گسترش دادن لیست پارامتر همراه با هر کارکرد عناصر پایه است تا شامل صفات مناسب باشد مثلاً کارکرد رسم کردن خط می تواند حاوی پارامترهایی برای گذاشتن مشخصات رنگ و عرض و دیگر مشخصات باشد علاوه بر این آنها را نسبت به مختصات نقطه انتهایی نشان می دهد. رهیافت دیگر شامل حفظ یک لیست مقادیر صفت کنونی می باشد. سپس کارکرد های جداگانه را در بسته گرافیکی شامل می شوند تا مقادیر حاضر در لیست صفت لحاظ شوند. برای ساختن یک عنصر پایه خروجی، سیستم، مربوطه را چک می کند و مسیر را برای آن عنصر پایه با استفاده از محیطهای کنونی صفت نسبت می دهد. برخی بسته ها ترکیبی از کارکرد های صفت و پارامترهای صفت را در دستورات عنصر پایه خروجی فراهم می کنند. با استانداردهای PHIGS و GKS محیطهای صفت با کارکرد های جداگانه انجام می شوند که لیست صفت سیستمی را ارتقا می دهد.

### صفات خط

صفات اساسی یک پاره خط مستقیم شامل نوع آن \_ عرض آن و رنگ آن است. در برخی بسته های گرافیکی هم خطوط با استفاده از گزینه های قلم یا برس نمایش داده می شوند. در بخشهاي بعدی ما به چگونگی تغییر دادن مسیرهای رسم خط توجه می کنیم تا مشخصات مختلف صفت را در خود جای دهد.

### نوع خط

انتخابهای ممکن برای صفت نوع خط شامل خطوط تو پر، خطوط منقطع و خطوط نقطه چین هستند. ما الگوریتم رسم خط را تغییر می دهیم تا چنین خطوطی را با ایجاد طول و فاصله قطعات تو پر در طول مسیر خط نمایش داده شده ایجاد کنیم.

یک خط منقطع با ساختن فضای درون انقطاع نمایش داده می شود که مساوی طول بخشهاي تو پر می باشد. هر دوی طول خطوط تیره و فضاهاي میان آنها غالباً با سلیقه کاربر مشخص می شوند. یک خط منقطع با ساختن خطوط منقطع بسیار کوتاه با فضای مساوی یا بزرگتر از اندازه انقطاع ایجاد و نمایش داده می شود. برای ایجاد صفات نوع خط در برنامه کاربردی PHIGS یک کارکرد زیر را مشخص می کند:

Setlinetype(lt)

که در آن پارامتر `lt` با مقدار مثبت عدد صحیح ۱، ۲، ۳، ۴ مشخص می‌شود تا خطوطی که به صورت تو پر \_ منقطع ، نقطه چین و نقطه چین \_ منقطع ایجاد شوند. مقادیر دیگر برای پارامتر نوع خط از `lt` برای نمایش تغییرات در الگوهای انقطاع نقطه چین استفاده می‌شوند.

وقتی پارامتر نوع خط در برنامه کاربردی PHIGS گذاشته شد همه دستورات بعدی رسم خط ،خطوطی با این نوع خط را تولید خواهند کرد . قطعه برنامه زیر ،کاربرد دستور `line type` برای نمایش دادن داده ها در شکل ۴-۱ را توضیح می دهد.

```
#include <stdio.h>
#include "graphics.h"

#define MARGIN_WIDTH 0.05 * WINDOW_WIDTH

int readData (char * inFile, float * data)
{
    int fileError = FALSE;
    FILE * fp;
    int month;

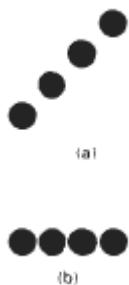
    if ((fp = fopen (inFile, "r")) == NULL)
        fileError = TRUE;
    else {
        for (month=0; month<12; month++)
            fscanf (fp, "%f", &data[month]);
        fclose (fp);
    }
    return (fileError);
}

void chartData (float * data, pLineType lineType)
{
    wcPt2 pts[12];
    float monthWidth = (WINDOW_WIDTH - 2 * MARGIN_WIDTH) / 12;
    int i;

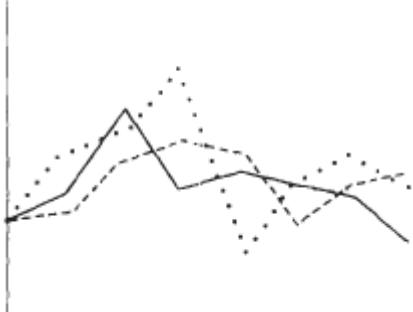
    for (i=0; i<12; i++) {
        pts[i].x = MARGIN_WIDTH + i * monthWidth + 0.5 * monthWidth;
        pts[i].y = data[i];
    }
    pSetLineType (lineType);
    pPolyline (12, pts);
}

int main (int argc, char ** argv)
{
    long windowID = openGraphics (*argv, WINDOW_WIDTH, WINDOW_HEIGHT);
    float data[12];

    setBackground (WHITE);
    setColor (BLUE);
    readData ("../data/data1960", data);
    chartData (data, SOLID);
    readData ("../data/data1970", data);
    chartData (data, DASHED);
    readData ("../data/data1980", data);
    chartData (data, DOTTED);
    sleep (10);
    closeGraphics (windowID);
}
```



شکل ۴-۲



شکل ۱-۴ پیاده کردن ۳ دسته داده با نقطه چین های ۳ نوع مختلف خط بوسیله روش نمایش

با طول مساوی

## Chart data

### همان تعداد پیکسل

الگوریتم های خط رستر، صفات نوع خط را با پیاده کردن بازه های پیکسل نمایش می دهند . برای الگوهای مختلف منقطع - نقطه چین و منقطع - نقطه چین ، روش رسم خط ، پیکسل های ممتد در طول مسیر خط را خارج می کند و تعدادی از پیکسلهای تو هم رفته بین بازه های جامد را پر می کند.

تعداد پیکسل ا برای طول بازه و فاصله میان بازه ای می تواند در یک ماسک پیکسل مشخص شود و یک رشته حاوی ارقام یک و صفر برای نشان دادن موقعیت های پیاده کردن در طول مسیر خط می باشد. مثلاً ماسک ۱۱۱۱۰۰۰۰ برای نمایش دادن یک خط منقطع با طول انقطاع  $4\text{ پیکسل}$  و فضای میان انقطعی  $3\text{ پیکسل}$  قابل استفاده است . در یک سیستم دو سطحی ، ماسک مقادیر بیتی را می دهد که درون بافر فریم در طول مسیر خط باید بارگذاری شود تا نوع خط انتخاب شده را نمایش بدهد.

پیاده کردن انقطاع ها با تعداد ثابت پیکسل ها ، انقطعهایی با طول نامساوی را برای جهات مختلف خط حاصل می کند(توضیح در شکل ۴-۲). هر دو انقطاع نشان داده شده با  $4\text{ پیکسل}$  پیاده می شوند اما انقطاع مورب بصورت طولانی تر با فاکتوری از  $\frac{7}{2}$  است . برای دقیق بودن نقاشی ها ، طولهای انقطاع باید تقریباً برای جهت گیری خط ثابت باقی بمانند. برای این کار می توانیم تعداد پیکسل را برای بازه های تو پر و فضای میان بازه ای مطابق با شب خط تغییر دهیم . در شکل ۴-۲ میتوانیم تقریباً انقطاع های با طول مساوی را با کاهش دادن انقطاع مورب به  $3\text{ پیکسل}$  نمایش دهیم.

روش دیگری برای حفظ طول انقطاع شامل رفتار کردن با انقطاع ها بعنوان پاره خطهای منفرد است . مختصات نقطه انتهایی برای هر انقطاع واقع در (و گذر از) مسیر خط هستند که بعداً موقعیت های پیکسل را در طول مسیر انقطاع محاسبه می کند.

### عرض خط

پیاده سازی گزینه های عرض خط به قابلیت های ابزار خروجی بستگی دارد. یک خط ضخیم روی مانیتور بصورت خطوط مجاور موازی قابل نمایش دادن است در حالیکه یک پلاتر قلمی شاید نیازمند تغییرات قلم باشد . مثل دیگر صفات PHIGS دستور عرض خط برای گذاشتن مقدار عرض خط در لیست صفت بکار می رود. سپس این مقدار توسط الگوریتم های رسم خط بکار می رود تا ضخامت خطوط ایجاد شده با دستور بعدی صفت خروجی ایجاد شود . ما صفت عرض خط را با دستور زیر ایجاد می کنیم:

**Setlinew; dthscalefactor (lw)**

پارامتر عرض خط  $lw$  با یک مقدار مثبت نشان داده می شود تا حاکی از عرض نسبی خط نمایش داده شده باشد . مقدار یک خط با عرض استاندارد را مشخص می کند. روی یک پلاتر قلمی مثلاً کاربر می تواند مقدار  $lw = 5/0$  قرار دهد تا خطی را پیاده کند که عرض آن نصف یک خط استاندارد است.

مقادیر بزرگتر از ۱ خطوط ضخیم تر از استاندارد را تولید می کنند برای اجرای رستر ، خط با عرض استاندارد با پیکسل های منفرد در هر موقعیت نمونه مثلاً در الگوریتم Bresenham ایجاد می شود . خطوط با عرضهای دیگر بصورت ضرایب عدد صحیح مثبت خط استاندارد با پیاده کردن پیکسل های اضافی در طول مسیرهای خط موازی مجاور نمایش داده می شود. ما برای خطوطی با بزرگی شبیه کمتر از ۱ می توانیم مسیر رسم خط را عوض کنیم تا خطوط ضخیم را با پیاده کردن عمودی پیکسل ها در هر موقعیت  $X$  در طول خط نمایش دهیم . تعداد پیکسل ها در هر بازه مساوی با بزرگی عدد صحیح پارامتر  $lw$  قرار داده می شود .

ما در شکل ۴-۳ خطی با عرض دو برابر را با ایجاد کردن یک خط موازی بالای مسیر خط اصلی پیاده می کنیم.

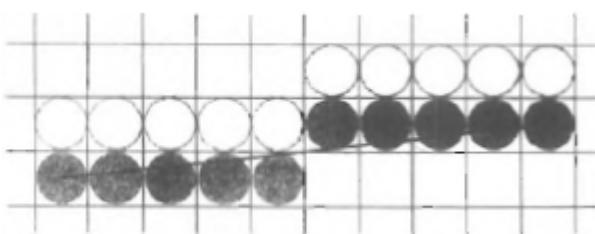
در هر موقعیت نمونه برداری  $X$  می توانیم مختصات  $y$  منطبق را محاسبه کنیم و پیکسل ها را با مختصات اسکرین  $(x,y)$  و  $(x,y+1)$  پیاده کنیم. ما خطوط را با  $|w \geq 1$  با پیاده کردن متناوب پیکسل های بالا و پایین مسیر خط با رض منفرد(یک) نمایش می دهیم. ما برای خطوط با بزرگی شیب بیشتر از یک می توانیم خطوط ضخیم را با بازه های افقی و انتخاب متناوب پیکسل های راست و چپ مسیر پیاده کنیم . این طرح در شکل ۴-۴ اثبات می شود که در آن با عرض ۴ با بازه های پیکسل افقی پیاده می شود . اگر چه خطوط ضخیم به سرعت با پیاده کردن بازه های پیکسل افقی یا عمودی ساخته می شوند عرض نمایش داده شده یک خط (با اندازه گیری عمودی نسبت به مسیر خط) به شیب آن بستگی دارد . یک خط ۴۵ درجه با فاکتور  $2\sqrt{1}$  ضخیم تر از خط افقی یا عمودی با بازه های پیکسل دارای طول ۴ مساوی نمایش داده میشود.

مساله دیگر در اجرای گزینه ها ی عرض با بازه های پیکسل افقی یا عمودی شامل روشنی است که خطوطی را تولید می کند که انتهای آنها افقی یا عمودی است علیرغم شیب خط . این اثر با خطوط بسیار ضخیم بیشتر قابل توجه است. ما می توانیم شکل انتهای خط را تتعديل کنیم تا ظاهر بهتری با افزودن سر پوش های خط به آنها بدheim. یک نوع سرپوش خط شامل سرپوش بطری بدست آمده با تتعديل نقاط انتهایی خطوط موازی جزء (ترکیب کننده) است بطوریکه خط ضخیم با انتهای های نمایش داده میشود که عمود بر مسیر خط هستند .

اگر خط مشخص شده دارای شیب  $m$  باشد انتهای مربعی خط ضخیم دارای شیب  $-1/m$  است . نوع دیگر سرپوش شامل سرپوش گرد بدست آمده با افروden نیمداire ای پر به هر سرپوش بطری است . کمانهای دور با مرکز که در انهای خط هستند و دارای شعاعی مساوی ضخامت خط هستند. نوع سوم سرپوش خط شامل سرپوش مربع پیشامده است . ما در اینجا بسادگی خط را گسترش می دهیم و سر پوشهای بطری را می افزاییم که در  $1/2$  عرض خط آنسوی نقاط انتهایی مشخص شده واقع هستند.

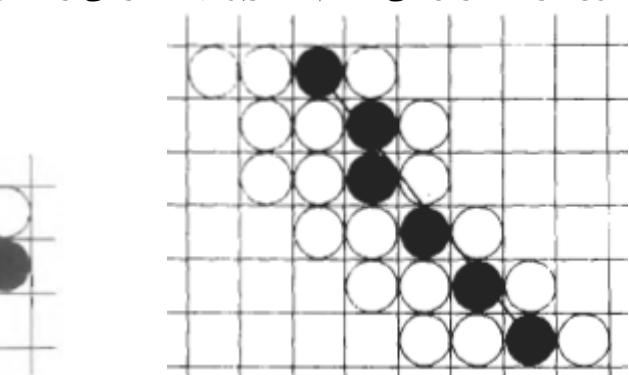
روشهای دیگر تولید خطوط ضخیم شامل نمایش دادن خط بصورت مستطیلی تو پر یا ساختن خط با قلم یا الگوی با برس منتخب است . برای بدست آوردن نمایش مستطیلی برای مرز خط ، ما موقعیت بردارهای مستطیلی را در طول مسیرهای عمود بر مسیر خط محاسبه می کنیم چنانچه مختصات راس از نقاط انتهایی به اندازه  $1/2$  عرض خط جابجا شوند.

خط مستطیلی در شکل (a) ۴-۵ نشان داده شده است. سپس سرپوشهای دور را به مستطیل پرشده می افزاییم یا طول آنرا گسترش می دهیم تا سرپوشهای مربعی را نشان بدهد.



شکل ۴-۳ خط رستر با عرض دو برابر با شیب

ساخته شده با بازه های پیکسل عمودی



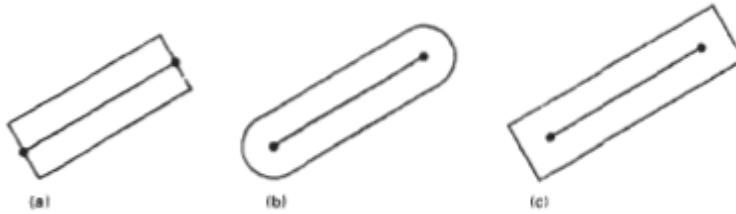
شکل ۴-۴ خط رستر با شیب  $1|m|$  و پارامتر

$$|m| < 1$$

عرض خط  $l_w = 4$  پیاده شده با بازه های پیکسل افقی

ساختن چند خطی های ضخیم نیازمند برخی ملاحظات اضافی است عموماً ما به روش‌هایی برای نمایش یک پاره خط توجه کرده ایم که سری متصل شده با ملایمت از پاره خطها را تولید نمی‌کنند.

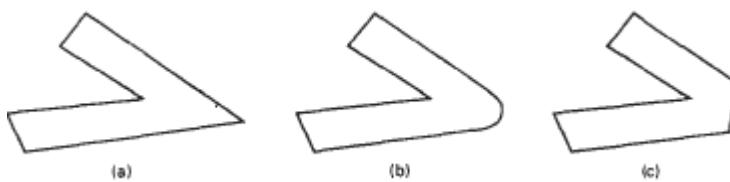
نمایش خطوط ضخیم با استفاده از بازه‌های پیکسل افقی یا عمودی – مثلاً باعث بوجود آمدن فواصل پیکسل در مرزهای بین خطوط با شیب‌های مختلف می‌شود که در آنها جابجایی از بازه‌های افقی به عمودی وجود دارد. می‌توانیم چند خطی های ضخیمی بسازیم که به صورت ملایم با صرف پردازش اضافی در نقاط انتهایی پاره خط به هم متصلند. شکل ۴-۶ رو ش احتمالی برای اتصال ملایم به دو خط را نشان می‌دهد. یک اتصال تاجواره با گسترش دادن مرزهای خارجی هر دو خط انجام می‌شود تا جایی که به هم برسند. یک اتصال مدور با پوشاندن ارتباط بین دو قطعه با مرز مدور تولید می‌شود که قطر آن مساوی عرض خط است.



شکل ۴-۵ خط ضخیم رسم شده با (a) سرپوش بطری (b) سرپوش مدور (c) سرپوش

مربعی

و یک اتصال اریب با نمایش دادن پاره خط‌ها با سرپوش‌های بطری و پر کردن فاصله مثلثی – که در آنجا پاره خط‌ها به هم می‌رسند – ساخته می‌شود. اگر زاویه بین ۲ پاره خط متصل به هم خیلی کوچک باشد یک اتصال تاجواره قله ای طویل می‌سازد که ظاهر چند خطی را خراب می‌کند یک بسته گرافیکی از این اثر جلوگیری می‌کند این کار با سوییج کردن از یک اتصال تاجواره به یک اتصال اریب انجام می‌شود وقتی هیچ دو قطعه متواالی در زاویه‌ای به اندازه کوچک به هم نرسند.



شکل ۴-۶ قطعات خط ضخیم متصل به (a) اتصال تاجواره (b) اتصال مدور (c) اتصال اریب

گزینه‌های قلم و برس

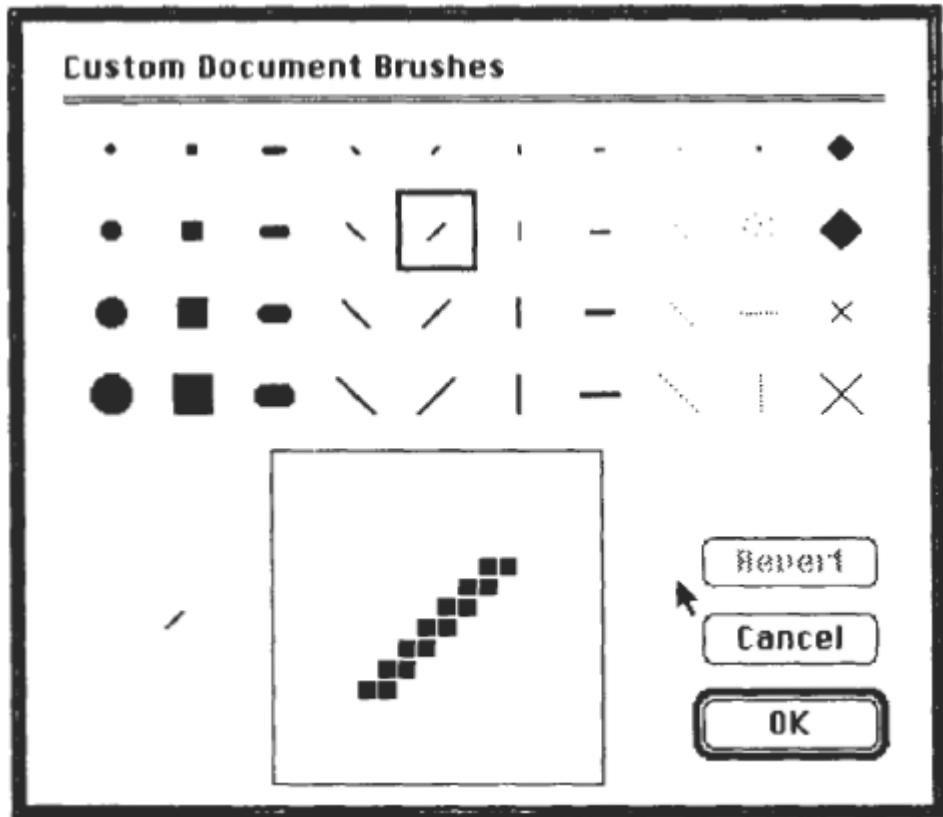
با برخی بسته‌ها، خطوط با انتخابهای قلم یا برس نمایش داده می‌شوند. گزینه‌های این طبقه شامل شکل-اندازه و الگو هستند برخی شکلها ای احتمالی در شکل ۴-۷ نشان داده می‌شوند. این شکلها در ماسک پیکسل ذخیره می‌شوند که آرایش موقعیت‌های پیکسل را تعیین می‌کند که باید در طول مسیر خط گذاشته شوند. مثلاً قلم با ماسک نشان داده شده در شکل ۴-۸ باید با حرکت مرکز (یا یک زاویه) ماسک در طول مسیر خط اجرا می‌شود (شکل ۴-۹) ما برای جلوگیری از گذاشتن پیکسلهای بیش از یکبار در مسیر خط بسادگی می‌توانیم بازه‌های افقی ساخته شده در هر موقعیت را جمع کنیم و رد موقعیتهای X ابتدای و انتهایی برای بازه‌ها در هر خط اسکن را بگیریم. خطوط ایجاد شده با شکل‌های قلم (یا برس) در عرض‌های مختلف با تغییر دادن اندازه ماسک قابل نمایش دادن هستند. مثلاً قلم مستطیلی شکل ۴-۹ با ماسک مستطیلی ۲\*۲ باریک می‌شود یا با ماسک ۴\*۴ عریض می‌شود. همچنین خطوط با الگوی منتخب توسط تحمیل کردن مقادیر الگو بدون ماسک قلم یا برس نمایش داده می‌شوند. برخی مثالهای الگوهای خط در شکل ۴-۱۰ نشان داده می‌شوند.

یک گزینه الگوی اضافی که در بسته نقاشی فراهم می‌شود نمایش دادن ضربات بصورت شبیه سازی شده است. شکل ۴-۱۱ الگوهایی را توضیح می‌دهد که با مدل سازی انواع مختلف ضربات نمایش داده می‌شوند.

## رنگ خط

وقتی سیستمی گزینه های رنگ (یا شدت) را فراهم می کند پارامتری که ضریب رنگ کنونی را می دهد در لیست مقادیر صفت سیستم لحاظ می شود. یک مسیر چند خطی را در رنگ کنونی با گذاشتن این مقدار رنگ در بافر فریم در محلهای پیکسل در طول مسیر خط با استفاده از روش set pixel نمایش می دهد. تعداد انتخاب ها رنگ به تعداد بیت های موجود در پیکسل در بافر فریم بستگی دارد. ما ارزش رنگ خط را در PHIGS با کارکرد زیر می گذاریم:

Setpolylinecolourindex (lc)



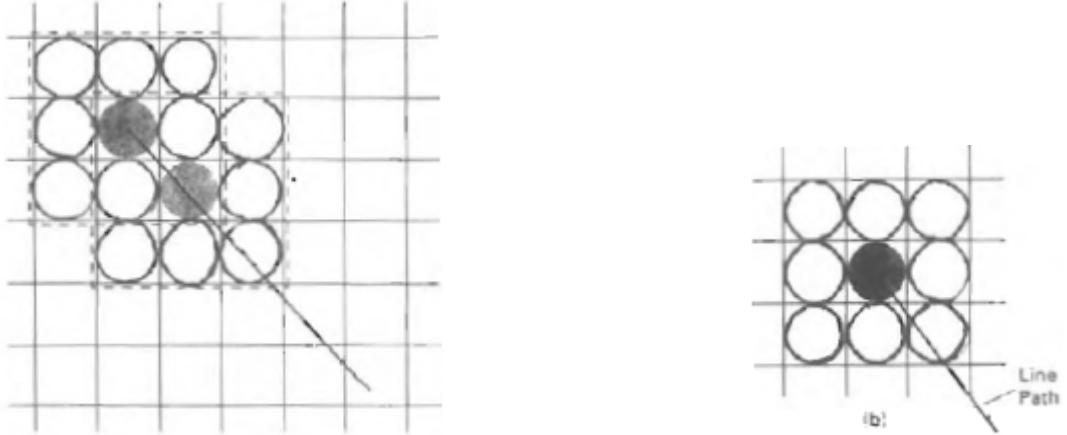
شکل ۴-۷ شکل های قلم و برس برای نمایش دادن خط

ارزشهای صحیح غیر منفی منطبق با انتخابهای رنگ مجاز برای پارامتر رنگ خط lc مشخص می شوند. خط Aرسم شده در رنگ پس زمینه نامری است و کاربر می تواند خط که قبل از نمایش داده شده را با دوباره مشخص کردن آن با رنگ پس زمینه پاک کند. (با فرض اینکه خط دارای هم پوشانی بیش از مساحت رنگ پس زمینه نباشد) مثالی از کاربرد دستورات مختلف صفت خط در برنامه کاربردی با توالی عبارات زیر ارایه می شود :

Setlinetyoe (2);  
Setlinewithscalefactor (2);  
Setpolylinecolourindex (5);  
Polyline (n, wcpoints1);

Setpolylinecolourindex (6);  
Polyline (n2,wcpoints2);

این قطعه برنامه شکل رسم شده با خطوط هاشوری با عرض دوبل را نمایش خواهد داد . اولی در رنگ منطبق با کد ۵ و دومی در رنگ ۶ نمایش داده می شود.



شکل ۴-۸ (a) یک ماسک پیکسل برای قلم مسطیلی  
 (b) آرایش همراه پیکسلهای نمایش داده شده با گذاشتن مرکزی ماسک روی موقعیت پی پیکسل مشخص شده



شکل ۴-۱۰ خطوط منحنی ایجاد شده با برنامه نقاشی با استفاده از شکلها و الگوهای مختلف ، از چپ به راست، شکل‌های برس بصورت مربعی ، مدور ، الگوی منقطع و قلم کم رنگ شده.



شکل ۴-۱۱ یک عروسک *koichi kozaki* *daruma* نمایی از سرنوشت خوب در ژاپن ، رسم شده توسط هنرمند کامپیوتری شود که خواسته ای تقاضا شود و دیگری وقتی نقاشی می شود که آرزویی به حقیقت می پیوندد.

## ۴-۲ صفات منحنی

پارامترها برای صفات منحنی همانند موارد پاره خط ها هستند . می توانیم منحنی ها را با رنگها ، عرضها ، الگوها منقطع\_ نقطه چین و گزینه های موجود یا برس نمایش دهیم. روشهای ارتقاء دادن الگوهای رسم منحنی برای جا دادن انتخابهای صفت مشابه روشهای رسم خط هستند.

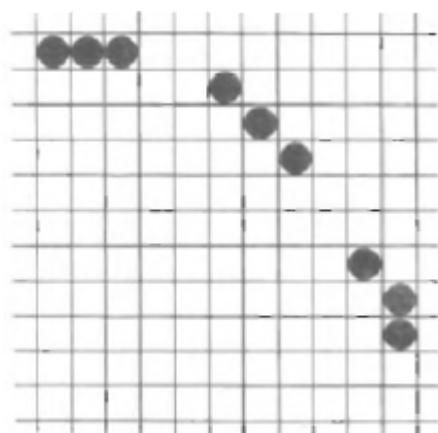
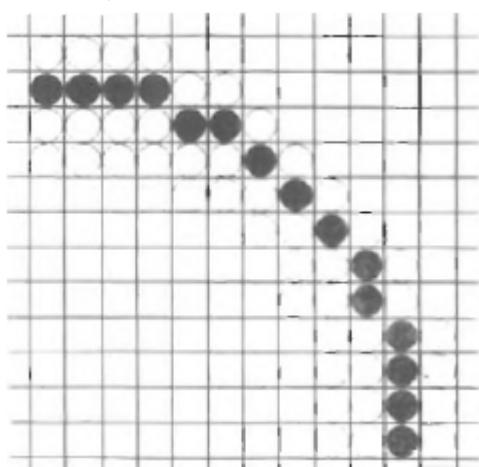
ماسک پیکسل بحث شده برای انجام گزینه ها ای نوع خط نیز در الگوریتم های منحنی رستر برای ساختن الگوهای منقطع یا نقطه چین بکار می روند. مثلا ماسک ۱۱۱۰۰ ۱۱۱۰ دایره منقطع نشان داده شده در شکل ۴-۱۲ را تولید می کند می توانیم نقطه چین ها را در یک هشتمنهای مختلف با استفاده از تقارن دایره بسازیم اما باید موقعیت های پیکسل را تغییر دهیم تا توالی صحیح فضاهای و انقطاعها با حرکت مان از یک هشتمنهای دیگر را حفظ کنیم.

همچنین مثل الگوریتم های خط ، ماسک های پیکسل فضاهای انقطاع و بین انقطاع را نمایش می دهد که طول شان مطابق با شیب منحنی فرق می کند . اگر بخواهیم انقطاع های با طول ثابت را نمایش دهیم نیازمند تغییر تعداد پیکسل های پیاده شده در هر انقطاع با حرکت پیرامون محیط دایره هستیم. و در عوض بکار بردن ماسک پیکسل با بازه های ثابت ، پیکسلها را در طول کمان های زاویه ای مساوی پیاده می کنیم تا انقطاع ها با طول مساوی تولید شوند.

منحنی های رستر با عرض های مختلف با استفاده از روش بازه های پیکسل افقی یا عمودی نمایش داده می شوند که در آنها بزرگی شیب منحنی کمتر از ۱ است ما بازه های عمودی را پیاده می کنیم که در آنها بزرگی شیب بزرگتر از ۱ است ما بازه های افقی را پیاده میکنیم . شکل ۴-۱۳ این روش را برای نمایش کمان دور با عرض ۴ در ربع اول ثابت می کند . ما با استفاده از تقارن دایره ، مسیر دایره را با بازه های عمودی در یک هشتمنهای  $x=0$  تا  $y=x$  می سازیم و سپس موقعیت های پیکسل را حدود خط  $y=x$  منعکس می کنیم تا بقیه منحنی نشان داده شده بdst آید. بخشهای دایره ای در ربع های دیگر با منعکس کردن موقعیت های پیکسل در ربع اول پیرامون محورهای مختصات بدست می آیند . ضخامت منحنی های داده شده با این روش دوباره تابعی از شیب منحنی است. روش دیگر نمایش دادن منحنی های ضخیم شامل پر کردن منطقه بین دو مسیر منحنی موازی است که فاصله جدایی آنها مساوی عرض مطلوب است. می توانیم این کار ار با استفاده از مسیر منحنی مشخص شده ب عنوان یک مرز و نصب مرز دوم در درون یا بیرون مسیر منحنی اصلی انجام دهیم.

اگر این رهیافت مسیر منحنی اصلی را به سمت خارج یا درون تغییر می دهد و به این بستگی دارد که چه جهتی را برای مرز دوم انتخاب کنیم، می توانیم موقعیت منحنی اصلی را با گذاشتن دو منحنی مرزی در فاصله  $1/2$  عرض یا یکی از دو طرف مسیر منحنی مشخص شده حفظ کنیم.

مثالی این رهیافت در شکل ۴-۱۴ برای قطعه دایره ای با شعاع ۱۶ و عرض مشخص ۴ نشان داده شده می شود. سپس کمانهای مرزی در فاصله جدایش در دو طرف شعاع ۱۶ گذاشته می شوند. برای حفظ ابعاد مناسب کمان دایره ای (بخشی ۳-۱۰) می توانیم شعاع ها را برای کمانهای مرز متعددالمرکز در  $r=14, r=17$ = $r=17$  بگذاریم.



شکل ۴-۱۲ کمان دایره ای نقطه چین داده شده با بازه های پیکسل. بازه نقطه چین (انقطاع) ۳ پیکسل و فاصله میان انقطاعی ۲ پیکسل.

اگر چه این روش برای ساختن دوایر ضخیم مناسب است عموماً تنها تقریبی از مساحت واقعی دیگر منحنی ها را ضخیم ارائه می دهد . مثلا مرزهای بیرونی و درونی یک بیضی تخت ساخته شده با این روش دارای کانونهای یکسان نمی باشد.

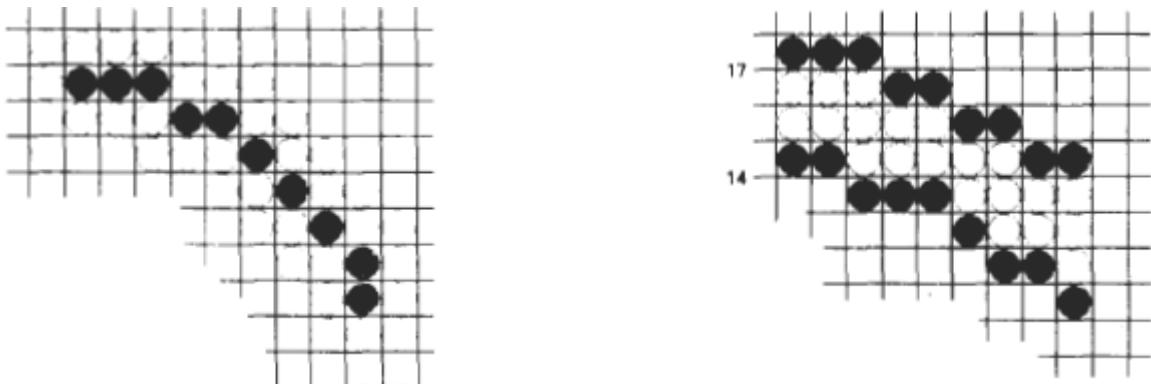
نمایش های قلمی (یا برسی) منحنی ها را با استفاده از تکنیک های بحث شده برای پاره خطهای مستقیم ساخته می شوند. ما شکل قلمی را در طول مسیر خط تکرار می کنیم (شکل ۱۵-۴) که برای کمانی دایره ای در ربع اول توضیح داده شده است.

در اینجا مرکز قلم مستطیلی حرکت می کند تا موقعیت های منحنی متوالی ، شکل منحنی نشان داده شده را تولید کنند. منحنی های نمایش داده شده با قلم مستطیلی در این روش در جایی ضخیم تر خواهد بود که در آن بزرگی شبیه منحنی یک است.

ضخامت منحنی یکنواخت با چرخاندن قلم مستطیلی نمایش داده می شود تا همراه با جهت شبیه باشد وقتی که ما دور دایره حرکت می کنیم (یا استفاده از شکل قلم دایره ای ) منحنی های رسم شده با شکلهای قلم و برس در اندازه های مختلف و با الگوهای روی هم رفته یا ضربات برس شبیه سازی شده نمایش داده می شوند.

### ۴-۳ سطوح زنگ و پرده خاکستری

گزینه های مختلف رنگ و سطح شدت می توانند در دسترس کاربر باشند که به قابلیت ها و اهداف طراحی یک سیستم خاص بستگی دارا . مثلا سیستم های رستر- اسکن با هدف عمومی گستره وسیعی از رنگها را ارائه می کند در حالیکه مونیتور های اسکن – تصادفی فقط چند انتخاب رنگ ارائه می کنند.



شکل ۴-۱۵ کمان دایره ای با عرض ۴ و شعاع ۱۶ نمایش ۵-۱۵ کمان دایره ای نمایش داده شده با یک قلم مستطیلی داده شده با پر کردن منطقه بین ۲ کمان متحدمالمرکز با یک قلم مستطیلی

گزینه های رنگ به صورت عددی با مقادیر (ارزشهای) متغیر از صفر تا اعداد صحیح مثبت کد گذاری می شوند برای مانیتورهای CRT این کدهای رنگی به محیط های شدت برای پرتوهای الکترون تبدیل می شوند با پیاده کنندگان رنگی ، کدها می توانند ذخایز جت جوهر یا انتخابهای قلم را کنترل کنند.

در سیستم رستر رنگی ، تعداد انتخابهای رنگ موجود به مقدار ذخیره فراهم شده در هر پیکسل به بافر فریم بستگی دارد . همچنین اطلاعات رنگ در بافر به دو روش ذخیره می شوند : می توانیم کدهای رنگی را مستقیما در بافر فریم ذخیره کنیم یا می توانیم کدهای رنگی را در جدولی جداگانه بگذاریم و از ارزشها پیکسل به عنوان شاخصی در این جدول استفاده کنیم.

با طرح ذخیره مستقیم ، هر جا که کد رنگ خاصی در برنامه کاربردی مشخص می شود ارزش دوگانه منطبق در بافر فریم برای هر پیکسل جزء (ترکیب کننده) در اولویتهای خروجی نمایش داده شده در آن رنگ گذاشته می شود. کمترین تعداد رنگ های فراهم شده در این طرح با سه بیت ذخیره هر پیکسل است (جدول ۴-۱) هر کدام از سه موقعیت بیت برای کنترل سطح شدت (روشن یا خاموش ) تفنگ الکترونی منطبق در مانیتور RGB بکار می رود. آخرین بیت طرف چپ ،تفنگ قرمز را کنترل می کند ،بیت میانی تفنگ سبز را و آخرین بیت طرف راست ،تفنگ آبی را کنترل می کند. افزودن بیت های بیشتر هر پیکسل به بافر فریم، تعداد انتخابهای رنگ را افزایش می دهد. با ۶ بیت در هر پیکسل ، ۲ بیت برای هر تفنگ قابل استفاده است. این شامل ۴ محیط شدت متفاوت برای هر کدام از ۳ تفنگ رنگ است و کلا ۶۴ ارزش رنگی برای هر پیکسل موجود است. با بزرگنمائی ۱۰۲۴ در ۱۰۲۴ یک سیستم RGB تمام رنگی (۲۴ بیت در هر پیکسل) سیستم نیازمند ۳ مگابایت ذخیره برای بافر فریم است.

جداول رنگی ابزارهای جایگزین برای ارائه قابلیت های گسترده برای یک کاربرد بدون نیاز به بافر فریم بزرگ هستند. سیستمهای کامپیوتر شخصی با هزینه کمتر، بویژه از جداول رنگ برای کاهش نیازهای ذخیره بافر فریم بهره می برند.

### جداول رنگ

شکل ۴-۱۶ طرح احتمالی برای ذخیره ارزشها رنگ در جدول جستجوی رنگ را توضیح می دهد (یا جدول جستجوی ویدئو) که در آن مقادیر بافر فریم اکنون به عنوان فهرست هایی درون جدول رنگ بکار می روند. در این مثال هر پیکسل می تواند مرجع هر کدام از ۲۵۶ موقعیت جدول باشد و هر ورودی در جدول از ۲۴ بیت برای مشخص کردن رنگ RGB استفاده می کند.

برای کد رنگ ۲۰۸۱ ترکیب رنگ آبی - سبز برای موقعیت پیکسل (y,x) نمایش داده می شود سیستم هایی که این جدول جستجوی خاص را بکار می گیرند به کاربر اجازه می دهند تا هر ۲۵۶ رنگ را برای نمایش همزمان از یک پالت نزدیک به ۱۷ میلیون رنگ انتخاب کند. این طرح در مقایسه با سیستم تمام رنگی ، تعداد رنگهای نمایش داده شده را کاهش می دهد برخی سیستم های گرافیکی ۹ بیت در هر پیکسل را در بافر فریم فراهم می کنند و به کاربر اجاره می دهند تا ۵۱۲ رنگی را که در هر نمایش قابل استفاده است انتخاب کند . یک کاربر می تواند ورودیهای جدول رنگ را در برنامه کاربردی PHIGS با تابع زیر وارد کند :

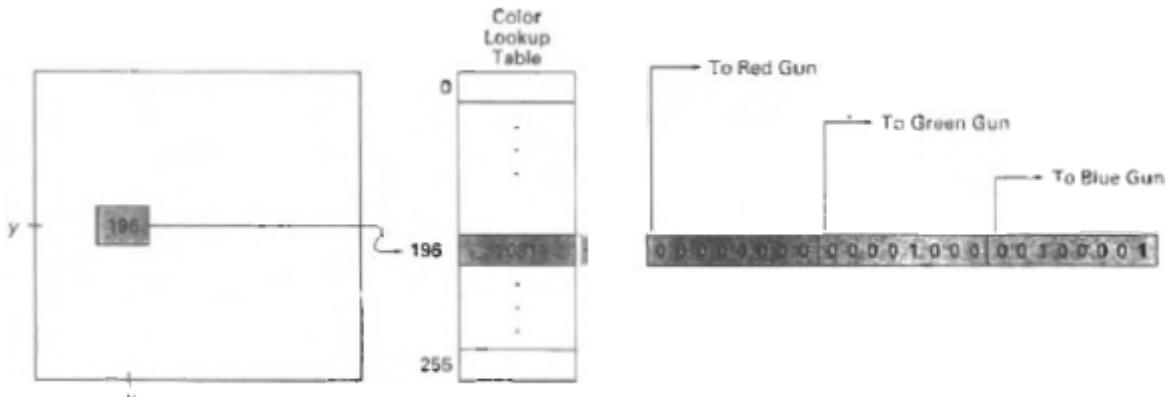
**setcolourRepresentation (ws, ci ,colorptr)**

پارامتر WS نشان دهنده ابزار خروجی ایستگاه کار است پارامتر Ci ضریب رنگ را مشخص می کند که تعداد موقعیت جدول رنگ (صفر تا ۲۵۵ برای مثال در شکل ۴-۱۶) است و پارامتر Colorptr به سه گانه مقادیر رنگ RGB (r,g,b) اشاره می کند که هر کدام در گستره ای از صفر تا یک مشخص می شود.

Color	Stored Color Values in Frame Buffer			Displayed Color
	Code	RED	GREEN	
0	0	0	0	Black
1	0	0	1	Blue
2	0	1	0	Green
3	0	1	1	Cyan
4	1	0	0	Red
5	1	0	1	Magenta
6	1	1	0	Yellow
7	1	1	1	White

مثالی از ورودی های جدول احتمالی برای مانیتورهای رنگی در شکل ۴-۱۷ داده می شوند چند منفعت در ذخیره کدهای رنگ در جدول جستجو وجود دارد و استفاده از جدول رنگ می تواند تعداد موجه رنگهای همزمان بدون نیاز به بافر فریم بزرگ را فراهم کند. برای بیشتر کاربرد ها، ۵۱۲ یا ۲۵۶ رنگ مختلف برای یک عکس کافی هستند. همچنین ورودی های جدول در هر زمان قابل تغییرند و به کاربر اجازه می دهند تا بتواند براحتی ترکیبات مختلف

رنگ را در یک طرح ، صحنه یا نمودار بدون تغییر محیط های صفت برای ساختار داده ای گرافیکی بیازماید . همینطور کاربردهای بصری سازی می تواند ارزشها را برای کمیت فیزیکی ذخیره کنند مثل انرژی در بافر فریم و از جدول جستجو برای امتحان کردن کد گذاری های رنگی مختلف بدون تغییر مقادیر پیکسل ذخیره می شود. و در کاربردهای بصری سازی و پردازش تصویر ، جداول رنگ ابزار راحتی برای گذاشتن استانه رنگ هستند چنانکه یک پیکسل با ارزش بیشتر از آستانه مشخص شده با یک رنگ یکسان قابل ایجاد است . بدین دلایل برخی سیستم ها هر دو قابلیت را برای ذخیره کد رنگ فراهم می کنند بطوریکه کاربر می تواند هر دو را انتخاب کنند و از جداول رنگ استفاده کنند یا کدهای رنگ را مستقیما در بافر فریم ذخیره کنند.



شکل ۴-۱۶ یک جدول جستجوی رنگ با ورودی ۲۴ بیت ارزیابی شده از یک بافر فریم با ۸ بیت در هر پیکسل. یک ارزش ۱۹۶ ذخیره شده در موقعیت پیکسل (۷, X) راجع به موقعیتی در این جدول است که حاوی ۲۰۸۱ ارزش می باشد . هر بخش ۸ بیتی این ورودی ،سطح شدت یکی از سه تفنگ الکترونی را در مانیتور RGB کنترل می کند.

#### پرده خاکستری

در مانیتور هایی که هیچ قابلیت رنگی ندارند کارکرد های رنگ در برنامه کاربردی برای گذاشتن سایه های خاکستری یا پرده خاکستری برای صفات نمایش داده شده بکار می روند. مقادیر عددی در گستره ای از صفر تا یک را برای مشخص کردن سطوح پرده خاکستری بکار می روند که بعدا به کدهای دوگانه مناسب ذخیره در رستر تبدیل میشوند . این کار به محیطهای شدت اجزاء می دهد تا به آسانی با سیستم های دارای قابلیتهای مختلف پرده خاکستری وفق یابند. جدول ۴-۲ لیستی از مشخصات کدهای شدت برای یک سیستم پرده خاکستری ۴ سطحه را لیست می کند در این مثال ، هر دو مقدار ورودی شدت نزدیک ۳۳.۰ بصورت مقدار دوگانه ۱۰ در بافر فریم ذخیره خواهد شد و پیکسل های با این مقدار بصورت خاکستری تیره نمایش داده خواهد شد.

اگر بیتهاي اضافي هر پیکسل در بافر فریم موجود باشد مقدار ۳۳.۰ در نزدیکترین سطح رسم خواهد شد . با سه بیت در هر پیکسل می توانیم هشت سطح خاکستری را جادهی کنیم ولی هشت بیت در هر پیکسل ،به ما ۲۵۶ سایه خاکستری می دهد. یک طرح جایگزین برای ذخیره اطلاعات شدت شامل تبدیل هر کد شدت مستقیما به مقدار ولتاژی است که این سطح پرده خاکستری را در ابزار خروجی بکار رفته تولید می کند.

وقتی ابزارهای خروجی چند گانه در تأسیساتی موجود باشند سر حد جدول رنگ برای همه مانیتورها بکار میروند. در این مورد ،یک جدول رنگ برای مانیتور تک رنگ با استفاده از گستره ای مقادیر RGB (شکل ۴-۱۷) نصب می شود و شدت را منطبق با ایندکس رنگ داده شده CI محاسبه شده بصورت زیر نمایش می دهد:

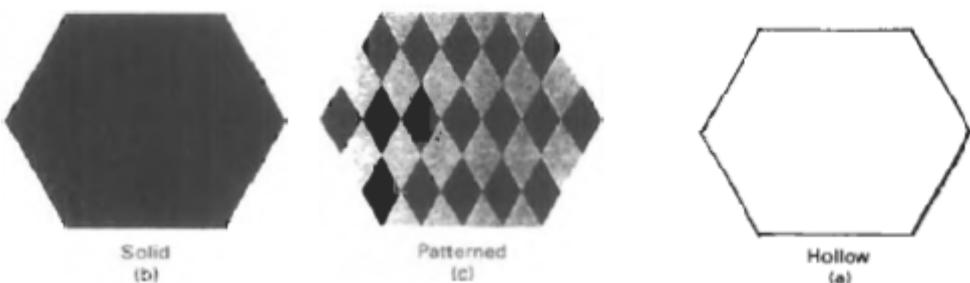
$$\text{Intensity} = 0.5(\min(r,g,b) + \max(r,g,b))$$

Intensity Codes	Stored Intensity Values In The Frame Buffer (Binary Code)		Displayed Grayscale
0.0	0	(00)	Black
0.33	1	(01)	Dark gray
0.67	2	(10)	Light gray
1.0	3	(11)	White

WS = 1		WS = 2	
C <sub>i</sub>	Color	C <sub>i</sub>	Color
0	(0, 0, 0)	0	(1, 1, 1)
1	(0, 0, 0.2)	1	(0.9, 1, 1)
.	.	2	(0.8, 1, 1)
192	(0, 0.03, 0.13)	.	.
.	.	.	.

شکل ۴-۱۷ جداول ایستگاه کار



شکل ۴-۱۸ سبک های پر کردن چند ضلعی



شکل ۴-۱۹ پر کردن چند ضلعی با استفاده از الگوهای هاشور زدن

### صفات پر کردن

گزینه ها برای پر کردن منطقه‌ی تعریف شده شامل انتخابی بین یک رنگ سفت یا پر کردن الگو دار و انتخاب ها برای رنگها و الگوهای خاص است. این گزینه ها برای مناطق چند ضلعی یا مناطق تعریف شده با مرزهای منحنی بکار می‌روند که به قابلیتهای بسته موجود بستگی دارد. علاوه بر این، مناطق با استفاده از سبکهای مختلف برس و رنگها و پارامترهای شفافیت رنگ آمیزی می‌شوند.

### سبک های پر کردن

مناطق با سه سبک اساسی پر کردن نمایش داده می‌شوند: توحالی با مرز رنگی، پر شده با یک رنگ سفت یا پوشیده با الگو یا طرحی خاص. یک سبک پر کردن اساسی در برنامه PHIGS با تابع زیر انتخاب می‌شود:

#### SetInteriorStyle(fs)

مقدادر برای پارامتر سبک پر کردن **fs** شامل توحالی، سفت و الگو دار است مقدار دیگر برای سبک پر کردن شامل هاشور است که برای پر کردن منطقه‌ای با انتخاب شده با الگوهای هاشور زدن، خطوط موازی یا منقطع (شکل ۴-۱۹) بکار می‌روند. مثل صفات خط، یک مقدار سبک پر کردن منتخب در لیست صفات سیستم ثبت می‌شود و برای پر کردن داخل مناطق بعداً مشخص شده بکار می‌رود. انتخابهای پر کردن برای پارامترهای **fs** معمولاً برای مناطق چند ضلعی بکار می‌روند اما برای پر کردن مناطق با مرزهای منحنی هم اجرا می‌شوند.

مناطق توخالی فقط با استفاده از محیط مرز نمایش داده می شوند و رنگ درون همانند رنگ پس زمینه است. یک پر کردن سفت در رنگی شامل مرزهای منطقه نمایش داده می شود. رنگ برای داخل یا برای محیط منطقه توخالی با فرمول انتخاب می شود که در ا پارامتر رنگ پر کردن  $fS$  برابر با کد رنگ مطلوب است. پر کردن توخالی یک چند ضلعی با رسم مسیر خطی بصورت چند ضلعی بسته انجام می شود. پر کردن سفت یک منطقه با روش‌های خط-اسکن (بخش ۱۱-۳) انجام می شود.

دیگر گزینه های پر کردن شامل مشخصات برای نوع و عرض لبه یک منطقه است این صفات مستقل از سبک یا رنگ پر کردن گذاشته می شوند و همان گزینه ها پارامترهای صفت خط را فراهم می کنند. این است می توانیم لبه های منطقه را به صورت منقطع یا نقطه چین ، ضخیم یا نازک و در رنگی با صرفنظر از چگونگی پر کردن درون ان نمایش دهیم.

### پر کردن الگو دار

#### `setInteriorColourIndex(fc)`

ما الگوهای پر کردن را با :

انتخاب می کنیم که در ان پارامترهای ضریب الگو  $pi$  یک موقعیت جدولی را مشخص می کند. مثلا عبارات زیر ف منطقه تعریف شده در دستور `fillarea` را با الگوی دوم ذخیره شده در جدول الگو پر خواهد شد:

```
setInteriorStyle(pattern);
setInteriorStyleIndex(2);
fillArea(n,points);
```

جداول جداگانه برای الگوهای هاشور گذاشته شده اند . اگر ما پر کردن هاشوری را برای سبک درونی در این بخش برنامه انتخاب کرده باشیم پس مقدار مشخص شده برای پارامتر  $pi$  یک شاخص الگوهای ذخیره شده در جدول هاشور است. برای الگوی سبک ، ورودی های جدول روی ابزارهای خروجی منفرد با:

```
setPatternRepresentation(ws,pi,nx,ny,cp);
```

ایجاد می شوند. پارامتر  $pi$  شماره ایندکس الگو برای کد ایستگاه کار `WS` را قرار می دهد و `CP` آرایش ۲ بعدی کد های رنگ `NX` تا ستون و `NY` تا ردیف است. قطعه برنامه زیر توضیح می دهد چگونه این کار کرد برای گذاشتن ورودی اول در جدول الگو برای ایستگاه کار ۱ بکار می رود:

```
Cp(1,1):=4;          cp(2,2):=;4
Cp(1,2):=0;          cp(2,1):=0;
setPatternRepresentation(1,1,2,2,cp);
```

<i>Index (pi)</i>	<i>Pattern (cp)</i>
1	$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

جدول ۴-۳ دو ورودی اول را برای این جدول رنگ نشان می دهد . آرایش رنگ `CP` در این مثال الگویی را مشخص می کند که خطوط پیکسل عمودی قرمز و سفید را روی سیستم ۸ رنگی تولید می کند.

وقتی آرایش رنگ `CP` برای پر کردن منطقهای الزامی باشد ما نیازمند

اندازه منطقه پوشش یافته با هر عنصر آرایش هستیم ما اینکار را با گذاشتن مساحت‌های مختصات مستطیلی الگو انجام می‌دهیم:

که در آن پارامترهای  $dx$ ,  $dy$  عرض و ارتفاع مختصاتی رسم آرایش را بدست می‌دهند مثالی از سایز مختصاتی همراه با آرایش الگو در شکل ۴-۲۰ داده می‌شود. اگر مقادیر برای  $dx$ ,  $dy$  در این مختصات اسکرین داده شوند سپس هر عنصر آرایش رنگی برای شبکه اسکرین  $2 \times 2$  حاوی پیکسل بکار می‌رود.

یک موقعیت مرجع برای شروع پر کردن یک الگو با عبارت:

`setPatternReferencePoint(position);`

مشخص می‌شود. پارامتر `position` یک اشاره کننده به مختصات  $(xp, yp)$  است که گوشه سمت پایین الگو مستطیلی را ثابت می‌کند از این نقطه شروع، سپس الگو در جهت‌های  $U, X, T$  تکرار می‌شود تا جایی که منطقه تعريف شده با کپی‌های غیر همپوشانی کننده آرایش الگو پوشانده می‌شود.



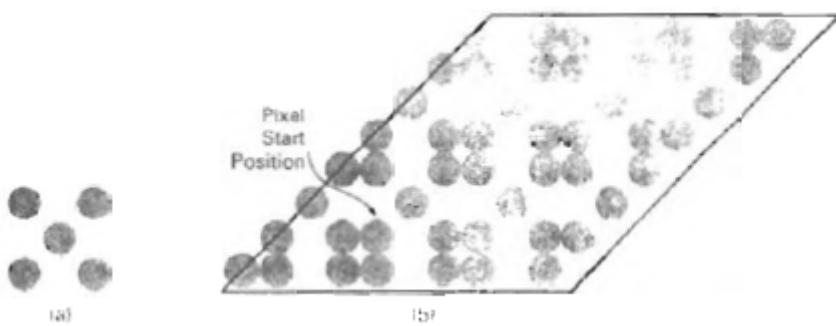
شکل ۴-۲۰ آرایش الگویی با ۶ ستون و ۴

شکل ۴-۲۱ موزاییک کردن منطقه‌ای از موقعیت آغاز مشخص شده.

ردیف رسم شده

نسبت به مستطیل مختصاتی  $8 \times 6$

الگوهای مجاور غیر همپوشانی کننده گذاشته می‌شوند تا همه خطوط اسکن گذرنده از منطقه تعريف شده را پوشانند.



شکل ۴-۲۲ (a) آرایش الگویی (b) اضافه شده بر منطقه پر شده متوازی الاضلاع برای

نمایش.

```

#define WS 1

void patternFill ()
{
    wcPt2 pts[4];
    int bwPattern[3][3] = { 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0 };

    pSetPatternRepresentation (WS, 8, 3, 3, bwPattern);

    pts[0].x = 10; pts[0].y = 10;
    pts[1].x = 20; pts[1].y = 10;
    pts[2].x = 28; pts[2].y = 18;
    pts[3].x = 18; pts[3].y = 18;

    pSetFillAreaInteriorStyle (PATTERN);
    pSetFillAreaPatternIndex (8);
    pSetPatternReferencePoint (14, 11);

    pFillArea (4, pts);
}

```

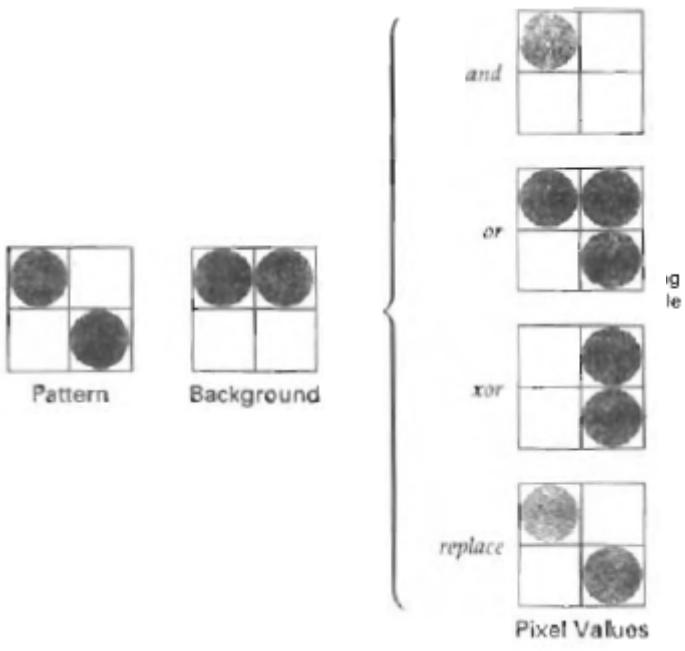
فرایند پر کردن منطقه ای با الگوی مستطیلی را موزاییک کردن می نامند و گاهی الگوهای پر کردن مستطیلی را الگوهای موزاییکی می نامند . شکل ۴-۲۱ موزاییک کردن منطقه پر شده مثلثی که از آن نقطه مرجع الگو شروع می شود را ثابت می کند.

برای توضیح دستورات الگو، مثال برنامه زیر الگوی سیاه و سفیدی را با درون منطقه پر شدن متوازی الاضلاع نمایش می دهد . اندازه الگو در این برنامه طوری است که هر عنصر آرایش در یک پیکسل رسم شود.

پر کردن الگو دار با تغییر دادن روشهای خط-اسکن بحث شده در فصل ۳ انجام می شود بطوریکه الگوی منتخبی درون خطوط پیمایش اضافه می شود. با شروع از نقطه خاص مشخصی برای پر کردن الگودار، الگوهای مستطیلی عمودی نسبت به خطوط اسکن بین بالا و پایین منطقه پر کردن رسم خواهد شد و به صورت افقی نسبت به موقعیت های پیکسل درونی در عرض این خطوط اسکن هستند.

در حالت افقی ، آرایش الگو دار در بازه های مشخص شده با مقدار پارامتر  $dx$  مشخص می شود. همینطور ، تکرارهای عمودی الگو توسط بازه های گذاشته شده با پارامتر  $dy$  جدا می شوند این روش الگوی پیمایش خطی در هر دوی چند ضلعی ها و برای مناطق ورز شده با منحنی ها کاربرد دارد. پر کردن هاشوری برای مناطق با نشان دادن دسته های خطوط موازی بکار می رود روشهای پر کردن برای رسم هاشور ساده یا متقاطع انجام می شوند. فاصله دادن و شبیب برای خطوط هاشور بصورت پارامترهایی در جدول هاشور گذاشته می شوند. در سیستم رستر ، یک پر کردن هاشوری بصورت آرایش الگوی مشخص می شود که مقادیر رنگ را برای گروههای پیکسل های عمودی بیان می کند. در بسیاری از سیستم ها ، نقطه مرجع الگو ( $Xp, Yp$ ) توسط سیستم مشخص می شود مثلاً نقطه مرجع می تواند بصورت خود کاری در راس یک چند ضلعی قرار گیرد عموماً برای هر نقطه پر کردن ، نقطه مرجع در زاویه پایین سمت چپ مستطیل ورزی انتخاب می شود که با گستره های مختصاتی منطقه تعیین می شود.

برای ساده کردن انتخاب مختصات مرجع ف برخی بسته ها همیشه از مبدا مختصات اسکرین بعنوان موقعیت شروع الگو استفاده می کنند و غالباً سیستم های ویندوز ف نقطه مرجع را در مبدا مختصات پنجره قرار می دهند. ترکیب یا الگوی پر کردن با رنگهای پس زمینه (شامل پرده خاکستری ) روشهای مختلف امکانپذیر است. با الگوی **bitmap** دارای تنها رقم های صفر و یک ، مقادیر صفر به عنوان شاخص های شفافیت قابل استفاده اند تا باعث شوند پس زمینه قابل نمایش شود . رنگهای الگوها و پس زمینه با عملیات **Boolean** قابل ترکیب اند یا بسادگی رنگها ، جای رنگهای پس زمینه را می گیرند. شکل ۴-۲۴ ثابت می کند چگونه عملیات **Boolean** جایگزین برای الگوی پر کردن ۲ باعث می شود مقادیر پیکسل روی سیستم دوگانه (سیاه و سفید) در مقابل الگوی خاص پس زمینه قرار گیرند.



شکل ۴-۲۳ مستطیل مرزی برای منطقه ای با گستره مختصاتی  $X_{min}, X_{max}, Y_{min}, Y_{max}$  در جهات

شکل ۴-۲۴ ترکیب کردن الگوی پر کردن با الگوی پس زمینه با استفاده از عملیات Boolean یعنی  $\text{and}$ ,  $\text{or}$ ,  $\text{xor}$  و با استفاده از جابجایی ساده

### پر کردن نرم

روشهای تغییر یافته پر کردن مرز و پر کردن سیلابی که برای دوباره نقاشی کردن مناطق بکار می روند بطوریکه رنگ پر کردن با رنگ های پس زمینه ترکیب می شود را الگوریتم های پر کردن نرم یا رنگ می نامند. یک کاربرد این روشهای پر کردن شامل نرم کردن رنگهای پر کردن در مرز های شیئی است که نسبت به لبه ها محظوظ است. کاربرد دیگر شامل مقدور شدن دوباره نقاشی کردن منطقه ای رنگی است که اساسا با برس نیمه شفافی پر شده و در آن، رنگ کنونی مخلوطی از رنگ برس و رنگهای پس زمینه پشت منطقه است.

ما در هر دو مورد می خواهیم رنگ پر کردن جدید دارای همان تغییرات روی منطقه بصورت رنگ پر کردن کنونی باشد. بنویسیم این نوع پر کردن، الگوریتم پر کردن نرم خطی، منطقه ای را با دوباره رنگ می کند که اساسا با ترکیب رنگ پیش زمینه  $F$  با یک رنگ پس زمینه  $B$  نقاشی و رنگ شده بطوریکه  $F \neq B$

$$P = tF + (1-t)B$$

با فرض اینکه مقادیر را برای  $B$ ،  $F$ ،  $P$  می‌دانیم می‌توانیم تعیین کنیم چگونه این رنگها اساساً با چک کردن محتویات کنونی رنگ با فرض بافر فریم ترکیب شده‌اند. معادله برداری ۱-۴ برای هر جزء RGB رنگها صادق است و

$$P=(PR, PG, PB), \quad F=(FR, FG, FB), \quad B=(BR, BG, BB)$$

پس می‌توانیم مقدار پارامتر  $t$  را با استفاده از یکی از اجزای رنگی RGB محاسبه کنیم:

$$T = Pk - Bk / Fk - Bk$$

که در آن  $Fk \neq Bk$  یا  $Bk = R, G$  است. در حالت نظری، پارامتر  $t$  دارای مقدار یکسان برای هر RGB است اما گرد کردن برای اعداد صحیح، مقادیر مختلف  $t$  را برای اجزاء مختلف حاصل می‌کند. می‌توانیم خطای گرد کردن را با انتخاب جزء با بالاترین اختلاف بین  $F, B$  به حداقل برسانیم و این مقدار  $t$  برای مخلوط کردن رنگ جدید NF با رنگ پس زمینه، با استفاده از روش تغییر یافته پر کردن سیلابی یا پر کردن مرز بکار می‌رود.

روشهای پر کردن نرم برای منطقه‌ای بکار می‌رود که رنگ پیش زمینه آنه با مناطق چندگانه پس زمینه ترکیب شده مثل الگوی تخته چک کننده، وقتی دو رنگ پس زمینه  $B1, B2$  با رنگ پیش زمینه  $F$  ترکیب می‌شوند رنگ پیکسل حاصله  $p$ :

$$P = t0F + t1B1 + (1 - t0 - t1)B2$$

که در آن جمع ضرایب  $t0$  و  $t1$  با اصطلاحات رنگ باید مساوی ۱ باشد. می‌توانیم دو معادله هم‌zman را با ۲ تا از ۳ جزء رنگ RGB ایجاد کنیم تا پارامترهای ۲ تایی تناسب  $t0, t1$  را حل کنیم. سپس این پارامترها برای مخلوط کردن رنگ پر کردن جدید با ۲ رنگ پس زمینه بکار می‌روند تا رنگ پیکسل جدید بدست آید ما با ۳ رنگ پس زمینه و ۱ رنگ پیش زمینه یا با دو رنگ پس زمینه و پیش زمینه نیازمند هر سه معادله RGB هستیم تا مقادیر نسبی ۴ رنگ را بدست آوریم.

ولی برای برخی ترکیبات رنگ پیش زمینه و پس زمینه، سیستم ۲ یا ۳ معادله RGB قابل حل نیست. این وقتی بروز می‌کند که مقادیر رنگی همگی مشابهند یا وقتی همگی با همدیگر متناسب‌اند.

#### ۴-۵ صفات کاراکتر

ظاهر شدن کاراکتر نمایش داده شده با صفاتی مانند فونت، اندازه، رنگ و جهت کنترل می‌شود صفات برای رشته‌های همه متن‌ها و برای کاراکتر منفرد تعریف شده بعنوان سمبول‌های نشانه ایجاد می‌شوند.

#### صفات متن

گزینه‌های تست بسیاری وجود دارد که در دسترس برنامه نویسان گرافیک هستند اول از همه، انتخاب فونت یا صورت تایپ است که شامل دسته‌ای از کاراکتر‌ها با سبک طراحی خاصی مثل London, Helvetica, Courier, New Times Roman York و گروههای مختلف سمبول خاص است.

کاراکترها در یک فونت منتخب نیز با سبکهای خط کشیده شده در حالت bold، بصورت خوابیده یا در سبکهای طرح دار یا سایه‌ای نمایش داده می‌شوند. یک فونت خاص و سبک همراه در برنامه PHIGS با گذاشتن عدد صحیح برای پارامتر فونت متن  $tf$  در تابع:

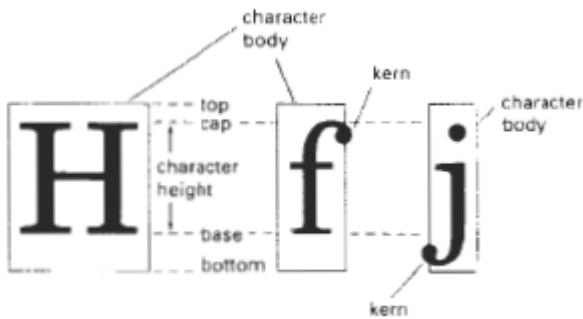
`setFont(tf)`

انتخاب می‌شود. گزینه‌های فونت بصورت دسته‌ای از پیش تعریف شده الگوهای شبکه‌ای یا بصورت دسته‌های کاراکتر طراحی شده با چند خطی‌ها یا الگوهای spline ایجاد می‌شوند محیط‌های رنگی برای متن نمایش داده

شده در لیست اولویت سیستم ذخیره می شوند و با روش‌هایی بکار می روند که تعاریف کاراکتر را درون بافر فریم بارگذاری می کنند وقتی یک رشته کاراکتر نمایش داده می شود رنگ کنونی برای گذاشتن مقادیر پیکسل در بافر فریم منطبق با شکل های کاراکتر و موقعیت های آن بکار می رود. کنترل رنگ متن با برنامه کاربردی :

setTextColourIndex(tc)

مدیریت می شود که در ان پارامتر رنگ متن tc کد رنگ مجاز را مشخص می کند . می توانیم سایز متن را با مقایس بندی ابعاد کلی کاراکترها یا فقط عرض کاراکتر تغییر دهیم. سایز کاراکتر توسط پرینترها و ترکیب کنندگان در نقاط مشخص می شود که در آن نقطه ۱۳۸۳۷ بصورت ۰۰۰۱۳۸۳۷ است. مثلاً متنی که الان می خوانید یک فونت ۱۰ نقطه ای است. اندازه گیری نقطه است که سایز بدن کاراکتر را مشخص می کند اما فونت های مختلف با مشخصات نقطه ای یکسان دارای اندازه های کاراکتر مختلف اند که به طراحی صورت حرف بستگی دارد. فاصله بین خط پایینی و بالایی بدن کاراکتر برای همه کاراکترها در یک سایز خاص و صورت حرف یکسان است اما عرض بدن شاید فرق کند. فونتها بیانی با فاصله تناسبی ، عرض بدن کوکتری را برای کاراکترهای باریک مثل f,l,j,I در مقایسه با کاراکترهای عریض مثل W,M مشخص می کند . تعریف ارتفاع کاراکتر فاصله بین خط پایه ای و خط بالایی کاراکترها است. کاراکترهای kerned مثل f,j در شکل ۴-۲۵ حدای بدن کاراکتر را گسترش می دهند و حروف با پایین آمدگی (g,j,p,q,y) به زیر خط پایه گسترش می یابند. برای هر کاراکتر واقع در درون بدن کاراکتر یک فونت مشخص کننده وجود دارد تا فاصله دهی مناسب در طول و بین خطوط چاپ مقدور شود وقتی متن با کاراکترهایی نمایش داده



شود که بدن شان با هم تماس دارند.

### مرحله بندی پیکسلی

روی سیستم های ترسیمی که موقعیت زیرپیکسل در طول شبکه پرده ای آدرس دهی می کند مرحله بندی پیکسلی میتواند برای موضوعات ضد ناصافی استفاده شده باشد. گامهای پله ای در طول یک مسیر خطی یا مرز شیء بوسیله تحرک (ریزوضعیت) پرتوی الکترونی به موقعیت-های تقریب زده ای بسیار نزدیک بوسیله ای هندسه شیء اختصاص داده شده هموار شده است .

سیستم های متعدد شده ای این شیوه طراحی شده اند تا اینکه موقعیت پیکسل های انفرادی بتوانند بوسیله ای یک جزئی از قطر پیکسلی حرکت داده شوند. پرتوی الکترونی به طور نمونه بوسیله ای  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{3}{4}$  یک قطر پیکسلی به ترسیم نقاط نزدیکتر به مسیر حقیقی یک خط یا لبه ای شیء منتقل شده است . بعضی از سیستم ها همیشه اجازه میدهند اندازه پیکسل های انفرادی به عنوان یک وسیله ای اضافه شده ، برای شدت های توزیعی تنظیم شده باشد . شکل ۴-۴۱، تاثیرات ضد ناصافی و مرحله بندی پیکسل ، روی یک نوعی از مسیر های خطی را شرح می دهد .

### جبران برای تفاوت های شدتی خط

ضد ناصافی کننده ای یک خط به آهسته کردن اثر گام پله ای و همیشه برای یک اثر ترسیمی دیگر عوض داده شده است . که در شکل ۴-۴۲ ، شرح داده شده است . هر دو خط با تعداد یکسانی از پیکسلها رسم شده اند . هنوز خط قطری طولانی تر از خط افقی بوسیله ای یک ضریب رادیکال ۲ است. تاثیر دیداری این است که خط قطری ، روشی

کمتری از خط افقی را نشان می دهد . یک الگوریتم رسم خطی می تواند انطباق داده شده باشد تا این تاثیر را عوض کند بوسیله ای تنظیم کننده ای شدت هر خط بوسیله ای انحرافهاش.

خط های افقی و عمودی با پایینترین شدت نمایش داده می شوند تا زمانیکه خط های ۴۵ درجه ای مفروض بیشترین شدت را داشته باشند. اما اگر تکنیک های ضد ناصافی کننده برای یک نمایش بکار بردنی باشند شدت ها به صورت اتوماتیک تقویت شده هستند.

شکل ۴-۴۰ : کارکرد های فیلتری مشترک به مسیر های خطی ضد ناصافی ها استفاده شده است. حجم هر فیلتر به انرمال شده است . و بلندی وزن نسبی در هر موقعیت زیر پیکسلی را میدهد.

صفحه ۱۷۶

وقتی که پهنای متناهی خطوط به حساب می آید شدت های پیکسلی برای اینکه خطها، شدت کلی را نسبت به طولشان نشان دهد تنظیم شده هستند.

#### مرض های منطقه ای ضد ناصافی

مفهوم های ضد ناصافی کننده که برای خط ها بحث کردیم همیشه می تواند به مرزهای ناحیه هایی که سیمای ناهمواری انها حذف شده است بکار بردنی باشد . ما میتوانیم این روال ها را در الگوریتم خط پیمایش به هموار کردن خط خارجی ناحیه به عنوان ناحیه هایی که تولید شده است ترکیب کنیم. اگر قابلیت های سیستم ، جابجا کنندگی پیکسلها را اجازه دهد . مرز های ناحیه هایی که تولید شده است ترکیب کننده، هموار شده باشند. به منظور این که آن ها در طول خط مشخص کننده ی یک مرز ناحیه هستند. روش های دیگری که برای هر شدت پیکسلی تنظیم شده است به یک موقعیت مرزی طبق درصدی از ناحیه پیکسلی که داخل مرز است تنظیم میکنند. در شکل ۴-۴۳ ، پیکسل در موقعیت  $(x,y)$  (تقریباً نیمی از ناحیه شان

داخل مرز چند ضلعی قرار دارد . بنابراین، شدت در آن موقعیت به یک نیمی از ارزش تعیین -

شده شان تنظیم شده خواهد بود. در موقعیت بعدی  $(x+1,y+1)$  در طول مرز شدت، تقریباً  $1/3$  ارزش مشخص شده برای آن نقطه ای تنظیم شده است. سازگاری همسان روی درصدی از پوشش ناحیه پیکسلی بنا شده است. که برای ارزش های شدتی دیگر در اطراف مرز بکار بردنی هستند.

شکل ۴-۴۱: خط های ناهموار، روی سیستم merlin 9200 رسم شده است. هموار شده با یک تکنیک ضد ناصافی کننده که مرحله بندی پیکسلی نامیده میشود. این تکنیک تعدادی از نقطه- های قابل آدرس دهی روی سیستم از ۷۶۸×۵۷۶ به ۳۰۷۲×۲۳۰۴ افزایش میدهد.

صفحه ۱۷۷

شکل ۴-۴۲: خط های طول نامساوی با تعدادی از پیکسل های همانند در هر خط نشان میدهد.

روشهای نمونه برداری می تواند بوسیله ای زیر تقسیم کننده ای ناحیه کلی و تعیین کننده ای تعدادی از زیر پیکسل ها داخل مرز ناحیه به کار بردشده باشد. یک تقسیم کننده ای پیکسلی داخل چهار زیر ناحیه در شکل ۴-۴۴ نشان داده شده است. اصل ۴ به ۴ شبکه ای پیکسل ها به یک ۸ به ۸ شبکه برگردانده شده است. و ما اکنون خط های پیمایش ۸ را از میان این شبکه به جای ۴ پردازش می کنیم . شکل ۴-۴۵، یکی از ناحیه های پیکسلی داخل این شبکه که یک مرز شیعی اشتراک دارد نشان میدهد در طول ۲ خط پوشی ما تعیین می کنیم که سه تا از ناحیه های زیر پیکسل داخل مرز هستند . بنابراین ما شدت پیکسلی را در ۷۵ درصد از ارزش ماسکیمیشن مرتباً می کنیم. شیوه ای دیگر برای تعیین کننده ای درصد از ناحیه ای پیکسلی در طول یک مرز، توسعه یافته بوسیله ای (pitteway-watkinson) روی الگوریتم خط مرکزبنا شده است.

این الگوریتم پیکسل بعدی را در طول یک خط، بوسیلهٔ تعیین کننده‌ای که از دو پیکسل که نزدیکتر به خط است. بوسیلهٔ آزمایش کننده‌ی موقعیت مکان مرکزی بین دو پیکسل، انتخاب می‌کند. بنابراین در الگوریتم (bresenham)، ما یک پارامتر تصمیم  $p$  که اشاره اش به ما می‌گوید که از دو پیکسل کاندیدای بعدی که به خط نزدیکتر است را ایجاد کنیم. بوسیلهٔ اصلاح جزئی از  $p$  ما یک مقداری که همیشه دادن درصدی از ناحیه پیکسل جاری که بوسیلهٔ یک شیء پوشانده شده است را بدست می‌اوریم.

ما نخست شیوه‌ای برای یک خط با شیب  $m$  در دامنه‌ای از  $0^{\circ}$  تا  $90^{\circ}$  را در نظر می‌گیریم. در شکل ۴-۴۶، یک مسیر خط مستقیم روی یک شبکهٔ پیکسلی نشان داده شده است. فرض

می‌کنیم که پیکسل در موقعیت  $(xk, yk)$  رسم شده است. نزدیکترین پیکسل بعدی خطی در  $x=xk+1$  یا  $y=yk+1$  است. ما میتوانیم مصمم شویم که پیکسل نزدیکتر با محاسبات است.

$$y - y(\text{mid}) = [m(xk+1) + b] - (yk + 0/5)$$

این مسافت عمودی از  $y$  واقعی، که روی خط به نقطهٔ نیمه راهی بین پیکسلها در موقعیت  $y_k$  و  $y_{k+1}$  را همانگ می‌کند را میدهد. اگر این اختلاف محاسباتی منفی باشد پیکسل در  $y_k$  به خط نزدیکتر است اگر این اختلاف مثبت باشد پیکسل در  $y_{k+1}$  نزدیکتر است.

شکل ۴-۴۳: تنظیم کننده‌ی شدت‌های پیکسلی در طول یک مرز ناحیه‌ای

صفحه ۱۷۸

ما می‌توانیم این محاسبات را تنظیم کنیم تا این که یک عدد مثبتی در محدوده ای از  $0$  تا  $1$  را با افزودن مقدار  $1-m$  تولید کند.

$$P = [m(xk+1) + b] - (yk + 0/5) + (1-m)$$

حالا پیکسل در  $y_k$ ، اگر  $P < 1-m$  باشد نزدیکتر است، و پیکسل در  $y_{k+1}$ ، اگر  $P \geq 1-m$  باشد نزدیکتر است. پارامتر  $p$  همیشه مقدار پیکسل‌های جریانی که، بوسیلهٔ ناحیه روی هم افتاده است اندازه گیری می‌کند. برای پیکسل در  $(xk, yk)$  در شکل ۴-۴۷ قسمت داخلی پیکسل یک ناحیه‌ای دارد که می‌تواند محاسبه شده باشد. در نتیجه

$$\text{Area} = mxk + b - yk + 0/5$$

این عبارت برای روی هم افتادن ناحیه‌ای از پیکسل در  $(xk, yk)$  که برای پارامتر  $p$  در معادلهٔ ۴-۸، همانند است. بنابراین بوسیلهٔ ارزیابی  $p$  به تعیین موقعیت پیکسل بعدی در طول مرز چند ضلعی می‌پردازد ما همچنین درصدی از ناحیه‌ی پوشانده شده برای پیکسل جاری را تعیین می‌کنیم.

ما می‌توانیم این الگوریتم را عمومی کنیم که خط‌هایی با شیب منفی و خط‌هایی با شیب‌های بزرگتر از  $1$  را اصلاح کند. این محاسبه برای پارامتر  $p$  می‌تواند از یکی شدن داخل یک الگوریتم خط نقطه میانی به استقرار موقعیت‌های پیکسلی و لبه شیء بوده باشد و یکجا شدت‌های پیکسلی را در طول خط‌های مرزی تنظیم کند. ما می‌توانیم محاسبات را به مختصات پیکسل مرجع در مختصات چپ پایینترشان و نسبت‌های ناحیه پشتیبانی، همچنان که در بخش ۳-۱۰ بحث شده است تنظیم کنیم.

در رئوس چند ضلعی و برای چند ضلعی های بسیار جلدی، همچنانکه در شکل ۴-۴۸ نشان داده شده است. ما بیشتر از یک سطح مرزی گذشته از یک ناحیه‌ی پیکسلی داریم. برای این موردها، ما باید اصلاح الگوریتم-pitteway-watkinson را بوسیله‌ی پردازش کننده‌ی

همه‌ی لبه‌های گذشته در طول یک پیکسل و تعیین کننده‌ی ناحیه‌ی داخلی صحیح را داشته باشیم. تکنیک‌های فیلتری که برای ضد ناصافی کننده‌ی خط بحث شده است می‌تواند همیشه به لبه‌های ناحیه، بکار برد شده باشد. همیشه انواع شیوه‌های ضد ناصافی کننده می‌تواند به ناحیه‌های چند ضلعی یا به ناحیه‌هایی با مرز‌های خمیده کاربردی باشد. معادله‌های مرز به ارزیابی ناحیه‌ی هم پوشانه ناحیه‌های پیکسلی با ناحیه‌ای که به نمایش گذاشته شده باشد استفاده شده است. و تکنیک‌های ارتباط در طول و بین خط‌های اسکن به سادگی محاسبات بکار برد شده اند.

#### خلاصه

در این فصل ما ویژگی‌های مختلفی را که نمود عناصر اولیه نمایش داده شده را کنترل می‌کنند را کشف کردیم. رویه‌ها برای نمایش عناصر اولیه از تنظیمات خواص برای تنظیم خروجی الگوریتم‌ها برای تولید خط، پر کردن منطقه و نمایش‌های ساختار متنی استفاده می‌کنند.

خواص پایه‌ای خط، نمونه‌ی خط، رنگ خط، و عرض خط هستند. مشخصات برای نمونه خط شامل خطوط جامد، خط چین و نقطه چین هستند. مشخصات رنگ خط می‌تواند در اصطلاحاتی از اجزای RGB داده شده باشد که شدت ۳ پرتاب کننده‌ی الکترون را در یک نمایشگر RGB کنترل می‌کند. مشخصات برای عرض خط در اصطلاحاتی از چند گنه‌هایی از یک خط عریض تک پیکسلی استاندارد داده شده اند. این خواص می‌توانند برای هر دو خط مستقیم و منحنی اعمال شده باشند. برای کاهش اندازه حافظه دیجیتالی، برخی سیستم‌های ترسیمی از یک جدول مراجعه رنگی مجزا استفاده می‌کنند. این تعداد رنگ‌هایی که می‌توانند برای اندازه جدول مراجعه نمایش داده شده باشند را محدود می‌کند. سیستم‌های تمام رنگی آنهایی هستند که ۲۴ بیت به هر پیکسل و هیچ جدول مراجعه رنگ مجزایی را محسیا نمی‌کند.

شکل ۴-۴۴: یک بخش پیکسلی ۴×۴ از یک نمایشگر ترسیمی به شبکه‌ی ۸×۸ تقسیم به جزء شده است.

شکل ۴-۴۵: یک منطقه‌ی پیکسلی تقسیم به جزء شده به همراه سه جزء تقسیم شده درون یک خط مرزی شیء.

شکل ۴-۴۶: لبه‌ی مرزی یک منطقه‌ی گذرنده در طول یک بخش شبکه‌ی پیکسلی.

صفحه ۱۷۹

خواص منطقه‌ی پر کردن شامل شیوه‌ی پر کردن و رنگ پر کردن یا الگوی پر کردن است هنگامی که شیوه پر کردن جامد باشد، رنگ پر کردن رنگ را برای پر کردن جامد قسمت داخلی چند ضلعی تعیین می‌نماید. یک شیوه پر کردن تو خالی، یک درون رادر رنگ پس-زمینه و یک سرحد را در رنگ پر کردن ایجاد می‌کند. شکل سوم پر کردن الگویی شده است.

در این حالت، یک الگوی آرایشی انتخاب شده برای پر کردن قسمت درونی چند ضلعی استفاده شده است.

یک گزینه پر کردن افزوده‌ی محسیا شده در برخی بسته‌ها پر کردن ملايم است. این پرکردن دارای کاربردهایی در بسته‌های ضد ناهمواری و در بسته‌های نقاشی است. رویه‌های پرکردن ملايم، یک رنگ پر کردن جدید را برای یک ناحیه‌ای که دارای اختلافات یکسان، مانند رنگ پر کردن قبلی است، محسیا می‌سازد. یک مثال از این رهیافت، الگوریتم پر کردن ملايم خطی است که فرض می‌کند که پر کردن قبلی، یک ترکیب خطی از رنگ‌های پیش زمینه و پس

زمینه بود. این ارتباط خطی یکسان، پس از تنظیمات حافظه‌ی دیجیتالی تعیین شده است و برای باز رنگ آمیزی منطقه در یک رنگ جدید استفاده شده است.

علامت‌ها، تعریف شده به صورت شبکه‌ی پیکسلی یا به صورت مجموعه‌ی حروف خط خارجی، می‌توانند در رنگ‌ها اندازه‌های مختلف نمایش داده شده باشند برای تنظیم جهت یک رشته علامت، ما یک جهت را برای علامت بردار بالا و یک جهت را برای مسیر نوشته انتخاب می‌نماییم. در مجموع ما می‌توانیم همترازی یک رشته متن را در ارتباط با وضعیت مختصات آغازین تنظیم کنیم. نماد‌های نشانگر می‌توانند با استفاده از علامت‌های انتخاب شده‌ی اندازه‌ها و رنگ‌های متفاوت نمایش داده شده باشند.

بسته‌های گرافیکی می‌توانند برای بررسی هر دو مشخصات خواص غیر دسته‌ای و دسته‌ای اندیشیده شده باشند. خواص غیر دسته‌ای آنها یک نمونه دستگاه خروجی تعریف شده اند. مشخصات خواص دسته‌ای به تنظیماتی متفاوت از خواص اجازه می‌دهند تا روی دستگاه‌های متفاوت، اما دستیابی شده به همراه تعداد نمایه یکسان در یک جدول دسته‌ای، استفاده شده باشند. جدول‌های دسته‌ای ممکن است نصبی یا کاربری یا هر دوی آن‌ها تعریف شده باشند. عملکرد‌ها برای تنظیم ارزش‌های جدول دسته‌ای، نمونه‌ی جدول کاری و لیست خواص را برای یک نمایه‌ی خواص داده شده، مشخص می‌کنند.

برای تعیین تنظیمات در جریان برای خواص و دیگر پارامتر‌ها، ما می‌توانیم عملکرد‌های درخواستی را فراخوانی نماییم. در مجموع برای بازیابی رنگ و دیگر اطلاعات خواص، ما می‌توانیم کد‌های ایستگاه کاری و ارزش‌های حالت را به همراه عملکرد‌های درخواستی بدست آوریم.

بدلیل اینکه تبدیل پویشی یک روند دیجیتالیزه کردن روی سیستم‌های ترسیمی است، عناصر اولیه نمایش داده شده دارای یک نمود ناهموار هستند. این به علت کمتر نمونه برداری اطلاعاتی است که ارزش‌های مختصات را تا وضعیت‌های پیکسلی احاطه کرده است ما می‌توانیم نمود عناصر اولیه ترسیمی را بوسیله‌ی اعمال رویه‌های ضد ناهمواری که شدت‌های پیکسلی را تنظیم می‌کند بهتر نماییم. یک روش برای انجام این کار، نمونه برداری سطحی است. این است که ما هر پیکسلی را که از توابع پیکسلی تشکیل شده باشد می‌سنجدیم و ما شدت توابع پیکسلی و میانگین ارزش‌های تمام توابع پیکسلی را محاسبه می‌نماییم.

شکل ۴-۴۷: منطقه‌ی هم پوشانی یک مستطیل پیکسلی، مرکزی شده در وضعیت  $(xk,yk)$  به همراه قسمت داخلی یک منطقه‌ی چند ضلعی.

شکل ۴-۴۸: چند ضلعی‌ها به همراه بیشتر از یک خط مرزی گذرنده در طول ناحیه‌های پیکسلی منفرد.

صفحه ۱۸۰

متناوباً ما می‌توانیم نمونه برداری منطقه‌ای و تعیین در صد پوشش منطقه‌ای برای یک پیکسل صفحه‌ی نمایشی را انجام دهیم، سپس شدت پیکسلی را متناسب با این درصد تنظیم مینماییم. ما همچنین می‌توانیم سهم‌های تابع پیکسلی را بر طبق وضعیت بوسیله‌ی دادن اوزان بالاتر به توابع پیکسلی مرکزی، وزنی نماییم. روش دیگر برای ضد ناهمواری ایجاد پیکر بندی‌های سخت افزاری خاص است که می‌تواند وضعیت‌های پیکسلی را انتقال دهد.

جدول ۴-۴: خواص بحث شده در این فصل برای طبقه‌بندی خروجی اولیه:

خط، منطقه‌پرکردن، متن و علامت را لیست می‌کند. عملکرد‌های خواص که می‌توانند در بسته‌های گرافیکی استفاده شده باشند برای هر طبقه لیست شده اند.

## خلاصه ای از ویژگی ها

عملکردهای خواص	عملکردهای خواص	عملکردهای خواص	عملکردهای خواص
نمونه	نمونه	نمونه	نمونه
نمونه	خواص	عملکردهای تنظیمی	عملکردهای دسته ای
خروچی			خواص
اویله	وابسته	خواص	
خط	عرض	رنگ	
منطقه پر کردن	شیوه پر کردن	رنگ پر کردن	
			الگو
فونت			
متن	رنگ	اندازه	
			جهت
نمونه			
شاخص	اندازه	رنگ	

برای تعیین ارتفاع مختصاتی حروف بزرگ ، یک ارزش حقیقی بیشتر از صفر به پارامتر ch اختصاص می یاد : فاصله بین خط مبنای و خط پوششی در مختصات کاربرد . این تعیین ، بر اندازه کاراکتر نیز تاثیر می گذارد بطوری که عرض و فاصله بندی کاراکترها برای حفظ نسبت های همان مت� ، تنظیم می شود . به عنوان مثال ، مضاعف کردن ارتفاع ، عرض کاراکتر و فاصله بندی بین کاراکترها را نیز مضاعف می کند .

شکل ۴-۲۶ ، رشتہ کاراکتر ارائه شده با سه ارتفاع کاراکتر متفاوت را نشان می دهد . فقط عرض مت� را می توان با تابع زیر تعیین کرد :

(۱)

که در آن ، پارامتر عرض کاراکتر CW ، ارزش حقیقی مثبت تعیین می شود که عرض متن کاراکترها را درجه بندی می کند . ارتفاع متن تحت تاثیر این تعیین ویژگی قرار نمی گیرد . مثالهایی در مورد متن ارائه شده با بسط های کاراکتر متفاوت در شکل ۲۷-۴ ، نشان داده میشود .

فاصله بندی بین کاراکتر ها به طور جداگانه کنترل می شود .

(۲)

که در آن به پارامتر فاصله بندی کاراکتری ، هر ارزش حقیقی اختصاص می یابد . ارزش تخصیص یافته به CS ، فاصله بندی بین متون کاراکتر را در امتداد خطوط پرینت تعیین می کند . ارزش های منفی برای CS ، متون کاراکتر را همپوشانی می کنند . ارزش های مثبت فضایی را برای گسترش کاراکترهای ارائه شده ، اضافه می کنند . تخصیص ارزش صفر به CS موجب می شود که متن بدون فضا بین متون کاراکتر ، نشان داده شود . مقدار فاصله بندی با ضرب کردن ارزش CS به ارتفاع کاراکتر تعیین می شود (فاصله بین خط مينا و خط پوششی) . در شکل ۲۸-۴ ، یک رشته کاراکتر با سه مجموعه متفاوت پارامتر فاصله بندی کاراکتر نشان داده می شود . جهت یابی رشته کاراکتر نشان داده شده ، طبق جهت بردار بالایی کاراکتر ، تعیین می شود .

(۳)

به بردار بالایی پارامتر در این تابع ، دو ارزش اختصاص می یابد که مولفه های بردار X و Y را مشخص می کنند . متن سپس طوری نمایش داده می شود که جهت یابی کاراکترها از خط میناء به خط پوششی در جهت بردار فوقانی واقع می شود . مثلا ، با بردار فوقانی = (۱,۱)، جهت بردار فوقانی ۴۵ درجه بوده و متن طبق شکل ۲۹-۴ نشان داده می شود . روش جهت متن طوری کاراکترها را می چرخاند که طرفین متن کاراکتر از خط میناء به خط پوششی به بردار فوقانی همراه است می شوند . اشکال کاراکتر چرخیده بنابراین اسکن تبدیل شده به بافر چهارچوب ، هستند . آرایش رشته های کاراکتر بطور عمودی یا افقی در اکثر کاربردها مفید است (شکل ۳۰-۴) . یک پارامتر مشخصه برای این گزینه با این عبارت تعیین می شود .

(۴)

که در آن به پارامتر مسیر متن tp ، ارزش : راست ، چپ ، بالا ، یا پایین تخصیص می یابد . مثال های متن ارائه شده با این چهار بخش در شکل ۳۲-۴ نشان داده می شوند . روش اجرای این گزینه باید الگوهای کاراکتر را به جهت یابی خاص قبل از انتقال آنها به بافر چارچوب ، تبدیل کند .

رشته های کاراکتر می توانند با استفاده از ترکیب مشخصات بردار فوقانی و مسیر متن متعدد برای بردار فوقانی ۴۵ درجه را نشان می دهد . نمونه هایی از متن تولید شده برای ارزش های مسیر متن پایین و راست با این بردار فوقانی در شکل ۳۳-۴ نشان داده می شوند . دیگر مشخصه قابل دسترسی رشته های کاراکتر ، ترازمندی است . این مشخصه نشان می دهد که متن چطور با توجه به مختصات آغازین قرار می گیرد . مشخصات ترازمندی باتابع زیر تعیین می شوند:

(۵)

که در آن پارامتر های  $h$  و  $v$  ، ترازمندی افقی و عمودی را به ترتیب کنترل می کنند . ترازمندی افقی با تخصیص یک ارزش چپ ، مرکزی یا راست ، به  $h$  تعیین می شود . ترازمندی عمودی با تخصیص یک ارزش فوقانی ، پوششی ، نیمه - مبنای یا پایه ، تعیین می شود . تفسیر این ارزش های ترازمندی به مجموعه فعل مسیر متن بستگی دارد . شکل ۴-۳۴ ، وضعیت مجموعه ترازمندی را زمانی نشان می دهد که متن قرار است به صورت افقی در راست یا به صورت عمودی در پایین نشان داده شود . تشبيه های مشابه در ارزش های مسیر متن چپ و بالا ، صدق می کنند . طبیعی ترین ترازمندی برای مسیر متن خاص با تخصیص ارزش نرمال به پارامترهای  $h$  و  $v$  ، انتخاب می شود . شکل ۴-۳۵ ، موقعیت های ترازمندی مشترک برچسب های متن افقی و عمودی را نشان می دهد . مشخصه دقیق نمایش متن با تابع زیر ارائه می شود :

(۶)

که در آن به پارامتر دقت متن  $tpr$  یکی از ارزش های  $stroke$  ،  $char$  ،  $string$  ، یا  $text$  ، تخصیص می یابد . با کیفیت ترین متن زمانی نشان داده می شود که پارامتر دقت ، ارزش  $stroke$  تعیین می شود . برای این مجموعه دقت ، جزئیات بیشتر در تعریف اشکال کاراکتر و پردازش گزینش های مشخصه ، به کار می رود . کم کیفیت ترین مجموعه دقت ، برای نمایش سریعتر رشته های کاراکتر مورد استفاده قرار می گیرد . در این دقت ، اکثر گزینش های مشخصه از قبیل مسیر متن نادیده پنداشته می شود و روش های دستکاری رشته برای کاهش زمان پردازش ، ساده سازی می شوند .

### مشخصات شاخص

نماد شاخص ، کاراکتری است که می تواند به رنگ های متفاوت و اندازه های مختلف قابل نمایش است . ویژگی های شاخصی بوسیله روش هایی اجرا می شوند که کاراکتراننتخاب شده را در خط پویش در مکانهای تعریف شده با رنگ و اندازه مشخص ، بارگذاری می کند .

یک کاراکتر خاص را به عنوان نماد شاخص بوسیله تابع زیر انتخاب می کنیم :

(۷)

که در آن پارامتر نوعیب شاخص  $mt$  با یک کد صحیح ، تعیین می شود . کدهای خاص نوع شاخص ، اعداد صحیح ۱ تا ۵ هستند که به ترتیب نقطه  $(\cdot)$  ، علامت مثبت  $(+)$  ، ستاره  $(*)$  ، دایره  $(\circ)$  و علامت ضربدر  $(\times)$  را مشخص می کنند . انواع شاخص ارائه شده بر مختصات شاخص متمرکز می شوند . اندازه شاخص را با تابع زیر تعیین می کنیم :

(۸)

با اندازه شاخص پارامتر  $ms$  ، یک عدد مثبت تخصیص می یابد . این پارامتر درجه بندی در اندازه اسمی نماد شاخص خاص انتخاب شده ، صدق می کند . ارزش های بیشتر از ۱ ، کاراکتر بزرگی تولید کرده و ارزش های کمتر از ۱ ، اندازه شاخص را کاهش می دهند . رنگ شاخص بوسیله تابع زیر مشخص می شود :

(۹)

کد رنگ انتخاب شده برای پارامتر `ms` در لیست مشخصه جاری ذخیره شده و برای نشان دادن مقادیر اولیه شاخص مشخص ، به کار می رود .

#### ۶-۴ مشخصات همراه

با طرز عمل هایی که تا به حال بررسی کردیم ، هر تابع ویژگی منفردی را نشان می دهد که دقیقا طرز نمایش عنصر اولیه را با آن مجموعه مشخصه ، مشخص می کند . این مشخصات ، ویژگی های منفرد یا مجزا نامیده می شوند و برای استفاده با یک ابزار خروجی در نظر گرفته می شوند که می تواند عناصر اولیه را با روش مشخص نشان دهد . اگر یک برنامه کاربردی با استفاده از ویژگی های منفرد با ابزارهای خروجی متعدد سطح مشترک داشته باشد ، برخی از این ابزارها شاید قادر به نشان دادن ویژگی های مورد نظر نباشند . برنامه ای که از ویژگی های رنگ منفرد استفاده می کند ، شاید الزاما اصلاح شود تا خروجی قابل قبولی در مونیتور فتو کروماتیک تولید کند .

فرمان های ویژگی انفرادی ، روش ساده و مستقیمی برای مشخص کردن ویژگی ها فراهم می کنند . زمانیکه یک ابزار خروجی منفرد به کار می رود . وقتی چند نوع ابزار خروجی در نصب گرافیک قابل دسترسی هستند ، بهتر است کاربر اظهار کند که ویژگی ها چطور در هر ابزارهای متفاوت تفسیر می شوند . این کار با ایجاد جداول برای هر ابزار خروجی انجام می گیرد که ارزش های ویژگی را لیست می کند که قرار است در آنابزار برای نشان دادن هر نوع اولیه ، مورد استفاده قرار گیرند . مجموعه خاصی از ارزش های ویژگی برای هر مقدار اولیه برای هر ابزار خروجی ، با مشخص کردن شاخص جدول مناسب ، مشخص می شود . ویژگی های مشخص شده با این روش ، ویژگی های همراه نامیده می شوند . جدول مربوط به هر عنصر اولیه که گروههایی از ارزش های ویژگی مورد استفاده به هنگام نمایش آن عنصر اولیه در یک ابزار خروجی خاص را تعریف می کند ، جدول همراه نامیده می شود .

ویژگی ها می توانند در ورودیهای جدول ایستگاه کار همراه شوند . انتخاب بین مشخصه همراه و غیر همراه با تعیین کلیدی بنام شاخص مبدا مشخصه هر یک از این ویژگی ها ، نامیده می شود .

(۱۰)

که در آن ، پارامتر `attributeptr` به لیست ویژگی ها و پارامتر `flagptr` به لیست متناظر شاخص های منبع مشخصه ، دلالت می کند . هر نشانه منبع ویژگی از یک ارزش انفرادی یا گروهی برخوردار می شود . ویژگی هایی که شاید گروهی شوند و در بخش های بعدی ذکر می شوند .

#### ویژگی های خط گروهی

جزییات جدول گروهی مربوط به مشخصات خط در ایستگاه کار مشخص با تابع زیر مشخص می شود:

(۱۱)

پارامتر WS ، شناسه ایستگاه کار بوده و پارامتر شاخص خط  $l_i$  ، محل جدول گروهی را تعریف می کند . پارامترهای  $l_w$  و  $l_c$  گروهی بوده و ارزش های تخصیص یافته برای تعیین نوع خط ، عرض خط و مشخصات رنگ خط هستند . یک چند خطی که به آن ارزش شاخص جدول ۳ ، تخصیص می یابد با استفاده از خط چین هایی در نصف ضخامت با رنگ آبی در ایستگاه کار ۱ نشان داده می شوند ، در حالیکه در ایستگاه کار ۴ ، همان شاخص ، خطوط پر سفید رنگ با اندازه استاندارد تولید می کند .

وقتی جداول گروهی نصب شدند ، گروهی از ویژگی های خط گروهی برای هر ایستگاه کاری از طریق مشخص کردن ارزش شاخص جدول ، انتخاب می شود .

فرمان های چند خطی بعدی سپس خطوطی را در هر ایستگاه کاری طبق مجموعه ای از ارزش های ویژگی گروهی تعریف شده در وضعیت جدول مشخص شده با ارزش پارامتر شاخص خطی  $l_i$  ، تولید می کند .

### ویژگی های متن گروهی

#### تابع

ارزش های فونت ، دقت ، ضریب بسط ، اندازه و رنگ متن را در موقعیت جدول ، گروه بندی می کند برای ایستگاه کاری WS که با ارزش تخصیص یافته به پارامتر شاخص متن  $t_i$  ، مشخص می شود . سایر ویژگی های متن از جمله کاراکتر بردار فوقانی ، مسیر متن ، ارتفاع کاراکتر ، و ترازمندی متن بطور انفرادی تعیین می شود .

ارزش شاخص متن خاص با تابع زیر مشخص می شود . هر تابع متن برای نمایش در هر ایستگاه کاری با مجموعه ای از ویژگی های مشخص شده با وضعیت این جدول ، فراخوانده میشود .

### ویژگی های شاخص گروهی

جزییات جدول در مورد ویژگی های شاخص گروهی با تابع زیر نسب می شود . این نوع شاخص ، ضریب مقیاس شاخص و رنگ شاخص مربوط به شاخص  $m_i$  را در ایستگاه کاری WS تعریف می کند . گزینش های جدول گروهی ، با تابع زیر صورت می گیرد .

#### ۷-۴ توابع پرس و جو

مجموعه های فعلی ویژگی ها و پارامترهای دیگر از قبیل انواع و وضعیت ایستگاه کاری لیستهای سیستم را می توان به وسیله توابع پرس و جو ، بازیافت کرد . این توابع اجازه می دهد ارزش های جاری در پارامتر های مشخص رونوشت شوند که سپس قابل ذخیره سازی برای استفاده مجدد بعدی یا برای بازبینی حالت فعلی سیستم می باشد . ارزش های مشخصه جاری را با ذکر نام مشخصه در تابع پرس و جو بازبینی می کنیم .

این توابع ارزش های جاری شاخص خط را کپی کرده و رنگ را در پارامتر های  $lastfc$  و  $lastly$  پر می کنند . بخش برنامه بعدی ، استفاده مجدد از نوع خط جاری را پس از اینکه مجموعه خطوط با نوع خط جدید ترسیم می شوند ، نشان می دهد .

## هموار کردن لبه های دندانه دار

عناصر اولیه تولید شده با الگوریتم های پویشی بحث شده . در فصل ۳ ، ظاهرا به صورت دندانه ای و پله ای هستند چون فرآیند الگو سازی ، نقاط مختصتلی را روی یک شیء دیجیتالی می سازند که مکانهای پیکسل صحیح را مجزا می کند . این احراف اطلاعات بواسطه الگو سازی فرکانس پایین ناهمواری نامیده می شود . می توانیم ظاهر خطوط پویشی ارائه شده را با به کار گیری متدهای هموارسازی لبه های دندانه دار که فرآیند الگوسازی ناقص را جبران می کند اصلاح کنیم .

یکی از روش های افزایش سرعت الگو سازی با سیستم های پویشی به سهولت نشان دادن اشیاء با وضوح بیشتر است . با این وجود ، حتی در بیشترین وضوح ممکن با تکنولوژی جاری ، پله ها تا حدودی آشکار هستند . اینکه بافر چارچوب را با چه بزرگی ایجاد کنیم ، محدودیت وجود دارد و تا بحال سرعت ۳۰ تا ۶۰ چارچوب در ثانیه را حفظ می کند . علاوه بر این ، برای نشان دادن صحیح اشیاء با پارامترهای پیوسته به فواصل الگوسازس قراردادی کوچک نیاز داریم . بنابراین ، اگر تکنولوژی سخت افزار به جابجایی بافرهای چارچوب بزرگ توسعه نیابد ، وضوح صفحه افزون را حل کاملی برای مسئله ناهمواری ، نیست .

با سیستم های پویشی که می توانند بیش از دو سطر شدت را نشان دهند ، می توانیم روش های هموار سازی را برای اصلاح شدت های پیکسل به کار ببریم . با تغییر مناسب پیکسل ها در امتداد حدود عناصر اغا زین ، می توانیم لبه ها را جهت کاهش ظاهر پله ای ، صاف سازیم .

متدهمراه سازی مستقیم ، افزایش سرعت الگو سازی از طریق عمل اوری صفحه است که گویی با شبکه ریزتر از انچه که قابل دسترس است ، پوشیده می شود . بنابراین می توانیم از نقاط نمونه چندگانه در شبکه ریز برای تعیین سطح شدت مناسب برای هر پیکسا صفحه ، استفاده کنیم . این تکنیک مشخصات شیء الگو سازی در وضوح بیشتر و نشان دادن نتایج در وضوح کمتر ، فرا الگو سازی نامیده می شود . مکانهای پیکسل نمایش داده شده ، نقاط پوشاننده ناحیه محدود صفحه هستند .

اشیاء پوششی را می توان با تغییر دادن مکان نمایشی نواحی پیکسل هموار سازی کرد . این تکنیک که فاز پیکسل نامیده می شود با میکرو موقعیت یابی پرتو الکترونی در رابط با هندسه شیء، به کار می رود .

## بخش های خط راست فرا الگو سازی

فرا الگوسازی خطوط راست را می توان به چند روش انجام داد . برای نمایش مقیاس خاکستری بخش خط راست ، می توانیم هر پیکسل را به تعدادی از زیر پیکسل ها و شمارش تعداد زیر پیکسل ها ، تقسیم کنیم که در امتداد مسیر خط هستند .

نمونه ای از این متد در شکل ۴-۳۷ ارائه شده است . هر ناحیه پیکسل مربع به نه زیر پیکسل مربع با اندازه یکسان تقسیم می شود و نواحی سایه دار ، زیر پیکسل هایی را نشان می دهد که به وسیله الگوریتم bresenham انتخاب می شود .

این طرح ، سه مجموعه شدت بالای صفر را فراهم می کند ، چون حداکثر تعداد زیر پیکسل هایی که می توانیم در هر پیکسل انتخاب کنیم ، ۳ عدد است . شانزده عدد پیکسل ، چهار سطح شدت بالای صفر را به ما ارائه می کند ؛ ۲۵ زیر پیکسل ، ۵ سطح می دهد .

در فرا الگو سازی نمونه شکل ۴-۳۷ ، نواحی پیکسل با اندازه محدود را بررسی کردیم ، اما خط را به عنوان ماهیت ریاضی با عرض صفر ، در نظر گرفتیم . در واقع خطوط نشان داده شده دارای عرض تقریباً برابر با عرض یک پیکسل می باشد . اگر عرض محدود خط را در نظر بگیریم ، می توانیم فرا الگو سازی را با تعیین شدت پیکسل مناسب با تعداد زیر پیکسل های داخل چند ضلعی که ناحیه خط را نشان می دهد ، انجام دهیم .

### پوشش های ارزیابی پیکسل

فرا الگو سازی الگوریتم ها اغلب با ارائه وزن بیشتر در زیر پیکسل های نزدیک مرکز ناحیه پیکسل انجام میگیرند ، چون انتظار داریم این زیر پیکسل ها در تعیین شدت کلی یک پیکسل مهم باشند . برای زیر پیکسل های سه در سه که تا به حال بررسی کرده ایم ، طرح ارزیابی ارائه شده در شکل ۴-۳۹ را می توان به کار برد . زیر پیکسل مرکزی اینجا ، چهار برابر ارزیابی می شود که این در مقایسه با زیر پیکسل های گوشه است و در مقایسه با زیر پیکسل های باقی مانده ، دو برابر است . شدت های محاسبه شده برای هر شبکه زیر پیکسل نه تایی ، سپس میانگین آنها گرفته می شود بطوریکه زیر پیکسل مرکزی با ضریب  $1/4$  ارزیابی می شود؛ زیر پیکسل های بالا ، پایین و جانبی هر کدام با ضریب  $1/8$  ارزیابی می شوند؛ و زیر پیکسل های گوشه هر یک با ضریب  $1/16$  ارزیابی می شود . آرایه ای از ارزش ها که اهمیت نسبی زیر پیکسل را نشان می دهد ، گاهما ماسک اوزان زیر پیکسل نامیده می شود . ماسک های مشابه را می توان با شبکه های زیر پیکسل بزرگتر ، نسب کرد . علاوه بر این ، این ماسک ها اغلب برای شمول مشارکت زیر پیکسل های متعلق به پیکسل مجاور بسط می یابند طوری که می توان میانگین شدت ها را در پیکسل های مجاور تعیین کرد .

### بخشهای خط راست الگو سازی ناحیه

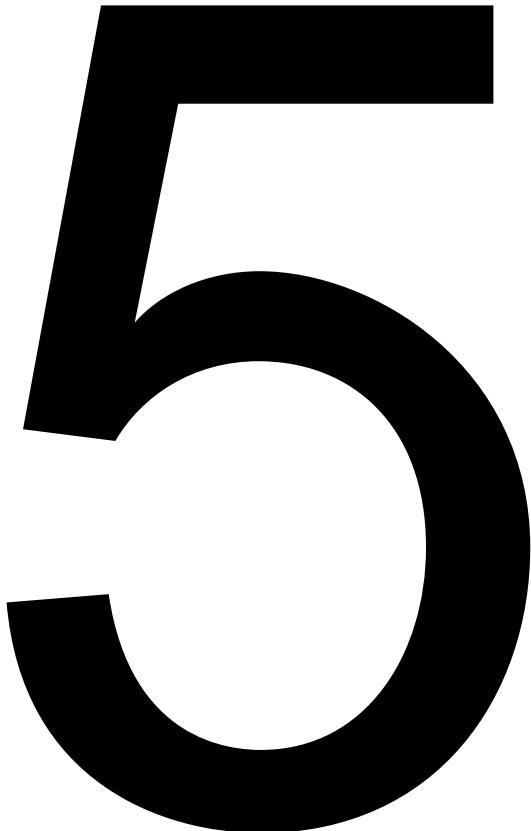
الگو سازی ناحیه را برای خط راست از طریق تعیین شدت هر پیکسل مناسب با ناحیه هم پوشانی پیکسل با خط عرضی محدود انجام دادیم . این خط می تواند به صورت یک مستطیل در نظر گرفته و بنابراین بخشی از ناحیه این خط بین خطوط شبکه صفحه عمودی مجاور (دو خط افقی مجاور) یک ذوزنقه است . ناحیه هم پوشان پیکسل ها با تعیین مقدار هم پوشانی هر پیکسل توسط این ذوزنقه ، محاسبه می شود . در شکل ۴-۳۸ ، پیکسل دارای مختصات شبکه صفحه ، تقریباً به اندازه  $0.90\%$  به وسیله ناحیه خط پوشیده می شود بنابراین شدت آن  $0.90\%$  حداکثر شدت ،

تعیین می شود . همینطور ، پیکسل در (21-40) با شدت تقریبا ۱۵٪ ماکریم تعیین می شود . روش برآورد نواحی هم پوشانی پیکسل با فرا الگو سازی ارائه شده در شکل ۴-۳۸ نشان داده می شود .

### تکنیک های پالایش

یک روش دقیق برای هموار سازی خطوط ، استفاده از تکنیک های پالایش است . این روش ، مشابه بکارگیری ماسک پیکسل توزین شده می باشد ، اما اکنون یک سطح توزین پیوسته را که پیکسل را می پوشاند ، تصور می کنیم . شکل ۴-۴۰ ، نمونه های مستطیلی ، مخروطی و توابع پالایش Gaussian را نشان میدهد . متدهای بکار گیری تابع پالایش مشابه بکار گیری ماسک توزین است ، اما ...

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)



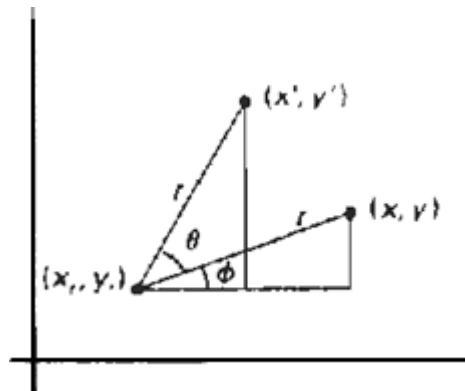
[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

## بخش ۱-۵

### «انتقالات اصلی»

چرخش یک نقطه به دور یک محور دلخواه در شکل ۵-۵ نشان داده شده است.

شکل ۵-۵



چرخش یک نقطه با موقعیت  $(x_r, y_r)$  به موقعیت  $(x', y')$  تحت زاویه  $\theta$  و نقطه چرخش

با استفاده از روابط مثلثاتی می توانیم در این تصویر، رابطه  $5-6$  را جهت دستیابی به تغییر شکل

معادلات برای چرخش یک نقطه دور هر موقعیت معین دورانی تعیین دهیم  $(x_r, y_r)$

$$x' = x_r + (x - x_r) \cos \theta - (y - y_r) \sin \theta$$

$$y' = y_r + (x - x_r) \sin \theta - (y - y_r) \cos \theta \quad (5-9)$$

عوامل افزاینده چرخش عمومی معادلات در مقادیر مختصات متفاوت است اگر عبارت ماتریس  $5-7$  می تواند به وسیله افزایش ماتریس بردار یک ستون جهت شامل شدن بر معادلات محوری تغییر شود که عناصر آن شامل دوره ای افزاینده در رابطه  $5-9$  است. راههای بهتری جهت قاعده مند کردن معادلات ماتریسی وجود دارند و ما در بخش ۲-۵ طرح با ثبات تری را برای بیان تغییر معادلات بحث می کنیم. همانند حرکات

انتقالی دوران ها جهت بد شکل کردن اشیا سخت تغییر شکل می یابند. هر نقطه روی یک شی از طریق همان زاویه دوران داده می شود.

یک قسمت بردار دوران داده می شود به وسیله معادلات دورانی ۵-۹ به هریک از نقاط پایانی و دوباره خط را ترسیم می کند. بین نقاط پایانی جدید و وضعیت های جدید چند ضلعی با استفاده از خطهای عمودی جدید دوباره سازی می شود ، خط های منحنی به وسیله جا به جای نقاط معین و ترسیم دوباره ای خطوط منحنی دوران داده می شوند.

به طور مثال یک دایره یا بیضی دور یک محور غیر مرکزی به وسیله ای نقطه ای مرکزی از طریق کمانی که شامل زاویه چرخش معین است ، دوران داده می شود. یک بیضی به دور مختصات مرکزش به وسیله دوران قطر کوچکتر و بزرگتر دوران داده می شود.

### « تغییر در ابعاد »

یک تغییر در ابعاد ، اندازه یک شی را تغییر می دهد . این عمل به وسیله ای افزایش مقدار مختصات  $(x,y)$  هر رأس توسط مختصات  $s_x$  و  $s_y$  برای تولید مختصات تغییر یافته  $(x',y')$  انجام می شود.

$$x' = x \cdot s_x \quad , \quad y' = y \cdot s_y \quad (5-10)$$

مختصات  $s_x$  اشیا را در جهت  $x$  و  $s_y$  در جهت  $y$  می سنجد، معادلات انتقال ۵-۱۰ می تواند بشكل ماتریس نوشته شود :

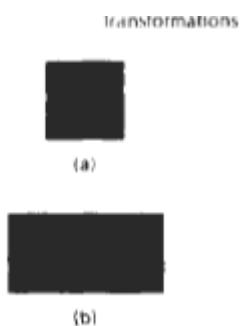
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

$$p' = s \cdot p \quad (5-12)$$

جایی که  $s=2$  است ، دوبار سنجش ماتریس در رابطه ای ۵-۱۱ مقدار هر عدد مثبت می تواند به عوامل سنجش  $s_x$  و  $s_y$  مرتبط شود. مقادیر کمتر از یک اندازه اشیاء را کاهش می دهد و مقادیر بیشتر از یک باعث

بزرگتر شدن شکل می شود ، تعیین مقدار یک برای  $s_x$  و  $s_y$  باعث تغییر نیافتن شی می شود و یک سنجش یکنواخت تناسب نسبی شی را حفظ می کند، مقادیر نامساوی  $s_x$  و  $s_y$  در مختصات که آن در طراحی کاربردها، جایی که تصاویر ساخته می شوند ، استفاده می شود. از تعداد کمی اشکال اصلی که می تواند بوسیله درجه بندی (تجانس) و انتقالات مطابقت می شود.

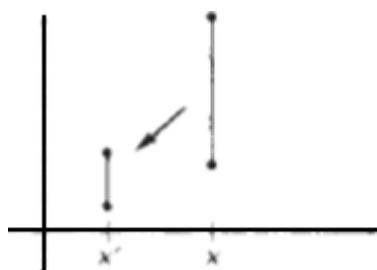
شکل ۵-۶



تبدیل مربع (a) به مستطیل (b) با مختصات  $s_x = 2$  و  $s_y = 1$

اشیایی که تغییر شکل می یابند با رابطه  $5-11$  متوازن و جا به جا شونده هستند. مختصات با مقادیر کمتر از یک اشیا را به سمت مختصات مبدا حرکت می دهد در حالی که مقادیر بزرگتر از یک مختصات را به دور از مبدا حرکت می دهد .

شکل ۵-۷

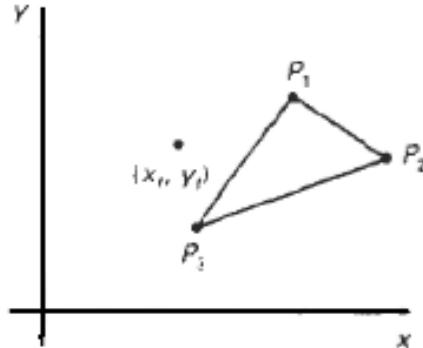


$s_x = 0.5 < 1$  و  $s_y = 0.5 < 1$  که شکل کوچکتر شده و به سمت مبدا حرکت کرده است .

شکل ۵-۷ خطی را با تعیین مقدار ۰.۵ برای  $s_x$  و  $s_y$  در رابطه  $5-1$  نشان می دهد که هم طول خط و هم فاصله از مبدا به وسیله عامل  $\frac{1}{2}$  کاهش می یابند.

می توانیم محل شی مدرج را به وسیله انتخاب یک موقعیت که نقطه ثابت نامیده می شود ، کنترل کنیم که آن بعد از انتقال ابعاد بدون تغییر می ماند . مختصات نقاط ثابت  $(x_r, y_r)$  می تواند به عنوان یکی از رئوس موقعیت دیگر انتخاب شود.

شکل ۵-۸



یک چند ضلعی که مبدا مدرج شده به نقطه‌ی ثابت به وسیله مدرج کردن فاصله از هر زاویه به نقطه‌ی ثابت مرتبط است. برای یک زاویه با مختصات  $(x_r, y_r)$  مختصات مدرج  $(x', y')$  چنین محاسبه می شوند.

$$x' = x_r + (x - x_r)s_x, \quad y' = y_r + (y - y_r)s_y \quad (5-13)$$

ما می توانیم این انتقالات مدرج را برای جداسازی دوره‌های فزاینده بازنویسی کنیم .

$$x' = x \cdot s_x + x_r(1 - s_x) \quad (5-14)$$

$$y' = y \cdot s_y + y_r(1 - s_y)$$

جایی که دوره‌های فزاینده  $s_x$  و  $s_y$  برای همه‌ی نقاط در شی پایدار هستند ، قرار دادن مختصات برای یک نقطه ثابت در معادلات مدرج به قرار دادن مختصات برای یک نقطه‌ی محوری در دوران معادلات شبیه است .

ما می توانیم یک بردار ستونی را که اجزای آن در رابطه  $5-14$  دوره های پایدار هستند تشکیل می دهیم. سپس این بردار ستونی را به حاصل  $S.P$  در رابطه  $5-12$  اضافه کنیم. در بخش بعدی فرمول ماتریس را که فقط شامل مضرب ماتریس است بحث خواهیم کرد.

چند ضلعی ها به وسیله اعمال انتقالات  $5-14$  به هر زاویه و دوباره سازی چند ضلعی با استفاده از انتقال زوایا درجه بندی می شوند. اشیای دیگر به وسیله کاربرد معادلات انتقالی مدرج به مقادیر معلوم و تعریف شده، اشیا درجه بندی می شوند.

یک بیضی در وضعیت استاندارد به وسیله برش های نسبتا بزرگتر و کوچکتر اندازه گیری شده و دوباره دور مرکز علامت گذاری شده معادلات رسم می شوند.

درجه بندی یکنواخت یک دایره به وسیله تطبیق ساده شعاع ها انجام می شود، سپس دایره را دور مرکز معادلات با استفاده از انتقال شعاع ها نشان می دهیم.

### «نمایش های ماتریس و معادلات مشابه»

در کاربردهای گرافیکی شامل توالی انتقالات هندسی است. به عنوان مثال یک ایمیشن ممکن است نیاز به انتقال و دوران یک شی داشته باشد.

در هر افزایش حرکت، در طراحی و کاربردهای ساختاری تصویر، انتقالات، دوران ها و درجه بندی را برای مناسب سازی موقعیت اجزای تصویر انجام می دهیم اینجا در نظر می گیریم که نمایش ماتریس در بخش قبلی چطور بحث شد. می توانیم نتیجه توالی انتقال را و طی مراحل آن دوباره فرمول سازی بکنیم.

در بخش  $5-1$  دیدیم که هر کدام از انتقالات اساسی می توان در شکل ماتریس کلی بیان نمود.

$$P' = M_1 \cdot P + M_2 \quad (5-15)$$

با موقعیت های برابر ،  $P$  و  $P'$  به عنوان بردارهای ستونی ارائه شد، ماتریس  $M_1$  به صورت آرایش دو در دو می باشد که شامل عوامل ( مضرب ها) و  $M_2$  یکی از دو عامل ماتریس ستونی شامل عوامل انتقال است. برای انتقال  $M_1$  ماتریس اصلی است ، برای دوران یا تجانس،  $M_2$  شامل عوامل انتقال مرتبط با نقطه‌ی محوری یا نقطه‌ی ثابت مدرج است، برای ایجاد یک توالی در انتقالات با این معادلات مانند تجانس ، اول چرخش و بعد انتقال ، ما باید مختصات تغییر یافته یک مرحله را در یک زمان محاسبه کنیم ، اول موقعیت مختصات درجه بندی می شود و بعد این مختصات درجه بندی شده دوران داده می شود و در نهایت مختصات دوران داده شده انتقال داده می شود. یک رویکرد کامل تر باید تغییرات را به منظور اینکه موقعیت های مختصات به طور مستقیم از مختصات ابتدایی به دست آید ترکیب کند. در نتیجه محاسبه‌ی مقادیر مختصات متوسط حذف می شوند. بدین منظور به فرمول بندی دوباره رابطه‌ی ۵-۱۵ نیاز داریم. برای حذف افزایشی ماتریس مرتبط با دوره‌های انتقال در  $M_2$  ، ما می توانیم مضرب و دوره‌های انتقال را ترکیب کنیم. برای دو انتقال هندسی دو بعدی با یک نمایش ماتریس به وسیله گسترش دو در دو نمایش ماتریس سه در سه تبدیل می شود. این به ما اجازه می دهد که همه معادلات انتقالی را مانند مضرب ماتریس بیان کنیم. برای آماده کردن آن ، نمایش ماتریس را برای موقعیت های مختصات گسترش می دهیم. برای بیان هر انتقال دو بعدی ، مانند ضرب ماتریس هر موقعیت مختصات کارتزین ( $x_h, y_h$ ) را به سه برابر کردن مختصات مشابه ( $x_h, y_h, h$ ) نمایش می دهیم. جایی که

$$x = \frac{x_h}{h} , \quad y = \frac{y_h}{h} \quad (5-16)$$

## بخش ۵-۲

اگر چه یک نمایش عمومی مختصات مشابه هم چنین می تواند مانند ( $\mathbf{h}, \mathbf{x}, \mathbf{h}, \mathbf{y}, \mathbf{h}$ ) به عنوان مثال انتقالات هندسی دو بعدی .

هم چنین می توانیم مقدار مشابه  $\mathbf{h}$  را برای هر مقدار غیر از صفر انتخاب کنیم. اگر چه یک عدد معین از نمایش های مشابه برای هر نقطه مختصات ( $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ ) وجود دارد. یک انتخاب مناسب به سادگی تشکیل است. هر موقعیت دو بعدی نمایش بعدی مختصات مشابه ( $\mathbf{1}, \mathbf{x}, \mathbf{y}$ ) است. مقادیر دیگر برای پارامتر  $\mathbf{h} = 1$  نیاز است. به عنوان مثال در فرمول بندی ماتریس انتقالات سه بعدی.

عبارت مختصات مشابه در ریاضیات برای معطوف داشتن این نمایش ها در معادلات کارتزین استفاده می شود. وقتی که یک نقطه کارتزینی ( $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ ) با یک نمایش مشابه وارونه می شود( $\mathbf{x}_h, \mathbf{y}_h, \mathbf{h}$ ) معادلات شامل  $\mathbf{x}$  و  $\mathbf{y}$  مانند  $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$  در سه پارامتر  $\mathbf{x}_h, \mathbf{y}_h, \mathbf{h}$  معادلات مشابه می شود. این درست بدین معناست که اگر هر یک از سه پارامتر جایگزین هر مقدار  $V$  آن پارامتر شود.

بیان موقعیت ها در مختصات مشابه به ما اجازه می دهد که همه معادلات انتقالی هندسی را مانند ضرب ماتریس نمایش دهیم.

مختصات با بردار ستونی نمایش داده می شوند و اعمال انتقال مانند ماتریس سه در سه نوشته می شوند برای انتقال داریم :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

که می توانیم به صورت اختصار بنویسیم

$$P' = T(t_x, t_y) \cdot P \quad (5-18)$$

با  $T(t_x, t_y)$  مانند انتقال ماتریس سه در سه در رابطه ۵-۱۷ وارونه انتقال ماتریس به دست می آید. به

وسیلهٔ جایگزینی پارامترهای انتقالی  $t_x$  و  $t_y$  با قرینه‌های آن‌ها  $-t_x$  و  $-t_y$  معادلات تغییر شکل دورانی در مورد مختصات مبدا چنین نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-19)$$

و یا

$$P' = R(\theta) \cdot P \quad (5-20)$$

گردانندهٔ تغییر شکل دورانی  $R(\theta)$  ماتریس سه در سه با چرخش زاویه‌ای  $\theta$  است. وقتی که  $\theta$  با جایگزین می‌شود ماتریس چرخشی معکوس حاصل می‌شود. در نهایت یک تغییر شکل مدرج به مبدا مختصات وابسته است که حالا به صورت ضرب ماتریس بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

یا

$$P' = S(s_x, s_y) \cdot P \quad (5-22)$$

جایی که  $S(s_x, s_y)$  ماتریس سه در سه است در معادله ۵-۲۱ با پارامترهای  $s_x$  و  $s_y$ . از جایگزین کردن این پارامترها با وارونه‌های مضربی آن‌ها ( $\frac{1}{s_x}$  و  $\frac{1}{s_y}$ ) ماتریس مدرج معکوس حاصل می‌شود.

نمایش‌های ماتریس روش‌های استانداری هستند برای انتقال سیستم‌های گرافیکی. در بسیاری از سیستم‌ها، دوران و تجانس نسبت به مبدا مختصات باعث ایجاد تغییرات می‌شود مانند رابطه‌های ۵-۱۹ و ۵-۲۱.

دوران ها و درجه بندی ها نسبت به موقعیت های اول ، مانند اعمال تغییر شکل متواالی بعدا بکار برده می شوند. یک رویکرد متناوب برای آماده کردن پارامترها در تغییر شکل و درجه بندی مختصات نقطه‌ی ثابت و مختصات نقطه‌ی محوری است. چرخش عمومی و ماتریس های مدرج که شامل محور یا نقطه‌ی ثابت بعدی هستند نیاز به توالی اعمال تغییر شکل ندارند.

### « ترکیب انتقالات »

با نمایش های ماتریس بخش قبلی می توانیم یک ماتریس برای هر توالی تغییر شکل ها به وسیله محاسبه‌ی حاصل ماتریس تغییر شکل ها به طور جداگانه ترتیب دهیم ، به دست آوردن حاصل ماتریس های تغییر شکل اغلب به تسلسل یا ترکیب ماتریس‌ها بر می گردد.

برای نمایش های ماتریس ستونی ، موقعیت های مختصات تغییر شکل های مرکب را به وسیله‌ی ضرب ماتریس به ترتیب از راست به چپ درست می کنیم. یعنی هر تغییر شکل متواالی ماتریس از قبیل در حاصل تغییر شکل های ماتریس ضرب می شود.

### « انتقالات »

اگر دو بردار انتقال متواالی ( $t_{x_2}, t_{y_2}$ ) و ( $t_{x_1}, t_{y_1}$ ) برای یک موقعیت مختصات  $P$  بکار روند، محل انتقال های نهایی  $P'$  چنین محاسبه می شود :

$$P' = T(t_{x_2}, t_{y_2}) \cdot [T(t_{x_1}, t_{y_1}) \cdot P] = [T(t_{x_2}, t_{y_2}) \cdot T(t_{x_1}, t_{y_1})] \cdot P$$

جایی که  $P$  و  $P'$  مانند بردار ستونی مختصات مشابه نمایش داده می شوند. ما می توانیم این نتیجه را به وسیله محاسبه حاصل ماتریس برای دو گروه مرتبط تحقیق کنیم . هم چنین ماتریس تغییر شکل مرکب برای این توالی انتقالات چنین است .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x_2} \\ 0 & 1 & t_{y_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x_1} \\ 0 & 1 & t_{y_1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_{x_1} + t_{x_2} \\ 0 & 1 & t_{y_1} + t_{y_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

$$T(t_{x_2}, t_{y_2}) \cdot T(t_{x_1}, t_{y_1}) = T(t_{x_1} + t_{x_2}, t_{y_1} + t_{y_2}) \quad (5-25)$$

که نشان می دهد دو انتقال متوالی افزاینده هستند.

## «دوران ها»

دو دوران متوالی که به نقطه  $P$  انجام می شود موقعیت تغییر شکل را به وجود می آورد.

$$P' = R(\theta_2) \cdot [R(\theta_1) \cdot P] = [R(\theta_2) \cdot R(\theta_1)] \cdot P \quad (5-26)$$

با ضرب دو ماتریس چرخشی ، ما می توانیم دو چرخش متوالی افزاینده را تحقیق کنیم.

$$R(\theta_2) \cdot R(\theta_1) = R(\theta_1 + \theta_2) \quad (5-27)$$

بنابراین مختصات چرخشی نهایی با ماتریس چرخش مرکب چنین محاسبه می شود.

$$P' = R(\theta_1 + \theta_2) \cdot P \quad (5-28)$$

به هم پیوستن ماتریس های تغییر شکل برای اعمال درجه بندی متوالی ماتریس مدرج مرکب زیر را تولید

می کند.

$$\begin{bmatrix} s_{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{x_1} \cdot s_{x_2} & 0 & 0 \\ 0 & s_{y_1} \cdot s_{y_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-29)$$

$$S(s_{x_2}, s_{y_2}) \cdot S(s_{x_1}, s_{y_1}) = S(s_{x_1} \cdot s_{x_2}, s_{y_1} \cdot s_{y_2}) \quad (5-30)$$

به دست آوردن ماتریس بدین حالت نشان می دهد که اعمال تجانس ، متواالی افزاینده هستند ، یعنی اگر اندازه یک شی را دوبار متواالی سه برابر کنیم ، اندازه آخری ، نه برابر اندازه اصلی خواهد بود.

## « چرخش کلی نقطه‌ی محوری »

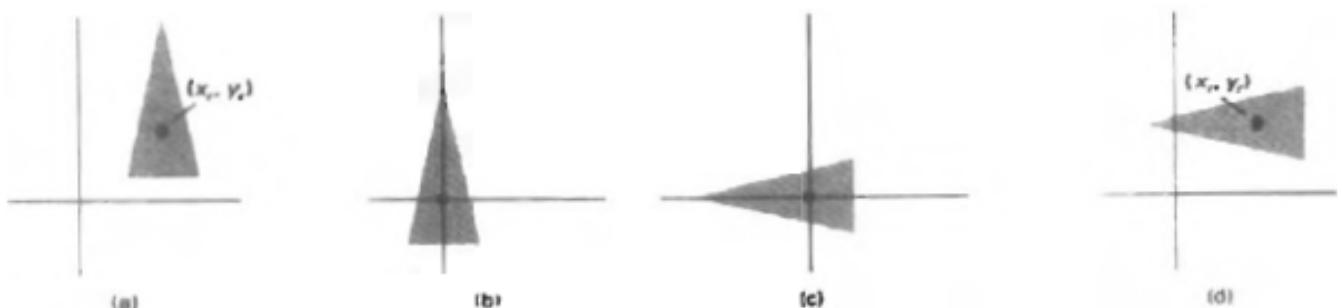
با یک بسته گرافیکی که برای تغییر اشیا چرخش را دور مبدا مختصات فراهم می کند. ما می توانیم دور هر نقطه‌ی محوری انتخاب شده ( $X_r$  و  $Y_r$ ) با ایجاد توالی انتقال - دوران - اعمال انتقالی ، چرخش ایجاد کنیم .

## بخش ۵-۳

- ۱- شی را انتقال دهید تا اینکه موقعیت نقطه‌ی محوری به مبدا مختصات، حرکت داده شود.
- ۲- شی را دور مبدا مختصات دوران دهید.
- ۳- شی را انتقال دهید تا اینکه نقطه‌ی محوری به موقعیت اصلی خودش برگشت داده شود.

این توالی انتقال در شکل ۵-۹ نشان داده شده است.

شکل ۵-۹



یک انتقال و دوران با زاویه‌ی چرخش  $\theta$

ماتریس انتقالی مرکب برای چنین توالی با تسلسل به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_r(1 - \cos\theta) + y_r\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta & y_r(1 - \cos\theta) - x_r\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-31)$$

که می‌تواند بدین شکل بیان می‌شود.

$$T(x_r, y_r) \cdot R(\theta) \cdot T(-x_r, -y_r) = R(x_r, y_r, \theta) \quad (5-32)$$

جایی که  $T(-x_r, -y_r) = T^{-1}(x_r, y_r)$  عموماً یک عمل چرخشی می‌تواند برای تایید پارامترها

برای مختصات نقطه‌ی محوری و هم‌چنین چرخش و ایجاد خودکار ماتریس چرخشی به وجود آید رابطه

۵-۳۱

### «متجانس کردن نقطه‌ی یکی ثابت»

شکل ۵-۱۰ نشان می‌دهد یک انتقال متوالی برای ، تجانس نسبی برای یک موقعیت ثابت انتخاب شده

است  $(x_r, y_r)$  با استفاده از عمل درجه بندی که می‌تواند فقط نسبت به مبدا مختصات درجه بندی کند :

۱- شی را انتقال دهید تا نقطه ثابت به مبدا مختصات منطبق شود .

۲- شی را نسبت به مبدا مختصات متجانس کنید.

۳- عکس انتقال مرحله یک را استفاده کنید برای برگشت شی به موقعیت اصلی اش.

تسلسل ماتریس‌ها برای این سه عمل ، ماتریس مدرج مورد نیاز را تولید می‌کند.

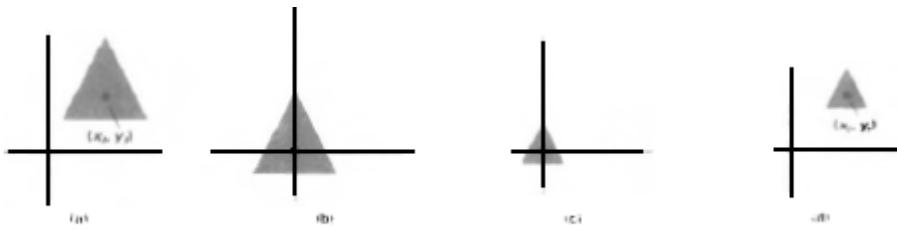
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & x_r(1-s_x) \\ 0 & s_y & y_r(1-s_y) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

$$T(x_r, y_r) \cdot S(s_x, s_y) \cdot T(-x_r, -y_r) = S(x_r, y_r, s_x, s_y) \quad (5-34)$$

این تغییر شکل‌ها به طور خودکار روی سیستم‌ها ایجاد می‌شوند که یک عمل درجه بندی فراهم می‌کند

که آن مختصات نقطه ثابت را تایید می‌کند.

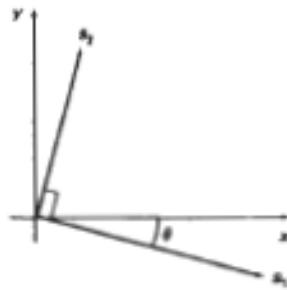
شکل ۵-۱۰



### «تجانس عمومی بردارها»

پارامترهای  $S_x$  و  $S_y$  اشیا را درجه بندی می کند در طول جهت  $x$  و  $y$  می توانیم یک شی را در جهات دیگر درجه بندی کنیم ، فرض کنید می خواهیم عوامل درجه بندی را با مقادیر معین به وسیله پارامترهای  $S_1$  و  $S_2$  در جهت هایی که در شکل ۵-۱۱ نشان داده شده است ، استفاده کنیم.

شکل ۵-۱۱



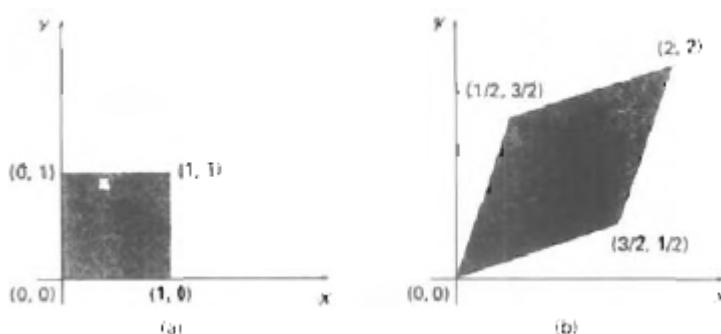
برای انجام درجه بندی بدون تغییر جهت شی ، ما ابتدا یک چرخش انجام می دهیم . تا اینکه جهت های  $S_1$  و  $S_2$  به برش های  $x$  و  $y$  نسبتا منطبق شوند ، سپس تغییر شکل درجه بندی شده انجام می شود و به وسیله یک چرخش وارونه برای برگشت نقاط به جهت یابی های مبدأ دنبال می شود. ماتریس مرکب حاصل این سه تغییر شکل است .

$$\begin{aligned}
 R - 1(\theta) \cdot S(s1, s2) \cdot R(\theta) \\
 = \begin{bmatrix} s_1 \cos^2 \theta + s_2 \sin^2 \theta & (s_2 - s_1) \cos \theta \sin \theta & 0 \\ (s_2 - s_1) \cos \theta \sin \theta & s_1 \sin^2 \theta + s_2 \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-35)
 \end{aligned}$$

به عنوان مثال برای این تغییر شکل درجه بندی شده ، ما یک واحد مربع را به یک متوازی الاضلاع تغییر می دهیم ( شکل ۵-۱۲) به وسیله امتداد آن در طول قطر از  $(0, 0)$  به  $(1, 1)$  ، ما قطر را به محور y چرخش می دهیم و طول آن را با تغییر شکل پارامترها دو برابر می کنیم .

$$\Theta = 45^\circ, S_1 = 1, S_2 = 2$$

شکل ۵-۱۲



در رابطه ۵-۳۵ فرض می کنیم که درجه بندی (تجانس) نسبت به مبدا مختصات انجام می شود، این عمل درجه بندی را یک مرحله بیشتر انجام می دهد و تسلسل ماتریس با اعمالی انتقالی تا اینکه ماتریس مرکب شامل پارامترهایی برای تشخیص درجه بندی نقطه ثابت خواهد شد.

### «ویژگی های تسلسل»

ماتریس چند کاربردی بصورت پیوسته است برای هر ماتریس  $A, B, C$  حاصل ماتریس  $C, B, A$  می تواند به وسیله ضرب  $A$  و  $B$  یا با اولین ضرب  $C$  و  $B$  صورت گیرد.

$$A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \quad (5-36)$$

بنابراین ما می توانیم حاصل ماتریس ها را ارزشیابی کنیم ، دسته بندی پیوست ها هم از چپ به راست و هم از راست به چپ ، به عبارت دیگر نتایج تغییر شکل ممکن نیست تغییر دهنده باشند ، نتیجه ماتریس

B.A عموماً با A.B برابر نیست ، یعنی اگر ما بخواهیم یک شی را انتقال و دوران دهیم . ما باید در مورد ترتیبی که در آن ماتریس مرکب ارزشیابی می شود ، دقت کنیم.

برای برخی موارد مخصوص مانند توالی تغییر شکل ها آنهایی که از یک نوع هستند ضرب ماتریس های تغییر شکل دهنده است به عنوان مثال ، دو چرخش متوالی که هم در ترتیب و هم در موقعیت پایانی به یک شکل خواهد بود انجام شود.

این ویژگی برای دو انتقال متوالی یا دو تجانس متوالی به کار گرفته می شود ، تغییر دهنده دیگر ، هر دوی این اعمال عبارت اند از : دوران و تجانس یکنواخت ( $S_x = S_y$ )

### « تغییر شکل های مرکب عمومی و کارائی شمارش »

یک تغییر شکل عمومی دو بعدی که ترکیبی از انتقالات ، دوران ها و تجانس ها را نشان می دهد به صورت زیر بیان می شود :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rs_{xx} & rs_{xy} & trs_x \\ rs_{yx} & rs_{yy} & trs_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

چهار پارامتر  $trs_y$  ، دوره های افزاینده دورانی - تجانسی هستند که شامل فقط زوایای دورانی و عوامل تجانس هستند ، پارامترهای  $trs_y$  و  $trs_x$  دوره های انتقال شامل ترکیبی از فواصل انتقال ، نقطه ای محوری و مختصات نقطه ای ثابت و زوایای دوران و پارامترهای تجانس هستند.

به عنوان مثال اگر یک شی متجانس شده باشد و به دور مختصات مرکزی ( $X_c, Y_c$ ) دوران داده شود و سپس انتقال داده شود مقادیر پارامترهای ماتریس مرکب تغییر شکل عبارتنداز :

$$T(t_x, t_y) \cdot R(x_c, y_c, \theta) \cdot S(x_c, y_c, s_x, s_y) =$$

$$\begin{bmatrix} s_x \cos \theta & -s_y \sin \theta & x_c(1 - s_x \cos \theta) + y_c s_y \sin \theta + t_x \\ s_y \sin \theta & s_x \cos \theta & y_c(1 - s_y \cos \theta) + x_c s_x \sin \theta + t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

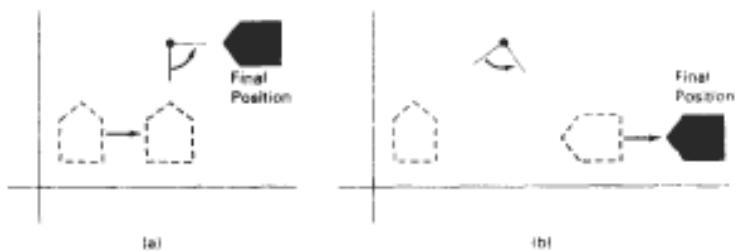
(5 - 38)

اگر چه معادله‌ی ماتریسی ۵-۳۷ نیاز به نه عمل ضرب و شش عمل جمع دارد ، محاسبه‌ی ساده برای مختصات تغییر شکل یافته عبارتنداز :

$$x' = x \cdot r s_{xx} + y \cdot r s_{xy} + t r s_x \quad (5 - 39)$$

$$y' = x \cdot r s_{yx} + y \cdot r s_{yy} + t r s_y$$

شکل ۵-۱۳



در شکل a ابتدا انتقال و سپس دوران انجام شده است که معادل می باشد با شکل b که ابتدا دوران و سپس انتقال شکل گرفته است.

اگر چه ما دقیقاً به انجام چهار عمل ضرب و چهار عمل جمع برای تغییر شکل موقعیت‌های مختصات انجام دادیم ، این حداکثر تعداد تغییرات برای هر تغییر شکل متواالی است. یکبار ماتریس‌ها منفرد مرکب شده اند و پارامترهای ماتریس مرکب ارزشیابی شده اند ، بدون تسلسل ، تغییر شکل‌های منفرد به کار برده می شوند و تعداد محاسبات عمدتاً افزایش می یابند . بنابراین اجرای موثر اعمال تغییر شکل قاعده مند کردن اعمال تغییر شکل ماتریسی ، تسلسل هر تغییر شکل متواالی و محاسبه‌ی مختصات تغییر شکل با استفاده از رابطه‌ی ۵-۳۹ است.

در سیستم های موازی ، ضرب ماتریس مستقیم با تغییر شکل مرکب معادله ۵-۳۷ به طور مساوی موثر است. یک تغییر شکل ماتریسی جدی ، فقط شامل انتقالات و چرخش ها بدين صورت بیان می شود.

$$\begin{bmatrix} r_{x1} & r_{xy} & tr_x \\ r_{y1} & r_{yy} & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-40)$$

جایی که چهار پارامتر  $r_x$  دوره های چرخشی افزاینده هستند و پارامترهای  $tr_x$  و  $tr_y$  دوره های انتقال ، یک تغییر شکل جدی در موقعیت مختصات گاهی به مشکل بودن حرکت تغییر شکل بر می گردد. همه زاویه ها و فاصله ها بین موقعیت مختصات با تغییر شکل ، تغییر پیدا نمی کنند. علاوه بر این ماتریس خصوصیتی دارد که ماتریس تبعی دو در دو سمت چپ بالایی آن یک ماتریس قائم است.

یعنی اینکه اگر هر ردیف ماتریس تبعی را به عنوان بردار در نظر بگیریم دو بردار  $(r_{xx}, r_{xy})$  و  $(r_{yx}, r_{yy})$  یک مجموعه ای موازی از بردارهای واحد را تشکیل می دهند و هر بردار طول جداگانه ای دارد .

$$r^2_{xx} + r^2_{xy} = r^2_{yx} + r^2_{yy} = 1 \quad (5-41)$$

و بردار ها به صورت ستونی هستند

$$r_{xx} r_{yx} + r_{xy} r_{yy} = 0$$

بنابراین اگر این بردارهای واحد به وسیله دوران ماتریس فرعی تغییر شکل یابند  $(r_{xx}, r_{xy})$  تبدیل به یک بردار واحد در طول محور X و  $(r_{xy}, r_{yy})$  به بردار واحد در طول محور y ، سیستم مختصات تغییر شکل می یابد.

$$\begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & 0 \\ r_{yx} & r_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{xx} \\ r_{xy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-43)$$

$$\begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & 0 \\ r_{yx} & r_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{yx} \\ r_{yy} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-44)$$

به عنوان مثال تغییر شکل بدن منظم زیر ، ابتدا یک شی را از طریق یک زاویه  $\theta$  دور نقطه محوری چرخش و سپس انتقال می دهد.

$$T(t_x, t_y) \cdot R(x_r, y_r, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x_r(1 - \cos \theta) + y_r \sin \theta + t_x \\ \sin \theta & \cos \theta & y_r(1 - \cos \theta) + x_r \sin \theta + t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-45)$$

در اینجا جهت های موازی در ماتریس فرعی دو در دو چپ و بالایی هستند( $\cos \theta, \sin \theta$ ) و ( $\sin \theta, \cos \theta$ ) و مختصات

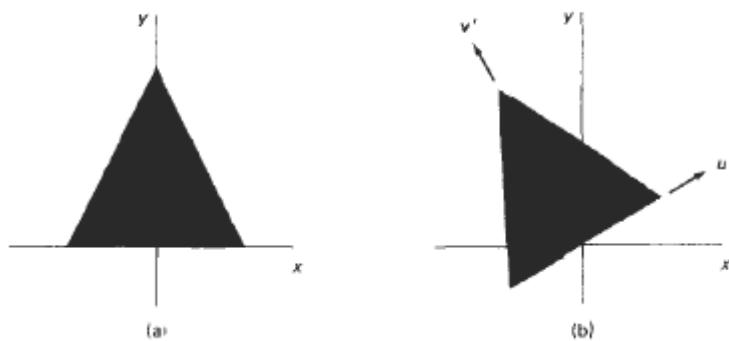
$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-46)$$

متضابه با بردار واحد ( $\sin \theta, \cos \theta$ ) به وسیله ماتریس تغییر شکل معادله ۵-۴۶ به بردار واحد ( $0, 1$ ) در جهت  $\alpha$  تغییر می یابد.

خصوصیت عمودی بودن ماتریس های دوران برای تشکیل ماتریس دوران مفید است وقتی می دانیم جهت یابی نهایی یک شی بیشتر از مقدار زاویه دوران برای قرار دادن شی در آن موقعیت نیاز است ، جهت ها برای جهت یابی دلخواه یک شی می تواند به وسیله ترتیب دادن اشیای مخصوص در یک مرحله یا به وسیله موقعیت های انتخاب شده تعیین شود.

شکل ۵-۱۴ شیئی را با بردارهای واحد  $u'$  و  $v'$  که در یک ردیف قرار می گیرند را نشان می دهد.

شکل (۵-۱۴)



با فرض اینکه جهت یابی شیئی اصلی همچنان که در شکل ۵-۱۴ نشان داده شد با برش های مختصات در یک ردیف قرار می گیرند ، تغییر شکل دلخواه را به وسیله اختصاص دادن پارامترهای  $^7u$  به ردیف اول ماتریس چرخشی و پارامترهای  $^7v$  به ردیف دوم ، تشکیل می دهیم. این می تواند روش مناسبی برای به دست آوردن ماتریس تغییر شکل برای چرخش از طریق سیستم مختصات ، محدود به یک محل یا شی ، وقتی که بردار جهت یابی نهایی را می دانیم.

یک تغییر شکل مشابه ، معکوسی از توصیفات شی از یک سیستم مختصات به سیستم مختصات دیگر است. در بخش ۵-۵ چگونگی انجام تغییر شکل ها را برای انجام این تغییر مختصات ملاحظه خواهیم کرد.

از زمانی که محاسبات چرخش ، نیاز به ارزشیابی مثلثاتی و چندین عمل ضرب برای هر نقطه تغییر شکل یافته دارد ، کاربرد شمارشی می تواند یک نکته مهم در تغییر شکل های چرخشی باشد.

در انیمیشن ها و کاربردهای دیگر که شامل تغییر شکل های تکراری و زاویه های چرخش کوچک می باشند می توانیم از تشابهات و محاسبات تکراری برای کاهش محاسبات در معادلات تغییر شکل مرکب استفاده کنیم.

وقتی زاویه چرخش کوچک است ، اعمال مثلثاتی می تواند جایگزین مقادیر مشابه بر اساس اولین دوره های توسعه یافته تر است ، شود. برای زاویه های به حد کافی کوچک ( کمتر از  $10^0$   $\cos\theta$  تقریبا ۱ است. و  $\sin\theta$  مقداری خیلی نزدیک به مقدار  $\theta$  در زاویای مرکزی است . اگر زاویه های کوچک را تحت مبدأ

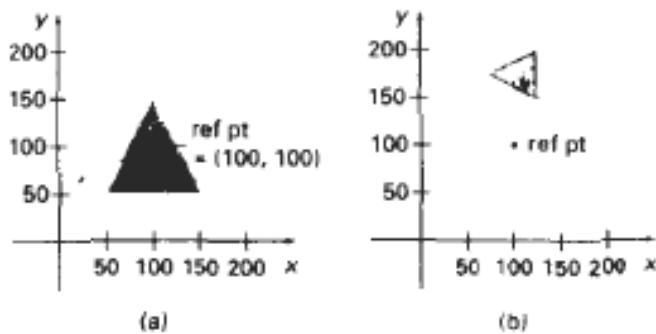
چرخش دهیم . برای مثال ،  $\cos \theta$  را به ۱ تنظیم می کنیم و محاسبات تغییر شکلی را در هر مرحله به دو عمل ضرب و دو عمل جمع برای هر مجموعه مختصات که چرخش داده می شوند ، کاهش می دهیم .

$$X' = x - y \sin \theta \quad , \quad y' = x \sin \theta + y \quad (5-47)$$

جایی که  $\sin \theta$  یکبار برای همه مراحل محاسبه می شود ، زاویه چرخش تغییر نمی کند . هر اندازه که چرخش زاویه کاهش می یابد به همان اندازه خطای نشان داده شده توسط این تقریب در هر مرحله کاهش می یابد . اما حتی با چرخش زاویه های کوچک خطای انباشته شده روی بسیاری از مراحل ، می تواند کاملاً زیاد شود. ما می توانیم خطای انباشته شده را به وسیله تخمین خطا در  $X'$  و  $y'$  در هر مرحله و تنظیم موقعیت شیئی زمانی است که خطا خیلی بیشتر می شود ، کنترل کنیم.

تغییر شکل های مرکب ، اغلب شامل محاسبات ماتریسی وارون است. رشته تغییرات برای درجه بندی کلی و وارون ها و کوتاه کردن ها (بخش ۵-۴) به عنوان مثال ، می تواند با ترکیبات چرخش وارونه توصیف شود. همان طوری که اشاره کردیم ، نمایش های ماتریس وارون برای تغییرات اساسی هندسی ، می تواند با رویکردهای ساده به وجود آید . انتقال یک ماتریس وارون به وسیله ای تغییر علائم فواصل انتقال به دست می آید و چرخش ماتریس وارون با انجام دادن یک انتقال ماتریس ( تغییر در علامت عبارتهای  $\sin$  ) به دست می آید . این اقدامات ، خیلی ساده تر از محاسبات وارون ماتریس مستقیم هستند . یک حالت کلی و تکمیلی از تغییرات مرکب ، در روش زیر داده شده می شود:  $M$  برای شناساندن ماتریس به کار می رود. وقتی که هر تغییر مشخص و معلوم می شود ، آن با تغییر کلی ماتریس  $M$  ارتباط داده می شود. وقتی همه تغییرات معلوم شوند ، این تغییر مرکب به یک شی داده شده به کار می رود. برای مثال ، یک چند ضلعی ، حول یک نقطه عطف داده شده چرخش داده می شود ، سپس شی انتقال داده می شود. شکل ۵-۱۵ موقعیت های نهایی و اصلی چند ضلعی انتقال یافته به این ترتیب را نشان می دهد.

شکل ۵-۱۵



چند ضلعی  $a$  به  $b$  تبدیل شده است با تغییر مركب اعمال شده

## بخش ۵-۴

### «انتقالات دیگر»

انتقالات اساسی از جمله چرخش، انتقال و تجانس در اکثر بسته های گرافیک شامل می باشند، بعضی از بسته ها چند انتقالات اضافی را فراهم می کنند که در کاربردهای خاص مفید هستند. دو نمونه از این انتقالات وارون و کوتاه کردن (shear) می باشند.

### «انعکاس (وارون)»

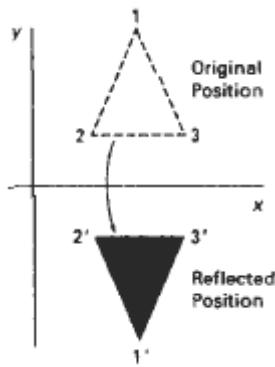
انعکاس انتقالی است که تصویر آینه ای از یک شی را تولید می کند. تصویر آینه برای یک انعکاس دو بعدی از نزدیکی به یک محور انعکاس با چرخش شی به میزان  $180^\circ$  حول محور به وجود می آید. ما می توانیم محورهای وارون را در سطح هموار  $XY$  یا خط قائم به سطح هموار  $XY$ ، انتخاب کنیم. وقتی که محورهای انعکاسی در سطح هموار  $XY$  یک خط باشد، مسیر چرخش حول این محورها در یک سطح خط قائم به سطح هموار  $XY$  است، به علت اینکه محورهای وارون، به سطح هموار  $XY$  قائم هستند، مسیر چرخش در سطح هموار  $XY$  می باشد. در زیر نمونه هایی از چند انعکاسات رایج آورده شده است.

انعکاس حول محور  $y=0$  ، محور  $X$ ها با انتقال ماتریس

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-48)$$

انجام می شود ، این انتقال مقدار  $X$  را یکسان نگه می دارد اما مقادیر مختصات  $y$  را تغییر می دهد . نتیجه ای تعیین موقعیت یک شی بعد از اینکه حول محور  $X$ ها انعکاس یافته است در شکل ۵-۱۶ نشان داده می شود .

شکل ۵-۱۶



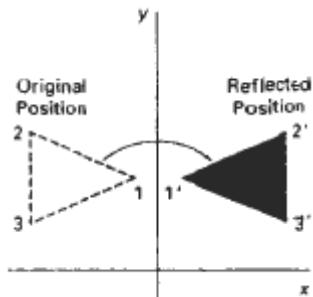
انعکاس یک شی حول محور  $X$ ها

برای مشاهده ای مسیر انتقال چرخش می توانیم در نظر بگیریم که یک شی مسطح خارج از سطح هموار  $XY$  حرکت می کند و به میزان  $180^0$  از میان فضای سه بعدی حول محور  $X$ ها چرخش می کند و به سطح هموار  $XY$  در طرف دیگر محور  $X$ ها بر می گردد .

یک انعکاس حول محور  $Y$ ها مختصات  $X$  را می چرخاند در حالی که مختصات  $Y$ ها را یکسان نگه می دارد . ماتریس این انتقال به صورت زیر است .

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-49)$$

شکل ۵-۱۷



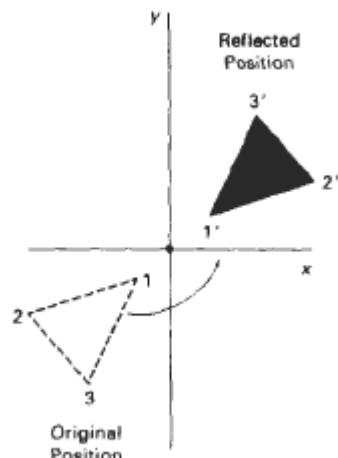
تغییر شکل موقعیت یک شی را نشان می دهد که حول خط  $x=0$  انعکاس داده شده است.

معادل چرش در این مورد  $180^{\circ}$  است که از میان فضای سه بعدی حول محور  $Z$ ها انجام یافته است. مختصات  $X$  و  $Y$  را از یک نقطه با انعکاس مربوط به یک محور را به سطح  $XZ$  عمود است و از میان مبدا مختصات می گذرد می چرخانیم. این انتقال مربوط است به یک انعکاس مربوط به مبدا مختصات که نمایش ماتریس به صورت زیر است .

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-50)$$

یک مثال انعکاس حول مبدا در شکل ۵-۱۸ نشان داده شده است.

شکل ۵-۱۸

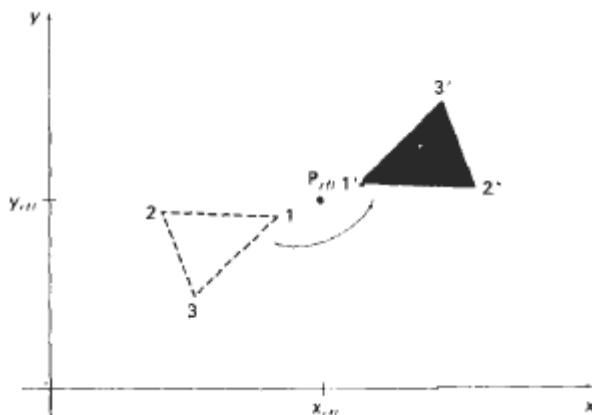


وارون یک شی مربوط به محور قائم به سطح هموار  $ZX$  و عبور آن از میان مبدا مختصات .

وارون ماتریس  $R(\theta)$  با  $\theta = 180^\circ$  است به سادگی شی را در سطح هموار  $XY$  با نیم حرکت انتقالی حول مبدا ، چرخش می دهیم. وارون  $5-50$  می تواند به نقطه  $i$  وارون در سطح  $XY$  (شکل  $5-19$ ) تعمیم داده شود .

این انعکاس مانند یک چرخش  $180^\circ$  در سطح هموار  $XY$  است که از نقطه  $i$  وارون به عنوان نقطه  $i$  محور استفاده می کند.

شکل  $5-19$

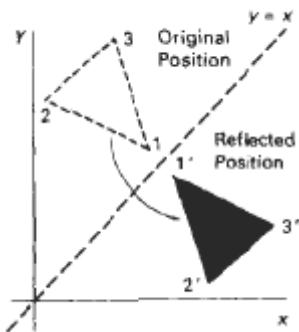


انعکاس یک شی مربوط به محور عمود به سطح هموار  $XY$  و عبور آن از میان نقطه  $i$

اگر محورهای وارون را به عنوان قطر  $X=Y$  انتخاب کنیم ( شکل  $5-20$  ) ماتریس وارون به صورت زیر خواهد بود .

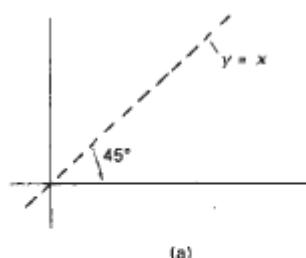
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-51)$$

شکل  $5-20$

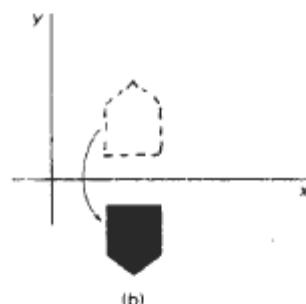


ما می توانیم این ماتریس را به وسیله یک سری از چیزهای مرتب به هم از چرخش و نسبت محورهای ماتریس های وارون به دست آوریم. یک رشته ممکن در شکل ۵-۲۱ نشان داده شده است.

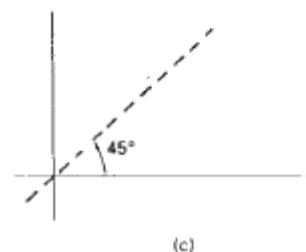
شکل ۵-۲۱



(a)



(b)



(c)

شامل  $a, b, c$  رشته انتقالات برای تولید وارون حول خط  $y=x$

۱) چرخش  $45^0$  در جهت عقربه های ساعت،  $b$ ) وارون حول محور  $x$  ها  $c$ ) چرخش  $45^0$  در خلاف عقربه های ساعت

در اینجا ابتدا یک چرخش در جهت عقربه های ساعت را از میان یک زاویه  $45^0$  انجام می دهیم که خط  $y=x$  را روی محور  $X$  ها چرخش می دهد. سپس یک وارون را با در نظر گرفتن محور  $X$  ها انجام می دهیم. مرحله ای نهایی چرخش خط  $y=x$  به موقعیت اصلی اش با یک چرخش خلاف عقربه های ساعت از میان  $45^0$  است، یک رشتہ معادل از انتقالات ابتدا وارون شی حول محور  $X$  ها است و سپس دوران  $90^0$  خلاف عقربه های ساعت است. برای به دست آوردن انتقال ماتریس برای رشتہ انتقالات :

(۱) چرخش در جهت عقربه های ساعت با  $45^0$

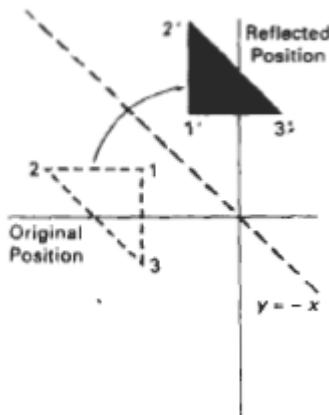
(۲) دوران حول محور  $X$  ها

(۳) چرخش در جهت خلاف عقربه های ساعت با  $45^0$

نتیجه انتقال ماتریس به صورت زیر است :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-52)$$

شکل ۵-۲۲



انعکاس نسبت به  $y = -x$

شکل ۵-۲۲ مبدا و موقعیت نهایی یک شی انتقال یافته با ماتریس وارون را نشان می دهد.

وارون ها حول هر خط  $y=mx+b$  در سطح هموار  $X$  می تواند با یک ترکیب از انتقالات وارون ، چرخش ، انتقال انجام شود. در کل ، ابتدا خط را انتقال می دهیم تا اینکه از وسط مبدا عبور کند. سپس می توانیم خط را روی یکی از محورهای مختصات چرخش دهیم و حول محورها وارون دهیم. سرانجام، خط را با وارون و انتقالات به حالت اولیه بر می گردانیم ، وارون ها را می توانیم با در نظر گرفتن محورهای مختصات یا مبدا مختصات به عنوان میزان انتقالات با میزان انتقالات منفی، کامل کنیم . هم چنین ، اجزای ماتریس وارون می تواند به مقادیر غیر از  $\pm 1$  تنظیم شود. مقادیر بیشتر از ۱ تصویر آینه را دورتر از محورهای وارون انتقال می دهد و مقادیر کمتر از ۱ تصویر آینه را به نزدیکی محورهای وارون می آورد.

## «کوتاه کردن»

انتقالی که شکل یک شی را بد جلوه کند، چنین شکل انتقال یافته مانند شیئی ظاهر می شود که متشكل از لایه های درونی است که باعث شده است روی همدیگر سربخورد *shear* (کوتاه کردن) گفته می شود. دو انتقال کوتاه کردن رایج آن هایی هستند که مقادیر مختصات  $X$  و مقادیر مختصات  $Y$  تغییر می یابند . یک جهت کوتاه کردن  $X$  مربوط به محورهای  $X$  با ماتریس انتقال به وجود می آید که

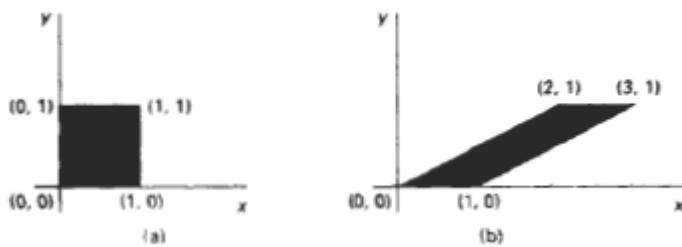
$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-52)$$

موقعیت های مختصات را به صورت زیر انتقال می دهد:

$$x' = x + sh_x \cdot y \quad , \quad y' = y \quad (5-54)$$

به پارامتر کوتاه کردن ،  $sh_x$  می توان هر عدد واقعی را اختصاص داد. موقعیت مختصات  $(y, X)$  با یک مقدار نسبی به فاصله اش ( مقدار  $y$  ) از محور  $X$  ها ( $y=0$ ) به صورت افقی انتقال می یابد. به عنوان مثال تنظیم کردن  $sh_x$  به عدد ۲ مربع را به متوازی الاضلاع در شکل ۵-۲۳ تغییر می دهد.

شکل ۵-۲۳



یک مربع واحد (a) معکوس می شود به یک متوازی الاضلاع (b) با به کار بردن ماتریس کوتاه کردن جهت  $X$  با  $sh_x = 2$ .

مقادیر منفی برای  $sh_x$  ، موقعیت های مختصات را به چپ انتقال می دهد. می توانیم جهت کوتاه کردن مربوط به خطوط دیگر نقطه‌ی عطف را با

$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & -sh_x \cdot y_{ref} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-55)$$

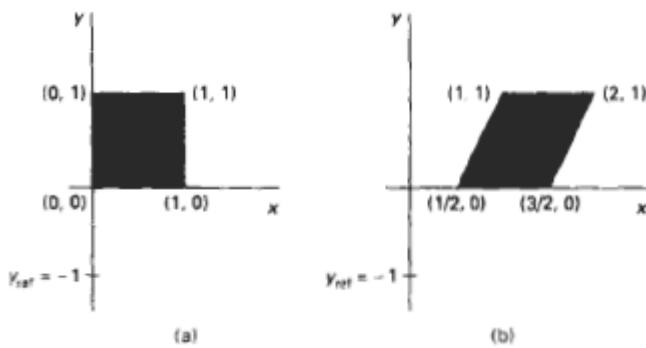
با موقعیت های مختصات انتقال یافته مانند

$$x' = x + sh_x(y - y_{ref}) \quad , \quad y' = y \quad (5-56)$$

به دست آوردیم . یک نمونه این انتقال کوتاه کردن در شکل ۵-۲۴ برای یک پارامتر کوتاه کردن به مقدار  $\frac{1}{2}$

مربوط به خط  $y_{ref} = -1$  داده شده است.

شکل ۵-۲۴



یک مربع واحد (a) به یک متوازی الاضلاع تغییر یافته، انتقال می یابد (b). با  $y_{ref} = -1$  و  $sh_x = \frac{1}{2}$  در ماتریس کوتاه کردن

یک کوتاه کردن جهت  $y$  مربوط به خط  $x = x_{ref}$  با ماتریس انتقال

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ sh_y & 1 & -sh_y \cdot x_{ref} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-57)$$

به دست می آید که موقعیت های مختصات انتقال یافته را بدست می آورد.

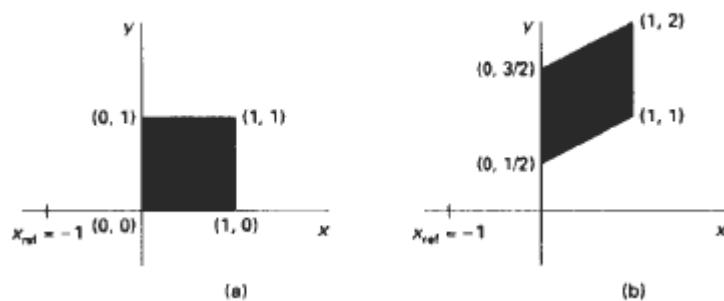
$$x' = x, \quad y' = sh_y(x - x_{ref}) + y \quad (5-58)$$

این انتقال یک موقعیت مختصات را به صورت عمودی با یک مقدار نسبی به فاصله اش از نقطه  $y$  عطف ،

خط  $x = x_{ref}$  انتقال می دهد. شکل ۵-۲۵ معکوس یک مربع را به یک متوازی الاضلاع با

و  $1$  توضیح می دهد.

شکل ۵-۲۵



یک مربع واحد (a) به یک متوازی الاضلاع تغییر یافته، تبدیل می شود (b). با مقادیر پارامتری  $x_{ref} = \frac{1}{2}$  و  $y_{ref} = -1$  درجهت  $\alpha$  با بکار بردن انتقال کوتاه کردن ۵-۵۷.

اعمال کوتاه کردن می تواند به عنوان یک رشته از انتقالات اساسی بیان شود ماتریس جهت  $\alpha$  (۵-۵۳) می تواند به عنوان یک انتقال مرکب نوشته شود که شامل یک سری ماتریس های چرخش و درجه بندی است که مربع واحد شکل ۵-۲۳ را در مسیر قطوش درجه بندی (متجانس) خواهد کرد. بانگهداری طول های اصلی و جهت یابی لبه های موازی با محور  $\alpha$  ها. انتقال اشیا مربوط به خطوط عطف کوتاه کردن معادل انتقالات هستند.

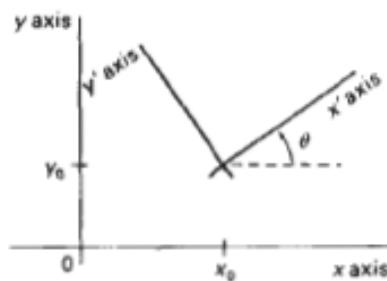
## بخش ۵-۵

### «انتقالات ما بین دستگاه مختصات»

کاربردهای گرافیکی اغلب، انتقال تصویرهای یک شی از دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر را نیاز دارد. بعضی موقع اشیا در قالب های غیر کارتزین (*noncartesian*) توصیف می شوند که مزیت های تقارن را دارد. تصاویر متناسب در این دستگاهها باید بعداً به ابزار کارتزین تبدیل شوند تا نشان داده شوند. بعضی از نمونه های دستگاههای غیر کارتزین دو بعدی، مختصات قوسی بیضی و متقارن هستند. در موارد دیگر ما به انتقال ما بین دو دستگاه کارتزین نیاز داریم. برای کاربردهای طراحی و مدل اشیا اختصاصی ممکن است در مبدأ کارتزین موقعیت خودشان تعریف شوند و مختصات باید به موقعیت اشیایی که در داخل آن همه دستگاه مختصات هست، انتقال داده شود. به عنوان مثال یک برنامه‌ی امکان مدیریت برای منظم

ساختن یک اداره، مبدا مختصات اختصاص برای صندلی‌ها و میزها و اسباب و اثاثیه دیگر دارد که می‌تواند در کف ساختمان گذاشته شود با چندین برابر کردن صندلی‌ها و تکه‌های دیگر در موقعیت‌های مختلف، در کاربردهای دیگر ممکن است بخواهیم مبدا مختصات را برای نمایش دادن یک صحنه دوباره جهت یابی کنیم. ارتباط ما بین دستگاه مبدا کارتزین و بعضی دستگاه‌های رایج غیر کارتزینی در ضمیمه  $A$  داده شده است. در اینجا انتقالات مابین دو چارچوب کارتزین از مبدا را در نظر می‌گیریم. شکل ۵-۲۶ دو دستگاه کارتزین را با مبدا مختصات  $(0,0)$  و  $(x_0, y_0)$  با زاویه  $\theta$  جهت یابی بین محورهای  $x$  و  $x'$  را نشان می‌دهد.

شکل ۵-۲۶



یک دستگاه کارتزین  $x'y'$  در  $(x_0, y_0)$  با جهت یابی  $\theta$  در دستگاه کارتزین  $xy$  قرار داده می‌شود.

جهت انتقال تصویر شکل از مختصات  $xy$  به مختصات  $x'y'$ ، به ایجاد یک انتقال نیاز داریم که محورهای  $x'y'$  را روی محورهای  $xy$  قرار می‌دهد. این عمل در دو مرحله انجام می‌شود:

۱) انتقال تا اینکه مبدا  $(x_0, y_0)$  از دستگاه  $xy$  نقل مکان داده می‌شود.

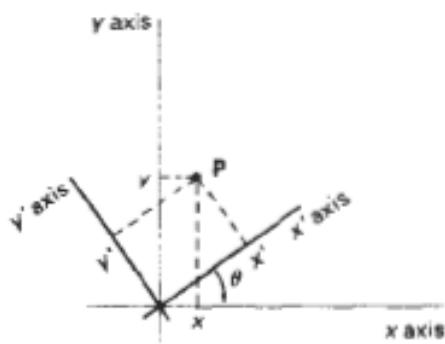
۲) چرخش محور  $x'$  روی محور  $x$  ها

انتقال مبدا مختصات با کاربرد ماتریس بیان می‌شود:

$$T(-x_0, -y_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-59)$$

و جهت یابی دو دستگاه بعد از عمل انتقال مانند شکل ۵-۲۷ ظاهر وارد شد.

شکل ۵-۲۷



موقعیت چارچوبهای مبدأ نشان داده شده در شکل ۵-۲۶ بعد از انتقال مبدأ از دستگاه مختصات  $\underline{xy}$  به مبدأ مختصات  $\underline{x'y'}$

برای منطبق کردن محورهای دو دستگاه روی همدیگر، چرخش در جهت عقربه های ساعت را انجام می

دهیم:

$$T(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -x_0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-60)$$

مرتبه کردن انتقالات این دو ماتریس، ماتریس کاملی را جهت انتقال تصاویر شی از دستگاه مختصات  $\underline{xy}$

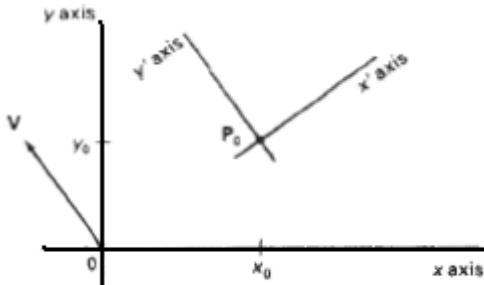
به دستگاه مختصات  $\underline{x'y'}$  می دهد:

$$M_{xy,x'y'} = R(-\theta) \cdot T(-x_0, -y_0) \quad (5-61)$$

یک روش انتقال برای جهت یابی دستگاه دوم برای تعیین بردار  $V$  است که جهت را برای محورهای مثبت

$y'$  نشان می دهد که در شکل ۵-۲۸ نشان داده شده است.

شکل ۵-۲۸



دستگاه کارتزین  $x'y'$  با مبدا در  $P = (x_0, y_0)$  و محورهای  $x'y'$  موازی با بردار  $V$ .

بردار  $V$  به عنوان یک نقطه در مبدا مختصات مربوط به دستگاه  $x'y'$  تعیین می شود. یک بردار واحد در

جهت  $y'$  می تواند به صورت زیر بدست آید :

$$V = \frac{V}{|V|} = (V_x, V_y) \quad (5-61)$$

و بردارهای واحد  $u$  را در طول محورهای  $x'$  با چرخش  $90^\circ$  در جهت عقربه های ساعت به دست می

آوریم :

$$u = (V_y, -V_x) = (u_x, u_y) \quad (5-62)$$

در بخش ۳-۵ اشاره کردیم که اجزای هر ماتریس چرخش می توانند به عنوان اجزای یک سری از بردارهای

واحد *orthogonal*  $xy$  بیان شود. بنابراین ماتریس چرخش یافته  $x'y'$  جهت انطباق با دستگاه  $xy$  می

تواند بصورت زیر نوشته شود :

$$R = \begin{bmatrix} u_x & u_y & 0 \\ V_x & V_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-64)$$

به عنوان مثال در نظر بگیرید که انتقال برای محورهای  $y'$  مانند  $V = (-1, 0)$  ، پس محورهای  $x'$  در

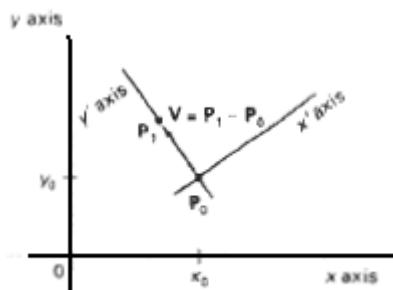
جهت  $y$  مثبت خواهد بود و انتقال چرخش ماتریس به صورت زیر می باشد :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در همین راستا ، می توانیم ماتریس چرخشی را از  $\theta = 90^\circ$  به دست بیاوریم.

در یک کاربرد دو سویه ، ممکن است انتخاب جهت برای بردار  $V$  مربوط به موقعیت  $P_0$  از تعیین کردن آن که مربوط به مبدا مختصات  $xy$  است مناسب باشد ، پس بردارهای واحد  $V$  و  $u$  مانند شکل ۵-۲۹ انتقال داده خواهند شد .

شکل ۵-۲۹



دستگاه کارتزین  $xy$  با دو موقعیت دستگاه مختصات  $P_0$  و  $P_1$  در داخل یک چارچوب مبدا تعریف می شود .

ترکیبات بردار  $V$  به صورت زیر محاسبه می شود :

$$V = \frac{P_1 - P_0}{|P_1 - P_0|} \quad (5-65)$$

و بردار  $u$  قائم به بردار  $V$  که دستگاه کارتزین راست دست را تشکیل می دهد ، به دست می آید .

### تغییر شکل نسبت سلبی (دگرگونی یک پارچه)

یک تغییر شکل متناسب

دگرگونی یکپارچه یک دو وجهی نامیده میشود.

هر کدام از مختصات  $a_{ij}$  و  $b_{lk}$  دگرگون شده ای یک قاعده خطی از مختصات  $x$ ،  $y$  می باشد و پارامترهای  $a_{ij}$  و  $b_{lk}$  مقادیر ثابت معین شده ای توسط نوع دگرگونی هستند. تغییر شکل های یکپارچه دارای خاصیت های کلی هستند که خط های متوازی و نقاط متناهی نسبت به نقاط انتهایی تغییر شکل می دهند.

برگردان، دوران، مقیاس گذاری، انعکاس و شکاف دادن مثال هایی از یک، دو وجهی هستند که همیشه می تواند به عنوان یک ترکیبی از این ۵ مورد تغییر شکل باشد. از دیگر دگرگونی یکپارچه می توان به تبدیل تشریحات متناسب از یک سیستم منبع به دیگری که می تواند به عنوان یک ترکیب برگردان و دوران توصیف شود اشاره نمود. یک دگرگونی یکپارچه که تنها شامل دوران، برگردان و انعکاس می باشد زوایا و طول ها را به اندازه خطوط موازی حفظ می کند. برای این ۳ تغییر شکل، طول ها و زاویه های بین دو خط به همان شکل بعد از دگرگونی باقی می ماند.

### ویژگی های دگرگونی

بسته های نگاره سازی می توانند چنان ساخته شوند که فرامین مجزا برای هر یک از عملیات دگرگونی مبنای همانند موضوع تغییر شکل در یک رویه، در اختیار کاربر قرار می گیرد. یک دگرگونی مرکب، نصب بعدی بوسیله رجوع به ویژگی های فردی در دسته ای مورد نیاز برای توالی دگرگونی می باشد. یک قاعده سازی متنابض، کاربران را مجهز به یک ویژگی دگرگونی واحد می کند که شامل پارامترهایی برای هر یک از دگرگونی های اصلی می باشد. خروجی این ویژگی ماتریس یک تغییر شکل ترکیبی برای مقادیر پارامترهای تعیین شده می باشد. هر دو این عملیات مفید هستند. ویژگی های منفک برای عملیات تغییر شکل ساده مناسب هستند و ویژگی ترکیبی می تواند یک روش مناسب برای تعیین ترتیب های دگرگونی مرکب فراهم نماید.

کتابخانه PHIGS کاربران را مجهز به هر دو عملیات می کند. فرامین انفرادی برای به وجود اوردن ماتریس دگرگونی اصلی عبارتند از:

برگردان (بردار برگردان، برگردان ماتریس)

دوران (ثابت، دوران ماتریس)

مقیاس گذاری (بردار مقیاس، مقیاس بردار)

هر کدام از این ویژگی ها یک ماتریس ۳ به ۳ تولید می کند که می تواند برای تغییر شکل دادن بیان شده متناسب مانند بردارهای پایه هم جنس مورد استفاده قرار گیرد. بردار برگردان پارامتری، یک اشاره گر به جفت فاصله های دگرگونی  $x$ ,  $y$ ,  $t_x$ ,  $t_y$  باشد. بطئ مشابه بردار مقیاس پارامتری جفت مقادیر  $x$ ,  $y$ ,  $s$  را معین می نماید. ماتریس مقیاس گذاری و دوران (برگردان ماتریس و مقیاس ماترسی) به توجه به اصل تناسب تغییر شکل می دهنند.

ماتریس های تغییر شکل که از قبل به ویژگی ها نصب شده اند

[ماتریس تشکیل دهنده (ماتریس ۲، ماتریس ۱، ماتریس خروجی)]

در حاییکه عناصر ماتریس خروجی تشکیل دهنده بوسیله مرحله بعدی تکثیر ماتریس ۲ توسط ماتریس ۱ محاسبه می شوند، به هم مرتبط می سازیم. یک ماتریس تغییر شکل ترکیبی برای اجرای ترکیب و امیزش مقیاس گذاری، دوران و برگردان به ویژگی های زیر به وجود می اید.

ماتریس تغییر شکل تشکیل دهنده ( نقطه مرجع، بردار برگردان، مقادیر ثابت، بردار

مقیاس گذاری، ماتریس)

دوران و مقیاس گذاری به توجه به وضعیت های مناسب معین شده توسط نظر مرجع پارامتر صورت می پذیرد. فرمان برای ترتیب تغییر شکل به ترتیب ۱- مقیاس گذاری ۲- دوران ۳- برگردان با المان ها برای ذخیره سازی دگرگونی مرکب در ماتریس پارامتر در نظر گرفته می شود. ما می توانیم این ویژگی ها را برای تولید یک ماتریس دگرگونی منفرد یا یک ماتریس مرکب برای دو یا سه تغییر شکل (در فرامین تشریحی) بکار ببریم. ما توانستیم یک ماتریس دگرگونی بوسیله تنظیمات بردار مقیاس گذاری = (۱۰)، مقادیر ثابت = (۰) و اختصاص دادن مقادیر متغیر  $x$ ,  $y$  به بردار دگرگونی پارامتر به وجود اوریم. هر یک از مقادیر متناسب توانستند اختصاص داده شوند به نقطه مرجع پارامتر، زمانیکه محاسبات دگرگونی بوسیله این پارامتر وقتی که هیچ گونه مقیاس گذاری یا دوران رخ نداده است ساده می شوند. اما اگر تنها بخواهیم یک ماتریس دگرگونی نصب کنیم، می توانیم ویژگی برگردان به کار برد و سادگی بردار دگرگونی را معین کنیم. یک دوران یا

مقیاس گذاری ماتریس دگرگونی بوسیله تنظیمات بردار دگرگونی (۰۰) و اختصاص دادن مقادیر مناسب به نقطه مرجع پارامترها، مقدار ثابت، و بردار مقیاس گذاری مشخص می شود. برای فراهم کردن یک ماتریس دوران، بردار مقیاس را به (۱۰۱) تنظیم کرده و برای فقط مقیاس گذاری، مقدار ثابت را به (۰۰) تنظیم می کنیم. اگر بخواهیم که با توجه به اصل تناسب دوران یا مقیاس را انجام دهیم برای نصب ماتریس قابل استفاده یه در دوران و یا در ویژگی مقیاس گذاری ساده تر خواهد شد.

زمانیکه ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده همیشه توالی دگرگونی را به ترتیب ۱- مقیاس ۲- دوران ۳- برگردان تنظیم می کند، ویژگی زیر برای تعیین دیگر ترتیب ها فراهم می شود.

ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده (ماتریس داخلی، نقطه مرجع، بردار برگردان، مقدار ثابت، بردار مقیاس گذاری، ماتریس خروجی)

می توانیم این ویژگی را در ترکیب با ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده و یا با هر یک از دیگر ویژگی های ساختمانی ماتریس برای تشکیل هر نوع ترتیب دگرگونی بکار ببریم. برای مثال ما توانستیم یک ماتریس مقیاس گذاری را حول یک نقطه ثابت با ویژگی های ماتریس دگرگونی ساختمانی نصب کنیم و سپس ویژگی ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده را برای بهم پیوستن این ماتریس مقیاس با یک دوران حول یک نقطه محور مشخص بکار ببریم. سپس توالی تشکیل دوران- مقیاس در ماتریس خروجی ذخیره می شود.

بعد از انکه یک ماتریس دگرگوتی نصب کردیم، ما توانستیم ماتریس را برای وضعیت های مناسب منفرد یک موضوع با ویژگی های (نقطه داخلی، ماتریس، نقطه خروجی)

در جاییکه (نقطه درونی پارامتر وضعیت متناسب  $\times$  اولی نقطه یک موضوع را می دهد، و نقطه خروجی پارامتر شامل تناسبات دگرگونی متناظر می باشد. ویژگی های اضافی، که در بخش ۷ راجع به ان بحث شد، برای اجرای مدل دادن دگرگونی های ۲ وجهی در دسترس می باشد.

۲۰۹

متدهای تصویری برای تغییر شکل

قابلیت ویژه سیستم‌های تصویری به یک متدهنگاری برای موضوعات تغییر شکل اشاره می‌کند. سیستم‌های تصویری اطلاعات عکس را همانند الگوهای پیکسل در میانگیر چهارچوب ذخیره می‌کنند. بنابراین برخی دگرگونی‌های ساده می‌توانند بوسیله حرکت دادن ارایش مستطیلی مقادیر پیکسل ذخیره شده از یک محل به محل دیگر در داخل میانگیر چهارچوب سریعتر انجام پذیرند. تعداد کمی از عملیات حساب مورد نیاز می‌باشد بنابراین دگرگونی‌های پیکسل بطور خاصی مؤثر خواهد بود.

ویژگی‌های تصویر که ارایش پیکسل مستطیلی را انجام می‌دهند کاملاً مربوط به عملیات تصویر هستند. حرکت دادن چند دسته از پیکسل‌ها از یک محل به محل دیگر انتقال دسته‌ای مقادیر پیکسل نامیده می‌شود. در یک سیستم دو سطحی، این عملیات Blt (انتقال تکه بلوك) نامیده می‌شوند، بخصوص زمانیکه سخت افزار تکمیل شده ویژگی ان باشد. اصطلاح bit Blt گاهاً برای انتقال دسته‌ای در سیستم‌های چند سطحی (چندین تکه در هر پیکسل) بکار می‌رود.

شكل ۳-۵ برگردان انجام شده را همانند انتقال یک دسته از محل تصویر را نشان می‌دهد. تمامی تنظیمات تکه در ناحیه مستطیلی نشان داده شده همانند یک دسته در دیگر قسمت تصویر نسخه برداری می‌شوند. ما این برگردان را بوسیله اولین شدت پیکسل از محل مستطیلی مشخص یک تصویر در یک آرایش انجام می‌دهیم و سپس از آن آرایش نسخه برداری کرده و به داخل تصویر در ناحیه جدید برمی‌گردانیم. موضوع اصلی می‌توانست پاک شود بوسیله پر کردن ناحیه مستطیلی آن در کثرت پشت زمینه. (ظاهر سازی موضوع دیگر موضوعات نخواهد پوشاند)

ویژگی‌های تصویر نوعی که اغلب در پکیج‌های گرافیکی ارائه می‌شوند عبارتند از:

- کپی - انتقال یک دسته پیکسل از یک ناحیه تصویر به ناحیه ای دیگر.
- خواندن - ذخیره کردن یک دسته پیکسل در یک آرایش معین شده.
- نوشت - انتقال یک آرایش پیکسلی به وضعیتی در میانگیر چهارچوب.

برخی از اجرائیات تنظیماتی برای ترکیب کردن مقادیر پیکسل فراهم می‌کند. در سبک جابجایی، مقادیر پیکسل به سادگی به وضعیت‌های مقصد انتقال داده می‌شوند. دیگر تنظیمات برای ترکیب مقادیر پیکسل شامل بولین (exclusive or, or, and) و عملیات حساب دودوئی می‌باشند. با سبک exclusive or دو نسخه متوالی از یک دسته به همان ناحیه تصویر، مقادیری که بطور کلی در آن ناحیه ارائه شده بودند را به حالت اول برمی‌گرداند. این فن برای انتقال یک موضوع در سراسر یک صفحه بدون برهم زدن پشت زمینه بکار می‌رود.

دیگر خصیصه برای تنظیم مقادیر پیکسل ترکیب کردن پیکسل های منبع با یک ماسک مشخص می باشد. این کار اجازه می دهد تا تنها وضعیت های انتخاب شده در داخل یک دسته انتقال داده شوند و یا بوسیله الگوهای تعریف شده در ماسک سایه دار شوند.

شکل ۵-۳۱ ← دوران یک آرایش از مقادیر پیکسل، جهت آرایش اصلی در (a) نشان داده می شود، جهت آرایش بعد از یک دوران ۹۰ درجه ای خلاف عقربه های ساعت در (b) نشان داده می شود و جهت آرایش بعد از یک دوران ۱۸۰ درجه ای در (c) نمایش داده می شود.

## ۲۱۰

صحنه های گرافیکی می توانند شامل انواع موضوعات مختلف باشد که از این قبیل می توان به: درختان، گلهای، ابرها، صخره ها، آب، آجر، قاب سازی چوبی، لاستیک، کاغذ، سنگ مرمر، فولاد، پلاستیک و پارچه اشاره نمود. بنابراین تعجب آور نخواهد بود که روشی که ما می توانیم از آن برای توصیف موضوعاتی که تمامی ویژگی های این مواد مختلف را شامل خواهد بود، استفاده کرد و برای تولید نمایش های واقعی صحنه، به استفاده از تمثال ها که بطور دقیق ویژگی های موضوع را طراحی می کند، نیاز داریم.

سطح چند ضلعی و چهارتایی بخش های مختصراً را برای موضوعات اقلیدسی ساده مانند چند وجهی ها و بیضی ها فراهم می کند. سطوح چند تکه و تکنیک های ساختاری برای طراحی دو بال هواییما، دندنه ها؛ و دیگر ساختارهای موتوری با سطوح منحنی مفید می باشند. متدهای روندی مانند ترکیب های منحنی وار و سیستم های ذره ای، به ما این امکان را می دهد تمثال های دقیق برای ابرها، خوش های گیاه، و دیگر موضوعات طبیعی ایجاد کنیم. روش های مدلسازی بر مبنای قواعد فیزیک با استفاده از سیستم های نیروهای متقابل می توانند قابل استفاده برای توصیف رفتارهای نرم تکه ای از پارچه یا یک ذره از ژله باشد. رمز گذاریها : برای نمایش ویژگیهای درونی موضوعات مانند آنهایی که از تصاویرات پزشکی بدست می آید استفاده می شوند و نمایش های خطوط سطح، ارائه حجم، و دیگر تکنیکهای تجسم فکری برای مجموعه های گسسته سه بعدی جهت بدست آوردن تمثال بصری داده ها بکار برده می شود.

طرحهای تمثالی برای موضوعات جامد اغلب به دو دسته عریض تقسیم می شود، گرچه تمامی تمثال تمام و کمال درون یک یا جدا از این دو دسته قرار نمی گیرند. تمثال های مرزی (B - reps) یک موضوع سه بعدی را به عنوان یک مجموعه از سطوحی که موضوع دور از مرز را از محیط جدا می سازد بیان می

کنندمثالهای نوعی از تمثالهای مرزی برای بیان خصوصیات دور از مرز بوسیله جز بندی کردن محیط فاصله ای که یک موضوع را در یک مجموعه از جامدات (معمولًا مکعب) کوچک، غیر پوششی و مجاور به هم متصل می‌کند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک شرح ساده از جزبندی فاصله برای یک موضوع سه بعدی یک تمثال درختی است. در این بخش ما ویژگیهای طرحهای تمثال مختلف را ملاحظه خواهیم کرد و اینکه چگونه در کاربردها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

#### سطح چند ضلعی :

raig ترین تمثال مرزی برای یک موضوع گرافیکی سه بعدی، مجموعه‌ای از چند ضلعی‌های سطحی است که موضوع دور از مرز را حصار کشی می‌کند. خیلی از سیستمهای گرافیکی که شرحهای تمام موضوعات را عنوان مجموعه‌های چند ضلعی سطحی ذخیره می‌کند. این کار (رندر) یا ارائه سطح و نمایش تصاویر را مختصر کرده و سرعت آن‌ها را بالا می‌برد زمانیکه تمامی سطوح به همراه معادلات خطی توضیح داده شوند.

۲۱۱ ص

شکل ۳۲-۵

دوران یک تصویر برای یک دسته مستطیلی از پیکسلها بوسیله نقشه برداری محلهای پیکسل مقصد روی دسته دوران داده شده تکمیل می‌شود.

دورانها در افزایش ۹۰ درجه ای به سادگی با انتقال دسته ای تکمیل می شوند. ما می توانیم یک موضوع را در زاویه ۹۰ درجه خلاف عقربه های ساعت بوسیله برگرداندن مقادیر پیکسل در هر ردیف از آرایش دوران داده و سپس ردیف ها و ستونها را تغییر می دهیم . یک دوران ۱۸۰ درجه ای بوسیله برگرداندن ترتیب المانها در هر ردیف از آرایش فراهم شده و سپس ترتیب ردیفها برگردانده می شود. شکل ۳۱-۵ نشان می دهد که بکار بری آرایش برای دوران یک دسته پیکسل در زوایای ۹۰ درجه و ۱۸۰ درجه لازم می باشد.

برای دوران های آرایش که از انواع ۹۰ درجه ای نمی باشند باید محاسبات بیشتری انجام دهیم . اقدام کلی در شکل ۳۲-۵ نمایش داده می شود . هر یک از ناحیه های پیکسل مقصد نقشه برداری شده بر روی آرایش دوران می باشد و مقدار پوشیده شده با نواحی پیکسل دوران داده شده محاسبه می شود. یک مقدار شدت برای پیکسل مقصد بعدا بوسیله میانگین گرفتن از شدت‌های پیکسلهای منبع پوشیده شده محاسبه می شوند. که توسط مقدار درصدی از پوشش نواحی می شود.

مقیاس گذاری تصویر یک دسته از پیکسلها مشابه نقشه برداری آرایش سلولی ، بحث شده در بخش ۳-۱۳ می باشد. نواحی پیکسلی را در دسته اصلی مقیاس گذاری می کنیم در حالیکه مقادیر معین برای  $S_x$  ,  $S_y$  را بکار می بریم و مستطیل مقیاس گذاری شده را بر روی یک گروه از پیکسل های مقصد نقشه برداری می کنیم. شدت هر یک از پیکسلهای مقصد بعدا مطابق ناحیه پوشش آن با نواحی پیکسل مقیاس گذاری شده تعیین می شود.

شکل ۳۳-۵ : نقشه برداری نواحی پیکسلی مقصد بر روی یک ناحیه مقیاس گذاری شده از مقادیر پیکسل .

$$\text{عوامل مقیاس گذاری} \quad S_x = S_y = 0/5 \quad (\text{مرتبه نقطه ثابت } X_1, Y_1 \text{ به کار برده می شود})$$

۲۱۲ ص

خلاصه

تغییر شکلهای هندسی اصلی ، برگرداندن ، دوران و مقیاس گذاری می باشند. بر گرداندن یک موضوع را در مسیر یک خط مستقیم از یک وضعیت به وضعیتی دیگر در یک مسیر دور دور یک نقطه محور شخص (نقطه دوران) حرکت می دهد . مقیاس گذاری ابعاد یک موضوع را نسبت به یک نقطه ثابت معین تغییر می دهد.

ما می توانیم دگرگونی های هندسی دو وجهی را عنوان عملیات ماتریس ۳ به ۳ بیان کنیم تا اینکه توالی دگرگونی ها درون یک ماتریس مرکب منفرد به هم بپیوندند.

این یک قاعده موثر است وقتیکه به ما امکان کاهش محاسبات بوسیله به کار بردن ماتریس مرکب از وضعیتهای متناسب ابتدائی یک موضوع جهت بدست آوردن حالتها تغییر یافته نهایی را می دهد و برای انجام این کار همچنین نیاز به بیان کردن وضعیتهای متناسب دو وجهی عنوان ماترسهایی که دارای ستون یا ردیف ۳ عنصری است ، داریم . ما یک نمونه ستون ماتریس را برای نقاط متناسب انتخاب می کنیم چون این یک همایی ریاضی استاندارد بوده و خیلی از بسته های گرافیکی نیز از آن تبعیت می کنند . برای تغییر شکلهای دو وجهی نقاط متناسب با مختصات هم جنس سه وجهی همراه تناسب (متقارن) سوم که به مقدار یک معین شده بیان می شوند.

دگرگونی های مرکب به عنوان افزایش های هر ترکیبی از برگردان ، دوران و مقیاس گذاری ماتریسها شکل پیدا می کند. ما می توانیم ترکیبهای دوران و برگردان را برای کاربردهای اینمیشن را استفاده کنیم و ترکیب دوران و مقیاس را برای مقیاس گذاری موضوعات در هر جهت مشخصی به کار بریم.بطور کلی افزایشات ماتریس جابجایی پذیر نمی باشند.برای مثال اگر ترتیب دستور برگردان - دوران را تغییر دهیم نتایج متفاوتی بدست خواهیم آورد. ترتیب یک دگرگونی که تنها شامل برگردانها و دورانها می باشد یک دگرگونی یکپارچه خواهد بود وقتیکه زوایا و فواصل تغییر داده نشده باشند . همچنین ماتریس فرعی گوشه چپ بالا از یک دگرگونی یکپارچه یک ماتریس قائم می باشد.بنابراین ماتریس های دوران می تواند بوسیله تنظیمات ماتریس فرعی ۲ به ۲ گوشه چپ بالا بطور یکسان با المانهای بردارهای واحد دو قائمی شکل پذیرد. محاسبات در دگرگونی های دورانی می تواند بوسیله بکار بردن تشابهات برای ویژگیهای سینوس و کسینوس در زمانیکه زاویه دوران کوچک است کاهش یابد.متجاوز بر مراحل دورانی زیاد اشتباهات مشابه می تواند برای مقدار قابل توجهی انباشته شود.

دیگر دگرگونی ها شامل انعکاس ها و برشها می باشند.انعکاسها دگرگونی هایی هستند که یک موضوع را ۱۸۰ درجه دور یک محور انعکاس دوران می دهند .این جریان یک تصویر آینه ای از موضوع با توجه به آن محور ایجاد می کند .زمانیکه محور انعکاس عمود بر سطح XY باشد انعکاس به عنوان یک دوران در سطح XY بدست می آید .وقتیکه محور انعکاس در سطح XY باشد،انعکاس به عنوان دوران در یک سطحی که عمود بر سطح XY می باشد بدست می آید.دگرگونی های برش شکل یک موضوع را بوسیله تغییر مقادیر

متناسب  $X$  یا  $U$  با استفاده از مقدار متناسب نسبت به فاصله هماهنگ از یک خط مرجع شکاف خمیده می‌کند.

دگرگونیها بین سیستمهای متناسب نظریه دکارت بوسیله یک توالی دگرگونیهای برگردان – دوران تکمیل می‌شوند. یک روش برای مشخص کردن یک چهارچوب مرجع متناسب دادن وضعیت اصل تناسب جدید و جهت محور جدید  $U$  می‌باشد. جهت محور جدید  $X$  بنا بوسیله دوران  $90^\circ$

درجه ای ساعتگرد بردار جهت  $U$  بدست می‌آید. توضیحات متناسب موضوعات در چهارچوب

مرجع قدیمی به مرجع جدید انتقال داده می‌شود بوسیله ماتریس تغییر شکلی که بر روی محور متناسب جدید روی محور متناسب قدیمی اضافه می‌شود. این ماتریس دگرگونی بعنوان سلسله برگردانی که اصل جدید را به اصل تناسب قدیمی انتقال داده و دورانی که دو مجموعه از محورها را تنظیم می‌کند، محاسبه می‌شود. ماتریس دوران از بردارهای واحد در جهتهای  $X$ ,  $U$  برای سیستم جدید بدست می‌آید.

## ۲۱۳ ص

دگرگونی‌های هندسی دو بعدی دگرگونی‌های مرتبط می‌باشند. این یعنی اینکه آنها می‌توانند بعنوان یک ویژگی خطی از تناسبات  $X$ ,  $U$  بیان شوند. دگرگونی‌های مرتبط خطوط موازی را به خطوط موازی و نقاط متناهی انتقال می‌دهند. دگرگونی‌های هندسی که شامل مقیاس گذاری یا شکاف نمی‌باشند زوایا و خطوط را نیز حفظ می‌کنند.

ویزگی‌های دگرگونی در بسته‌های گرافیکی تنها برای برگرداندن، دوران و مقیاس گذاری فراهم می‌شوند. این ویژگیها شامل رویه انفرادی برای خلق ماتریس برگردان، دوران و یا ماتریس مقیاس گذاری و ویژگیهایی برای بوجود آوردن پارامترهای داده شده یک ماتریس ترکیبی برای ترتیب یک دگرگونی می‌باشد.

دگرگونی تصویری سریع می تواند بوسیله انتقال دسته های پیکسل ها انجام شود. این عمل از محاسبه کردن تنشابات دگرگون شده برای یک موضوع و بکار گیری بررسی و تبدیل جریانات عادی برای نشان دادن موضوع در وضعیت جدید اجتناب می کند. ۳ عمل تصویری عادی

BitsPuBits) نسخه برداری، خواندن و نوشتن می باشند. زمانیکه یک دسته از پیکسل ها به یک وضعیت جدید در میانگیر چهار چوب انتقال داده می شود، ما به سادگی می توانیم مقادیر پیکسلی قدیمی را جایگزین کنیم یا می توانیم مقادیر پیکسل را در حالیکه عملیات حباب یا بولین را بکار می گیریم به هم پیوند دهیم برگردانهای تصویری بوسیله نسخه برداری از یک دسته پیکسل به یک محل جدید در میانگیر چهار چوب انجام می گیرد. دورانهای تصویری در مضرب ۹۰ درجه بوسیله اداره کگردن وضعیتهای ستونی و ردیفی از مقادیر پیکسل در یک دسته بدست می آید. دیگر دورانها بوسیله اولین نقشه گذاری نواحی پیکسلی دوران داده شده بر روی وضعیتهای مقصد در میانگیر چهار چوب اجرا شده، سپس نواحی پوشش محاسبه محاسبه می شود. مقیاس گذاری در دگرگونیهای تصویر نیز بوسیله نقشه گذاری نواحی پیکسلی تغییر شکل یافته به وضعیتهای مقصد میانگیر چهار چوب تکمیل می شود.

## تمارین

۱-۵ ← برنامه ای بنویسید که بطور مداوم یک موضوع را حول نقطه یک محور دوران دهد. زوایایی کوچک مورد استفاده برای هر دوران متوالی می باشد و تشابهات به ویژگیهای سینوس و کسینوس قابل استفاده برای افزایش سرعت محاسبه می باشد زاویه دوران برای هر مرحله چنان انتخاب شوند که موضوع یک چرخش کامل در کمتر از ۳۰ ثانیه انجام دهد. برای اجتناب از انباشتگی اشتباها متناسب، مقادیر متناسب اصلی را برای موضوع در شروع هر چرخش جدید بازسازی نمایید.

۲-۵ ← نشان دهید که ترکیب ۲ دوران افزاینده است (بوسیله به هم وصل کردن نماینده های ماتریس برای  $R(\theta_1)$  و  $R(\theta_2)$ ) برای بدست آوردن  $R(\theta_1 + \theta_2) = R(\theta_1) * R(\theta_2)$

← ۵-۳ یک مجموعه از رویه ای را بنویسید که ماتریس دگرگونی تشکیل دهنده و ویژگیهای ماتریس دگرگونی سازنده را برای ایجاد یک ماتریس دگرگونی مرکب برای هر مجموعه از پارامترهای دگرگونی ورودی را اجرا نماید.

۵-۴=> برنامه ای بنویسید که هر ترتیب مشخص شده ای از دگرگونی ها را برای یک موضوع نمایش داده شده بکار گیرد. برنامه چنان طراحی شود که یک کاربر توالی دگرگونی و پارامترهای پیوسته را از منوی نمایش داده شده و دگرگونی های مرکب که بعدا محاسبه خواهند شد و برای انتقال موضوع مورد استفاده قرار می گیرد انتخاب کند.

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

10

[www.spnuac.org](http://www.spnuac.org)

تناسباتی را برای یک  $n$  بوسیله آرایش  $m$  از رؤس می دهد، ایجاد می کند. شکل ۷-۲۰، ۲۰ رأس را در حالیکه یک شبکه از ۱۲ چند ضلعی را شکل می دهد، نشان می دهد.

شکل ۷-۱۰ ← یک شبکه چند ضلعی که شامل ۱۲ ر شکل یافته از یک ۵ بوسیله ۴ آرایش رأس داخلی می باشد. زمانیکه چند ضلعی ها به همراه بیشتر از ۳ رأس مشخص می شوند، ممکن است که همه رؤس در یک سطح قرار نگیرند. این می تواند ناشی از اشتباها عددي یا اشتباها در وضعیت مناسب انتخاب کردن برای رؤس باشد. یک روش برای ایجاد کردن این وضعیت، به سادگی تقسیم کردن چند ضلعی به مثلث ها می باشد. روشی دیگر که بعضی وقتها مورد استفاده قرار می گیرد نزدیک کردن پارامتر های A,B,C سطح می باشد. ما می توانیم این کار را با روش های میانگین گرفتن انجام دهیم یا می توانیم چند ضلعی را روی سطوح مناسب طرح ریزی کنیم. در حالیکه از روش طرح ریزی استفاده می کنیم، نقطه A را همزمان به ناحیه طرح ریزی چند ضلعی روی سطح  $y_z$ ، B را همزمان به ناحیه طرح ریزی روی سطح  $x_z$  و C را همزمان به ناحیه طرح ریزی روی سطح  $xy$  انتقال می دهیم. سیستم های گرافیکی با کیفیت بالا بطور کلی موضوعات را با شبکه های چند ضلعی و نصب یک دیتا بیس (پایگاه اطلاعاتی) هندسی و اطلاعات صفات برای سهل نمودن پردازش سطوح کوچک چند ضلعی، مدلسازی می کند. ارائه های چند ضلعی در سخت افزارها شریع شده درون چنین سیستم هایی به همراه توانایی برای نمایش صدها هزار برای یک میلیون یا چند ضلعی های سایه گذاری شده بیشتری در هر ثانیه (عموماً مثلثها) به هم می پیونددن، در حالیکه شامل کاربرد بافتھای سطح و افکت های نوری خاص می باشد.

نمایش خط منحنی سه بعدی و سطوح آن می تواند از یک مجموعه داخلی از ویژگی های ریاضی که موضوعات یا شکل یک مجموعه از نقاط داده های مشخص شده در توسط کاربر را تعریف می کند، ایجاد نماید. زمانیکه ویژگی ها مشخص گردند، یک بسته می تواند معادلات تعیین کننده را برای یک منحنی جهت نمایش سطح و طرح ریزی وضعیتها پیکسل در طول مسیر ویژگیهای طرح ریزی شده ارائه نماید. برای سطوح، توضیح یک ویژگی اغلب شبکه بندی شده ایجاد یک تشابه چند ضلعی شبکه ای به سطح می باشد. عموماً، این کار با تکه های چند ضلعی مثلثی شکل برای اطمینان از اینکه همه رؤس هر چند ضلعی در یک سطح قرار گرفته است صورت می پذیرد. ر های مشخص شده با چهار رأس یا رؤس بیشتر می باشند ممکن است دارای تمام رؤس در یک سطح منفرد نباشد. مثالهایی از نمایش سطوح ایجاد شده از توضیحات اساسی شامل چهارتایی ها یا بیشتر از چهارتایی می باشند.

وقتیکه یک مجموعه از نقاط مناسب جدا از هم برای مشخص کردن شکل یک موضوع مورد استفاده قرار می گیرد، توضیحات اساسی بدست می آید که بهترین تناسبات نقاط طراحی شده مطابق محدودیت های کاربرد می باشند.

تمثالت‌های نوار باریک مثالهایی از این طبقه منحنی‌ها و سطوح می‌باشد. این روشها بطور معمول جهت طراحی شکل‌های موضوع جدید، رقمی کردن ترسیمات و تعریع مسیرهای حرکت مورد استفاده قرار می‌گیرند. روش‌های متناسب کردن منحنی نیز جهت نمایش گرافهای مقادیر داده‌ها بوسیله متناسب کردن ویژگی‌های منحنی مشخص شده برای مجموعه داده‌های جدا از هم مورد استفاده قرار می‌گیرد در حالیکه تکنیکهای بازگشتی مانند روش کاهش میدان مورد کاربرد است. معادلات منحنی و سطح می‌تواند یا در یک فرم پارامتریک و یا در یک فرم غیر پارامتریک بیان گردد. دنباله A یک خلاصه‌ای را ارائه داده و معادلات پارامتریک و غیر پارامتریک را مقایسه می‌کند. تمثالت‌های پارامتریک بطور کلی بسیار آسان‌تر هستند.

۱۰-۳ → یک سطوح چهارتایی استفاده متنابض طبقه بندی از موضوعات سطوح چهارتایی هستند که با معادلات درجه دوم (چهارتایی‌ها) مورد بحث قرار می‌گیرند آنها شامل کره‌ها، بیضی‌ها،

### ۳۱۰ ص

مخروط‌ها و اجرام غیر طبیعی می‌باشند. سطوح چهارتایی، بویژه کره‌ها و بیضی‌ها المانهای عادی از صحنه‌های گرافیکی هستند و آنها اغلب در بسته‌های گرافیکی بعنوان شکل‌های بدoui در دسترس هستند که موضوعات خیلی پیچیده می‌تواند ساخته شود.

"کره"

در تنشیات دکارتی یک سطح کروی با شعاع  $r$  که روی اصل تناسب مرکز شده، بعنوان مجموعه نقاط  $(x,y,z)$  تعریف می‌شود که معادله زیر را نتیجه می‌دهد:

$$(10-7) \quad x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

ما همچنین می‌توانیم سطح کروی را در فرم پارامتریک، در حالیکه زوایای عرض و طول را به کار می‌بریم، توصیف نمائیم (شکل ۱۰-۸)

$$\begin{aligned} x &= r \cos \Phi \cos \theta, & -\pi/2 \leq \Phi \leq \pi/2 \\ y &= r \cos \Phi \sin \theta, & -\pi \leq \theta \leq \pi \\ z &= r \sin \theta \end{aligned}$$

شکل (۱۰-۸) موقعیت متناسب پارامتریک  $(r, \theta, \Phi)$  روی سطح یک کره با شعاع  $r$

تمثال پارامتریک در معادله ۱۰-۸ حدود متناسبی را برای پارامترهای زاویه ای  $\Phi$ ,  $\theta$ ,  $r$  فراهم می آورد. ما می توانیم معادلات پارامتریک را در حالیکه تناسبات کروی استاندارد را بکار می بریم، جائیکه زاویه  $\Phi$  بعنوان گردنه تعیین می شود، متنابباً بنویسیم. (شکل ۱۰-۹)

پس  $\Phi$  روی مبنای  $\pi \leq \Phi \leq 0$  تعریف می شود و  $\theta$  اغلب در مبنای  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  قرار می گیرد. ما همچنین می توانیم تمثال را نصب کنیم در حالیکه پارامترهای تعریف شده  $v, u$  را روی مبنای  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  با بوسیله تعویض  $\pi = \pi - \theta$  و  $v = u$  بکار ببریم.

شکل ۱۰-۹  $\leftarrow$  پارامترهای تناسب کروی  $(r, \theta, \Phi)$ , با استفاده از گردنه برای زاویه  $\Phi$  "بیضی"

یک سطح بیضوی می تواند بعنوان کششی از یک سطح کروی مشخص گردد جائیکه شعاع در سه جهت استوانه دو سر می تواند مقادیر مختلف را دارا باشد (شکل ۱۰-۱۰) تمثال دکارتی برای نقاط روی سطح یک سطح بیضی متمرکز شده روی مرکز عبارت است از:

$$(x/r_x)^2 + (y/r_y)^2 + (z/r_z)^2 = 1$$

و یک تمثال پارامتریک برای بیضی در عبارت های زاویه  $\Phi$  عرضی و زاویه  $\theta$  طولی در شکل ۱۰-۸ به شرح ذیل است:

$$\begin{aligned} x &= r_x \cos \Phi \cos \theta, & -\pi/2 \leq \Phi \leq \pi/2 \\ y &= r_y \cos \Phi \sin \theta, & -\pi \leq \theta \leq \pi \\ z &= r_z \sin \theta \end{aligned}$$

شکل ۱۰-۱۰  $\leftarrow$  یک بیضی با شعاع  $r_x, r_y, r_z$ , متمرکز شده روی اصل تناسب طبق  $\leftarrow$  یک طبق یک موضوع حلقوی شکل است، همانطور که در شکل ۱۰-۱۱ نشان داده شده است که می تواند بوسیله دوران دادن یک دایره یا دیگر شکل های مخروطی حول یک محور مشخص، ایجاد شود. تمثال دکارتی  $\leftarrow$  صفحه ۳۱۲

$$[r - \sqrt{((x/r_x)^2 + (y/r_y)^2)}]^2 + (z/r_z)^2 = 1$$

جائیکه می تواند هر مقدار متعادلی باشد. تمثال پارامتریک برای یک طبق شبیه به آنانی است که برای یک بیضی بود. بجز آن زاویه  $\Phi$  که متتجاوز به  $360^\circ$  درجه توسعه می پذیرد. در حالیکه طول و عرض زاویه های  $\Phi$  و  $\theta$  را بکار می بریم، می توانیم سطح طبق را بعنوان مجموعه ای از نقاطی که نتیجه زیر را می دهد، تعریف کنیم؛

$$\begin{aligned} x &= r_x (r + \cos \Phi) \cos \theta, & -\pi \leq \Phi \leq \pi \\ y &= r_y (r + \cos \Phi) \sin \theta, & -\pi \leq \theta \leq \pi \\ z &= r_z \sin \Phi \end{aligned}$$

شکل ۱۰-۱۱ ← یک طبق با یک بخش افقی دوار متمرکز شده روی اصل تناسب  
۱۰-۴

"فرا چهارتایی ها"

این طبقه از موضوعات یک عمومیت از تمثال های چهارتایی است. فرا چهارتایی ها بوسیله تلفیق پارامترهای اضافی شده در معادلات چهارتایی جهت فراهم اوردن انعطاف پذیری افزایش یافته برای تنظیم شکل های موضوع، شکل می پذیرند. تعداد پارامترهای اضافی استفاده شده برابر با جهت موضوع می باشد: یک پارامتر برای منحنی ها و دو پارامتر برای سطوح می باشد.

"فرا بیضی"

ما یک تمثال دکارتی برای یک فرا بیضی از معادله متناظر برای یک بیضی بوسیله پذیرفتن توان روی عبارت های جهت متغیر بودر بدست می آوریم یک راه برای انجام این، نوشتن معادله فرا بیضی دکارتی در شکل زیر می باشد

$$(x/r_x)^{2/s} + (y/r_y)^{2/s} = 1$$

ص ۳۱۲

جائیکه پارامتر  $s$  می تواند بعنوان هر رقم واقعی مقرر شود. زمانیکه  $s = 1$  ، ما یک بیضی عادی بدست خواهیم آورد.

معادلات پارامتریک متناظر برای فرا بیضی های معادله ۱۰-۱۳ می تواند به شکل زیر بیان شود:

$$x = r_x \cos^s \theta, \quad -\pi \leq \Phi \leq \pi$$

$$y = r_y \sin^s \theta,$$

شکل ۱۰-۱۲ نشان می دهد که شکل های فرا دایره ای که می توانند با استفاده از مقادیر متفاوت برای پارامتر  $s$  ایجاد شوند.

فرا بیضی  $\leftarrow$  یک تمثیل دکارتی برای یک فرا بیضی از معادله ای برای یک بیضی بوسیله ترکیب دو پارامتر تعریف شده بدست می آید.

$$[(x/r_x)^{2/s_2} + (y/r_y)^{2/s_2}]^{s_2/s_1} + (z/r_z)^{z/s_1} = 1$$

برای  $s_1=s_2=1$  ، ما یک بیضی عادی خواهیم داشت.

پس ما می توانیم تمثیل پارامتریک متناظر برای فرا بیضی معادله ۱۰-۱۵ به شرح ذیل بنویسیم

$$x = r_x \cos^{s_1} \Phi \cos^{s_2} \theta, \quad -\pi/2 \leq \Phi \leq \pi/2$$

$$y = r_y \cos^{s_1} \Phi \sin^{s_2} \theta, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$$

$$z = r_z \sin^{s_1} \Phi$$

شکل ۱۰-۱۳ شکل های فرا دایره ای را که می تواند با استفاده از مقادیر مختلف برای پارامتر های  $s_1, s_2$  ایجاد شوند نشان می دهد. این ها و دیگر فرا چهارتایی ها می توانند جهت ایجاد ساختارهای بسیار پیچیده ترکیب شوند. مانند مبلمان، پیچ های بند کشیده، و دیگر سخت افزار...

شکل ۱۰-۱۲  $\leftarrow$  فرا بیضی های طرح ریزی شده با مقادیر مختلف برای پارامتر  $s$  و همراه  $r_x=r_y$ .

ص ۳۱۳

شکل ۱۰-۱۴  $\leftarrow$  فرا بیضی طراحی شده با مقادیر مختلف برای پارامترهای  $s_1, s_2$  و همراه  $r_x=r_y=r_z$ .

"موضوعات حسابی"

برخی موضوعات شکل ثابتی را نگه نمی دارند اما ویژگی های سطحشان را در حرکات مشخص یا زمانیکه در مجاورت موضوعات دیگر هستند تغییر می دهند. مثالها در این طبقه از موضوعات شامل ساختارهای مولکولی، قطرات کوچک آب و دیگر افکت های مایع، ذوب کردن موضوعات و شکل ماهیچه در بدن انسان می باشد. این

موارد می تواند بعنوان ارائه شکل قطره ای معرفی شود و اغلب بطور ساده به موضوعات (حبابی یا قطره ای) رجوع داده می شود. زمانیکه اشکال آنها درجه ای مشخص از سیالیت را نشان می دهد.

یک شکل مولکولی، برای مثال، می تواند بعنوان شکل کروی در انزوا مطرح گردد اما این شکل زمانیکه آن مولکول به مولکولی دیگر نزدیک می شود تغییر می یابد. این دگرگونی شکل تراکم الکترون ممکن است در ارتباط با پیوستگی که مابین دو مولکول اتفاق می افتد باشد. شکل ۱۰-۱۴ کشش، گسیختن و افکت های ادغام روی شکل های مولکولی وقتیکه دو مولکول جداگانه حرکت می کنند نشان می دهد. بطود مشابه، شکل ۱۰-۱۵ شکلهای ماهیچه را در یک بازوی انسان نشان می دهد که ویژگی های شبیه را نمایش می دهد. در این مورد می خواهیم اشکال سطح را چنان مدلسازی کنیم که تمامی مقادیر ثابت باقی بمانند چندین مدل برای نمایش موضوعات حبابی شکل مانند ویژگی های توزیع روی یک ناحیه از سطح توسعه داده شده اند. یک روش برای انجام این کار مدلسازی موضوعات مانند ترکیب ویژگی های تراکم گوسی، یا برآمدگی ها می باشد. (شکل ۱۰-۱۶).

ویژگی یک سطح بعداً مثل زیر مطرح می شود:

$$f(x,y,z)=\sum b_k e^{-a/k r_k^2} - T=0$$

جاییکه  $a, b$  پارامتر  $T$  بعضی از استانه مشخص شده می باشد و  $r_k^2=\sqrt{(x_k^2+y_k^2+z_k^2)}$  تنظیم مقدار حبابیت موضوع انفرادی بکار می روند. مقادیر منفی برای پارامتر  $b$  می تواند جهت ایجاد تو رفتگی ها بجای برآمدگی ها بکار رود. شکل ۱۰-۱۷ ساختار سطح یک موضوع مرکب که با چهار ویژگی تراکم گوسی مدلسازی شده است را نشان می دهد. در سطح استانه، تکنیک های پیدا کردن ریشه عددی جهت تعیین کردن محل مقادیر تقاطع متناسب بکار می روند.

شکل ۱۰-۱۴ ← بهم پیوستن مولکولی، مانند حرکت دور شدن دو مولکول از هم، کشش شکل های سطح، گسیختن و در نهایت منقضی شدن در کره ها.

شکل ۱۰-۱۵ ← اشکال ماهیچه حبابی شکل در بدن یک انسان

۳۱۴ ص

بخش عبوری از موضوعات انفرادی بعداً بعنوان دایره ها یا بیضی ها مدلسازی می شوند. اگر دو بخش عبوری نزدیک به هم دیگر باشند، جهت تشکیل یک شکل حبابی مانند شکل ۱۰-۱۴، که ساختار آن وابسته به جدایی دو موضوع می باشد، ادغام خواهد شد.

روش های دیگر برای ایجاد موضوعات حبابی شکل ویژگیهای تراکم را که تا صفر در یک فاصله محدود کاهش می یابد، مورد استفاده قرار می دهد. مدل "متاپول" موضوعات مرکب را همانند ترکیب ویژگیهای تراکم منشور قائم شکل زیر مورد بحث قرار می دهد

$$f(x) = \begin{cases} b(1-3r^2/d^2), & \text{if } 0 < r \leq d/3 \\ 3/2 b(1-r/d)^2, & \text{if } d/3 < r \leq d \\ 0, & \text{if } r > d \end{cases}$$

و مدل نرم ویژگی زیر را بکار می گیرد

$$f(r) = \begin{cases} 1 - 22r^2/9d^2 + 17r^4/9d^4 - 4r^6/9d^6, & \text{if } 0 < r \leq d \\ 0, & \text{if } r > d \end{cases}$$

برخی بسته های طراحی و نقاشی امروزی مدل سازی ویژگی حبابی شکل را برای بررسی کردن کاربردهایی که نمی تواند به طور کافی تنها با ویژگیهای چند ضلعی یا با ویژگیهای زبانه مدلسازی شود، ارائه می کنند. شکل ۱۸-۱۰ چهره یک کاربر را برای ایجاد یک مدلساز موضوع حبابی شکل با استفاده از "متاپولز" نشان می دهد .  
شکل ۱۰-۱۶ ← برآمدگی گوسی مرکز شده سه بعدی در وضعیت ۰ ، با طول  $b$  و نقطه انحراف  $a$  استاندارد شکل ۱۰-۱۷ ← یک موضوع حبابی شکل مرکب ساخته شده با چهار برآمدگی گوسی

۱۰-۶

### تمثیلهای زبانه (spline)

در واژگان علمی طرح ریزی ، **spline** یک نوار انعطاف پذیری است که برای ایجاد یک منحنی نرم در طول یک مجموعه از نقاط طرح ریزی شده ، مورد استفاده قرار می گیرد چندین سنگ وزنه کوچک در طول نوار جهت نگهداری آن در وضعیت روی جدول طراحی شده مانند منحنی ترسیم شده ، توزیع می شوند. عبارت منحنی **spline** نوار به طور کلی به یک منحنی مربوط می شوند که در این روش ترسیم شده است . ما می توانیم با استفاده از علم ریاضی چنین منحنی را با یک ویژگی چند فرمولی مکعبی تکه ای تعریف کنیم که مشتقات اول و دوم آن بخش های متفاوت منحنی میانی مداوم می باشند.

شکل ۱۰-۱۸ ← طرح بندی یک صفحه نمایش ، استفاده شده در بسته های مدلساز شکل حبابی یا بسته های انیمیتور (انیمیشن ساز) شکل حبابی ، برای مدلسازی موضوعات با متاپولز (به لطف تصویر دیجیتالی تامسون)

در گرافیک های کامپیوتر ، عبارت منحنی **spline** به یک منحنی مرکب شکل یافته با بخش های چند فرمولی مربوط می شود در حالی که شرایط پیوسته گی معین شده را در مز تکه ها قرار می دهد. یک سطح **spline** قائم مشخص گردد. چندین نوع مختلف از خصوصیات **spline** وجود دارد که در کاربردهای گرافیکی مورد استفاده قرار می گیرند. هر خصوصیت انفرادی به سادگی به یک نوع خاصی از چند فرمولی با شرایط مز تعیین شده مرکزی ، مربوط می شود.

Spline ها ف در کاربردهای گرافیکی جهت طراحی شکل های منحنی و شکل های سطح ، برای رقمی کردن طراحی ها برای ذخیره سازی کامپیوتر و جهت معین کردن مسیر حرکت برای موضوعات و یا دوربین در یک صحنه مورد استفاده قرار می گیرند. به طور کلی کاربردهای **spline** ها شامل طرح بدنه های اتومبیل ، سطوح فضاییما و هواپیما و تنها ۸ های کشتی می باشد

**Spline** های متشابه و الحاقی (نzdیک کننده و ملحق کننده)

ما یک منحنی **spline** را به وسیله ارائه یک مجموعه از وضعیت های متناسب که نقاط کنترل نامیده می شوند، معین میکنیم که شکل کلی منحنی را نشان می دهد. پس این نقاط کنترل با ویژگیهای چند فرمولی پارامتریک پیوسته تکه ای در یکی از دو روش تطبیق داده می شوند وقتی که بخش های چند فرمولی چنان متناسب می شوند که منحنی از هر نقطه کنترل عبور کند، همانند شکل ۱۰-۱۹ ، منحنی بدست آمده گفته می شود که مجموعه نقاط کنترل را ملحق کند. از طرف دیگر، وقتیکه چند فرمولی ها با مسیر نقاط کنترل کلی بدون نیاز به عبور از هر نقطه کنترل تطبیق داده شد، منحنی بدست آمده گفته می شود که مجموعه نقاط کنترل را نzdیک کند ( شکل ۱۰-۲۰ )

منحنی های الحاقی بطور عادی برای رقمی کردن ترسیمات یا مشخص کردن مسیر حرکت به کار می روند منحنی های نzdیک کننده ( تقریبی ) عمدتاً مانند ابزار طراحی برای ساختار سازی سطح موضوعات به کار می رود. شکل ۱۰-۲۱ یک سطح **spline** تقریبی را که برای کاربرد یک طراحی ایجاد شده است را نشان می دهد. خطوط راست وضعیت های نقاط کنترل را به روی سطح وصل می کنند یک منحنی **spline** با عملیات بر روی نقاط کنترل، تعریف شده، اصلاح شده و اجرا می شود. بوسیله انتخاب موقعیت های غضایی برای نقاط کنترل، یک طراح می تواند یک منحنی ابتدایی را نصب کند. بعد از اینکه تناسب چند فرمولی برای یک مجموعه ارائه شده از نقاط کنترل نشان داده شد، طراح می تواند برخی یا تمام نقاط کنترل را برای دوباره سازی شکل منحنی تغییر موقعیت

دهد. بعلاوه، منحنی می تواند برگردانده شده، دوران یافته و یا مقیاس گذاری شود با دگرگونی هایی که برای نقاط کنترل مورد استفاده قرار می گیرند. بسته های CAD نیز می توانند نقاط کنترلی بیشتری را جهت کمک به طراح در تنظیم شکل های منحنی اضافه کند.

مرز چند ضلعی محدب که مجموعه ای از نقاط کنترل را به هم نزدیک می کند قشر محدب نامیده می شود. یک روش جهت خیال پردازی شکل یک قشر محدب تصور کردن یک بند لاستیکی کشیده شده بدور موقعیت های نقاط کنترل است بطوریکه هر نقطه کنترل یا روی پیرامون قشر یا درون آن قرار می گیرد. (شکل ۱۰-۲۲) قشرهای محدب یک اندازه ای را برای انحراف یک منحنی یا سطح از نقاط کنترل مرز ناحیه فراهم می کنند. برخی spline ها بوسیله قشر محدب مرز گذاری می شوند تا مطمئن سازد که چند فرمولی ها به نرمی نقاط کنترل را بدون نوسان غیر معقول تعقیب می کنند. همچنین، ناحیه چند ضلعی درون قشر محدب در برخی الگوریتم ها مانند یک ناحیه چیده شده مفید می باشد.

یک Poly Line (چند خطی) که ترتیب نقاط کنترل را برای یک spline تقریبی متصل می کند عموماً جهت یادآوری یک طراح ترتیب نقاط کنترل نمایش داده می شود. این مجموعه از بندهای خط متصل شده اغلب بعنوان نمودار کنترل منحنی ارجاع داده می شود دیگر نام ها بای سری های بخش های خط راست که نقاط کنترل را در ترتیب مشخص به هم متصل می کند چند ضلعی کنترل و چند ضلعی مشخصه می باشند. شکل ۱۰-۲۳-

۱۰-۲۴ شکل نمودار کنترل برای ترتیب های نقاط کنترل در شکل ۱۰-۲۲ را نشان می دهد.

شکل ۱۰-۱۹ ← مجموعه ای از ۶ نقطه کنترل ملحق شده با بخش های چند فرمولی متوالی تکه ای.

شکل ۱۰-۲۰ ← مجموعه ای از ۶ نقطه کنترل نزدیک شده با بخش های چند فرمولی متوالی تکه ای.

## ۳۱۶

شکل ۱۰-۲۱ ← یک سطح spline تقریبی برای یک کاربرد CAD در طراحی خودرو، طرح های سطح بوسیله بخش های منحنی چند فرمولی طرح ریزی شده و نقاط کنترل سطح با بخش های خط راست به هم وصل شده اند. ( به لطف دیوانس و ساوتزلند )

## ص ۳۱۷

### "شرايط اتصال پarametric"

برای اطمینان از تحول هموار از یک بخش منحنی پarametric تکه ای به دیگری، ما می نوainیم شرايط اتصال متفاوتی را در متصل کردن نقاط تحمیل کنیم. اگر هر بخش از یک spline با یک مجموعه از ویژگی های متناسب پarametric شکل زیر معرفی شود ما بوسیله تطبیق مشتقات پarametric بخش های منحنی مجاور در مرز عادی آنها، اتصال پarametric را آغاز می کنیم.

شکل ۱۰-۲۲ ← شکل های قشر محدب (خط چین ها) برای دو مجموعه از نقاط کنترل.

## ص ۳۱۸

اتصال پaramتر یک ترتیب صفر ، که مانند  $C^0$  مورد بحث قرار می گیرد ، بدان معنی است که منحنی ها به همدیگر می پیوندد. آن یعنی مقادیر  $Z, Y, X$  که ارزیابی شده در  $U_1$  یاری بخش بعدی منحنی می باشند برابر هستند اتصال پaramتر یک ترتیب اول ، به مانند اتصال  $C^1$  ارجاع داده می شود بدان معنی است که اولین مشتقات پaramتر یک (خطوط تانژانت) ویژگیهای متناسب در معادله ۱۰-۲۰ برای دو بخش متوالی منحنی در نقطه ملحق شدنشان برابر هستند. اتصال پaramتر یک ترتیب دوم ، یا اتصال  $C^2$  ، بدان معنی است که هر دوی مشتقات پaramتر یک اول و دوم دو بخش منحنی در تقاطع یکسان می باشند. شرايط اتصال پaramتر یک ترتیب بیشتر به سادگی تعریف می شوند. شکل ۱۰-۲۴ مثالهای از اتصالات  $C^0, C^1, C^2$  را نشان می دهد با اتصال ترتیب دوم ، سرعتهای تغییر تصاویر تانژانت برای اتصال پaramتر یک دیگر متحول می شود(شکل ۱۰-۲۴C) اما با اتصال ترتیب اول سرعتهای تغییر تصاویر تانژانت برای منحنی به یک دیگر متغیر می باشد. بطوریکه اشکال کلی دو بخش مجاور می توانند بطور ناگهانی تغییر یابند دو بخش می توانند کاملاً متفاوت باشد (شکل ۱۰-۲۴b) اتصال ترتیب اول اغلب برای رقمی کردن ترسیمات و برخی کاربردهای طراحی کافی می باشد در حالیکه اتصال ترتیب دوم جهت نصب مسیرهای حرکتی برای حرکت دوربین و برای دقت های بیشتر نیازهای CAD مفید می باشد. حرکت یک دوربین در طول مسیر منحنی در شکل (b) ۱۰-۲۴ با مراحل یکسان در پaramتر U ممکن است یک تغییر ناگهانی درشتاپ را در مرز دو بخش تجربه کند ، در حالیکه

یک ناپیوستگی را در توالی حرکت بوجود می آورد. اما اگر دوربین در طول مسیر در شکل (C) ۱۰-۲۴ حرکت می کرد، توالی چهارچوب برای حرکت به نرمی در عرض مرز به نرمی متحول می شد.

شرایط اتصال ژئومتریک :

یک روش متناوب برای ملحق شدن دو بخش متواالی منحنی معین کردن شرایط برای اتصال ژئومتریک می باشد. در این مورد ، تنها مشتقات پارامتریک دو بخش برای متناسب شدن با یکدیگر در مرز عادی آنها بجای برابری با یکدیگر مورد نیاز می باشد.

اتصال ژئومتریک ترتیب صفر، که مانند اتصال  $C^0$  مورد بحث واقع می شود، همانند اتصال پارامتریک ترتیب صفر می باشد. یعنی دو بخش منحنی ها باید شرایط متناسب یکسان را در مرز دارا باشند.

شکل ۱۰-۲۳ => اشکال نمودار منترل (خط چین ها) برای دو مجموعه متفاوت نقاط کنترل

شکل ۱۰-۲۴ => ساختمان تکه ای یک منحنی بوسیله الحاق دو بخش منحنی با استفاده از توالی یهای متفاوت اتصال . (a) => تنها ترتیب اتصال صفر (b) => اتصال ترتیب اول صفر (c) => اتصال ترتیب دوم

۳۱۹ ص

اتصال ژئومتریک ترتیب اول ، یا اتصال  $C^1$  ، بدان معنی است که مشتقات اول پارامتریک در تقاطع دو بخش متواالی متناسب می باشند. اگر ما موقعیت پارامتریک را روی منحنی مانند  $P(u)$  مشخص کنیم، در حالیکه بزرگی آن لازم نیست ، جهت  $(u)P'$  تصویر تانژانت برای دو بخش متواالی منحنی در نقطه الحاق آنان زیر اتصال  $C^1$  یکسان خواهد بود اتصال ژئومتریک ترتیب دوم ، یا اتصال  $C^2$  ، بدان معنی است که هر دوی مشتقات پارامتریک اول و دوم بخش منحنی در مرزشان متناسب می باشند. زیر اتصال  $C^2$ ، انحنای دو بخش منحنی در نقطه الحاق هم نظیر خواهد بود. یک منحنی ایجاد شده با شرایط اتصال ژئومتریک شبیه به یک منحنی ایجاد شده بوسیله اتصال پارامتریک اما با تفاوت های ناچیزی در شکل منحنی می باشد. شکل ۱۰-۲۵ یک مقایسه بین اتصال ژئومتریک و پارامتریک را فراهم می کند. بوسیله اتصال ژئومتریک ، منحنی به سمت بخش مورد نظر با تصویر بزرگتر تانژانت کشیده می شود.

## تشخیص های spline

سه روش معادل برای مشخص کردن یک تمثالت spline خاص وجود دارد : ۱- مامی توانیم مجموعه شرایط مرزی که spline تحمیل شده است را بیان کنیم یا ۲- ما می توانیم ماتریس که spline مورد نظر را مشخص می کند بیان کنیم و ۳- ما می توانیم مجموعه ویژگیهای ترکیب کننده ( یا ویژگیهای اصلی ) که چگونگی ترکیب شدن قیود ژئومتریک مشخص شده روی منحنی را جهت محاسبه موقعیتها در طول مسیر منحنی بیان کنیم . برای شرح این سه تشخیص معادل ، فرض کنیم که ما تمثالت چند فرمولی مکعبی پارامتریک زیر را برای تناسب  $x$  در طول مسیر یک بخش spline داریم :

$$X(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \quad , \quad 0 \leq U \leq 1$$

شرایط مرزی برای این منحنی ممکن است برای نشال روی تنشبات نقطه انتهای  $X(0)$  ،  $X(1)$  روی مشتقات اول پارامتریک در نقاط انتهای  $(1), X'(0)$  بروپا شود .

این چهار شرایط مرزی برای تشخیص مقادیر چهار ضریب  $a_x, b_x, c_x, d_x$  کافی می باشد . از شرایط مرزی ما می توانیم ماتریسی که اینی منحنی spline را بوسیله اولین دوباره نویسی معادله ۱۰-۲۱ مانند ماتریس محصول مشخص می کند را بدست آوریم . شکل ۱۰-۲۵ = سه نقطه کنترل متناسب شده بوسیله دو بخش منحنی ملحق شده با (a) اتصال پارامتریک و (b) اتصال ژئو متریک ، جائیکه تصویر تازه انت منحنی  $P_1$  دارای یک بزرگی بیشتر از تصویر تازه انت منحنی  $C_3$  در نقطه  $C_1$  در نقطه

برای هر ارزشی از پارامتر  $d$  و  $n$  ، ما میتوانیم یک بردار گروهی با شکل باز را به همراه ارزش های اعداد صحیح با استفاده از محاسبات زیر بدست می آوریم :

$$U_1 = \begin{cases} 0, & 0 \leq j < d \\ j - d + 1, & d \leq j \leq n \\ n - d + 2, & j > n \end{cases}$$

برای ارزش های  $j$  با گستردگی از ۰ تا  $n+d$  بهمراه این تعیین ، گره های ابتدایی  $d$  ارزش ۰ را تعیین کرده اند ، و گره های آخرین  $d$  دارای ارزش  $n-d+2$  هستند الگوی منحنی های B - Spines (B) باشکل باز ،

دارای خصوصیاتی هستند بسیار مشابه با الگوی منحنی Spine بزیه هستند . در حقیقت ، هنگامی که  $d=n+1$  درجه جمله  $n$  است ) باشد ، الگوهای منحنی  $B$  به سطح الگوهای منحنی بزیه کاهش می یابند ، و تمام ارزش‌های گرهی ۰ یا ۱ هستند . برای مثال ، با یک مکعب ، منحنی  $b$  باز ( $d=4$ ) و ۴ نقطه کنترلی ، برادر گرهی به صورت زیر است :

$$\{0,0,0,0,1,1,1,1\}$$

منحنی چند جمله‌ای برای یک منحنی  $b$  باز ، در طول اولین و آخرین نقاط کنترلی گذر می‌کند . همچنین ، شیب منحنی‌های پارامتری در نقطه ابتدائی با خط در ارتباط با دو نقطه کنترلی انتهایی ، موازی است . بسیاری محدودیت‌های هندسی برای تطبیق بخش‌های منحنی برای منحنی‌های بزیه یکسان هستند .

بهمراه منحنی‌های بزیه ، اختصاصی دادن نقطه کنترلی چند گانه در وضعیت مختصاتی یکسان ، هر منحنی  $B$  را نزدیکتر به آن وضعیت می‌کشد . از زمانی که منحنی‌های  $B$  منحنی‌های بسته بوسیله اختصاصی دادن اولین و آخرین نقطه کنترلی دروضعیت یکسان تولید شده اند .

مثال 2-10: منحنی‌های  $B$  درجه 2 باشکل باز :

از شرایط 10-63 با  $d=3$  و  $n=4$  ( ۵ نقطه کنترلی ) ، ما ارزش‌های از شرایط ۸ گانه را برای بردار گرهی بصورت زیر بدست می‌آوریم :

$$\{ u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7 \} = \{ 0, 0, 0, 2, 3, 3, 3 \}$$

گسترده کلی  $u$  به ۷ تحت فاصله تقسیم شده است ، و هریک از ۵ عملکرد مخلوط  $B_{k,3}$  در همه ۳ تحت واحد‌ها ، با شروع از وضعیت گرهی  $U_K$  تعریف شده است .

بنابراین ،  $u_4=2$  از  $B_{0,3}$  به  $u_0=0$  تعریف شده است ،  $u_3=1$  از  $B_{1,3}$  به  $u_1=0$  و  $u_4=2$  و  $B_{4,3}$  از  $u_7=3$  تعریف شده است . عبارت چند جمله‌ای واضح برای عملکرد‌های مخلوط از روابط متناوب زیر بدست آمده اند :

$$B_{0,3}(u) = (1-u)^2 \quad , \quad 0 \leq u < 1$$

$$B_{1,3} \begin{cases} \frac{1}{2} u(4-3u), & 0 \leq u < 1 \\ \frac{1}{2} (n-n)^2, & 1 \leq u < 2 \end{cases}$$

شکل 45-10 این عملکرد مخلوط رانشان می دهد . اشکال مکانی منحنی های  $B$  دوباره اثبات شده اند . عملکرد مخلوطی  $B_{0,3}$  تنها در تحت فاصله از 0 تا 1 غیر 0 است ، بس اولین نقطه کنترلی ، تنها منحنی را در این فاصله تحت تأثیر قرار می دهد . بطور مشابه ، عملکرد  $B_{3,4}$  خارج از فاصله 2 تا 3 صفر است . وضعیت نقطه کنترل انتهایی ، شکل بخش های ابتدایی و میانی منحنی را متاثر نمی کند .

فور مولاسیون های ماتریسی برای منحنی های  $B$  باشکل دوره ای آنها براحتی تولید نشده اند . این بعلت تعداد ارزش های گرهی در شروع و پایان بردار گرهی است .

#### منحنی های بدون شکل :

برای منحنی های این کلاس ، ما می توانیم هر ارزش و فواصل را برای بردار گرهی اختصاص دهیم . با منحنی های  $B$  بدون شکل ، ما می توانیم ارزش های گرهی داخلی چند گانه و فضا گزاری غیر یکسان ما بین ارزش های گرهی را انتخاب کنیم . برخی مثال ها به قرار زیر هستند :

$$\{0,1,2,3,3,4\}$$

$$\{0,2,2,3,3,6\}$$

$$\{0,0,0,1,1,3,3,3\}$$

$$\{0,0,2,0/6,0/9,1/5\}$$

منحنی  $B$  بدون شکل قابلیت انعطاف افزایش یافته را در کنترل یک شکل منحنی مهیا می سازد . با فواصل غیر یکسان زیاد در بردار گرهی ، ما اشکال متفاوت برای عملکرد مخلوط در فواصل متفاوت را بدست می آوریم ، که می تواند برای تنظیم اشکال منحنی spline استفاده شده باشد . با افزایش تعدد گره ما عیار تغییرات را در شکل منحنی تولید و حتی ناپیوستگی هارا معرفی می کنیم .

ارزش های چند گانه گرهی همچنین پیوستگی را به اندازه یک واحد برای هر تکرار یک ارزش ویژه کاهش می دهد .

عملکرد های مخلوط را برای یک منحنی  $B$  بدون شکل با استفاده از روش های مشابه با همان منحنی  $B$  باز و با شکل بحث شده بدست می آوریم.

با یک تنظیم  $n+1$  نقاط کنترلی داده شده ، ما درجه چند جمله ای را تنظیم و ارزشها گرهی را انتخاب می کنیم . سپس ، با استفاده از روابط متناوب ، ما می توانیم تنظیم عملکرده ای مخلوط را بدست آورده و یا وضیعت های منحنی را مستقیما برای نمایش منحنی ارزیابی کنیم .

بسته های گرافیکی اغلب فوائل گرهی را بصورت 0 یا 1 برای کاهش محاسبات محدود مکنند .

یک تنظیم ماتریس های اختصاصی می تواند ذخیره شده ، و برای محاسبه ارزشها در طول منحنی spline بدون ارزیابی روابط متناوب برای هر نقطه منحنی رسم شده و استفاده شده باشند .

$$x(u) = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ d_x \end{bmatrix} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{C} \quad (10-22)$$

معادله ۱۰-۲۲ می توانیم شرایط مرزی را به فرم ماتریس بنویسیم و برای ماتریس ضریب بصورت  $C$  زیر حل کنیم:

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}_{\text{spline}} \cdot \mathbf{M}_{\text{geom}} \quad (10-23)$$

که در ان  $M_{\text{geom}}$  ماتریس چهار عنصری ستونی حاوی مقادیر محدوده هندسی (شرایط مرزی) روی spline است و  $M_{\text{spline}}$  ماتریس  $4 \times 4$  است که مقادیر محدوده هندسی را به ضرایب چند متغیری تغییر میدهد و تعیین مشخصات منحنی را مشخص می کند.

ماتریس  $M_{geom}$  حاوی مقادیر مختصاتی نقطه کنترل و دیگر شرایط هندسی است که مشخص شده اند. پس می توانیم نمایش ماتریس را برای  $C$  درون معادله  $10-22$  جانشین کنیم تا بدست آوریم:

$$x(u) = \mathbf{U} \cdot \mathbf{M}_{spline} \cdot \mathbf{M}_{geom} \quad (10-24)$$

ماتریس  $M_{spline}$  نمایش  $spline$  را مشخص می کند که گاهی ماتریس پایه نامیده می شود که به ویژه برای تغییر شکل از یک نمایش  $spline$  به دیگری مفید است. نهایتا میتوانیم معادله  $10-24$  را بسط دهیم تا نمایش چند متغیری برای محور  $X$  از لحاظ پارامترهای محدوده هندسی بدست آوریم:

$$x(u) = \sum_{k=0}^3 g_k \cdot BF_k(u) \quad (10-25)$$

که در آن  $g_k$  پارامترهای محدوده هستندمثل مختصات نقطه کنترل و شب منحنی در نقاط کنترل و  $BF_k(u)$  توابع ترکیب کننده چند متغیری هستند. ما برخی  $spline$  های عمومی بکار رفته و ماتریس آنها و مشخصات تابع کنترل کننده را بحث می کنیم.

#### ۱۰-۷ روش‌های درون یابی $spline$ مکعب

این رده  $spline$  ها غالبا برای ایجاد مسیرهایی برای حرکات شی یا ارائه نمایش برای شی یا نقاشی موجود بکار می روند اما  $spline$  های درون یابی نیز گاهی برای طراحی شکلهای شی بکار می روند. چند متغیری های مکعبی مصالحه موجهی بین انعطاف پذیری و سرعت محاسبه ارائه می کنند.

در مقایسه با چند متغیری های درجه بالاتر  $spline$  های مکعب به محاسبات و حافظه کمتر احتیاج دارند و پایدار ترند. در مقایسه با چند متغیرهای درجه پایین تر هم برای مدل سازی شکل های منحنی اختیاری انعطاف پذیر تر هستند.

با معلوم بودن دسته ای از نقاط کنترل  $spline$  های درون یابی مکعب با تناسب نقاط ورودی با منحنی چند متغیری مکعب قطعه واری بدست می آید که از همه جا حتی نقطه کنترل می گذرد. فرض کنید ما  $n+1$  تا نقطه کنترل مشخص شده با مختصات زیر داریم:

$$\mathbf{p}_k = (x_k, y_k, z_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

تناسب درون یابی مکعبی این نقاط در شکل  $10-26$  توضیح داده می شود می توانیم چند متغیری مکعب پارامتری را توضیح بدھیم که باید بین هر زوج نقاط کنترل با دسته مطالعات زیر جور داده شود:

$$\begin{aligned}x(u) &= a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \\y(u) &= a_y u^3 + b_y u^2 + c_y u + d_y, \quad (0 \leq u \leq 1) \\z(u) &= a_z u^3 + b_z u^2 + c_z u + d_z\end{aligned}\tag{10-26}$$

ما برای هر کدام از این سه معادله نیاز مند تعیین مقادیر ۴ ضریب  $a, b, c, d$  در نمایش چند متغیری برای هر کدام از قطعات منحنی  $n+1$  تا نقطه کنترل هستیم و این کار را با گذاشتن شرایط مرزی کافی در نقاط بین قطعات منحنی انجام می دهیم چنانکه می توانیم مقادیر عددی را برای همه ضرایب بدست می آوریم. در بخش های زیر روش های عمومی برای گذاشتن شرایط مرزی را برای spline های درون یابی مکعب بحث می کنیم.

### Spline های مکعب طبیعی

یکی از اولین منحنی های spline توسعه یافته برای کاربرد های گرافیکی شامل spline های مکعب طبیعی است این منحنی درون یابی نمایش ریاضی spline طراحی اصلی است. ما spline مکعب طبیعی را با نیاز به آن فرمول بندی می کنیم که ۲ بخش منحنی همچوar دارای مشتقات پارامترهای یک اولیه و ثانویه یکسان در مرز عمومی شان هستند.

سپس spline های مکعب طبیعی دارای پیوستگی  $C^2$  هستند.

اگر  $n+1$  نقطه کنترل برای تناسب داشته باشیم (شکل ۱۰-۲۶) پس  $n$  تا بخش منحنی با کلا ۴n ضریب چند متغیری داریم که باید تعیین شود ما در هر  $n-1$  نقطه کنترل داخلی ۴ شرایط مرزی داریم ۲ بخش منحنی روی دو طرف یک نقطه کنترل باید همان مشخصات پارامتری اولیه و ثانویه در آن نقطه کنترل داشته باشند و هر منحنی باید از آن نقطه کنترل بگذرد.

این به ما  $4n-1$  معادله برای برآورده شدن توسط ضرایب چند متغیری  $4n$  می دهد. ما معادله ای اضافی از نقطه اول کنترل  $p_0$  موقعیت شروع منحنی داریم و شرایط دیگر از نقطه کنترل  $p_n$  که باید نقطه آخر روی منحنی باشد. ما هنوز نیازمند ۲ شرایط اضافی هستیم تا قادر به تعیین مقادیر برای همه ضرایب باشیم یک روش بدست آوردن ۲ شرایط اضافی مرزی شامل گرفتن مشتق ثانویه در  $p_0, p_n$  نسبت به صفر است. رهیافت دیگر شامل افزودن ۲ نقطه کنترل موهومی یکی در انتهای توالی اصلی نقطه کنترل است. سپس یک نقطه کنترل  $p_{n-1}$  و یکی به نام  $p_{n+1}$  را می افزاییم. همه نقاط کنترل اصلی نقاط درونی هستند و ما  $4n$  تا شرایط مرزی ضروری داریم. اگر چه spline های مکعب طبیعی مدل ریاضی برای طراحی spline هستند ولی مضرت مهمی دارند اگر موقعیت هر نقطه کنترل تغییر کند همه منحنی متاثر می شود. پس spline های مکعب طبیعی اجازه هیچ کنترل محلی نمی دهد چنانکه نمی توانیم بخشی از منحنی را بدون مشخص کردن همه دسته جدید نقاط کنترل بازسازی می کنیم.

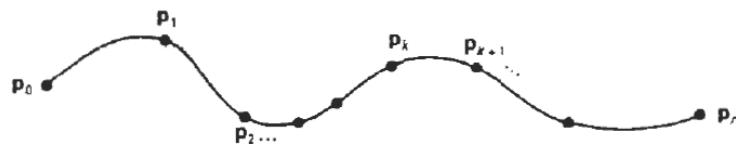


Figure 10-26  
A piecewise continuous cubic-spline interpolation of  $n + 1$  control points.

شکل ۱۰-۲۶ درون یابی spline مکعب پیوسته قطعه‌هواراز تا نقطه کنترل.

### درون یابی Hermite

یک Hermite spline (از روی ریاضیدان فرانسوی Charles Hermite) چند متغیری مکعب قطعه وار درون یابی کننده با تائزانت مشخص در هر نقطه کنترل است.

بی شباهت به spline های مکعب طبیعی، Hermite spline های بطور محلی قابل تغییر نیستند چون هر بخش منحنی فقط به شرایط نقطه انتهاییش وابسته است.

اگر تابع نقطه مکعب پارامتری را برای قطعه منحنی بین نقاط کنترل  $p_1, p_{k+1}$  نمایش دهد (شکل ۱۰-۲۷) شرایط مرزی که این قطعه منحنی Hermite را تعریف می کند:

$$\begin{aligned} P(0) &= p_k \\ P(1) &= p_{k+1} \\ P'(0) &= Dp_k \\ P'(1) &= Dp_{k+1} \end{aligned} \quad (10-27)$$

که  $Dp_k, Dp_{k+1}$  مقادیر را برای مشتقات پارامتری (شیب منحنی) به ترتیب در نقاط کنترل مشخص می کند.

می توانیم معادل برداری معادلات ۱۰-۲۶ را برای این قطعه منحنی Hermite به صورت زیر بنویسیم

$$P(u) = au^3 + bu^2 + cu + d, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (10-28)$$

که در آن جزء  $X$  از  $P$  بصورت:

$$x(u) = au^3 + bu^2 + cu + d,$$

است و همینطور برای اجزای معادل ماتریس معادله ۱۰-۲۸ :

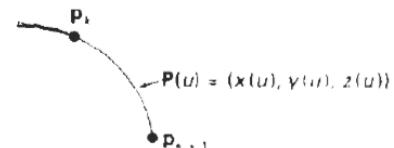
$$P(u) = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (10-29)$$

و مشتق تابع کنترل به صورت زیر بیان می شود:

$$P'(u) = [3u^2 \ 2u \ 1 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (10-30)$$

-۱۰) Hermite با جانشین کردن نقاط انتهایی ۰ و ۱ برای پارامتر درون ۲ معادله قبلی می توانیم شرایط مرزی را به فرم ماتریس بیان کنیم.

$$\begin{bmatrix} p_k \\ p_{k+1} \\ Dp_k \\ Dp_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (10-31)$$



شکل ۲۷-۱۰ تابع نقطه پارامتری برای قطعه منحنی Hermite بین نقاط کنترل

با حل کردن این معادله برای ضرایب چند متغیری داریم :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p_k \\ p_{k+1} \\ Dp_k \\ Dp_{k-1} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_k \\ p_{k+1} \\ Dp_k \\ Dp_{k+1} \end{bmatrix} \\
 &= M_H \cdot \begin{bmatrix} p_k \\ p_{k+1} \\ Dp_k \\ Dp_{k+1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{10-32}$$

که در آن ماتریس Hermite معکوس ماتریس شرایط مرزی است پس معادله ۱۰-۲۹ نسبت به شرایط مرزی نوشته میشود:

$$P(u) = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \cdot M_H \cdot \begin{bmatrix} p_k \\ p_{k+1} \\ Dp_k \\ Dp_{k+1} \end{bmatrix} \tag{10-33}$$

نهایتاً می توانیم عبارتها را برای توابع ترکیب کننده Hermite برای انجام ضرب ها ماتریس در معادله ۱۰-۳۳ و جمع آوری ضرایب برای شرایط مرزی بدست بیاوریم یافرم چند متغیری حاصل شود

$$\begin{aligned}
 P(u) &= p_k(2u^3 - 3u^2 + 1) + p_{k+1}(-2u^3 + 3u^2) + Dp_k(u^3 - 2u^2 + u) \\
 &\quad + Dp_{k+1}(u^3 - u^2) \\
 &= p_k H_0(u) + p_{k+1} H_1(u) + Dp_k H_2(u) + Dp_{k+1} H_3(u)
 \end{aligned} \tag{10-34}$$

چند متغیریهای  $H_K(U)$  برای  $K=1,2,3$  راجع به توابع ترکیب کننده هستند چون مقادیر محدوده مرزی (مختصات نقطه انتهایی و شیب ها) را ترکیب می کنند تا موقعیت مختصات در طول منحنی بدست آید شکل ۱۰-۲۸

شکل ۱۰-۴ تابع ترکیب کننده Hermite را نشان می دهد.

چند متغیری های Hermite برای برخی کاربردها رقمی کردن مفیدند در جایی که مشخص کردن یا تقری زدن شیب های منحنی خیلی سخت باشد.

اما برای بیشتر مسائل گرافیک کامپیوتری مفید است تا منحنی های spline را بدون نیاز به مقادیر ورودی برای شیب های منحنی یا دیگر اطلاعات هندسی علاوه بر نقطه کنترل ایجاد کنیم spline های kochanek-bartels,cardinal تغییراتی در spline های Hermite هستند که نیاز مند مقادیر ورودی برای مشتقات منحنی در نقاط کنترل نیستند.

## روش های های این spline ها مشتقات پارامتری را از موقعیت های مختصاتی نقطه کنترل محاسبه میکند. های کاردینال Spline

مثل spline های کاردینال مکعب های قطعه وار درون یابی کننده با مماس های نقطه انتهایی مشخص در مرز هر قطعه منحنی هستند.

شکل ۱۰-۲۸ توابع ترکیب کننده Hermite

تفاوت آن است که مجبور نیستیم تا نتایج را برای مماسهای نقطه انتهایی ارائه کنیم. برای یک spline کاردینال مقدار برای شیب در نقطه کنترل از مختصات دو نقطه کنترل همچوار حاصل می شود. یک قطعه spline کاردینال کاملاً با ۴ نقطه کنترل متواالی مشخص می شود. ۲ نقطه کنترل میانی نقاط انتهایی قطعه هستند و نقطه دیگر در محاسبه شیب های نقطه انتهایی بکار می روند اگر را نمایشی برایتابع نقطه مکعب پارامتری برای قطعه منحنی بین نقاط کنترل در نظر بگیریم (شکل ۱۰-۲۹) ۴ نقطه کنترل از تا برای گذاشتن نقاط مرزی برای قطعه spline کاردینال بکار می رود:

$$\begin{aligned} P(0) &= p_k \\ P(1) &= p_{k+1} \\ P'(0) &= \frac{1}{2}(1-t)(p_{k+1} - p_{k-1}) \\ P'(1) &= \frac{1}{2}(1-t)(p_{k+2} - p_k) \end{aligned} \quad (10.35)$$

شکل ۱۰-۲۹ تابع نقطه پارامتری برای قطعه spline کاردینال بین نقاط کنترل

پس شیب ها در نقاط کنترل متناسب در نظر می گیرند (نسبت به قوسهای  $p_{k-1}, p_k, p_{k+1}, p_{k+2}$ ) پارامتر را کشش می نامند چون کنترل می کنند spline کاردینال با چه سفتی یا نرمی با نقاط کنترل ورودی متناسب می یابد.

شکل ۱۰-۳۱ این شکل منحنی کاردینال با مقادیر کشش بسیار کوچک و بسیار بزرگ ( $t$ ) را توضیح می دهد. وقتی  $t=0$  این رده منحنی ها به عنوان spline های overhauser یا catmull-rom های spline در نظر گرفته می شود.

ما با استفاده از روشهای مشابه spline های Hermite شرایط مرزی ۱۰-۳۵ را به فرم ماتریس تبدیل می کند:

$$P(u) = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \cdot M_C \cdot \begin{bmatrix} p_{k-1} \\ p_k \\ p_{k+1} \\ p_{k+2} \end{bmatrix} \quad (10-36)$$

که در ماتریس کاردینال:

$$M_C = \begin{bmatrix} -s & 2-s & s-2 & s \\ 2s & s-3 & 3-2s & -s \\ -s & 0 & s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10-37)$$

$$s=(1-t)/2$$

$$\begin{aligned} P(u) &\approx p_{k-1}(-su^3 + 2su^2 - su) + p_k[(2-s)u^3 + (s-3)u^2 + 1] \\ &\quad + p_{k+1}[(s-2)u^3 + (3-2s)u^2 + su] + p_{k+2}(su^3 - su^2) \quad (10-38) \\ &= p_{k-1}CAR_0(u) + p_kCAR_1(u) + p_{k+1}CAR_2(u) + p_{k+2}CAR_3(u) \end{aligned}$$

که در آن چند متغیری های برای  $k=0, 1, 2, 3$  توابع ترکیب کننده کاردینال هستند شکل ۳۲-۱۰ یک نمودار پیاده شده توابع پایه را برای spline های کاردینال با  $t=0$  ارائه می کند.

شکل ۱۰-۳۰ تبدیل مماس در نقاط انتهایی یک قطعه spline کاردینال متناسب با قوس های تشکیل شده با نقاط کنترل مجاور هستند(خطوط نقطه چین)

### kochanek-bartels های Spline

این چند متغیری های مکعب درون یابی کننده شامل گسترش های spline های کاردینال هستند ۲ پارامتر اضافی به معادلات محدوده اضافه می شوند که spline های kochanek-bartels را برای فراهم کردن انعطاف پذیری بیشتر در تغییر شکل قطعات منحنی تعریف می کند با توجه به وجود ۴ نقطه کنترل متوالی، به نام های K-B  $p_{k-1}, p_k, p_{k+1}, p_{k+2}$  شرایط مرزی را برای قطعه منحنی  $p_{k-1}, p_k, p_{k+1}, p_{k+2}$  بین  $K-B$  به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{aligned} P(0) &= p_k \\ P(1) &= p_{k+1} \\ P'(0)_{in} &= \frac{1}{2}(1-t)[(1+b)(1-c)(p_k - p_{k-1}) \\ &\quad + (1-b)(1+c)(p_{k+1} - p_k)] \\ P'(1)_{out} &= \frac{1}{2}(1-t)[(1+b)(1+c)(p_{k+1} - p_k) \\ &\quad + (1-b)(1-c)(p_{k+2} - p_{k+1})] \end{aligned} \quad (10-39)$$

که در آن  $t$  پارامتر کشش،  $b$  پارامتر انحراف و  $c$  پارامتر امتداد (پیوستگی) است در فرمول بندی-kochanek-bartels مشتقات پارامتری در عرض مرزهای قطعه ممتد نیست.

شکل ۳۱-۱۰ اثر پارامتری کشش بر شکل یک قطعه spline کاردینال  
پارامتر کشش  $t$  دارای همان تفسیر در فرمولاسیون spline کاردینال است پس محکم یا سفت بودن قطعات منحنی را کنترل می کند انحراف ( $b$ ) برای تعديل مقداری بکار می رود که منحنی در انتهای یک قطعه خم می شود چنانکه قطعات منحنی به سمت یک انتهای یا انتهای دیگر کج می شوند.  
پارامتر  $c$  امتداد بردار مماس در عرض مرزهای قطعات را کنترل می کند اگر  $c$  یک مقدار غیر صفر مشخص باشد یک عدم پیوستگی در شیب منحنی در عرض مرزهای قطعه وجود دارد.  
شی با مقادیر غیر صفر برای پارامتر  $c$  شبیه سازی می شود.

شکل ۳۲-۱۰ توابع ترکیب کننده کاردینال برای  $t=0,s=0.5$

شکل ۳۳-۱۰ اثر پارامتر انحراف بر شکل قطعه spline از نوع  $k-b$   
**۱۰-۸ منحنی ها و سطوح BEZIER**

این روش تخمین زدن spline توسط مهندس فرانسوی Pierre bezier برای استفاده در طراحی بدنه های اتومبیل رنو توسعه یافته است. Bezier های Spline چند ویژگی دارند که آنها را بسیار مفید و آسان برای طراحی منحنی و سطوح می کند. انجام و اجرای آنها راحت است.  
بدین دلیل Bezier های Spline بسیار در سیستم های مختلف CAD و در بسته های عمومی گرافیکی (Silicon Graphics) در دسترس هستند و در بسته های جور شده نقاشی و طراحی (cricket draw, Aldus super paint) وجود دارند.

### منحنی های Bezier

عموماً یک قطعه منحنی Bezier با هر تعداد نقطه کنترل جفت می شود تعداد نقاط کنترل که باید تخمین زده شوند و موقعیت نسبی آنها درجه چند متغیری Bezier را تعیین می کند همانند ماتریس مشخص کننده یا توابع ترکیب کننده مشخص می شود.

برای منحنی های عمومی BEZIER مشخص کردن تابع ترکیب کننده از همه راحت تر است فرض کنید  $p_k=(x_k,y_k,z_k)$   $n+1$  نقطه کنترل به ما داده شده:

و  $k \leq n$  تا  $n$  تغییر می کند این نقاط مختصاتی ترکیب می شود تا بردار موقعیت زیر  $p(u)$  تولید شود که مسیر تقریب زدنتابع چند متغیری BEZIER بین  $p_0, p_n$  را توضیح می دهد:

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u), \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (10-40)$$

تابع ترکیب کننده  $BEZ_{k,n}(U)$  چند متغیریهای Bernstein هستند:

$$BEZ_{k,n}(u) = C(n, k)u^k(1-u)^{n-k} \quad (10-41)$$

که در آن  $C(n, k)$  ضرایب دو متغیری هستند:

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (10-42)$$

بطور مساوی می توانیم تابع ترکیب کننده BEZIER را با محاسبه برگشت کننده تعریف کنیم:

$$BEZ_{k,n}(u) = (1-u)BEZ_{k,n-1}(u) + uBEZ_{k-1,n-1}(u), \quad n > k \geq 1 \quad (10-43)$$

$$\text{با } BEZ_{k,k} = u^k, \text{ and } BEZ_{0,k} = (1-u)^k.$$

معادله بردار ۱۰-۴۰ دسته ای از ۳ معادله پارامتری را برای مختصات منحنی منفرد نشان می دهد:

$$\begin{aligned} x(u) &= \sum_{k=0}^n x_k BEZ_{k,n}(u) \\ y(u) &= \sum_{k=0}^n y_k BEZ_{k,n}(u) \\ z(u) &= \sum_{k=0}^n z_k BEZ_{k,n}(u) \end{aligned} \quad (10-44)$$

قاعده است که منحنی BEZIER یک چند متغیری یک درجه کمتر از نقاط کنترل است.

۳ نقطه یک هذلولی، چهار نقطه یک منحنی و غیره را تولید می کند. شکل ۱۰-۳۴ ظاهر شدن برخی منحنی های BEZIER برای قطعات مختلف نقاط کنترل را در سطح  $(xy, z=0)$  ثابت می کند.

اگر چه ما با جا گذاریهای معین نقطه کنترل ، چند متغیریهای ؤ را تجزیه می کنیم. مثلا یک منحنی BEZIER با ۳ نقطه کنترل هم خطی یک پاره خط مستقیم است. و دسته ای از نقاط کنترل که همگی در یک موقعیت یکسان مختصاتی هستند یک منحنی BEZIER را تولید می کند که یک نقطه منفرد است.

منحنی های BEZIER عموما در بسته های نقاشی و طراحی و سیستم های CAD یافت می شوند چون اجرای آنها آسان است و قدرت موجهی در طراحی منحنی دارند. روش های موثر برای تعیین موقعیت های مختصات در طول منحنی BEZIER با استفاده از محاسبات برگشت کننده اجرا می شوند. مثلا ضرایب دو متغیری متوالی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$C(n, k) = \frac{n-k+1}{k} C(n, k-1) \quad (10-45)$$

شکل ۱۰-۳۴ مثالهای منحنی های دو بعدی BEZIER ساخته شده از ۳، ۴، ۵ نقطه کنترل. خطوط نقطه چین، موقعیت های نقطه کنترل را متصل می کند.

برنامه مثالی زیر روشی را برای ایجاد منحنی های BEZIER توضیح می دهد.

```

#include <math.h>
#include "graphics.h"

void computeCoefficients (int n, int * c)
{
    int k, i;

    for (k=0; k<=n; k++) {
        /* Compute n!/(k!(n-k)!) */
        c[k] = 1;
        for (i=n; i>=k+1; i--)
            c[k] *= i;
        for (i=n-k; i>=2; i--)
            c[k] /= i;
    }
}

void computePoint
    (float u, wcPt3 * pt, int nControls, wcPt3 * controls, int * c)
{
    int k, n = nControls - 1;
    float blend;

    pt->x = 0.0; pt->y = 0.0; pt->z = 0.0;

    /* Add in influence of each control point */
    for (k=0; k<nControls; k++) {
        blend = c[k] * powf (u,k) * powf (1-u,n-k);
        pt->x += controls[k].x * blend;
        pt->y += controls[k].y * blend;
        pt->z += controls[k].z * blend;
    }
}

void bezier (wcPt3 * controls, int nControls, int m, wcPt3 * curve)
{
    /* Allocate space for the coefficients */
    int * c = (int *) malloc (nControls * sizeof (int));
    int i;

    computeCoefficients (nControls-1, c);
    for (i=0; i<=m; i++)
        computePoint (i / (float) m, &curve[i], nControls, controls, c);
    free (c);
}

```

## مشخصات منحنی های BEZIER

یک ویژگی بسیار مفید منحنی BEZIER آن است که همیشه از نقاط کنترل اول و آخر می گذرد پس شرایط مرزی در دو انتهای منحنی:

$$\begin{aligned} P(0) &= p_0 \\ P(1) &= p_n \end{aligned} \quad (10-46)$$

مقادیر مشتقات اول پارامتری یک منحنی BEZIER در نقاط انتهایی از مختصات نقطه کنترل محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} P'(0) &= -np_0 + np_1 \\ P'(1) &= -np_{n-1} + np_n \end{aligned} \quad (10-47)$$

پس شیب در آغاز منحنی در طول خط متصل کننده ۲ نقطه اول کنترل است و شیب در انتهای منحنی در طول ۲ نقطه آخر انتهایی است همینطور مشتقات دوم پارامتری یک منحنی BEZIER در نقاط انتهایی بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} P''(0) &= n(n-1)[(p_2 - p_1) - (p_1 - p_0)] \\ P''(1) &= n(n-1)[(p_{n-2} - p_{n-1}) - (p_{n-1} - p_n)] \end{aligned} \quad (10-48)$$

ویژگی مهم دیگر هر منحنی BEZIER آن است که درون پوسته محدب (مرز محدب چند ضلعی) نقاط کنترل قرار می گیرد این از مشخصات توابع ترکیب کننده BEZIER پیروی می کند آنها همگی مثبت هستند و جمعشان همیشه یک است:

$$\sum_{k=0}^n BEZ_{k,n}(u) = 1 \quad (10-49)$$

چنانکه موقعیت منحنی به سادگی شامل جمع مقدارهای موقعیت های نقطه کنترل است. ویژگی پوسته محدب برای منحنی های BEZIER مطمئن می کند که چند متغیری به آرامی از نقاط کنترل بدون نوسانات سیار پیروی می کند.

### تکنیک های طراحی با استفاده از منحنی های BEZIER

منحنی های بسته BEZIER با مشخص کردن نقاط کنترل اول و آخر در یک موقعیت (مثال شکل ۱۰-۳۵) ساخته می شوند. همچنین مشخص کردن نقاط کنترل چند گانه در یک موقعیت مختصاتی مقدار و ارزش بیشتری به آن موقعیت می دهد.

در شکل ۱۰-۳۶ یک موقعیت مختصاتی شامل ورودی به صورت ۲ نقطه کنترل است و منحنی حاصله به حالت نزدیکتر است نسبت به این موقعیت هل داده می شود.

می توانیم منحنی BEZIER را با هر تعداد از نقاط کنترل تناسب دهیم اما این نیازمند محاسبه توابع چند متغیری درجه بالاتر است. وقتی منحنی های پیچیده ساخته می ود با قطعه قطعه کردن چند قطعه BEZIER با هم درجات کمتر تشکیل می شود.

این کار به ما کنترل بهتری بر روی شکل منحنی در مناطق کوچک می دهد. از آنجا که منحنی های از نقاط انتهایی می گذرد آسان است تا قطعات منحنی با هم جور شوند (پیوستگی درجه صفر)

همچنین منحنی های BEZIER دارای وژگی مهمی است که مماس بر منحنی در نقطه انتهایی است که در طول نقطه اتصالی است آن نقطه، نقطه انتهایی نسبت به نقطه کنترل مجاور است.

پس برای بدست آوردن امتداد درجه اول بین قطعات منحنی می توانیم نقاط کنترل  $p'_0, p'_1$  یک قطعه جدید در طول همان خط مستقیم بصورت نقاط کنترل  $p_3, p_4$  قطعه قبلی را انتخاب کنیم. وقتی دو قطعه منحنی دارای تعداد یکسان نقاط کنترل هستند امتداد  $C'$  را با انتخاب نقطه کنترل اول مقطع جدیدی به عنوان نقطه کنترل آخر مقطع قبلی و با گذاشتن موقعیت نقطه کنترل دوم در موقعیت مقطع جدید بدست می آوریم:

$$p_{n-2} + (p_n - p_{n-1})$$

شکل ۱۰-۳۵ یک منحنی بسته BEZIER ایجاد شده با مشخص کردن نقاط کنترل اول و آخر در همان محل

شکل ۱۰-۳۶ یک منحنی BEZIER با گذاشتن نزدیکتر نسبت به موقعیت معلوم مختصاتی ایجاد می شود این کار با مشخص کردن نقاط کنترل چند گانه نسبت به آن موقعیت انجام می شود.

منحنی تقریب قطعه وار تشکیل شده با ۲ قطعه Bezier پیوستگی درجه صفر و درجه یک بین قطعات منحنی با گذاشتن  $p'_0 = p_1$  و با ایجاد نقاط هم خط  $p_1$  و  $p_2$  و  $p'_1$  بدست می آیند.

پس ۳ نقطه کنترل هم خط و با فاصله مساوی هستند.

ما امتداد  $C_2$  را بین دو مقطع Bezier با محاسبه موقعیت نقطه کنترل سوم یک مقطع جدید از لحاظ موقعیت های سه نقطه آخر کنترل مقطع قبلی بدست می آوریم:

$$p_{n-2} + 4(p_n - p_{n-1})$$

با نیاز داشتن به امتداد درجه دوم قطعات منحنی Bezier بصورت غیرضروری محدود کننده هستند. این بوسیله با منحنی های مکعب صادق است که فقط ۴ نقطه کنترل در هر مقطع دارد. در این مورد امتداد درجه دوم، موقعیت سه نقطه کنترل را ثابت می کند و فقط یک نقطه باقی می گذارد که می توانیم برای تغییر شکل قطعه منحنی بکار ببریم.

### منحنی های Bezier مکعبی

را موجه می کند در حالیکه از افزایش محاسبات موردنیاز با چند متغیری های درجه بالاتر جلوگیری می کند. منحنی های Bezier مکعبی با ۴ نقطه کنترل ساخته می شوند.

۴ تابع ترکیب کننده برای منحنی های Bezier مکعبی با جانشین کردن  $n=3$  درون معادله  $10-41$  بدست می آیند:

$$\begin{aligned} BEZ_{0,3}(u) &= (1-u)^3 \\ BEZ_{1,3}(u) &= 3u(1-u)^2 \\ BEZ_{2,3}(u) &= 3u^2(1-u) \\ BEZ_{3,3}(u) &= u^3 \end{aligned} \quad (10-50)$$

پیاده کردن نمودارهای چهارگانه توابع ترکیب کننده Bezier در شی ۱۰-۳۸ داده می شوند. فرم توابع ترکیب کننده تعیین می کند که چگونه نقاط کنترل بر شکل منحنی برای مقادیر پارامتر  $u$  در محدوده از صفر تا یک اثر می گذارند. در  $u=0$  تنها تابع ترکیب کننده غیر صفر  $Bez03$  است که دارای مقدار ۱ است.

در  $u=1$  تنها تابع غیر صفر  $Bez3,3$  با مقدار یک در آن نقطه است. پس منحنی Bezier مکعبی همیشه از نقاط کنترل  $p_0$  و  $p_3$  خواهد گذشت. تابع های دیگر  $Bez1,3$  و  $Bez2,3$  بر شکل منحنی در مقادیر متوسط پارامتر  $u$  اثر می گذارند چنانکه منحنی های حاصله به سمت نقاط  $p_1$  و  $p_2$  متمایل می شوند.

تابع ترکیب کننده  $Bez1,3$  در  $u=\frac{1}{3}$  ماقزیم است و  $Bez2,3$  در  $u=\frac{2}{3}$  ماقزیم است. ما در شکل ۱۰-۳۸ اشاره می کنیم که هر کدام از ۴ تابع ترکیب کننده در همه محدوده پارامتر  $u$  غیر صفر است. پس منحنی های Bezier کنترل محلی شکل منحنی را مقدور نمی کنند. اگر تصمیم بگیریم تا هیچ کدام از نقطه کنترل را نگذاریم همه منحنی تحت تأثیر قرار خواهد گرفت.

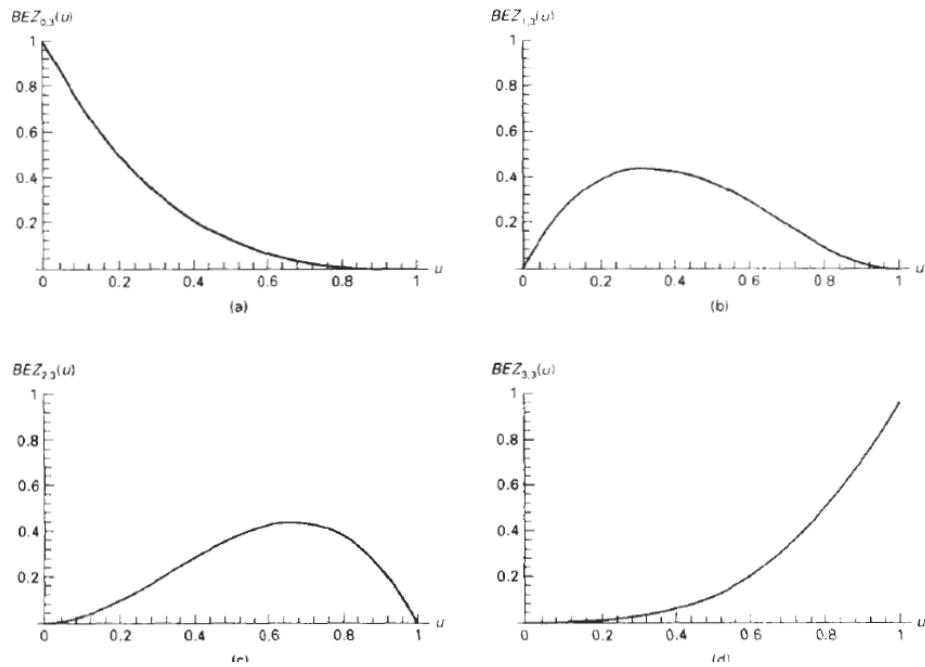
در نقاط انتهایی منحنی Bezier مکعبی، مشتقات اول پارامتری (شیب ها) عبارتند از:

$$P'(0) = 3(p_1 - p_0), \quad P'(1) = 3(p_3 - p_2)$$

ومشتقات ثانویه پارامتری:

$$P''(0) = 6(p_0 - 2p_1 + p_2), \quad P''(1) = 6(p_3 - 2p_2 + p_1)$$

می توانیم از این عبارت ها برای مشتقات پارامتری در ساختن منحنی های قطعه وار یا امتداد  $C2$  یا  $C2$  بین مقاطع استفاده کنیم.



#### ۴ تابع ترکیب کننده Bezier برای منحنی های مکعبی

ما با بسط دادن عبارت های چند متغیری برای توابع ترکیب کننده می توانیم تابع نقطه Bezier را به فرم ماتریکس بنویسیم:

$$P(u) = [u^3 \ u^2 \ u^1] \cdot M_{\text{Bez}} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (10-51)$$

که در آن ماتریکس Bezier به صورت زیر است:

$$M_{\text{Bez}} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10-52)$$

که همچنین پارامترهای اضافی را وارد می کند تا تغییر کشش منحنی و انحراف مقدور شود. همانطور که با های درون یابی کننده انجام شده است. اما Spline های B مفیدتر و Spline های B این توانایی را فراهم می کنند.

#### Bezier سطوح

دودسته منحنی راست گوشه برای طراحی یک سطح شی توسط مشخص کردن یک مش ورودی نقاط کنترل قابل استفاده است. تابع بردار پارامتری برای سطح Bezier با فرآورده کارتزین تابع های ترکیب کننده تشکیل می شود:

$$P(u, v) = \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^n p_{j,k} BEZ_{j,m}(v) BEZ_{k,n}(u) \quad (7.1.5.3)$$

با  $P_{j,k}$  محل نقاط کنترل ( $m=1$ ) در ( $n=1$ ) رامشخص می کند. دو نمودار پیاده شدن سطح Bezier را توضیح می دهد. نقاط کنترل توسط خطوط نقطه چین متصل می شوند و خطوط کامل (تیره) منحنی های ثابت  $u$  و ثابت  $v$  را نشان می دهد. هر منحنی ثابت  $u$  با تغییر دادن  $v$  در بازه از صفر تا یک پیاده می شود. یعنی  $u$  در یکی از مقادیر دراین بازه واحد ثابت است. منحنی های ثابت  $u$  همینطور پیاده می شوند.

ش ۳۹-۱۰

سطوح Bezier ساخته شده برای (a)  $n=3$  و  $m=3$  و (b)  $n=4$  و  $m=4$  خطوط نقطه چین نقاط کنترل را بهم متصل می کند.

ش ۴۰-۱۰

یک سطح مرکب Bezier ساخته شده با مقاطع Bezier متصل شده در خط مرزی شان داده شده. خطوط نقطه چین، نقاط کنترل مشخص شده را متصل می کند. امتداد درجه اول با ساختن نسبت طول  $L_1$  به طول  $L_2$  ثابت برای هر خط هم خط نقاط کنترل در عرض مرزی بین مقاطع سطح ایجاد می شود.

سطوح Bezier دارای همان مشخصات منحنی های Bezier هستند و روش راحتی برای کاربردهای طراحی متعامل فراهم می کنند. برای تکه سطح می توانیم یک مش نقاط کنترل را در سطح زمینه  $xy$  انتخاب می کنیم سپس ارتفاع هارا بالای سطح زمین برای مقادیر مختصات  $Z$  نقاط کنترل انتخاب می کنیم. سپس تکه ها با استفاده از شرایط مرزی چیده می شوند. شکل ۱۰-۴۰ یک سطح تشکیل شده با دو قطعه Bezier را توضیح می دهد. مثل منحنی ها - یک انتقال آرام از یک قطعه به دیگری با ایجاد هردو امتداد درجه صفر و درجه یک در خط مرزی بینه می شود.

امتداد درجه صفر با جور کردن نقاط کنترل در مرز بدست می آیند. امتداد درجه یک با انتخاب کردن نقاط کنترل در طول خط مستقیم در عرض مرز و با حفظ نسبت ثابت پاره خط های هم خط برای دسته نقطه کنترل مشخص کردن در عرض مرزهای قطعه بدست می آید.

## سطوح ومنحنی های B-Spline

اینها پرکاربردترین رده Spline های تقریب زدن هستند.  
B-Spline ها دو منفعت برتر از Bezier Spline های دارند:  
درجه یک چندمتغیری B-Spline مستقل از تعداد نقاط کنترل گذاشته می شود(با محدودیت های معین)  
B-Spline ها کنترل محلی در شکل منحنی یا سطح Spline را مقدور می کنند. رابطه جایگزین آن B-Spline ها پیچیده تر از Bezier Spline های Spline منحنی های است.

### B-Spline منحنی های

می توانیم عبارتی عمومی برای محاسبه موقعیت های مختصاتی در طول منحنی B-Spline در فرمولاسیون تابع ترکیب کننده بنویسیم:

$$\mathbf{P}(u) = \sum_{k=0}^n \mathbf{p}_k B_{k,d}(u), \quad u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad 2 \leq d \leq n + 1 \quad (10-54)$$

که در آن  $P_k$  دسته ورودی  $n+1$  نقطه کنترل است. چند تفاوت بین این فرمولاسیون B-Spline و برای Bezier های وجود دارد. محد. ده پارامتر  $u$  اکنون به این بستگی دارد که ما چگونه پارامترهای B-Spline را انتخاب می کنیم.

توابع ترکیب کننده  $B_{k,d}$  B-Spline چند متغیری های درجه  $d-1$  است که در آن پارامتر  $d$  می تواند بصورتی انتخاب شود که هر مقدار عدد صحیح در گستره ۱ تا تعداد نقاط کنترل  $n+1$  باشد. (واقعاً می توانیم مقدار  $d$  را در ۱ بگذاریم اما سپس منحنی ما فقط یک پیاده شدن نقطه ای از نقاط کنترل است).  
کنترل محلی برای B-Spline ها با تعریف کردن توابع ترکیب کننده در زیربازه های محدوده کلی  $u$  بدست می آید.

توابع کنترل کننده برای منحنی های B-Spline با فرمول های برگشت Cox-deBoor تعریف می شوند: که در آن هر تابع ترکیب کننده در  $d$  زیربازه محدوده کلی  $u$  تعریف می شود. دسته انتخاب شده نقاط انتهایی زیربازه  $u_j$  را بعنوان بردار غده در نظر گرفته می شود. می توانیم هر مقداری را برای نقاط انتهایی زیربازه انتخاب کنیم که رابطه  $u_1 < u_1+1 \leq u$  را برآورده می کند.

سپس برابر  $u_{\min}$  و  $u_{\max}$  به تعداد نقاط کنترلی که انتخاب می کنیم مقداری که برای پارامتر  $d$  انتخاب می کنیم و چگونگی ایجاد زیر بازه ها بستگی دارد.  
از آنجا که ممکن است تاعناصر بردار غده را چنان انتخاب کرد که مخرج های کسر در محاسبات قبلی، بتوانند مقدار صفر داشته باشند این فرمول بندی فرض می کند که هر جمله ارزیابی شده بصورت  $0/0$  باید با مقدار صفر مشخص شود.

شکل ۱۰-۴۱ مشخصات کنترل محلی B-Spline ها به شکل B-Spline هارا ثابت می کند. علاوه بر کنترل محلی ما اجازه می دهد تا تعداد نقاط کنترلی بکار رفته برای طراحی یک منحنی را بدون تغییر دادن درجه چند متغیری، تغییر دهیم.

همچنین هر تعداد نقاط کنترل می تواند افزوده یا تغییر یابد تا شکل های منحنی دستکاری شود. همینطور می توانیم تعداد مقادیر را در بردار غده افزایش دهیم تا به طراحی منحنی کمک کنیم. همچنین وقتی این را انجام می دهیم نیاز داریم تا نقاط کنترلی را بیفزاییم چون سایز بردار غده به پارامتر  $n$  بستگی دارد.

منحنی های B-Spline مشخصات زیر را دارند:

منحنی چند متغیری دارای درجه  $d-1$  و امتداد  $C_{d-2}$  در محدوده  $u$  است. برای  $n+1$  تا نقطه کنترل، منحنی با  $n+1$  تاتابع ترکیب کننده توضیح داده می شود. هرتابع ترکیب کننده  $B_{k,d}$  با  $d$  تا زیربازه در محدوده کلی  $u$  تعریف می شود و با مقدار غده  $u_k$  آغاز می شود. محدوده پارامتر  $u$  بر  $n+d$  زیربازه تقسیم می شود و مقادیر  $n+d+1$  در بردار غده مشخص می شود.

شکل ۱۰-۴۱

تغییر محلی یک منحنی B-Spline، تغییر دادن نقاط کنترل در (a) منحنی را تولید می کند، (b) که فقط در همچواری نقطه کنترل عوض شده تغییر می یابد.

با مقادیر به نامهای  $(u_0, u_1, \dots, u_n)$  منحنی B-Spline حاصله فقط در بازه از مقدار غده  $1-d$  تا  $d-1$  مقدار غده  $u_{n-1}$  تعریف می شود.

هر قطعه منحنی Spline (بین دو مقدار غده متوالی) تحت تأثیر نقاط کنترل  $d$  است. هر نقطه کنترل می تواند برشکل دربیستر قطعات منحنی  $d$  اثربگذارد.

علاوه یک منحنی B-Spline درون پیوسته محدب اغلب نقاط  $d+1$  است چنانکه B-Spline ها پیوند محکمی با موقعیت های آغازین دارند برای هر مقدار  $u$  در بازه از مقدار غده  $1-d$  تا  $n+1$  جمع در همه توابع پایه ای یک است:

$$\sum_{k=0}^n B_{k,d}(u) = 1 \quad (10-56)$$

ما با معلوم بودن نقاط کنترل و مقدار پارامتر  $d$ ، نیازمند مشخص کردن مقادیر غده برای بدست آوردن توابع ترکیب کننده با استفاده از روابط برگشت ۱۰-۵۵ هستیم. سه طبقه بنده عمومی برای بردارهای غده وجود دارد: یکنواخت، یکنواخت بازو غیریکنواخت

B-Spline ها عومما" مطابق با رده بردار غده انتخاب شده، توضیح داده می شوند. B-Spline های یکنواخت - دوره ای

وقتی فاصله بین مقادیر غده ثابت است منحنی حاصله را B-Spline یکنواخت می نامند. مثلاً "می توانیم بردارغده یکنواخت را ایجاد کنیم:

$$\{-1.5, -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$$

غالباً" مقادیر غده نسبت به محدوده بین صفر و یک نرمالیزه می شوند مثل

$$\{0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$$

در بسیاری از کاربردها راحت است تا مقادیرغده یکنواخت را با فاصله یک و مقدار آغازین صفرایجاد شود. بردارغده بعدی مثالی از این طرح مشخص کردن است

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

ش ۱۰-۴۲ توابع ترکیب کننده B-Spline دوره ای برای  $n=d=3$  و یک بردار غده عدد صحیح B-Spline های یکنواخت دارای توابع ترکیب کننده دوره ای هستند پس برای مقادیر  $n$  و  $d$  همه توابع ترکیب کننده شکل یکسان دارند. هر تابع ترکیب کننده متوالی به سادگی یک نسخه جایجا شده تابع قبلی است:

$$B_{k,d}(u) = B_{k+1,d}(u + \Delta u) = B_{k-2,d}(u + 2 \Delta u) \quad (10-57)$$

که در آن  $\Delta u$  بازه بین مقادیرغده مجاور است. شکل ۱۰-۴۲ درجه دوم یکنواخت ایجاد شده درمثال زیر را برای منحنی با ۴ نقطه کنترل نشان می دهد:

مثال ۱۰-۱

B-Spline های یکنواخت درجه دوم

برای توضیح دادن محاسبه توابع ترکیب کننده B-Spline برای یک بردارغده عدد صحیح یکنواخت، ما مقادیر پارامتر

$d=n=3$  را انتخاب می کنیم. سپس مقدارغده باید حاوی  $n+d+1=7$  مقدار غده باش

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ومحدوده پارامتر  $u$  از صفر تا ۶ با  $n+d=6$  زیربازه است.

هر کدام از ۴ بازه ترکیب کننده در  $d=3$  زیربازه محدوده کلی  $u$  گسترش می یابد. با استفاده از روابط برگشت ۱۰-۵۵ اولین تابع ترکیب کننده را بدست می آوریم:

$$B_{0,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} u^2, & \text{for } 0 \leq u < 1 \\ \frac{1}{2} u(2-u) + \frac{1}{2}(u-1)(3-u), & \text{for } 1 \leq u < 2 \\ \frac{1}{2}(3-u)^2, & \text{for } 2 \leq u < 3 \end{cases}$$

ما تابع ترکیب کننده‌ی دوره‌ای بعدی را با رابطه  $10-57$  با جانشین کردن  $u-1$  برای  $u$  در  $B_{0,3}$  و جابجا کردن موقعیت‌های آغازین تا یک واحد بدست می‌آوریم:

$$B_{1,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-1)^2, & \text{for } 1 \leq u < 2 \\ \frac{1}{2}(u-1)(3-u) + \frac{1}{2}(u-2)(4-u), & \text{for } 2 \leq u < 3 \\ \frac{1}{2}(4-u)^2, & \text{for } 3 \leq u < 4 \end{cases}$$

همینطور دوتابع دوره‌ای باقیمانده با جابجا کردن متوالی  $B_{1,3}$  تا سمت راست بدست می‌آیند:

$$B_{2,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-2)^2, & \text{for } 2 \leq u < 3 \\ \frac{1}{2}(u-2)(4-u) + \frac{1}{2}(u-3)(5-u), & \text{for } 3 \leq u < 4 \\ \frac{1}{2}(5-u)^2, & \text{for } 4 \leq u < 5 \end{cases}$$

$$B_{3,3}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-3)^2, & \text{for } 3 \leq u < 4 \\ \frac{1}{2}(u-3)(5-u) + \frac{1}{2}(u-4)(6-u), & \text{for } 4 \leq u < 5 \\ \frac{1}{2}(6-u)^2, & \text{for } 5 \leq u < 6 \end{cases}$$

پیاده شده‌ی  $4$  تابع ترکیب کننده دوره‌ای درجه دو در شکل  $10-42$  ارایه می‌شود که جنبه محلی  $B$ -Splines را ثابت می‌کند. نقطه کنترل اول برتابع ترکیب کننده  $(u)$   $B_{0,3}$  ضرب می‌شود. سپس تغییر دادن موقعیت نقطه کنترل اصلی فقط بر شکل منحنی تا بیش از  $u=3$  اثر می‌گذارد. همینطور نقطه کنترل آخر بر شکل منحنی  $Spline$  در بازه‌ای اثر می‌گذارد که در آن  $B_{3,3}$  تعریف می‌شود.

همچنین شکل ۱۰-۴۲ محدوده های منحنی B-Spline را برای این مثال توضیح می دهد. همه توابع ترکیب کننده در بازه از  $u=0$  تا  $u=1$  وجود دارند. زیرا  $u$  و بالای ۱ همه توابع ترکیب کننده وجود ندارند. این محدوده منحنی چند متغیری است و بازه ای که در آن معادله  $u=0.5$  اعتبار دارد.

شکل ۱۰-۴۳ دوره ای درجه دو جور شده با ۴ نقطه کنترل در سطح  $xy$  پس جمع همه توابع ترکیب کننده در این بازه یک است. بیرون این بازه نمی توانیم همه توابع ترکیب کننده را جمع کنیم چون آنها در زیرا  $u$  و بالای ۱ تعریف نمی شوند. ارآنجا که گستره منحنی چندمتغیری حاصله از ۲ تا ۴ است می توانیم نقاط آغاز و پایان منحنی را با ارزیابی توابع ترکیب کننده در این نقاط ارزیابی کنیم تا بدست بیاوریم:

$$P_{\text{start}} = \frac{1}{2}(p_0 + p_1), \quad P_{\text{end}} = \frac{1}{2}(p_2 + p_3)$$

پس منحنی در نقطه میانی بین ۲ نقطه کنترل اول آغاز می شود و در نقطه میانی بین ۲ نقطه کنترل آخر پایان می یابد.

همچنین می توانیم مشتقات پارامتری را در موقعیت های آغازین و پایانی منحنی تعیین کنیم. با گرفتن مشتقات توابع ترکیب کننده و جانشین کردن مقادیر نقطه انتهایی برای پارامتر  $u$  در می یابیم:

$$P'_{\text{start}} = p_1 - p_0, \quad P'_{\text{end}} = p_3 - p_2$$

شیب پارامتری منحنی در موقعیت آغازین موازی خط متصل کننده ۲ نقطه کنترل اول است و شیب پارامتری در انتهای منحنی موازی خط متصل کننده ۲ نقطه کنترل پایانی است.

یک نمودار مثالی پیاده شده منحنی درجه دوم دوره ای B-Spline در شکل ۱۰-۴۳ برای ۴ نقطه کنترل انتخاب شده در سطح XY داده می شود.

در مثال قبلی ذکر کردیم که منحنی درجه دوم بین ۲ نقطه کنترل اول آغاز می شود و درجایی بین ۲ نقطه کنترل دوم پایان می یابد. این نتیجه برای B-Spline درجه دوم دوره ای تناسب یافته با هر تعداد نقطه کنترل متمازی معتبر است. عموماً "برای چندمتغیری های درجه بالاتر، موقعیت های آغازین و پایانی هر کدام دارای مقدار متوسط  $d-1$  تا نقطه کنترل هستند.

می توانیم منحنی Spline را به هر موقعیت نقطه کنترل هل بدھیم. این کار را با مشخص کردن موقعیت در زمانهای چندگانه انجام می دهیم.

عبارت های عمومی برای شرایط مرزی در مورد B-Spline های دوره ای با پارامتری کردن دوباره توابع ترکیب کننده بدست می آیند بطوریکه  $u=0$  درون بازه واحد از صفرتا یک رسم می شود. موقعیت های آغازین و پایانی در  $u=0$  و  $u=1$  بدست می آیند.

## B-Spline های دوره ای مکعبی

از آنجا که B-Spline های دوره ای مکعبی عموماً درسته های کامپیوتری بکارمی روند به فرمولاسیون این دسته از Spline ها توجه می کنیم. Spline های دوره ای بویژه برای ایجاد منحنی های بسته معین مفید هستند. مثلاً "منحنی بسته در شکل ۱۰-۴۴ در قطعاتی با مشخص کردن دایره ای ۴ تا از ۶ نقطه کنترل نشان داده شده در هر مرحله ایجاد می شود.

ش ۱۰-۴۴ یک B-Spline مکعبی قطعه وارد دوره ای بسته ساخته شده با مشخص کردن دایره ای ۶ نقطه کنترل

اگر هیچکدام از این ۳ نقطه کنترل متواالی یکسان باشند منحنی از آن موقعیت مختصاتی می گذرد. برای مکعب ها  $d=4$  و هر تابع ترکیب کننده در ۴ زیر بازه با محدوده کلی  $u$  گسترش می یابد. اگر مجبور به تناسب مکعب با ۴ نقطه کنترل باشیم می توانیم از بردار غده عدد صحیح استفاده کنیم:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

وروابط برگشت ۱۰-۵۵ برای بدست آوردن توابع ترکیب کننده دوره ای هستند همانطور که در بخش آخر برای B-Spline های دوره ای درجه دوم انجام دادیم.

مادراین بخش به فرمولاسیون جایگزین برای B-Spline های دوره ای مکعبی توجه می کنیم. ما با شرایط مرزی آغاز می کنیم و تابع ترکیب کننده نرمالیزه شده با بازه  $1 \leq u \leq 0$  را بدست می آوریم.

همچنین با این فرمولاسیون به آسانی می توانیم ماتریکس مشخصه را بدست بیاوریم. شرایط مرزی برای B-Spline های مکعبی دوره ای با ۴ نقطه کنترل متواالی بنام های  $p_3$  و  $p_2$  و  $p_1$  و  $p_0$  بصورت زیر است:

$$P(0) = \frac{1}{6}(p_0 + 4p_1 + p_2)$$

$$P(1) = \frac{1}{6}(p_1 + 4p_2 + p_3)$$

(10-58)

$$P'(0) = \frac{1}{2}(p_2 - p_0)$$

$$P'(1) = \frac{1}{2}(p_3 - p_1)$$

این شرایط مرزی مشابه شرایط برای Spline های کاردینال هستند. قطعات منحنی با ۴ نقطه کنترل تعریف می شوند و مشتقهای پارامتری در آغاز و پایان هر قطعه منحنی موازی قوس های متصل کننده همچوar نقاط کنترل هستند. قطعه منحنی B-Spline در موقعیتی نزدیک  $p_1$  آغاز می شود و در موقعیتی نزدیک  $p_2$  پایان می یابد. یک فرمولاسیون ماتریکس برای B-Spline های دوره ای مکعبی با ۴ نقطه کنترل بصورت زیر نوشته می شود:

$$P(u) = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \cdot M_B \cdot \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (10-59)$$

که در آن ماتریکس برای چندمتغیری های مکعبی دوره ای:

$$M_B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10-60)$$

این ماتریکس با حل کردن برای ضرایب در عبارت چند متغیری مکعبی عمومی با استفاده از ۴ شرایط مرزی مشخص شده بدست می آید.

همچنین می توانیم معادلات B-Spline را تغییر دهیم تا شامل پارامتر کشش  $t$  باشیم (مثل Spline های کاردینال). پس

$$M_{Bt} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -t & 12 - 9t & 9t - 12 & t \\ 3t & 12t - 18 & 18 - 15t & 0 \\ -3t & 0 & 3t & 0 \\ t & 6 - 2t & t & 0 \end{bmatrix} \quad (10-61)$$

که را کاهش می دهد وقتی  $t=1$  است.

ماتوابع ترکیب کننده B-Spline دوره ای مکعبی را از روی گستره پارامتر از صفرتا یک با گسترش دادن نمایش ماتریکس به فرم چندمتغیری بدست می آوریم. مثلاً برای مقدار کشش  $t=1$  داریم:

$$B_{0,3}(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$B_{1,3}(u) = \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4)$$

(10-62)

$$B_{2,3}(u) = \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1)$$

$$B_{3,3}(u) = \frac{1}{6}u^3$$

**B-Spline های یکنواخت باز**

این رده از B-Spline ها ترکیبی بین B-Spline های یکنواخت و غیریکنواخت هستند. گاهی با آن به عنوان نوع خاصی از B-Spline یکنواخت رفتار می شود و گاهی در طبقه بندی B-Spline غیریکنواخت مورد توجه قرار می کرد.

برای B-Spline های یکنواخت باز یا به سادگی برای B-Spline های باز، فاصله غده یکنواخت است بجز در انتهایها که در آنچه مقادیر غده  $d$  بار تکرار می شوند.

۲ مثال زیر شامل بردارهای یکنواخت باز غده عدد صحیح است هر کدام با یک مقدار آغازین صفر:

$$\{0, 0, 1, 2, 3, 3\}, \quad \text{for } d = 2 \text{ and } n = 3$$

$$\{0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 2, 2\}, \quad \text{for } d = 4 \text{ and } n = 4$$

فرمول

می توانیم این بردارهای غده را نسبت به بازه واحد از صفر تا یک نرمالیزه کنیم:

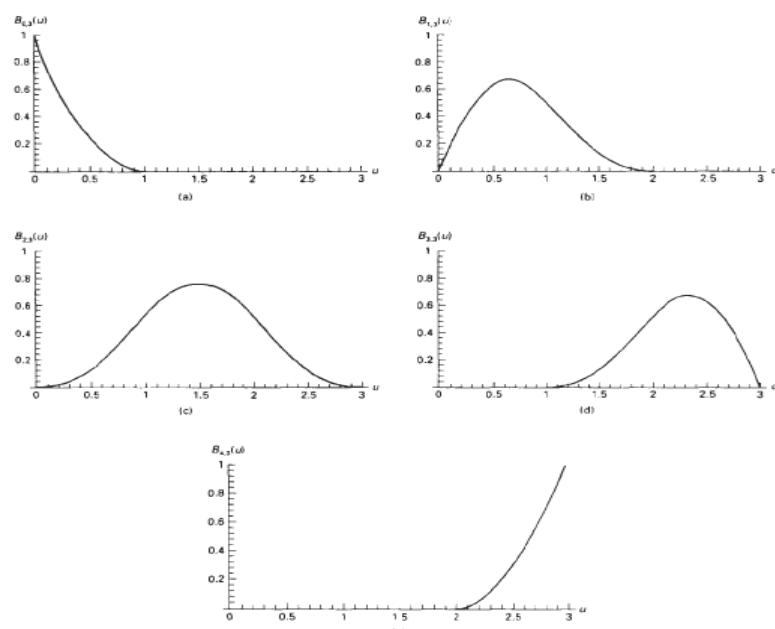
$$\{0, 0, 0.33, 0.67, 1, 1\}, \quad \text{for } d = 2 \text{ and } n = 3$$

$$\{0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1, 1\}, \quad \text{for } d = 4 \text{ and } n = 4$$

فرمول

## سطوح منحنی : B spline

فرمولاسیون یک سطح منحنی  $B$  - sline ( $B$ ) مشابه با منحنی های بزیه است . ما میتوانیم یک عملکرد نقطه برداری را در سرتاسر یک سطح منحنی  $B$  - sline ( $B$ ) با استفاده از ضرب دکارتی عملکرد های مخلوط منحنی در شکل ، جاییمه ارزشها برداری  $P_{k1,k2}$  وضیعت دهای نقاط کنترلی  $(n_1+1) \times (n_2+1)$  به  $(n_1+1) \times (n_2+1)$  را اختصاص می دهد بدست آوریم .



شکل 10-45 : عملکردهای محلوط منحنی  $B$  با شکل باز برای  $n=4$  و  $n=5$



شکل 10-46 : یک الگوی نمونه ای هلیکو تپد ، طراحی و مدل دهی شده توسط دانیل لانگلونتیس از SOFTIMAGE . ، مونترال ، با استفاده از 180000 وصله سطحی منحنی B . منظره با استفاده از ترسیم شعاعی ، نقشه برداری فشرده و نقشه برداری انعکاسی ایجاد شده بود (سهم گرافیکی سیلیکون) .

$$p(u, \gamma) = \sum_{k_1=0}^{n_1} \sum_{k_2=0}^{n_2} p_{k_1=k_2} B_{k_1, d_1}(U) B_{k_2, d_2}(\gamma)$$

سطوح منحنی B-spline خاصیتهای یکسانی را به همان صورت اجزای منحنی های B-spline نشان می دهد . یک سطح میتواند از ارزش‌های انتخاب شده برای پارامترهای  $d_1$  و  $d_2$  (چنانکه درجات چند جمله ای مورد استفاده را تعیین میکند) و از بردار گرهی خاصی ساخته شود . شکل 10-46 یک موضوع مدل دهی شده با سطوح منحنی B را نشان می دهد .

## 10-10

( Beta splines ) منحنی های بتا :

تعصیم منحنی های B ، منحنی های بتا Beta spline ها هستند ، همچنین به صورت B-spline . هم ارجاع داده شده اند ، که بوسیله نفوذ شرایط پیوسته هندسی روی اولین و دومین مشتقات پارامتری به شکل قاعده در آمده اند . پارامترهای پیوسته منحنی های برای بتا Beta spline ، پارامترهای بتا نامیده میشود .

### حالات پیوسته منحنی های Beta spline

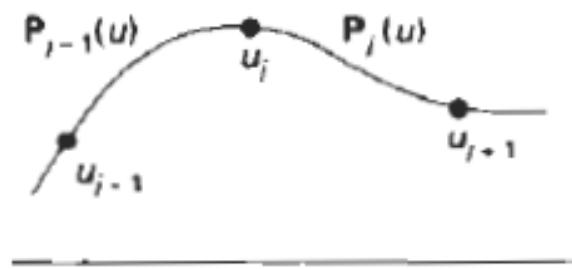
برای یک بردار گرهی اختصاصی شده ، می توانیم بخش های منحنی spline را برای سمت چپ و راست یک گروه ویژه  $u_j$  بهمراه بردار های وضعیت  $(u)$  و  $P_{j-1}(u)$  نامزد کنیم (شکل 10-47). پیوستگی ترتیب صفحه (پیوستگی وضعیتی ) ،  $G^0$  در  $u_j$  وسیله نیازمندیهای زیر بدست آمده است :

$$P_{j-1}(u_j) = P_j(U_j)$$

پیوستگی ترتیبی ابتدایی واحد پیوستگی تانژانتی ،  $G^1$  بوسیله بردار هی متناسب تانژانتی مورد نیاز زیر بدست آمده است :

$$\beta_1 P'_{j-1}(u_j) = P'_j(u_j), \quad \beta > 0$$

شکل 10-47 :



بردار های وضعیت در طول بخش های منحنی در سمت چپ و راست گره  $u_j$  .

ایجاد، مشتقات ابتدائی پارامتری متناسب بوده و بردار های تانژانتی واحد در طول گره پیوستگی هستند پیوستگی ترتیبی ثانوی (پیوستگی بردار های انحنا ) ،  $G^2$  باشرط زیر اعمال شده است

$$\beta_1 p''_{j-1}(u_j) + \beta_2 p'_{j-1}(u_j) = p''_j(u_j)$$

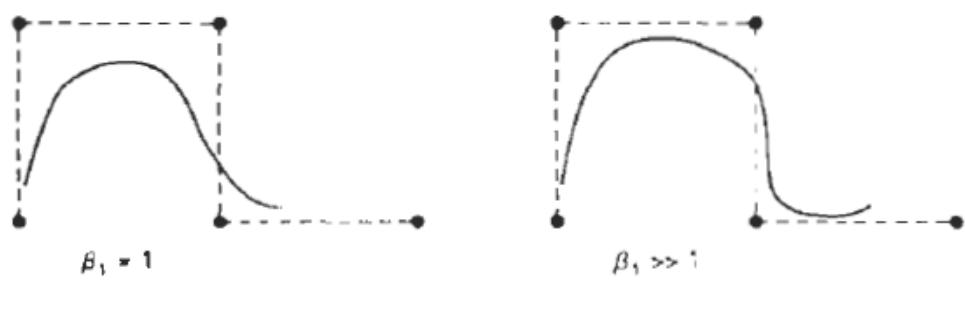
جایی که  $\beta_2$  میتواند هر عدد حقیقی در نظر گرفته شده باشد و  $0 < \beta_1$  . بردار انحنا یک اندازه از مقدار خم کردن منحنی واقع در وضعیت  $u_j$  را مهیا می سازد .

هنگامیکه  $\beta_1 = 1$  و  $\beta_2 = 0$  است ، منحنی های B spline - B spline به منحنی های B spline کاهش می یابند.

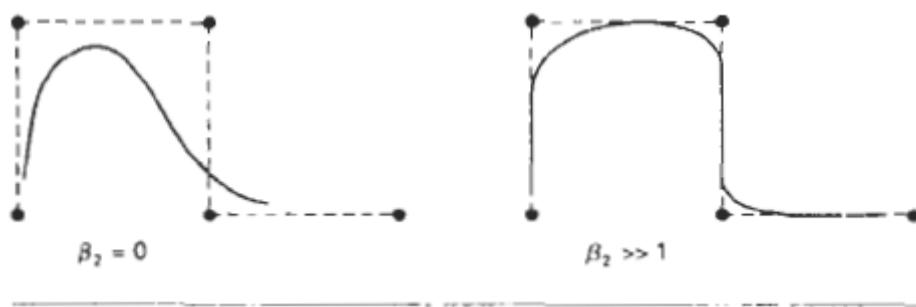
پارامتر  $B_1$  ، پارامتر اختلاف معیار نامیده می شود از زمانیکه آن عدم تقارن منحنی را کنترل می کند . برای  $B_1 > 1$  ، منحنی تمایل به هموار شدن در سمت راست در جهت بردار تانژانتی در گره ها میباشد برای  $0 < B_1 < 1$  منحنی تمایل به هموار شدن بسمت چپ دارد تاثیر  $B_1$  روی شکل منحنی spline در شکل 10-48 نشان داده شده است پارامتر  $B_2$  پارامتر کشش نامیده شده است ، از زمانیکه آن کنترل می کند که چطور محکمی یا شلی منحنی spline نمودار کنترلی را سودمند میسازد . برحسب افزایشات  $B_2$  ، منحنی شکل نمودار کنترلی را بصورتی که در شکل 10-49 نشان داده شده است ، نزدیک می کند .

#### نمایش ماتریس منحنی $B$ دوره ای ، فضایی (مکعبی) :

با بکار بردن حالات مرزی منحنی  $B$  برای یک چند جمله ای معکب بهمراه یک بردار گرهی شکلدار ، ما نمایش ماتریسی زیر را برای یک منحنی Beta spline دوره ای بدست می آوریم



شکل 10-48: تاثیر پارامتر  $B_1$  روی شکل Beta spline



شکل 10-49: تاثیر پارامتر  $B_2$  روی شکل Beta spline

$$M_\beta = \frac{1}{\delta} \begin{bmatrix} -2\beta_1^3 & 2(\beta_2 + \beta_1^3 + \beta_1^2 + \beta_1) & -2(\beta_2 + \beta_1^2 + \beta_1 + 1) & 2 \\ 6\beta_1^3 & -3(\beta_2 + 2\beta_1^3 + 2\beta_1^2) & 3(\beta_2 + 2\beta_1^2) & 0 \\ -6\beta_1^3 & 6(\beta_1^3 - \beta_1) & 6\beta_1 & 0 \\ 2\beta_1^3 & \beta_2 + 4(\beta_1^2 + \beta_1) & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (10-68)$$

است  $\delta = \beta_2 + 2\beta_1^3 + 4\beta_1^2 + 4\beta_1 + 2$  هنگامیکه  $B$ -spline جاییکه ما ماتریس  $M_B$  منحنی  $B$  spline را بهمراه ماتریس کشش  $M_B$  را هنگامی که است بدست می آوریم . وما منحنی  $B$  spline را بهمراه ماتریس کشش  $M_B$  را هنگامی که  $\beta_2 = 0, \beta_1 = 1$  است بدست می آوریم .  
 $\beta_1 = 1, \beta_2 = \frac{12}{t}(1-t)$

## 10-11

### منحنی های spline منطقی :

یک عملیات منطقی پویا بسادگی نسبت دو چند جمله ای است . بنابراین ف یک منحنی spline منطقی نسبت دو عملیان منحنی spline است .

برای مثال یک منحنی  $B$  spline منطقی می تواند با بردار وضعیتی توصیف شده باشد

$$p(u) = \frac{\sum_{k=0}^n w_k p_k \beta_{k,d}(u)}{\sum_{k=0}^n w_k \beta_{k,d}(u)}$$

جا هایی که  $P_k$  تنظیمی از وضعیت های نقطه کنترلی  $n+1$  هستند پارامترهای  $\omega_k$  (امگا ) ، فاکتور های وزنی برای نقاط کنترلی هستند . مهمتر ، ارزش یک  $\omega_k$  ویژه ، دقیقتر منحنی بطرف نکته کنترلی  $k$  ی وزنی شده بوسیله همان پارامتر کشیده شده است . هنگامیکه همه فاکتور های وزنی به ارزش یک تنظیم شده اند ، ما از آنجاییکه ما مخرجی در معامله 10-69 است (حاصل جمع عملیات های مخلوط کردن ) ، دارای منحنی استاندارد هستیم منحنی های spline منطقی دارای دو مزیت مهم در مقایسه با منحنی های  $B$  spline

غیر منطقی هستند در ابتدا ، آنها یک نمایش صحیح برای منحنی های درجه دو ( مخروط ها )، از قبیل دایره ها و بیضی ها را مهیا می سازد .

منحنی های spline غیر منطقی ، که چند جمله ای هستند ، می توانند تنها مخروط ها را تخمین بزنند این به بسته های گرافیکی اجزا اجازه می دهد تا تمامی اشکال منحنی را بهمراه یک نمایش منطقی منحنی های spline بدون نیاز به یک کتابخانه از عملکرد های منحنی برای جابجایی اشکال متفاوت طراحی شده الگو دهی نمایند .

مزیت دیگر الگو های spline منطقی این است که آنها با توجه به یک دگرگونی پرسپکتیوی (بخش 12-3) تغییر ناپذیر هستند . این به این معنی است که ما می توانیم یک دگرگونی پرسپکتیوی را برای نقاط کنترلی منحنی منطقی اعمال نماییم و ما نمای صحیح منحنی را بدست خواهیم آورد . منحنی های spline غیر منطقی ، از طرف دیگر ، با توجه به یک دگرگونی نمایشی پرسپکتیوی تغییر ناپذیر نیستند بطور نمونه بسته های طراحی گرافیکی از نمایش های بردار گرهی غیر یکنواخت برای ایجاد منحنی های B spline منطقی استفاده می کنند این منحنی های spline به NURB ها ارجاع داده شده اند (منحنی ها B spline منطقی غیر یکنواخت

نمایش های مختصات هم جنس برای منحنی های spline منطقی ، از آنجایی که فحوض می تواند به صورت فاکتور هم جنس در یک نمایش چهار بعدی از نقاط کنترلی بحث شده باشد ، استفاده شده اند . بنابراین ، یک منحنی منطقی می تواند به صورت تصویری از یک منحنی spline غیر منطقی 4 بعدی با فضای 3 بعدی در نظر گرفته شده باشد . ایجاد یک نمایش منحنی B - spline منطقی به همراه رویه های یکسان برای ایجاد یک نمایش غیر منطقی ، انجام شده است . با تنظیم نقاط کنترلی داده شده ، درجه چند جمله ای ، فاکتور های وزن دهی ، و بردار گرهی ، ما روابط متناوب را برای بدست آوردن عملیات های مخلوط کردن اعمال می کنیم .

برای رسم بخش های مخروط NURB ما از یک عملکرد منحنی B spline درجه دو (d=3) و سه نقطه کنترلی استفاده می کنیم . ما این کار را به همراه یک عملکرد منحنی B - spline تعریف شده با بردار گرهی باز انحام می دهیم :

$$\{0,0,0,01,1,1\}$$

که با منحنی B spline درجه 2 بزیه یکسان است . ما سپس عملکردهای وزن دهی برای ارزشها زیر تنظیم می کنیم :

$$\omega_0 = \omega_2 = 1$$

$$\omega_1 = \frac{r}{1-r} \quad 0 \leq r < 1 \quad (10-70)$$

ونمایش منحنی B-spline منطقی است :

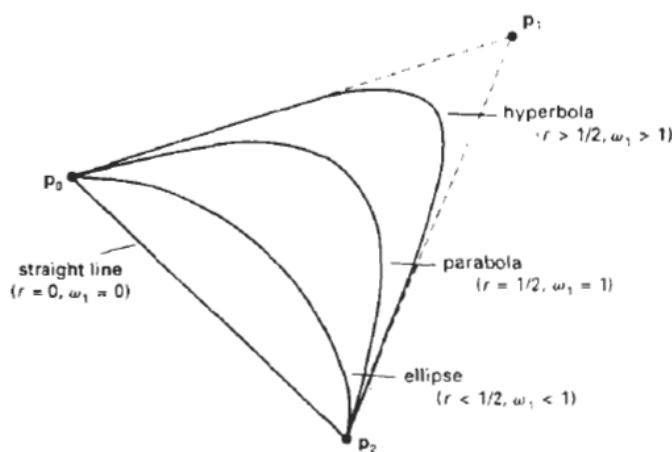
(10-71)

$$P(u) = \frac{P_0 B_{0,3}(u) + [r/(1-r)] P_1 B_{1,3}(u) + P_2 B_{2,3}(u)}{B_{0,3}(u) + [r/(1-r)] B_{1,3}(u) + B_{2,3}(u)}$$

ما سپس مخروط های متفاوت را (شکل 10-50) به همراه ارزش های زیر برای پارامتر  $r$  به دست می آوریم

- $r > 1/2, \omega_1 > 1$  بخش هذلولی
- $r = 1/2, \omega_1 = 1$  بخش سهمنی
- $r < 1/2, \omega_1 < 1$  بخش بیضی
- جز خط مستقیم

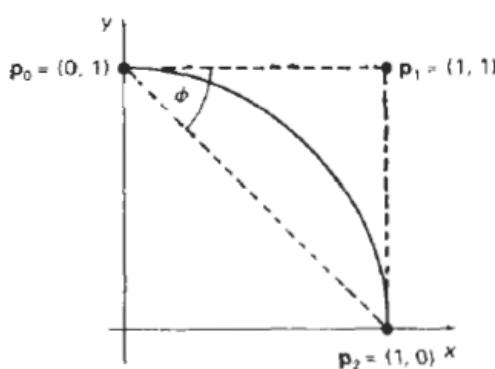
ما می توانیم  $\frac{1}{4}$  قوس دایره ای را در اولین ربع از طرح xy (شکل 10-51) به وسیله تنظیم کردن  $\omega_1 = \cos \Phi$  و به وسیله انتخاب نقاط کنترلی به صورت زیر تولید کنیم :



شکل 10-51 : یک قوس مدور در اولین ربع از طرح xy

$$P_0 = (0, 1), \quad P_1 = (1, 1), \quad P_2 = (1, 0)$$

شکل 10-50 بخش های مخروطی تولید شده به همراه ارزش های مختلف فاکتور  $\omega_1$  وزنی منحنی spline منطقی



بخش های دیگر از یک واحد دایره ای می تواند به همراه وضیعت های نقطه کنترلی متفاوت به دست آمده باشد . یک دایزه کلمل می تواند با استفاده از دگرگونی در طرح  $XY$  تولید شده باشد . برای مثال ، ما می توانیم  $\frac{1}{4}$  قوس دایره ای را گردانی کرد محورهای  $XY$  برای تولید قوس های دایره ای در سه ربع دیگر منعکس می نماییم . در برخی سیستم های CAD می یک بخش مخروطی را بوسیله اختصاص دادن سه نقطه روی یک قوس ایجاد می نماییم . یک نمایش منحنی  $sline$  دارای مختصات همجناس منطقی بوسیله محاسبه وضیعت های نقطه کنترلی که نمونه مخروطی انتخاب شده را تولید خواهند کرد تعیین شده است .  
به طور یک مثال ، یک نمایش هم جنس برای یک واحد قوسی دور در اولین ربع از طرح  $XY$  است

## 10-12

تبديل ما بين نمایشات منحنی  $sline$  :

برخی اوقات پسندیده است که توانایی سوئیچینگ از یک نمایش منحنی  $sline$  به دیگری وجود داشته باشد . برای مثال ، یک باز نمایی بزیه مناسب ترین برای تقسیم به جز شدن یک منحنی  $sline$  است ، مدامی که یک بازنمایی منحنی  $B-spline$  انعطاف طرحی برتری را عرضه نماید . پس ما توانایی طراحی یک منحنی را با استفاده از بخش های منحنی  $B-spline$  داریم ، سپس ما می توانیم آن را به یک باز نمایی بزیه معادل برای نمایش موضوع با استفاده از یک روش ریز تقسیمی باز گشته برای تعیین محل وضیعت های مختصات در طول منحنی تبدیل نماییم .

فرض می کنیم که ما یک توصیف منحنی  $sline$  ای از یک موضوعی که می تواند به همراه ضریب ماتریسی زیر توضیح داده شده باشد داریم :

$$P_{(u)} = U \cdot M_{sline} \cdot M_{geom1}$$

جاییکه  $M_{sline}$  توصیف کننده ماتریسی باز نمایی منحنی  $sline$  است ، و  $M_{geom1}$  ماتریس ستونی محدودیت های هندسی (برای مثال ، مختصات های نقطه کنترلی ) است . برای تبدیل به یک لازنماهی ثانوی به همراه ماتریس  $M_{sline2}$  ، ما نیاز به تعیین محدودیت هندسی ماتریس  $M_{geom2}$  که عملکرد نقطه برداری یکسانی را برای موضوع تولید می کند ، داریم .

$$\begin{bmatrix} x_h(u) \\ y_h(u) \\ z_h(u) \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u^2 \\ 2u \\ 0 \\ 1 + u^2 \end{bmatrix} \quad p(u) = U \cdot M_{spline2} \cdot M_{geom2}$$

آن است ،

یا

$$U \cdot M_{spline2} \cdot M_{geom2} = U \cdot M_{spline1} \cdot M_{geom1}$$

از حل شدن  $\mu_{geom2}$  ما داریم :

$$\mathbf{M}_{geom2} = \mathbf{M}_{spline2}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{spline1} \cdot \mathbf{M}_{geom1} = \mathbf{M}_{s1.s2} \cdot \mathbf{M}_{geom1}$$

و ماتریس تبدیلی مورد نیازی که از اولین بازنمایی منحنی به درومین تبدیل شده بصورت زیر محایبه شده است :

$$\mathbf{M}_{s1.s2} = \mathbf{M}_{spline2} \cdot \mathbf{M}_{spline1}$$

یک منحنی B-spline غیر یکنواخت نمی تواند با یک ماتریس spline کلی مشخص شده باشد . اما ما می توانیم توالی گرهی را برای تغییر منحنی B-spline غیر یکنواخت به یک بازنمایی بزیه باز آرایی دنماییم . پس ماتریس بزیه می تواند به هر شکل دیگری تبدیل شده باشد .

مثال زیر ماتریس دگرگونی را برای تبدیل از یک بازنمایی منحنی B-spline فضایی ، دوره ای به یک بازنمایی منحنی B-spline بزیه :

$$\mathbf{M}_{B,Bez} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10-76)$$

$$= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{و ماتریس دگرگونی :}$$

$$\mathbf{M}_{Bez,B} = \begin{bmatrix} -1/6 & 1/2 & -1/2 & 1/6 \\ 1/2 & -1 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -7 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 6 \end{bmatrix} \quad (10-77)$$

## نمایش منحنی‌ها و سطوح Spline

برای نمایش یک منحنی یا سطح Spline، ما باید وضعیت‌های مختصاتی را روی سطح یا منحنی که وضعیت‌های پیکسلی را روی دستگاه نمایش طرح‌ریزی می‌کند، تعیین نمائیم. این به این معنی است که ما باید عملکردهای منحنی Spline چندجمله‌ای پارامتری را در افزایش‌های خاص در سرتاسر گستره عملیات ارزیابی نمائیم. چندین روش وجود دارد که ما می‌توانیم برای محاسبه وضعیت‌ها در سرتاسر گستره سطح یا منحنی Spline استفاده نمائیم.

### قاعده هورند:

ساده‌ترین روش برای ارزیابی کردن یک چند جمله‌ای، بحای محاسبات ناشیانه هر اصطلاح در توالی، قاعده هورند است، که محاسبات را بوسیله فاکتور گیری پی در پی انجام می‌دهد. این نیازمند یک ضرب و یک جمع در هر گام است. برای یک چند جمله‌ای توان  $n$  گام وجود دارد.

بطور مثال، فرض می‌کنیم که ما دارای یک بازنمایی منحنی spline فضایی جایی که وضعیت‌های مختصاتی بصورت زیر توضیح داده شده‌اند هستیم:

$$x(u) = a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \quad (10-78)$$

با توضیحات مشابه برای مختصات‌های  $y, z$  برای یک ارزش ویژه از پارامتر  $\lambda$  ما این چند جمله‌ای را در ترتیب فاکتور گیری شده زیر ارزیابی می‌کنیم:

$$x(u) = [(a_x u + b_x)u + c_x]u + d_x \quad (10-79)$$

محاسبه هر ارزش  $x$  نیازمند سه ضرب و سه جمع می‌باشد، درحالی که تعیین هر وضعیت مختصاتی  $(x, y, z)$  در طول یک منحنی spline فضایی نیازمند ۹ ضرب و ۹ جمع است. راه کارهای فاکتور گیری افزوده، می‌تواند برای کاهش تعداد محاسبات نیازمند به روش هورند اعمال شده باشد، به ویژه برای چند جمله‌های ترتیبی بلندتر (توان بزرگتر از ۳). اما تعیین دوباره وضعیت‌های مختصاتی در سرتاسر گسترهای از یک عملکرد منحنی spline می‌تواند بسیار سریع‌تر با استفاده از محاسبات افتراقی در مقصد یا روش‌های تقسیم به جزء منحنی spline محاسبه شده باشد.

### محاسبات افتراقی در مقصد:

یک روش سریع برای ارزیابی عملکردهای چند جمله‌ای تولید ارزش‌های متوالی بطور بازگشتی به وسیله افزایش ارزش‌های محاسبه شده پیشین می‌باشد، برای مثال:

$$(10-80) \quad x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$$

بنابراین، در ابتدا ما افزایش و ارزش  $x_k$  را در هر گام شناسایی می کنیم، ما به ارزش بعدی به وسیله جمع کردن مقدار افزایشی، با ارزش در آن گام می رویم.

مقدار افزایشی  $\Delta x_k$  در هر گام تفاضل در مقصد نامیده شده است. اگر ما گستره کلی  $U$  را به تحت فاصله هایی از اندازه ثابت  $\delta$  تقسیم کنیم، پس دو وضعیت  $x$  پی در پی واقع در روى خواهد داد، جايی كه:

$$(10-81) \quad U_{k+1} = U_k + \delta, K = 0, 1, 2, \dots$$

و  $u_0 = 0$  است.

برای توضیح روش، فرض می کنیم ما دارای یک بازنمایی منحنی Spline خطی به شکل زیر هستیم  

$$x(u) = a_x U + b_x$$

$$(10-82) \quad \begin{aligned} x_k &= a_x U_k + b_x \\ x_{k+1} &= a_x (U_k + \delta) + b_x \end{aligned}$$

از افتراق دو معادله، ما تفاضل در مقصد را به شکل رویرو بدمست می آوریم.  
در این حالت، تفاضل در مقصد یک مقدار ثابت است. با چند جمله های ترتیبی بلندتر، تفاضل در مقصد خودش یک عملکرد چند جمله ای از پارامتر  $U$  به همراه توان یک، کمتر نسبت به چند جمله ای اصلی است.  
برای بازنمایی منحنی Spline فضایی در معادله ۷۸-۱۰، دو وضعیت مختصاتی  $x$  متوالی دارای بازنمایی های چند جمله ای زیر هستند:

$$(10-83) \quad \begin{aligned} x_k &= a_x u_k^3 + b_x u_k^2 + c_x u_k + d_x \\ x_{k+1} &= a_x (u_k + \delta)^3 + b_x (U_k + \delta)^2 + c_x (u_k + \delta) + d_x \end{aligned}$$

تفاضل در مقصد اکنون بصورت زیر ارزیابی شده است:

$$(10-84) \quad \Delta x_k = 3a_x \delta u_k^2 + (3a_x \delta^2 + 2b_x \delta) u_k + (a_x \delta^3 + b_x \delta^2 + c_x \delta)$$

که یک عملکرد درجه ۲ از پارامتر  $U_k$  است. از آنجایی که  $\Delta x_k$  یک عملکرد چند جمله ای از  $U$  است، ما می توانیم روش افزایشی یکسانی را برای بدست آوردن ارزش های پی در پی از  $\Delta x_k$  استفاده نماییم، آن است:

$$(10-85) \quad \Delta x_{k-1} = \Delta x_k + \Delta^2 x_k$$

جایی که تفاضل در مقصد ثانوی، عملکرد خطی است:

$$(10-86) \quad \Delta^2 x_k = 6a_x \delta^2 u_k + 6a_x \delta^3 + 2b_x \delta^2$$

با تکرار این روند یک بار دیگر، ما می‌توانیم بنویسیم:

$$(10-87) \quad \Delta^2 x_{k-1} = \Delta^2 x_k + \Delta^3 x_k$$

با سومین تفاضل در مقصد بصورت مقدار ثابت زیر:

$$(10-88) \quad \Delta^3 x_k = 6a_k + \delta^3$$

معادلات ۱۰-۸۰، ۱۰-۸۵، ۱۰-۸۷، ۱۰-۸۸ یک محاسبه تفریقی در مقصد افزایشی، از نقاط در طول منحنی فضایی را محسیا می‌سازند. با شروع در  $u_0 = 0$  با یک اندازه گاهی  $\delta$ ، ما ارزش‌های اولیه را برای مختصات  $x$  و دو تفاضل در مقصد ابتدایش بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$(10-89) \quad \begin{aligned} x_0 &= d_x \\ \Delta x_0 &= a_x \delta^3 + b_x \delta^2 + c_x \delta \\ \Delta^2 x_{01} &= 6a_x \delta^3 + 2b_x \delta^2 \end{aligned}$$

یک بار این ارزش‌های اولیه محاسبه شده‌اند، محاسبه برای وضعیت مختصاتی  $x$  متواالی نیازمند تنها ۳ جمع است. ما می‌توانیم روش‌های تفاضل در مقصد را برای تعیین وضعیت‌های در طول منحنی‌های Spline هر توان  $n$  را اعمال نماییم. هر وضعیت مختصاتی متواالی  $(x, y, z)$  به همراه یک سری از جمع‌های  $3n$  ارزیابی شده است. برای سطوح، محاسبات افزایشی برای هر دو پارامتر  $U, v$  اعمال شده‌اند.

#### روش‌های تقسیم به جزء کردن:

رویه‌های بازگشتی تقسیم به جزء کردن منحنی Spline که برای تقسیم کردم مکرر یک بخش از منحنی داده شده در یک نیمه استفاده شده‌اند، تعداد نقاط کنترلی افزایشی را در هر گام افزایش می‌دهد. روش‌های تقسیم به جزء کردن برای نمایش تخمین منحنی‌های Spline مفید هستند از زمانی که ما می‌توانیم روند تقسیم به جزء کردن را ادامه دهیم تا اینکه گراف کنترلی مسیر منحنی را تخمین بزنند.

مختصات‌های نقطه کنترلی سپس می‌تواند به صورت وضعیت‌های منحنی رسم شده باشند. یک کاربرد دیگر از تقسیم به جزء کردن تولید نقاط کنترلی زیاد برای شکل بخشیدن به منحنی است. بنابراین، ما می‌توانیم یک شکل منحنی کلی را به همراه تعداد کمی نقاط کنترلی طراحی نماییم، سپس ما می‌توانیم یک رویه تقسیم به جزء کردن را برای به دست آوردن نقاط کنترلی افزوده اعمال نماییم. به همراه نقاط کنترلی اضافه شده، ما می‌توانیم تنظیمات دقیقی را برای بخش‌های کوچک منحنی انجام دهیم.

تقسیم به جزء کردن منحنی Spline به آسانی برای یک بخش منحنی بزیه به دلیل اینکه منحنی در طول اولین و آخرین نقطه کنترلی گذر می‌کند اعمال شده است، گستره پارامتر  $U$  همیشه مابین  $0$  و  $1$  است، و تعیین اینکه چه هنگام نقاط کنترلی به اندازه کافی به مسیر منحنی نزدیک هستند آسان است. تقسیم به جزء کردن بزیه می‌توان برای بازنمایی‌های دیگر منحنی Spline به همراه توالی عملیات زیر اعمال شده باشد:

۱) تبدیل بازنمایی منحنی Spline در حال استفاده به یک بازنمایی بزیه.

۲) اعمال الگوریتم تقسیم به جزء کردن بزیه.

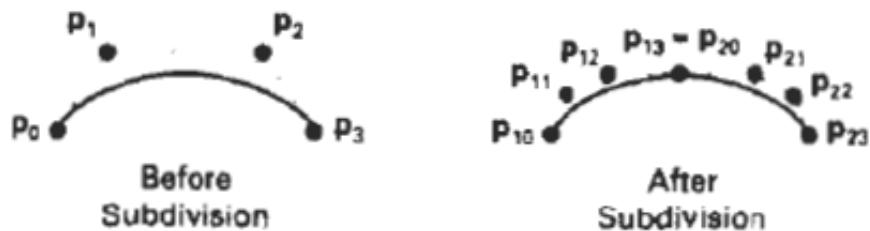
۳) تبدیل بازنمایی بزیه به بازنمایی منحنی Spline اصلی.

شکل ۱۰-۵۲ اولین گام در یک تقسیم به جزء کردن بازگشتی را از یک بخش منحنی بزیه فضایی نشان می‌دهد. وضعیت‌های در طول منحنی بزیه با عملکرد نقطه پارامتری  $P(u)$  برای  $0 \leq u \leq 1$  توصیف شده‌اند. در اولین گام از تقسیم به جزء کردن ما نقطه میانی راهی  $P(0/5)$  را برای تقسیم کردن منحنی اصلی به دو بخش استفاده می‌کنیم. اولین بخش به همراه عملکرد نقطه‌ای  $(s) P_1$  توصیف شده است، و بخش به همراه  $(t) P_2$  توصیف شده است، جایی که

$$s = 2u \quad \text{برای} \quad 0 \leq u \leq 0/5 \quad (10-90)$$

$$t = 2u - 1 \quad \text{برای} \quad 0/5 \leq u \leq 1$$

هریک از دو بخش جدید منحنی دارای تعداد یکسانی از نقاط کنترلی همانند بخش منحنی اصلی هستند. همچنین، حالات مذکور (شیب پارامتری و وضعی) واقع در دو انتهای هر بخش جدید منحنی باید ارزش‌های وضعیت و شیب را برای منحنی اصلی Error! Objects cannot be created from editing field codes. تطبیق دهد.



این به ما ۴ حالت را برای هر بخش منحنی که می‌توانیم برای تعیین وضعیت‌های نقطه کنترلی استفاده کنیم، می‌دهد. برای اولین نیمه از منحنی، ۴ نقطه کنترلی جدید بوقرار زیر هستند:

(10-۹۱)

و برای نیمه دوم منحنی، ما ۴ نقطه کنترلی را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$P_{1,0} = P_0$$

$$P_{1,1} = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)$$

$$P_{1,2} = \frac{1}{4}(P_0 + 2P_1 + P_2)$$

$$P_{1,3} = \frac{1}{8}(P_0 + 3P_1 + 3P_2 + P_3)$$

$$\begin{aligned}
 P_{2,0} &= \frac{1}{8}(P_0 + 3P_1 + 3P_2 + P_3) \\
 P_{2,1} &= \frac{1}{4}(P_1 + 2P_2 + P_3) \\
 P_{2,2} &= \frac{1}{2}(P_2 + P_3) \\
 P_{2,3} &= P_3
 \end{aligned} \tag{10-۹۲}$$

یک ترکیب کارآمد برای محاسبه نقاط کنترلی جدید می‌تواند به همراه تنها جمع کردن و جابه‌جا کردن عملیات زیر بدست آید (تقسیم به دو):

(10-۹۳)

$$\mathbf{p}_{1,0} = \mathbf{p}_0$$

$$\mathbf{p}_{1,1} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_1)$$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)$$

$$\mathbf{p}_{1,2} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_{1,1} + \mathbf{T})$$

$$\mathbf{p}_{2,3} = \mathbf{p}_3$$

$$\mathbf{p}_{2,2} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)$$

$$\mathbf{p}_{2,1} = \frac{1}{2}(\mathbf{T} + \mathbf{p}_{2,2})$$

$\mathbf{p}_{2,0} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_{1,2} + \mathbf{p}_{2,1})$  این گام‌ها می‌توانند به هر تعداد مرتبه  
نقطه کنترلی انجام می‌دهیم یا اینکه ما  
نای تقریبی منحنی هستیم، تکرار شده  
 $\mathbf{p}_{1,3} = \mathbf{p}_{2,0}$  باشند. هنگامی که ما برای بدست آوردن  
عمل تقسیم به جزء کردن را انجام

می‌دهیم، ما می‌توانیم رویه تقسیم به جزء کردن را هنگامی که بخش‌های منحنی به مقدار کافی کوچک شدند خاتمه دهیم. یک راه برای تعیین این، بررسی کردن فواصل مابین جفت‌های نزدیک نقاط کنترلی برای هر بخش است. اگر این فواصل بقدر کافی کوچک هستند، ما می‌توانیم عمل تقسیم به جزء کردن را متوقف سازیم. یا ما می‌توانیم هنگامی که تنظیم نقاط کنترلی هر بخش دقیقاً در طول یک مسیر خط مستقیم باشد، عمل تقسیم به جزء کردن را متوقف سازیم.

روش‌های تقسیم به جزء کردن می‌توانند برای منحنی‌های بزیه هر توانی اعمال شده باشند. برای یک چندجمله‌ای بزیه توان  $n-1$ ، نقاط کنترلی  $2n$  برای هر نیمه از منحنی واقع در اولین گام تقسیم به جزء شدن بصورت زیر هستند:

$$\mathbf{p}_{1,k} = \frac{1}{2^k} \sum_{i=0}^k C(k, i) \mathbf{p}_i, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\mathbf{p}_{2,k} = \frac{1}{2^{n-k}} \sum_{i=k}^n C(n-k, n-i) \mathbf{p}_i$$

جایی  $c(n-k, n-i), c(k, i)$  که ضریب دو جمله‌ای هستند.

ما می‌توانیم روشنایی‌های تقسیم به جزء کردن را برای منحنی‌های B-Spline غیر یکنواخت بوسیله جمع کردن ارزش‌ها با بردار گرهی اعمال نماییم. اما، درکل، این روشنایی‌ها به کارآمدی تقسیم به جزء بزیه نیستند.  
[ ۱۰-۱۴ ]

#### بازنمایی‌های روینده:

بسته‌های مدل جامد اغلب یک تعداد از تکنیک‌های ترسیمی را محیا می‌سازند.

بازنمایی‌های روینده برای رسم موضوعات ۳ بعدی که دارای تقارن‌های انتقالی، چرخشی، یا دیگر تقارن‌ها می‌باشند مفید هستند. ما می‌توانیم اکثر موضوعات را بوسیله اختصاص دادن یک شکل و یک رویش دو بعدی که شکل را در طول یک منطقه از فضا جابه‌جا می‌کند نمایش دهیم. یک تنظیم خروجی‌های دو بعدی، از قبیل دایره‌ها و چهار گوش‌ها، می‌توانند برای بازنمایی‌های روینده بصورت گزینه‌های فهرست مهیا شده باشند. روشنایی‌های دیگر برای بدست آوردن اشکال دو بعدی شامل ترسیم‌های منحنی Spline بسته و برش‌های مقطعی متقطع از موضوعات جامد هستند.

شکل ۱۰-۵۳ یک رویش انتقالی را توضیح می‌دهد. منحنی Spline دوره‌ای در شکل ۱۰-۵۳ (a) مقطع متقطع موضوع را تعریف می‌نماید. ما سپس یک رویش انتقالی را به وسیله جابه‌جایی نقاط کنترلی  $P_0$  در طول  $P_3$  از یک تنظیم فاصله در طول یک مسیر خط مستقیم عمود بر طرح مقطع متقطع، انجام می‌دهیم.

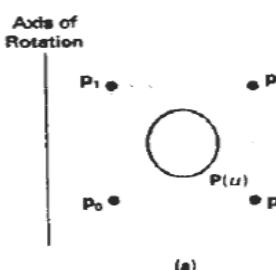


شکل

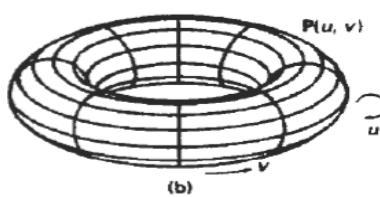
انتقال نقاط کنترلی از منحنی Spline دورهای در (a) مدل جامد را در (b) ایجاد می‌کند، که سطح می‌تواند به همراه عملکرد نقطه‌ای توصیف شده باشد.

شکل ۱۰-۵۴: رسم یک مدل جامد به همراه یک رویش چرخشی.

چرخش نقاط کنترلی منحنی Spline دورهای در (a) گردآگرد محور چرخشی داده شده مدل جامدی را ایجاد می‌کند که در شکل (b) نشان داده شده است، که سطح می‌تواند به همراه عملکرد نقطه‌ای  $P(u, v)$  توصیف شده باشد.



مل در جهت رویش



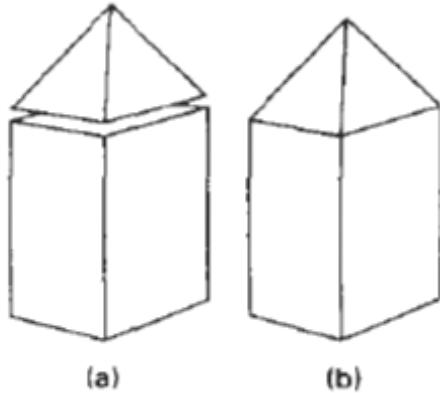
ست. این بار، مقطع متقطع برای تولید بسود بر طرح مقطع

در فواصل در طول این مسیر، ما شکل مقطعی مقاطع، را برای بدست آوردن بازنمایی قالب سیمی نشان داده شیک مثال از طراحی موضوعی با استفاده از یک رویش مقاطع منحنی Spline دورهای گردآگرد یک محور از بازنمایی قالب سیمی نشان داده شده در شکل ۱۰-۵۴ (a) هر محور می‌تواند برای یک رویش چرخشی انتخاب شده باشد. این مسیر را با استفاده از یک مسیر مقطعی مسیری که در طول یک دایره ای در طول هر فاصله زاویه‌ای از  $0^{\circ}$  تا  $360^{\circ}$  حرکت نماییم. برای مسیرهای غیر دایره‌ای، ما می‌توانیم عملکرد منحنی توصیف کننده مسیر و فاصله‌ی حرکت در طول مسیر را تعیین نماییم. در مجموع، ما می‌توانیم اندازه یا شکل مقطع متقطع را در طول مسیر رویش تغییر دهیم. یا ما می‌توانیم جهت مقطع متقطع در ارتباط با مسیر رویش را بصورتی که ما شکل را در طول یک منطقه از فضا جابه‌جا می‌کنیم، تغییر دهیم.

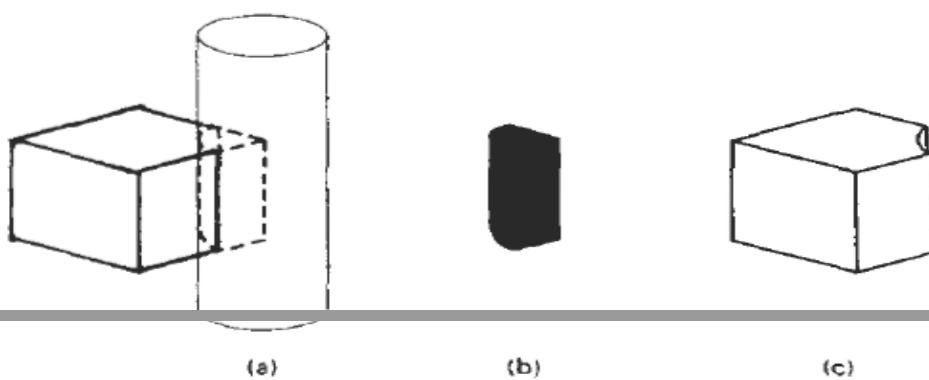
در کل: ما می‌توانیم رسم‌های رویشی را با استفاده از هر مسیر تعیین کنیم. برای رویش‌های چرخشی، ما می‌توانیم در طول یک مسیر دایره‌ای در طول هر فاصله زاویه‌ای از  $0^{\circ}$  تا  $360^{\circ}$  حرکت نماییم. برای مسیرهای غیر دایره‌ای، ما می‌توانیم عملکرد منحنی توصیف کننده مسیر و فاصله‌ی حرکت در طول مسیر را تعیین نماییم. در مجموع، ما می‌توانیم اندازه یا شکل مقطع متقطع را در طول مسیر رویش تغییر دهیم. یا ما می‌توانیم جهت مقطع متقطع در ارتباط با مسیر رویش را بصورتی که ما شکل را در طول یک منطقه از فضا جابه‌جا می‌کنیم، تغییر دهیم.

### روش‌های هندسه‌ی فضایی بنیانی

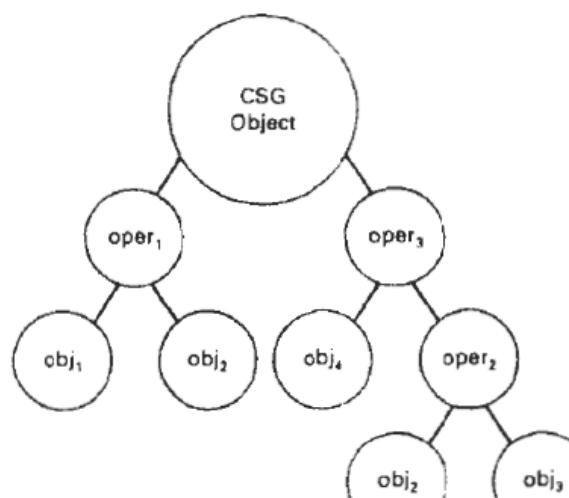
تکنیک دیگر برای مدل دهی جامد ملحق کردن حجم‌های تجمع یافته بوسیله همپوشانی موضوعات سه بعدی با استفاده از عملیات‌های تنظیمی می‌باشد. این روش مدل دهی، هندسه‌ی فضایی بنیانی (CSG) نامیده شده است، که یک حجم جدید را بوسیله اعمال عملیات پیوستگی،



اشکال ۱۰-۵۵ و ۱۰-۵۶ مثال‌هایی برای شکل‌گیری نشان می‌دهد. در شکل ۱۰-۵۵ (a)، یک بلوک و یک هرم نزدیک به همدیگر قرار داده شده‌اند. با اختصاص دادن عملیات پیوستگی، ما موضوعات ترکیب شده نشان داده شده در شکل ۱۰-۵۵ (b) را به دست می‌آوریم. شکل ۱۰-۵۶ (a) یک بلوک و یک استوانه را به همراه حجم‌های همپوشانی نشان می‌دهد. با استفاده از عملیات تقاطعی، ما الگوی جامد نتیجه را در شکل ۱۰-۵۶ (b) بدست می‌آوریم. با یک عملیات تفاضلی، ما می‌توانیم به الگوی جامد نشان داده شده در شکل ۱۰-۵۶ (c) برسیم. یک برنامه کاربردی CSG به همراه یک تنظیم اولیه از موضوعات سه بعدی (اولیه‌ها)، از قبیل بلوک‌ها، هرم‌ها، استوانه‌ها، مخروط‌ها، کره‌ها و سطوح منحنی Spline بسته آغاز می‌شود. عناصر اولیه می‌توانند بوسیله بسته CSG بصورت گزیده‌های فهرستی، محيا شده باشند، یا عناصر اولیه خودشان می‌توانند با استفاده از روش‌های رویشی، رسم‌های منحنی Spline، یا رویه‌های مدل دهی دیگر، شکل یافته باشند. برای ساخت یک شکل سه بعدی جدید با استفاده از روش‌های CSG، ما ابتدا دو عنصر اولیه را انتخاب کرده و آنها را به درون وضعیت در برخی مناطق از فضا می‌کشیم. سپس ما یک عملیات را (پیوستگی، تقاطعی، یا تفاضلی) را برای ترکیب کردن حجم‌هایی از دو عنصر اولیه انتخاب می‌نماییم. اکنون ما دارای یک موضوع جدید، در مجموع برای عناصر اولیه، که ما می‌توانیم برای شکل دهی به دیگر موضوعات از آنها استفاده کنیم، هستیم. ما به رسم اشکال جدید، با استفاده از ترکیباتی از عناصر اولیه و موضوعات ایجاد شده در هر گام، ادامه می‌دهیم تا اینکه، دارای شکل نهایی شویم.



یک موضوع طراحی شده با این رویه به همراه یک ساختار درختی دو رویی بازنمایی شده است. یک مثال بازنمایی درختی برای یک موضوع CSG در شکل ۱۰-۵۷ داده شده است.



روش‌های تبدیل شعاعی عمومه هنگامی که موضوعات به همراه بازنمایی‌های مذکور توصیف شده محسوب، اسناده سده‌اند. ما بدبین سعی را به وسیله رسم موضوعات مرکب در مختصات‌های سراسری به همراه طرح  $xy$  مطابق با طرح پیکسلی یک نمایشگر ویدیویی، اعمال می‌نماییم. این طرح سپس بصورت طرح اشتغال ارجاع داده شده، از آنجایی که ما یک شعاع از هر وضعیت پیکسلی در طول موضوعاتی که ترکیب شده اند را آتش می‌زنیم. (شکل ۱۰-۵۸). ما سپس تقاطعات سطحی را در طول هر مسیر شعاعی تعیین، و نقاط تقاطعی را بر طبق فاصله از سطح اشتغال مرتب سازی می‌کنیم.

محدودیت‌های سطحی برای موضوع مرکب بوسیله عملیات تنظیمی خاص تعیین شده‌اند. یک مثال از تعیین تبدیل شعاعی از محدودیت‌های سطحی برای یک موضوع CSG در شکل ۱۰-۵۹ داده شده است، که مقطع متقطع  $yz$  دو عنصر اولیه و مسیر یک شعاع پیکسلی عمود بر سطح اشتغال را نشان می‌دهد. برای عملکرد پیوستگی، حجم جدید، مناطق داخلی مركب تصرف شده بوسیله یک یا هر دو عنصر اولیه است. برای عملیات تقاطعی، حجم جدید، منطقه داخلی مشترک با هر دو عنصر اولیه است.

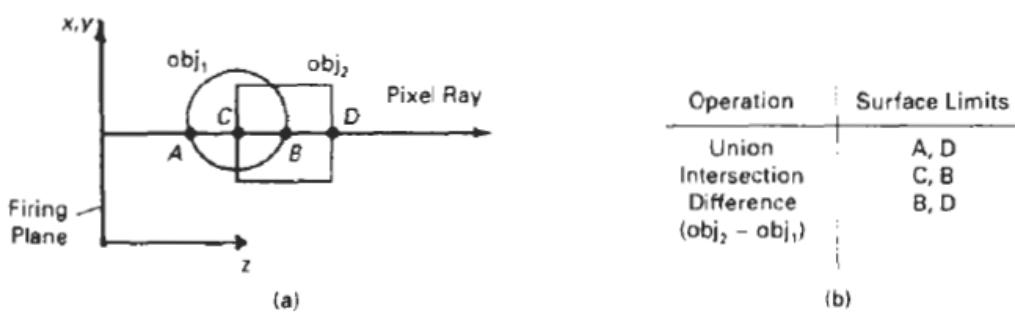
شکل ۱۰-۵۵: ترکیب دو موضوع (a) به همراه یک عملیات پیوستگی یک موضوع جامد مرکب، منفرد را تولید می‌کند.

شکل ۱۰-۵۶: (a) دو موضوع همپوشانی کننده. (b) یک موضوع CSG سه گوش شکل دهی شده به همراه عملیات تقاطعی. (C) یک موضوع CSG شکل دهی شده به همراه یک عملیات تفاضلی بوسیله تفریق حجم همپوشانی کننده استوانه از حجم بلوك

هر عنصر اولیه می‌تواند در مختصات ناحیه‌ای خودش تعریف شده باشد (مدل دهی). سپس، یک شکل مرکب می‌تواند بوسیله اختصاص دادن ماتریس‌های دگرگونی مدل دهی که دو عنصر اولیه را در یک وضعیت همپوشانی در مختصات‌های سراسری قرار می‌دهند، فرم دهی شده باشد. معکوس این ماتریس‌های مدل دهی می‌تواند برای تبدیل شعاع‌های پیکسلی به مختصات‌های مدل دهی، جایی که محاسبات متقاطع سطحی برای عناصر اولیه منفرد اجرا شده‌اند، استفاده شده باشد.

پس تقاطعات سطحی برای دو موضوع، مرتب شده و برای تعیین محدودیتهای موضوع مرکب بر طبق عملیات تنظیمی خاص استفاده شده اند.

این رویه برای هر جفت از موضوعاتی که در درخت CSG برای یک موضوع ویژه ترکیب شده‌اند، تکرار شده است.



*Figure 10-59*

عجم و  
نیهای

بطوری کہ یہ سوچن بے سر اسی سے اس، ببی

توده استفاده شده است. برای تعیین حجم موضوع،

**Figure 10-58**

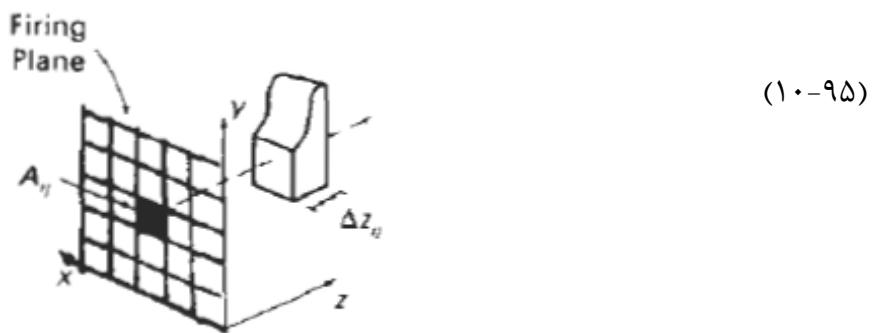


Figure 10-60

جایی که  $\Delta z_{ij}$  عمق موضع در طول سعاع از وصعیب (۱۰-۵۶) می‌بسد. ابر موضع دارای حفره‌های داخلی باشد،  $\Delta z_{ij}$  حاصل جمع فواصل مابین جفت‌های نقاط تقاطعی در طول شعاع است. حجم کلی موضع CSG بصورت زیر محاسبه شده است:

$$V \approx \sum_{i,j} V_{ij} \quad (10-96)$$

شکل ۱۰-۵۷: یک بازنمایی درخت CSG برای یک موضع

شکل ۱۰-۵۸: تکمیل عملیات‌های CSG با استفاده از تبدیل شعاعی

شکل ۱۰-۵۹: تعیین محدودیت‌های سطحی در طول یک شعاع پیکسلی

شکل ۱۰-۶۰: تعیین حجم موضع در طول یک مسیر شعاعی برای یک منطقه کوچک  $A_{ij}$  روی سطح اشتعال با عملکرد تراکمی داده شده،  $P(x, y, z)$  برای موضع، ما می‌توانیم حجم را در طول شعاع از وضعیت  $(i, j)$  بصورت زیر تخمین بزنیم.

$$m_{ij} \approx A_{ij} \{P(x_{ij}, y_{ij}, z) dz \quad (10-97)$$

جایی که انتگرال یک بعدی می‌تواند اغلب بدون انجام انتگرال گیری فعلی، بسته به شکل عملیات تراکمی، تخمین زده شده باشد. حجم کلی موضع CSG بصورت زیر تخمین زده شده است.

$$m \approx \sum_{m, i, j} M_{ij} \quad (10-98)$$

دیگر خاصیت‌های فیزیکی، از قبیل مرکز حجم هدف و ممان اینرسی، می‌توانند با محاسبات مشابه بدست آمده باشند. ما می‌توانیم محاسبات تخمینی را برای ارزش‌های خاصیت‌های فیزیکی بوسیله اتخاذ تقسیم به جزء کردن‌های دقیق‌تر در سطح اشتعال بهبود بخشیم.

اگر اشکال موضع با درخت‌های درخت OC بازنمایی شده‌اند، ما می‌توانیم عملیات‌های تنظیمی را در رویه‌های CSG بوسیله پویش ساختار درختی توصیف کننده محتويات اکتانت‌های فضایی، تکمیل نمائیم. این رویه، که در

بخش بعدی بحث شده است، اکتان‌های یک واحد مکعبی را برای تعیین کردن مناطق اشغال شده بوسیله دو موضوعی که ترکیب شده‌اند، جستجو می‌کند.

[۱۰-۱۶]

### درختهای OC:

ساختارهای درخت سلسله مراتب، که درختهای OC نامیده شده‌اند، برای بازنمایی موضوعات جامد در برخی سیستم‌های گرافیکی استفاده نشده‌اند. تصویر سازی پزشکی و دیگر برنامه‌های کاربردی که نیازمند نمایش مقطع‌های متقطع موضوع هستند عموماً از بازنمایی‌های درخت OC استفاده می‌کنند. ساختار درخت چنان سازمان دهی شده است که هر گره در ارتباط با یک ناحیه از فضای سه بعدی است. این بازنمایی برای الگوهای جامد مزیتی از انسجام فضایی برای کاهش نیازمندی‌های ذخیره‌ای برای موضوعات سه بعدی دارد. آن همچنین یک بازنمایی مناسب را برای اطلاعات ذخیره‌ای گردآورد باطن‌های موضوعی محیا می‌سازد.

رویه رمزگذاری درخت OC برای یک فضای سه بعدی یک توسعه از یک طرح رمزگذاری برای فضای دو بعدی است، که رمزگذاری درخت فاصله نامیده شده است.

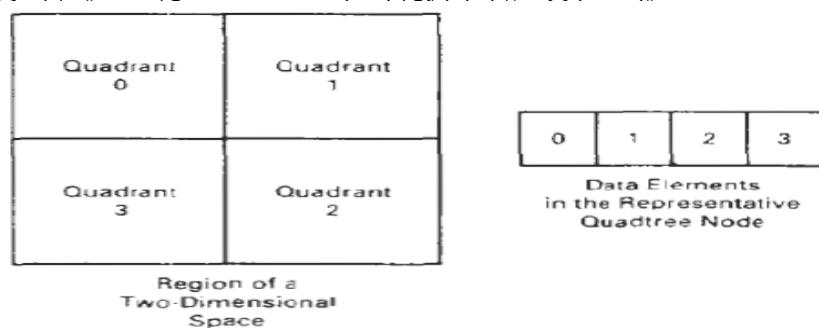
درختهای فاصله بوسیله تقسیمات پی در پی یک ناحیه دو بعدی (معمولأً یک میدان) به ربع‌های دایره، تولید شده‌اند. هر گره در درخت فاصله دارای ۴ عنصر اطلاعاتی است، یکی برای هر یک از ربع‌های دایره در ناحیه (شکل ۱۰-۶۲). اگر تمام پیکسل‌های درون یک ربع دایره دارای رنگ یکسان باشند (یک ربع دایره همجنس)، عنصر اطلاعاتی برابر در گره همان رنگ را ذخیره می‌کند. در مجموع، یک نشان در عنصر اطلاعاتی برای نشان دادن این که ربع دایره همجنس است، تنظیم می‌شود.

فرض می‌کنیم تمام پیکسل‌ها در ربع دایره ۲ از شکل ۱۰-۶۱ به رنگ قرمز یافت شده‌اند. کد رنگی برای قرمز سپس در عنصر اطلاعاتی دو از گره قرار داده شده است و از جهت دیگر، چهارگوش بصورت ناهمجنس بیان شده است، و آن چهارگوش خودش به چهارگوش‌های دیگر تقسیم شده است (شکل ۱۰-۶۲).

عنصر اطلاعاتی برابر در گره اکنون ۴ گوش را بصورت ناهمجنس نشان داده و اشاره گر را روی گره بعدی در درخت فاصله ذخیره می‌کند.

یک الگوریتم برای تولید یک درخت فاصله ارزش‌های تراکمی پیکسلی را آزموده و گره‌های درخت فاصله را بر طبق آن تنظیم می‌نماید. اگر هر چهارگوش در فضای اصلی دارای یک خصوصیت رنگ منفرد باشد، درخت فاصله دارای تنها یک گره است. برای یک ناحیه ناهمجنس از فضا، تقسیم به جزء کردن‌های پی در پی به چهارگوش‌ها تا زمانی که همه چهارگوش‌ها همجنس هستند ادامه می‌یابد. شکل ۱۰-۶۳ یک بازنمایی درخت فاصله، برای یک ناحیه حاوی یک میدان به همراه یک رنگ جامد که از رنگ یکنواخت اختصاصی شده برای تمام میدان‌های دیگر در ناحیه متفاوت است را نشان می‌دهد.

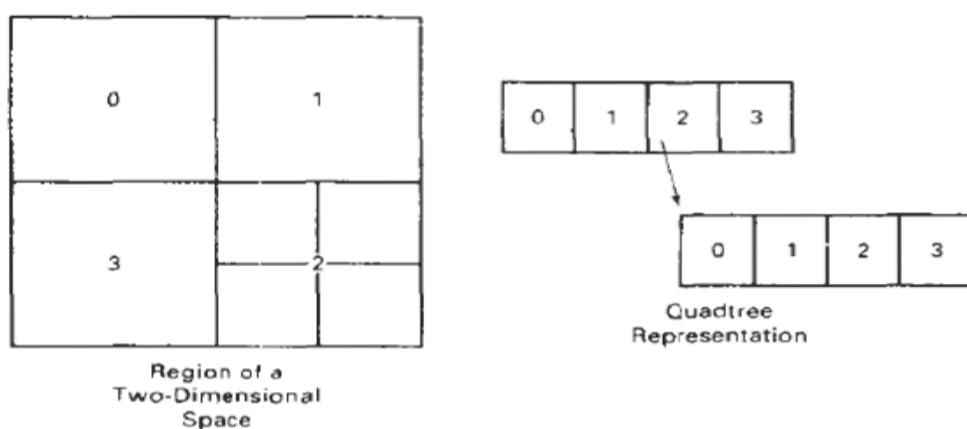
رمزگذاری‌های د، خت فاصله ذخیره سازی، قابا، توجه، ا، د، حافظه هنگامه، که میدان، های، بز، گ در یک ناحیه از فضا وجود دار



سله شامل بیشترین

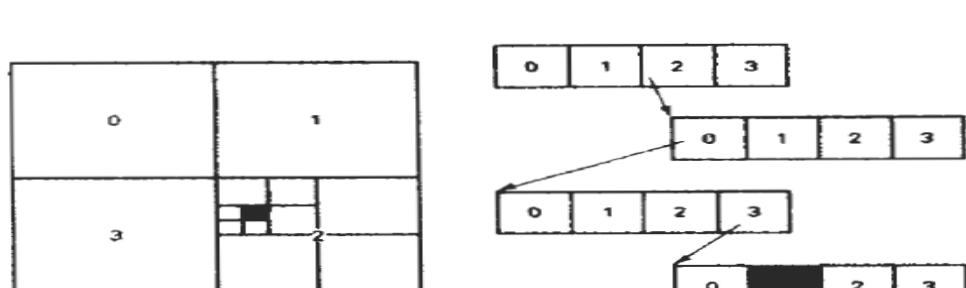
Figure 10-61

سطوح  $n$  می‌باشد. هر گره در درخت فاصله (quad tree) در بیشترین حالت دارای  $4^n$  نسل بی‌واسطه می‌باشد. یک طرح رمزگذاری درخت OC نواحی فضای ۳ بعدی را (معمولًاً مکعبها) به اکтан‌ها تقسیم و ۸ عنصر اطلاعاتی در هر گره از درخت را ذخیره می‌سازد (شکل ۱۰-۶۴).



Voxe‌ها در

عناصر انفرادی اکтан را بسته ذخیره شده است.



پس زمینه

یگر تقسیم ندهاند.

شکل ۱۰-۶۳ جامد.

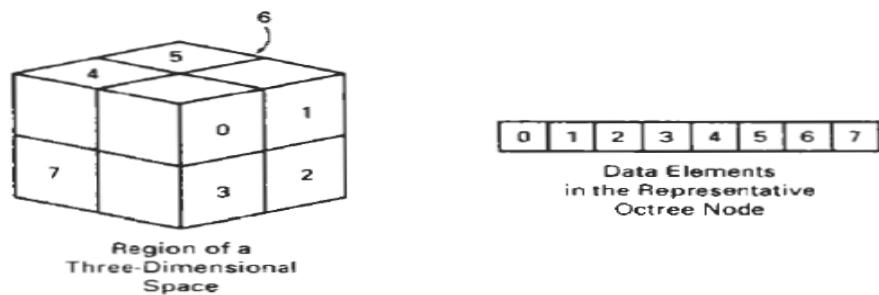
نواحی خالی به جزء شده

Figure 10-63

رویه‌ها برای تولید درخت‌های OC مشابه همان برای درخت‌های فاصله هستند. Voxel ها در هر اکтан آزمایش شده‌اند و تقسیم به جزء کردن‌های اکтан تا اینکه ناحیه از فضا شامل تنها اکтан‌های هم جنس باشد، ادامه می‌یابند. هر گره در درخت OC می‌تواند اکنون از ۰ تا ۸ نسل بی‌واسطه باشد. الگوریتم‌ها برای تولید درخت‌های OC می‌توانند برای قبولی تعریفات موضوعات در هر شکل، از قبیل یک شبکه چندضلعی، وصله‌های سطحی خم شده، یا ساختارهای هندسی جامد، ساخت یافته باشند. با استفاده از ارزش‌های مختصاتی بیشینه و کمینه موضوع، ما می‌توانیم یک جعبه (متوازی السطوح) را گردآورد موضوع تعریف نماییم. این ناحیه از فضای ۳ بعدی حاوی موضوع سپس، اکтан به اکтан، برای تولید بازنمایی درخت OC، آزمایش شده است. بطوری که یک بازنمایی درخت OC برای یک موضوع جامد برقرار شده است، روال‌های ساختی متفاوت می‌توانند برای الگوی جامد اعمال شده باشند. یک الگوریتم برای انجام عملیات‌های تنظیمی می‌تواند برای دو بازنمایی درخت OC برای ناحیه یکسان از فضا اعمال شده باشد. برای یک عملیات پیوستگی، یک درخت OC جدید به همراه نواحی ترکیب شده برای هریک از موضوعات ورودی ایجاد شده است.

بطور مشابه، عملیات‌های تقاطعی یا تفاضلی بوسیله یافتن نواحی هم پوشانی در دو درخت OC انجام شده‌اند. درخت OC جدید (octree) سپس بوسیله هریک از اکтан‌های ذخیره‌ای جایی که دو موضوع هم پوشانی شده یا ناحیه بوسیله یک موضوع اما نه دیگری اشغال شده باشد، شکل دهی شده است.

چرخش‌های درخت OC سه بعدی بوسیله اعمال دگرگونی‌هایی به اکтан‌های اشغال شده خاتمه یافته است. تشخیص سطحی قابل رویت بوسیله جستجوی اکтан‌ها از جلو و عقب انجام شده است. اولین موضوع تشخیص داده شده قابل رویت است، چنان که اطلاعات می‌تواند به یک بازنمایی درخت فاصله برای نمایش انتقال یافته باشد.



شکل ۱۰-۶۴: ناحیه یک فضای سه بعدی تقسیم شده به اکтан‌های شماره گذاری شده و گره درخت OC در ارتباط با ۸ عنصر اطلاعاتی.

[ ۱۰-۱۷ ]

درخت‌های BSP:

این طرح بازنمایی مشابه با کدگذاری درخت OC است، به جز اینکه ما اکنون فضا را به جای ۸ قسمت در هر گام آن را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. با یک درخت تقسیم بندی فضایی دوتایی، ما یک صحنه را به دو بخش در هر گام به همراه یک سطحی که می‌تواند در هر وضعیت و جهت باشد، تقسیم به جز می‌کنیم. در یک کدگذاری درخت OC، صحنه در هر گام به همراه ۳ سطح عمودی متقابل ردیف شده با سطوح مختصاتی کارتزین تقسیم به جز شده است.

برای تقسیم به جز سازگار فضا، درخت‌های BSP می‌توانند یک بخش بندی بسیار کارآمد از آن جایی که ما می‌توانیم سطوح بریده شده را برای درخواست توزیع فضایی موضوعات بخش بندی و جهت دهی نماییم، مهیا سازند. این می‌تواند عمق بازنمایی درختی را برای یک صحنه، در مقایسه با درخت OC، کاهش داده و بنابراین زمان را برای جستجوی درخت کاهش دهد. در مجموع، درخت‌های BSP برای تشخیص سطوح قابل مشاهده و برای بخش بندی فضا در الگوریتم‌های رسم شعاعی مفید هستند.

[۱۰-۱۸]

### روش‌های هندسی فرکتال:

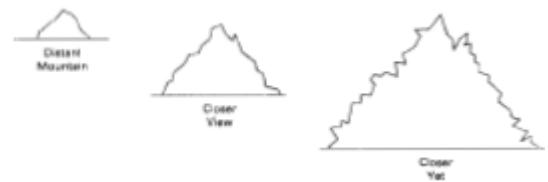
تمامی بازنمایی‌های موضوع که ما در بخش قبلی بررسی کردیم از روش‌های هندسی اقلیدسی استفاده کرده‌اند، آن است که، اشکال موضوعی با معادلات توصیف شده بودند. این روش‌ها برای توصیف موضوعات ساخته شده مناسب هستند: آنها بی‌که دارای سطوح صاف و اشکال منظم هستند. اما موضوعات طبیعی، از قبیل کوهها و ابرها، دارای اشکال نامنظم هستند، و روش‌های اقلیدسی این موضوعات را بصورت واقعی مدل دهی نمی‌کنند. موضوعات طبیعی می‌توانند بصورت واقعی با روش‌های هندسی فرکتال، جایی که رویه‌ها به جای معادلات برای موضوعات مدل استفاده شده‌اند، توصیف شده باشند. بصورتی که می‌توانستیم انتظار داشته باشیم، موضوعات تعریف شده رویه‌ای دارای خصوصیاتی هستند که بطور کلی از موضوعات تعریف شده با معادلات تفاوت دارند.

بازنمایی‌های هندسی فرکتال برای موضوعات بصورت عمومی در بسیاری از رشته‌ها برای توصیف و توضیح اشکال نمود طبیعی اعمال شده‌اند. در گرافیک کامپیوتری ما از روش‌های فرکتال برای تولید نمایش‌هایی از موضوعات طبیعی و تصوراتی از سیستم‌های فیزیکی و حسابی مختلف استفاده می‌کنیم.

یک موضوع فرکتال دارای دو خصوصیت پایه‌ای است: جزئیات نامحدود در هر نقطه و یک خود تشابه‌ی خاص مابین قسمتهای موضوع و اشکال کامل موضوع.

خاصیتهای خود تشابه‌ی یک موضوع می‌توانند اشکال مختلفی، بسته به انتخاب بازنمایی فرکتال به خود بگیرند. یک موضوع فرکتال را با یک رویه‌ای که یک عملیات تکرار شده برای تولید جزئیات در تحت قسمتهای موضوع را معین می‌کند، توصیف می‌کنیم. موضوعات طبیعی با رویه‌هایی که از لحاظ فرض عمل به تعداد نامحدودی از دفعات تکرار می‌شوند بازنمایی شده‌اند. نمایش‌های گرافیکی موضوعات طبیعی، البته، با یک تعداد محدودی از گام‌ها تولید شده‌اند.

اگر ما در روی یک شکل اقلیدسی پیوسته تمرکز کنیم، هیچ ماده پیچیده‌ای را نمی‌یابیم، و ما سرانجام نمای بزرگ نمایی شده‌ای را برای یکنواختی بدست می‌آوریم.



کوه دور- منظره نزدیک – باز هم نزدیکتر- شکل ۱۰-۶۵. ظاهر ناهموار کوه در طرح سطوح درشت نمایی در موضوع فشرده‌سازی تصاویر، ما ادامه به دیدن جزئیات بیشتر در دشت نمایی می‌کنیم همانطور که ما در منظره اصلی انجام می‌دادیم. طرح کوه برخلاف آسمان ادامه به داشتن همان شکل ناهمواری همانطور که ما در موقعیت منظره نزدیک و نزدیکتر دیدیم دارد.(شکل ۱۰-۶۵).

وقتی که ما نزدیک کوه می‌شویم، جزئیات بیشتر در لبه‌های اختصاصی و گرداله‌ها آشکار می‌شود. حتی نزدیکتر، ما طراحی از صخره‌ها را می‌بینیم، سپس سنگ‌ها و بعد دانه‌های شن. در هر مرحله نقشه پیچ‌ها و تغییرات بیشتری را آشکار می‌کند. اگر ما دانه‌های شن را برداریم و آنها را زیر میکروسکوپ قرار دهیم، ما دوباره همان جزئیات تکرار شده در سطح ملکولی را می‌بینیم. شکل‌های مشابه توصیف کننده خط ساحلی و لبه‌های گیاهان و ابرها می‌باشد. تمرکز در رسم نشان دهنده موضوع فشرده‌سازی تصاویر توسط انتخاب پنجره‌های کوچکتر و تکرار روش کار فشرده‌سازی تصاویر برای تولید جزئیات در پنجره جدید بدست می‌آید. یک نتیجه از جزئیات نامحدود موضوع فشرده‌سازی تصاویر این است که سایز مشخصی ندارد. همانطور که ما جزئیات بیشتر و بیشترین را ملاحظه می‌کردیم، اندازه موضوع تمایل به بینهایت دارد، اما توسعه هماهنگ موضوع در ناحیه محدودی از فضا می‌دود می‌ماند ما می‌توانیم میزان دگرگونی در جزئیات موضوع با شماره‌ای که بعد فشرده‌سازی تصاویر نامیده می‌شود توصیف کنیم.

بر عکس ابعاد اقلیدسی، این شماره به طور لازم صحیح نیست. ابعاد فشرده سازی تصاویر یک شیء بعضی وقت ها به ابعاد کسری رجوع می کند که اساسی برای اسم فشرده سازی تصاویر می باشد. روش های فشرده سازی تصاویر به طور مفیدی برای مدل سازی پهنانی وسیعی از پدیده های طبیعی اثبات شده است. در کاربرد نمودار معرفی فشرده سازی تصاویر برای مدل زمین، ابرها، آب، درختان و گیاهان دیگر، پرهای تیر، خز و سطوح بافت مختلف، و فقط برای ساختن الگوهای خوب به کار می رود. در نظام دیگر الگوهای فشرده سازی تصاویر در توزیع ستارگان، سواحل رودخانه و دهانه آتش فشانی ماه، در زمینه باران، در تنوع ذخیره فروختن، در موسیقی، در جریان ترافیک، در بهره برداری خاصیت شهری، و در مرز نواحی همگرایی برای تکنیک های تجزیه عددی به کار می رود. - روش کار تولید فشرده سازی تصاویر: یک موضوع فشرده سازی تصاویر توسط کاربرد تکراری تغییر عمل تعیین شده نکاتی در یک ناحیه ای از فضا. اگر  $(x_0, y_0, z_0) = p$  نکته اولیه انتخاب شده باشد، هر تکراری از تبدیل کار F سطوح موقیتی را از جزئیات با محاسبات تولید می کند.

$$P_1 = F(P_0), \quad p_2 = F(p_1), \quad p_3 = F(p_2)$$

به طور کلی، وظیفه تغییر می تواند برای تنظیم نقطه مشخصی به کار رود، یا ما می توانیم از وظیفه تغییر برای تنظیم اولیه به کار ببریم، از جمله خطوط مستقیم، منحنی ها، نواحی رنگ، سطوح و اشیاء جامد، همچنین ما می توانیم از روش کار تولید تصادفی با جبری در هر تکرار استفاده کنیم. وظیفه تغییر شاید در واژه تغییر هندسی (مقیاس، ترجمه، چرخش) شرح داده شود یا این می تواند با تغییر متناسب غیر خطی و پارامتر تعمیم تنظیم شود. با وجود این موضوع فشرده سازی تصاویر، با شرح، شامل جزئیات نامحدود، ما از وظیفه تغییر تعدادی از زمان های محدود به کار می بردیم. بنابراین، موضوعاتی که ما شرح دادیم واقعاً ابعاد محدودی را دارند. روش نمایش رویه ای یک فشرده سازی تصویر واقعی تغییرات برای تولید جزئیات بیشتر و بیشتر افزایش می یابد. میزان جزئیات شامل در رسم نهایی نشان دهنده یک موضوع بستگی به تعدادی از تکرار ایجاد شده و راه حل ارائه سیستم دارد. ما نمی توانیم جزئیات متنوعی را که کوچکتر از اندازه یک پیکسل است نشان دهیم. برای دیدن

بیشتر جزئیات موضوع، ما در بخش انتخاب شده و تکرار وظیفه کار تکرار تمرکز می‌کنیم. طبقه‌بندی فشرده سازی تصاویر: تشابه خود فشرده سازی تصاویر قسمت‌هایی دارد که با شرح تمام موضوع هستند. شروع با یک شکل اولیه، ما قسمت‌های ذخیره موضوع را توسط استفاده از پارامتر مقیاس گذاری برای سراسر (کل) شکل می‌سازیم. ما می‌توانیم از همان عامل مقیاس برای همه‌ی قسمت‌های ذخیره شده استفاده کنیم، یا ما می‌توانیم از عوامل مقیاس مختلف قسمت‌های کوچک شده با مقیاس مشخص یک موضوع استفاده کنیم. اگر همچنین ما تنوع تصادفی را به کار ببریم برای ذخیره قسمت‌های کوچک شده با مقیاس مشخص، فشرده سازی تصاویر به طور آماری مشابه با خودش گفته می‌شود. قسمت‌ها سپس خواص آماری یکسانی دارند. به طور آماری فشرده سازی تصاویر پیوسته با خود قسمت‌هایی را دارد که با پارامترهای مقیاس گذاری مختلف  $s_x, s_y, s_z$  در جهات هم پایه مختلف ایجاد شده‌اند. و ما همچنین می‌توانیم شامل تغییر تصادفی برای دست یابی به فشرده سازی تصاویر آماری پیوسته باشیم. زمین، آب، و ابرها به طور نمونه الگویی با آمار روش‌های ساختاری فشرده سازی تصاویر پیوسته می‌باشند. تغییر ناپذیری مجموعه فشرده سازی تصاویر با تغییر غیر خطی شکل می‌گیرد. این گروه از فشرده سازی تصاویر شامل مجذور خود فشرده سازی تصاویر از جمله مجموعه ماند لیبرات، که با وظایف مجذور در فضای پیچیده ایجاد می‌شود، و معکوس فشرده سازی تصاویر با روش کار وارونه شکل می‌گیرد. ابعاد فشرده سازی تصاویر: جزئیات متنوع در موضوع فشرده سازی تصاویر می‌تواند با تعدادی از D که بعد فشرده سازی تصاویر نامیده می‌شود، که اندازه زبری، یا چند پارچگی بودن شی را توصیف می‌کند. دیدن ناهمواری بیشتر اشیاء ابعاد فشرده سازی تصاویر بیشتری دارد. ما می‌توانیم مقداری روش کار تکراری را برای موضوعات فشرده سازی تصاویر تنظیم کرده و از ارزشی برای ابعاد D فشرده سازی تصاویر تنظیم کنیم. با روش کار دیگری شاید ما قادر به تعیین ابعاد فشرده سازی تصاویر از خواص ساخت موضوع باشیم، با وجود این، به طور کلی، ابعاد فشرده سازی تصاویر برای محاسبه مشکل می‌باشد. التزامی برای ابعاد فشرده سازی تصاویر از فشرده سازی تصاویر مشابه، ساخته شده با عامل سنجش مفرد S، توسط تجزیه با

تقسیم‌بندی موضوع اقلیدسی بدست می‌آید. شکل 10-66 نشان دهنده‌ی رابطه‌ی بین عامل سنجش  $S$  و تعداد

قسمت‌های ذخیره شده  $n$  برای بخش فرعی واحد بخش خط مستقیم، یک چهارگوش و یک مکعب می‌باشد. با

1.2 خط واحد بخش (شکل 10-66(a)) به دو بخش با ارتفاع مساوی تقسیم می‌شود.

به طور مشابه چهارگوش در شکل (b) 10-66 به چهار ناحیه مساوی و مکعب (c) 10-66 شکل. به هشت قسمت

مساوی تقسیم می‌شود. برای هر یک از این موضوعات، رابطه‌ی بین تعداد بخش‌های ذخیره و عامل مقیاس گذاری

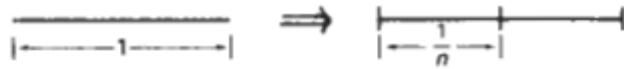
مساوی است. در مقیاس با موضوع اقلیدس، بعد  $D$  فشرده‌سازی تصاویر برای موضوعات مشابه با خود می‌تواند از  $S_{r=1}^D$  است.

$$D = \frac{In n}{In(1/s)} \quad \text{را داریم.}$$

برای فشرده‌سازی مشابه ساختار با مقیاس متفاوت برای قسمت‌های مختلف، ابعاد فشرده‌سازی تصاویر مشابه از

$$\sum_{k=1}^n s^D k = 1 \quad \text{رسیدگی رابطه‌ی} \quad \sum_{k=1}^n s_k^D \quad \text{بدست می‌آید. جایی که} \quad S_k \quad \text{عامل مقیاس گذاری برای قسمت ذخیره شماره} \quad k$$

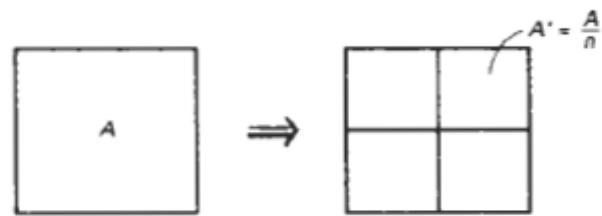
است. در شکل 10-66 ما به بخش فرعی شکل‌های ساده رسیدگی می‌کردیم (خط مستقیم، چهارگوشی، جعبه).



$$D_F = 1, \quad s = \frac{1}{n}, \quad n = 2$$

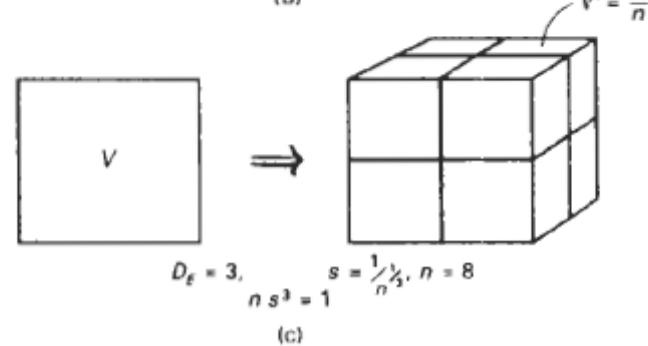
$$n s^1 = 1$$

(a)



$$D_F = 2, \quad n s^2 = 1, \quad s = \frac{1}{n^{1/2}}, \quad n = 4$$

(b)

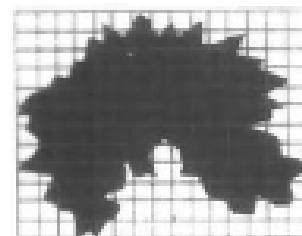


$$D_F = 3, \quad n s^3 = 1, \quad s = \frac{1}{n^{1/3}}, \quad n = 8$$

(c)

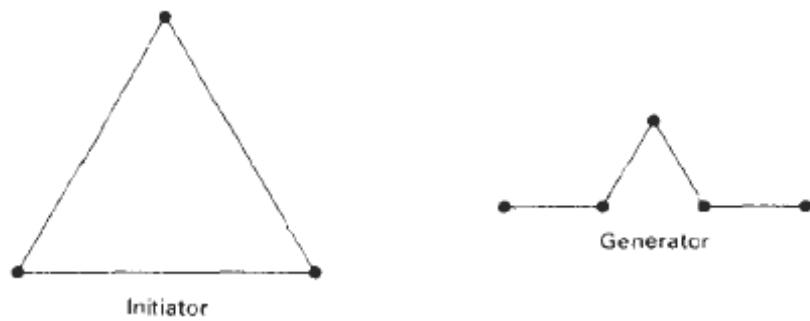
اگر ما شکل‌های پیچیده‌تری داشته باشیم، شامل خطوط منحنی و موضوعاتی با سطوح غیر مسطح، تعیین ساختار و خواص قسمت‌های ذخیره شده بسیار مشکل است. برای موضوعات شکل‌های کلی، ما می‌توانیم از روش‌های پوشش مکان نگر که تقریباً با بخش خط مستقیم، و چند ضلعی تقسیم بندی شده می‌تواند تقریباً با چهارگوش کوچک یا راست گوشه باشد. شکل‌های پوششی دیگر، از جمله دایره، کره، و استوانه، می‌تواند همچنین به طور تقریبی در برآمدگی یک شیء در تعدادی از قسمت‌های کوچک استفاده شود. روش‌های پوششی به طور رایج در ریاضی برای تعیین خواص هندسی از جمله ارتفاع، نواحی یا صدای یک شیء توسط خلاصه خواص گروهی از پوشش اشیاء کوچکتر استفاده شود. ما همچنین می‌توانیم از روش‌های پوششی برای تعیین ابعاد فشرده‌سازی تصاویر D تعدادی موضوعات استفاده کنیم. مفهوم پوشش مکان نگر در اصل برای توسعه مفهوم خواص هندسی

برای شکل‌های غیر استاندارد استفاده شده بود. روش‌های گسترش پوشش استفاده از دایره یا کره منجر به استفاده از نظریه ابعاد هاسدورف – بسیکویچ یا ابعاد کسری می‌شود. ابعاد هاسدورف – بسیکویچ می‌تواند به عنوان ابعاد فشرده‌سازی تصاویر تعدادی از اشیاء استفاده شود، اما، به طور کلی ارزیابی آن مشکل می‌باشد. رواج بیشتر ابعاد فشرده‌سازی تصاویر یک شیء با روش‌های پوشش جعبه استفاده از راست گوشه یا متوازی السطوح تخمین زده شده است. شکل 10-67 نظریه پوشش جعبه را شرح می‌دهد. اینجا، فضای داخل مرز بزرگ بی‌قاعده می‌تواند تقریباً توسط مجموعی از نواحی پوشش راست گوشه کوچک استفاده شود. ما از روش‌های پوشش جعبه توسط اولین تعیین توسعه هم پایه یک شیء به کار می‌بریم، سپس ما موضوع را به تعدادی از جعبه‌های کوچک استفاده از عامل مقیاس داده شده تقسیم‌بندی می‌کنیم. تعداد جعبه‌ها  $n$  که برای پوشش یک شی استفاده می‌شود ابعاد جعبه گفته می‌شود و  $n$  وابسته به ابعاد  $D$  فشرده سازی تصویر یک شی می‌باشد. برای آماری موضوعات شبیه خود با تنها عامل مقیاس گذاری  $S$ ، ما می‌توانیم شی را با چهارگوش یا مکعب پوشش دهیم. سپس ما از تعداد  $n$  پوشش جعبه‌ها و استفاده از Eq 101—101 برای تخمین ابعاد فشرده‌سازی تصویر محاسبه می‌کنیم. برای اشیاء این مورد، تعداد جعبه‌های  $n$  استفاده شده با پارامترهای قائم الزاویه می‌پوشانیم، از جهات مختلف به طور متفاوت مدرج هستند. در کار می‌رond. ابعاد فشرده‌سازی تصاویر یک شی همیشه بزرگتر از ابعاد اقلیدسی مشابه هستند (یا ابعاد مکان‌نگر) که به سادگی کمترین تعداد پارامترها احتیاج به تعیین اشیا دارد.

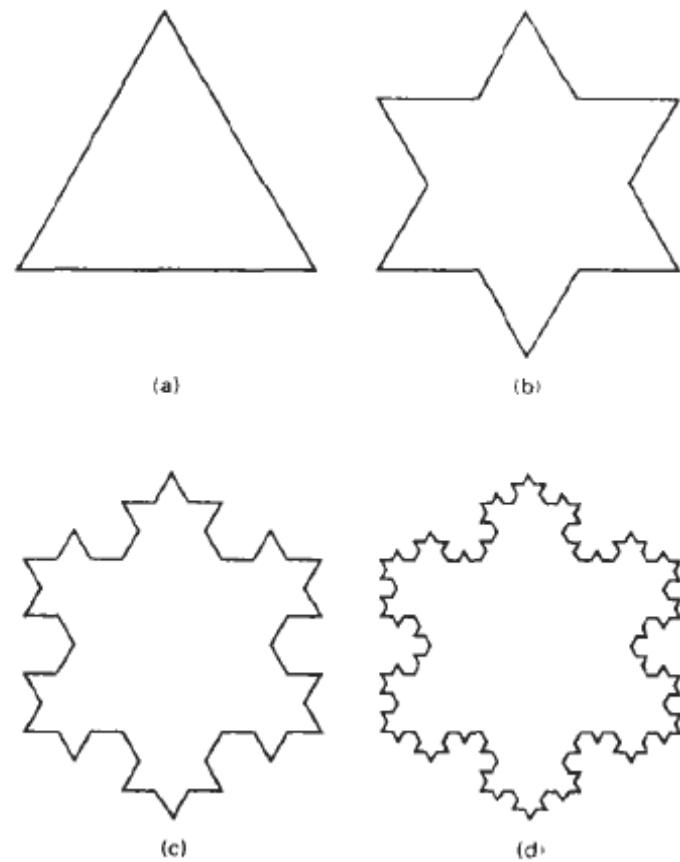


منحنی اقلیدسی یک بعدی هست، سطح اقلیدس دو بعد دارد، و اقلیدس جامد سه بعد دارد. برای منحنی فشرده سازی تصاویری که کاملاً در دو بعد صفحه قرار دارد، بعد  $D$  فشرده سازی تصویر بزرگتر از ۱ (بعد منحنی اقلیدسی) می باشد.  $D=2$  ما منحنی پیانو داریم که منحنی کاملاً ناحیه محدودی را از دو بعد فضا پر می کند. برای  $D=3$  منحنی تقاطع خود و نواحی که می تواند با تعدادی از زمان های نامحدود پوشیده شود. منحنی فشرده سازی تصویر می تواند برای مدل مرز اشیاء طبیعی، از جمله خط ساحلی استفاده شود. منحنی فشرده سازی تصویر سه بعدی (آنها یی که به طور کامل در یک سطحی قرار ندارند) همچنین بعد  $D$  فشرده سازی تصویر بزرگتر از ۱ هست. اما  $D$  می تواند بزرگتر از ۲ بدون تقاطع خود باشد. منحنی که حجمی از یک فضا را پر می کند بعد  $D=3$  و یک فضای تقاطع خود منحنی بعد فشرده سازی تصویر  $D=3$  را دارد. سطوح فشرده سازی تصویر به طور نمونه بعدی در محدوده  $D \leq 3$  دارد.

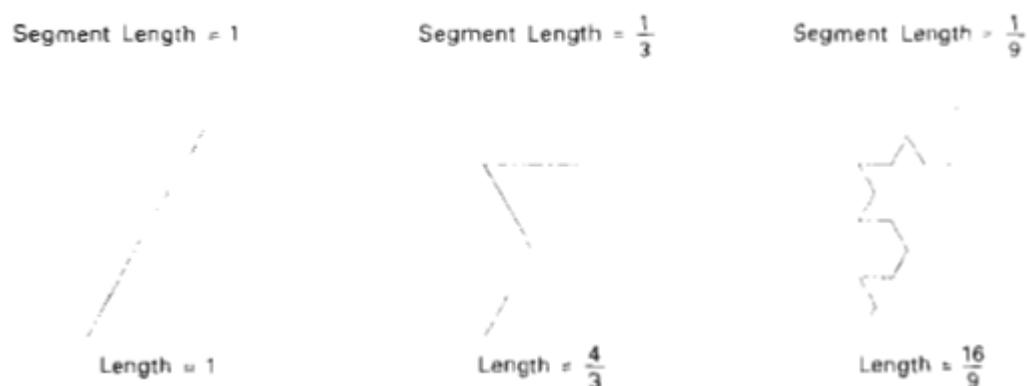
اگر  $D=3$ ، سطح آن حجمی از فضا را پر می کند. و اگر  $D > 3$ ، در اینجا یک اشتراک حجم را می پوشاند. زمین، ابرها و آب به طور نمونه مدلی با سطوح فشرده سازی تصویر می باشند. ابعاد فشرده سازی تصویر جامد معمولاً در محدوده  $D \leq 4$  می باشد. دوباره، اگر  $D=4$ ، ما اشتراک موضوع را داریم، فشرده سازی تصویر جامدات می تواند به عنوان مثال برای نمونه خواص ابر از جمله تراکم بخار آب یا درجه حرارتی در یک ناحیه از فضا استفاده می شود.



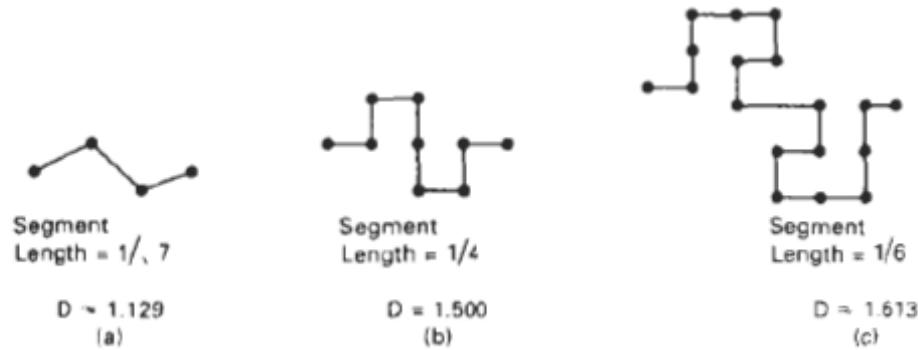
شکل 10-68: آغازگر و مولد برای منحنی کوچ. ساختار هندسی تعیین فشرده سازی تصویر مشابه، برای ساختار هندسی جبری (غیر تصادفی) فشرده سازی تصویر مشابه، ما با شکل هندسی داده شده شروع می کنیم، که آغازگر نامیده می شود. قسمت های کوچک آغازگر سپس با الگوهایی جانشین می شود که مولد نامیده می شود. به عنوان مثال، اگر ما از آغازگر و مولد نشان داده شده در شکل 10-68 استفاده کنیم، ما می توانیم الگوها (نمونه ها) بی از برف دانه را بسازیم، یا منحنی کوچ، نشان داده شده در شکل 10-69 هر خط مستقیم قطعه در آغازگر با چهار خط ارتفاع مساوی قطعه ها در هر مرحله جانشین کنیم. عامل مقیاس  $1/3$  هست، بنابراین بعد فشرده سازی تصویر می یابد، بنابراین ارتفاع منحنی فشرده سازی تصویر تمایل به بینهایت با جزئیات بیشتر اضافه شده در منحنی دارد (شکل 10-70).



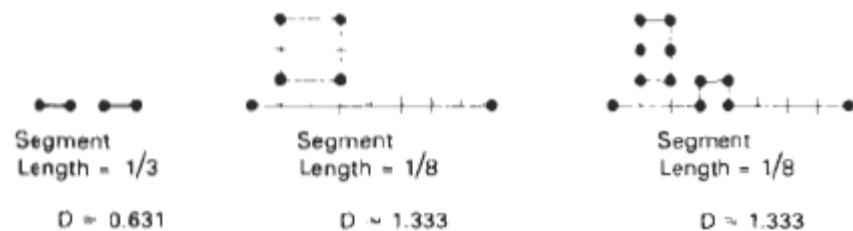
شکل 69-10: اولین سه تکرار در تولید منحنی کوچ.



شکل 70-10: ارتفاع هر طرف از منحنی کوچ توسط عامل  $4/3$  در هر مرحله افزایش می‌یابد، در حالی که ارتفاع بخش خطی توسط عامل  $1/3$  کاهش می‌یابد.



شکل 10-71: ساختار منحنی مشابه و ابعاد فشرده‌سازی تصویر پیوسته.



شکل 10-72: مضرب مولد با قسمت‌های غیر متصل.

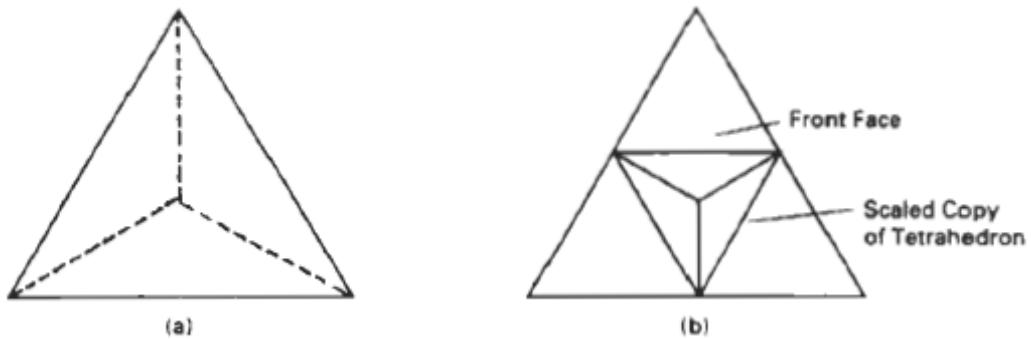
شکل 10-73: برف دانه‌ای که منحنی پیانو را پر می‌کند. مثال‌های مشابه دیگر ساختار منحنی فشرده‌سازی تصویر در شکل 10-71 نشان داده شده است. این مثال‌ها ظاهر ناهموار بیشتری را از اشیاء با ابعاد فشرده سازی تصویر استفاده کنیم.

تعدادی مثال از مولد مرکب در شکل 10-72 نشان داده شده است. استفاده از تغییر تصادفی با ترکیب مولد، ما می‌توانیم مدل تنوع اشیاء طبیعی که قسمت‌های ترکیب شده، از جمله پخش ساحل در خط ساحلی داشته باشیم.

شکل 10-73 نشان دهنده‌ی یک مثال از ساختار مشابه استفاده از چندین عامل مقیاس می‌باشد. بعد فشرده‌سازی تصویر این موضوع از Eq10-102 تعیین می‌شود. به عنوان مثال ساختار فشرده سازی تصویر مشابه برای سطح، ما

درجه‌بندی چهاروجهی منظم را در شکل 10-74 نشان داده‌ایم، پس درجه را در شی در هر یک از چهار سطح اصلی از چهار وجهی قرار می‌دهیم. هر صورت چهار وجهی اصلی در 6 صورت کوچک معکوس شده است و صورت اصلی ناحیه توسط یک عامل  $2/3$  افزایش می‌یابد. بعد فشرده‌سازی تصویر این سطح

$$D = \frac{In6}{In2} \approx 2.58496$$

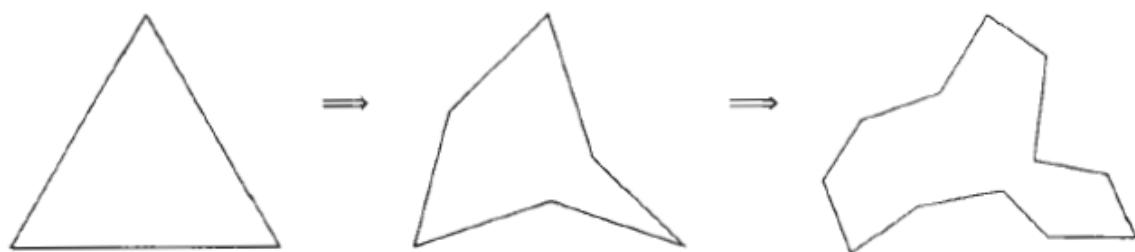


شکل 10-74: مقیاس چهاروجهی در (a) توسط عامل  $1/2$  و موقعیت درجه‌بندی نسخه در یک صورت چهاروجهی اصلی سطح فشرده‌سازی تصویر تولید می‌کند. (b). راه دیگر ایجاد اشیاء فشرده‌سازی تصویر مشابه سوراخ کردن آغازگر داده شده است، به جای اضافه کردن نواحی سطحی بیشتر می‌باشد. شکل 10-75 نشان دهنده تعدادی مثال‌های اشیاء فشرده سازی تصویر ایجاد شده در این روش می‌باشد.

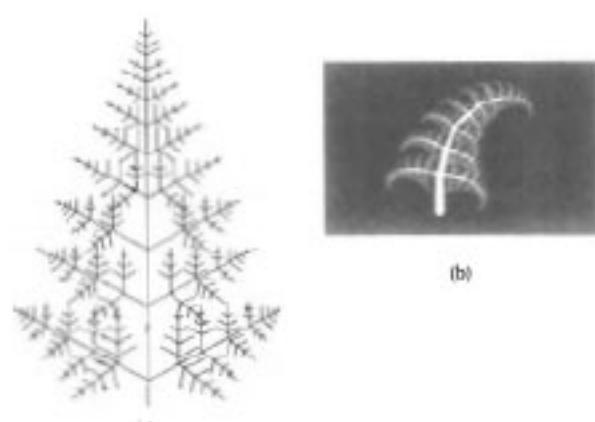
**ساخтар مهندسی آماری فشرده سازی تصاویر مشابه:** یک روشی که ما می‌توانیم تعدادی غیر تصادفی را در ساختارهای مهندسی یک فشرده‌سازی تصویر مشابه معرفی کنیم این است که یک مولد تصادفی را در هر مرحله از تنظیم شکل‌های از پیش تعریف شده معرفی کنیم. روش دیگر برای اشیاء مشابه مولد تصادفی محاسبه جانشین‌سازی تصادفی به طور هم پایه می‌باشد. برای مثال در شکل 10-67 ما یک الگوی تصادفی برف دانه را توسط انتخاب تصادفی، نقطه میانی جانشین سازی فاصله در هر مرحله ایجاد می‌کنیم.



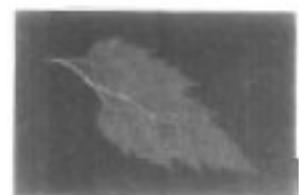
شکل 10-75: سه بعد قطعه مشابه با مولد که ذخیره قسمت‌های کوچک آغازگر را دارد.



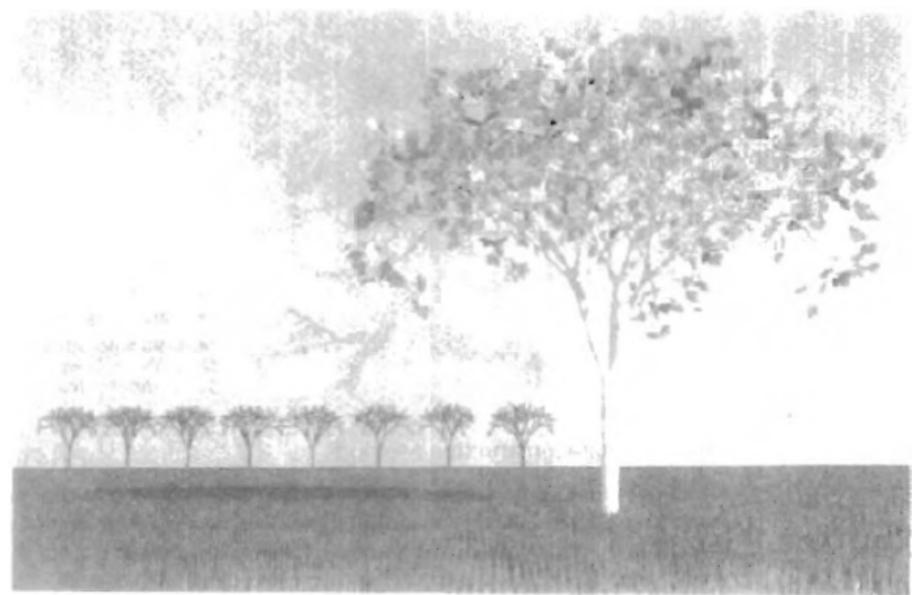
شکل 10-76: الگوی برف دانه‌ی تغییر یافته که از جانشین سازی تصادفی نقطه میانی استفاده می‌کند. نمایش دهنده‌ی درختان و گیاهان دیگر که می‌توانند با روش‌های مهندسی مشابه ساخته شوند.



شکل 10-77 نشان دهندهی ساختار مشابه برای یک سرخس است. در (a) این شکل، هر شاخه نسخه درجه‌بندی از کل جسم می‌باشد، و (b) نشان دهندهی انتقال کامل سرخس با یک کاربرد پیچ خورده در هر شاخه می‌باشد. مثال دیگر این روش در شکل 10-78 نشان داده شده است. اینجا پارامترهای مقیاس تصادفی و جهات شاخه‌ها برای مدل رگه‌های الگوهای برگ استفاده می‌شود. یک بار گروهی از اشیاء فشرده‌سازی تصویرها ایجاد شده بودند، ما می‌توانیم یک مدلی از منظره توسط جاگذاری نمونه‌های تغییر شکل یافته مختلف از فشرده سازی تصویر اشیا با هم داشته باشیم. شکل 10-79 نمونه‌ای را با نمونه درخت فشرده‌سازی تصویر شرح می‌دهد. در شکل 10-80 جنگل فشرده‌سازی تصویر ارائه شده است. برای مدل پیچدار و شکل‌های کج تعدادی از درختان، ما می‌توانیم از وظایف پیچ خورده‌گی به خوبی مقیاس برای ایجاد تصادفی شاخه‌های مشابه به کار ببریم. شکل 10-77: ساختار مشابه برای یک سرخس. (تواضع پیتراین همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).

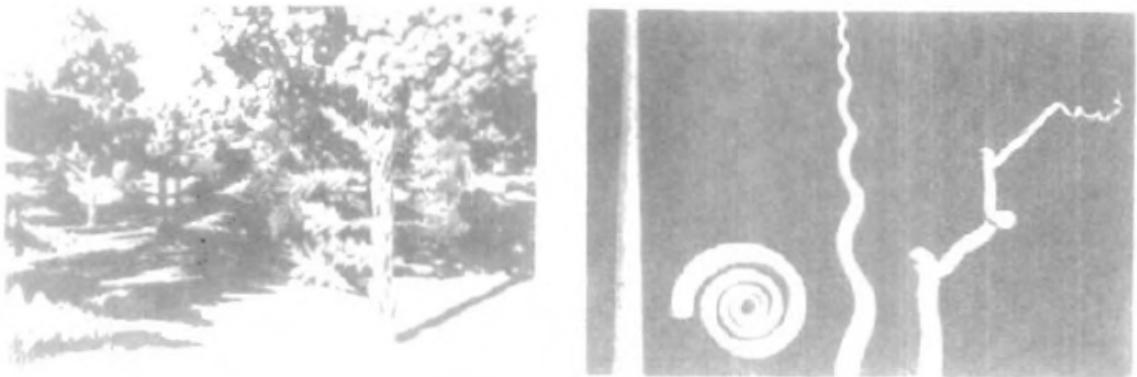


شکل 10-78: ساختار مشابه تصادفی شاخه سرخس در کل برگ. مرز برگ محدود به رشد سرخس می‌باشد (تواضع پیتراین همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).



شکل 10-79: منظره مدل استفاده از موارد اشیاء چندگانه.

برگ‌های فشرده تصاویر متصل به درخت هستند و موارد بسیاری از درختان برای ایجاد بیشه استفاده شده است. چمن با چندین مورد از مخروط‌های سبز ایجاد شده است. (تواضع جان سی هارت، محل دانشگاه واشنگتون). این روش‌ها در شکل 10-81 شرح داده شده‌اند. شروع با استوانه مخروط شده در قسمت چپ این تصویر، ممکن است توانیم از تغییر برای معرفی استفاده کنیم (در توالی از چپ به راست) مارپیچی، مارپیچ و الگوهای تصادفی پیچ‌خورده‌گی. یک درخت مدل‌سازی شده با پیچش‌های تصادفی در شکل 10-82 نشان داده شده است. پوسته درخت در این نشان دهنده استفاده نقشه تکان ناگهانی (ضربت) و فشرده‌سازی تصاویر براونی اختلاف در الگوهای ضربت می‌باشد، همانطور که در بخش پایین بحث شده است.



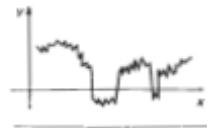
شکل 80-10: جنگل فشرده‌سازی تصویر با چندین مورد از برگ‌ها، سرسوزن‌ها، علف‌ها و پوسته درختان هست (تواضع جان سی هارت، محل دانشگاه واشنگتن). شکل 80-10: نمونه شاخه‌های درختان با حالت مارپیچی، حلزونی و پیچش ناگهانی (تواضع پیتی اپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).



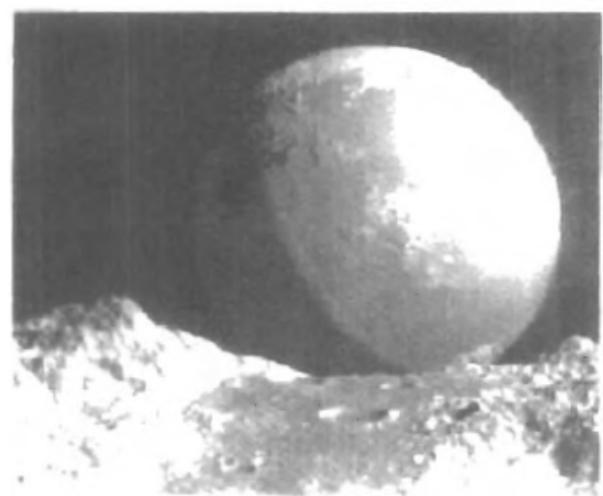
شکل 80-10: نمونه شاخه‌های درختان با اسکوییگول تصادفی (تواضع پیتر اپن همیر، آزمایشگاه گرافیک کامپیوتر، موسسه تکنولوژی نیویورک).

روش‌های ساختاری فشرده سازی تصاویر پیوسته: ما می‌توانیم معرفی واقعیت بالایی را برای عوارض زمینی و موضوعات طبیعی دیگر با استفاده پیوسته روشهای فشرده سازی تصاویر که مدل پر موضوع به عنوان حرکت کسر

براؤنی به دست آوریم. این یک توسعه‌ای از حرکت براؤنی استاندارد، یک شکلی از حرکت تصادفی، که نامنظمی را توصیف می‌کند، حرکت زیگزاگی ذرات در گازیاسیال اتنر می‌باشد.



شکل 10-83 حرکت تصادفی راه را در صفحه  $xy$  شرح می‌دهد. آغاز از یک موقعیت داده شده، ما مدار بخش خط مستقیم را در جهت تصادفی و با یک ارتفاع تصادفی قرار می‌دهیم. سپس ما به طرف انتهای اولین بخش و تکرار فرآیند حرکت می‌کنیم. این روش را برای هر شماره از بخش خطی تکرار می‌کنیم، و ما می‌توانیم خواص آماری خط مستقیم را در روی فاصله زمانی  $t$  محاسبه کنیم. حرکت براؤنی کسری اضافه کردن یک پارامتر اضافی به توزیع آماری توصیف حرکت براؤنی بدست می‌آید. این پارامترهای اضافی ابعاد فشرده‌سازی تصویر را برای راه حرکت تنظیم می‌کند. یک راه براؤنی کسری می‌تواند برای مدل یک منحنی فشرده‌سازی تصویر استفاده شود. با دو بعد از نظم ارتفاع براؤنی کسری تصادفی روی یک صفحه سطح زمین، ما می‌توانیم مدل سطح کوه را توسط اتصال به ارتفاع از نوع به هم پیوستن چند ضلعی تنظیم کنیم.

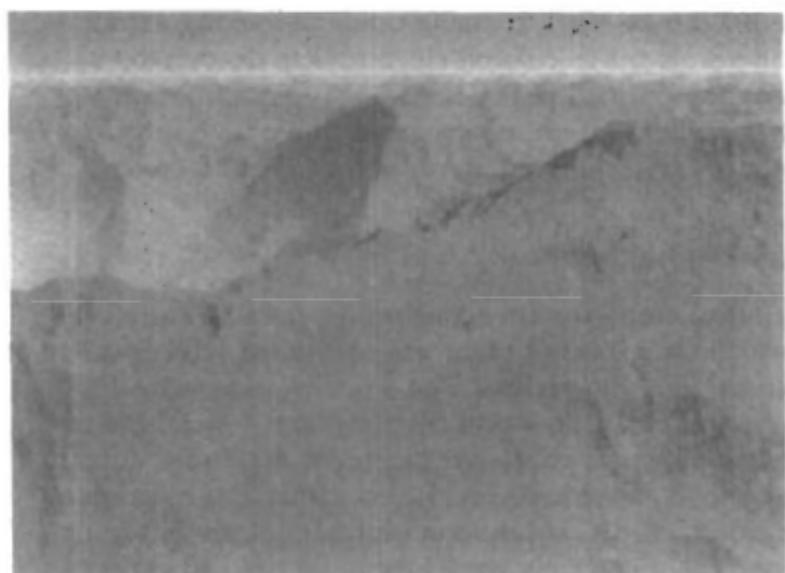


شکل 84-10: حرکت سیاره براونی مشاهده شده از سطح حرکت کسری سیاره براونی، با اضافه کردن دهانه آتشفشن در پیش زمینه (تواضع R.V ووس و B.B مندل برات، پذیرفته شده از هندسه فشرده‌سازی تصویر طبیعت توسط بنویت B. مندل برات، نیویورک W.H فری من و همکارانش 1983). شکل 83-10: یک مثال از حرکت براونی (حرکت تصادفی) در سطح xy. اگر ارتفاع تصادفی در سطح کرده تولید شود، ما می‌توانیم کوهها، دره‌ها و اقیانوس‌ها یک سیاره را مدل قرار دهیم. در شکل 84-10: حرکت براونی برای ایجاد تغییر ارتفاع در سطح سیاره استفاده شده بود. ارتفاع سپس با رنگ کد گذاری شده بنابراین آن ارتفاع کمتر آبی رنگ آمیزی شده بود (اقیانوس‌ها) و ارتفاع بیشتر سفید (برف در روی کوهها). حرکت کسری براونی برای ایجاد ترکیب عوارض زمینی در پیش زمینه استفاده شده بود.

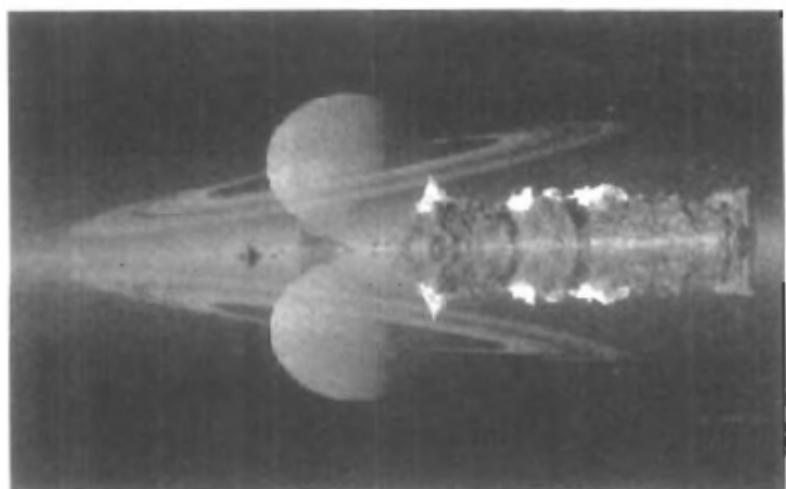
دهانه آتش فشانی با قطر تصادفی و موقعیت‌های تصادفی ایجاد شده بودند، استفاده از شیوه پیوسته فشرده‌سازی تصویر که به خوبی توزیع دهانه آتش فشانی مشاهده شده، سواحل رودخانه‌ها، الگوهای باران و سیستم‌های مشابه دیگر اشیاء را توصیف می‌کند. با تنظیم کردن بعد فشرده سازی تصویر در محاسبات حرکت کسری براونی، ما می‌توانیم ترکیب ناهمواری عوارض زمینی را تغییر دهیم. ارزش برای ابعاد فشرده‌سازی تصویر در مجاورت  $D \approx 2.15$  ایجاد ترکیب واقعی کوه، در حالی که ارزش‌های بیشتر نزدیک به 3.0 می‌تواند برای ایجاد چشم‌انداز ماوراء عالم خاکی نگاه غیرطبیعی استفاده شود. ما همچنین می‌توانیم درجه‌بندی ارتفاع برای عمق دره‌ها و افزایش قله‌ی کوهها محاسبه کنیم. تعدادی مثال از ترکیبات عوارض زمینی که می‌تواند نمونه‌ای با روش فشرده‌سازی تصاویر باشد در شکل 85-10 داده شده است. منظره نمونه با فشرده‌سازی تصویر ابرها روی فشرده‌سازی تصویر کوهها در شکل 86-10 نشان داده شده است.



(a)



(b)



(c)

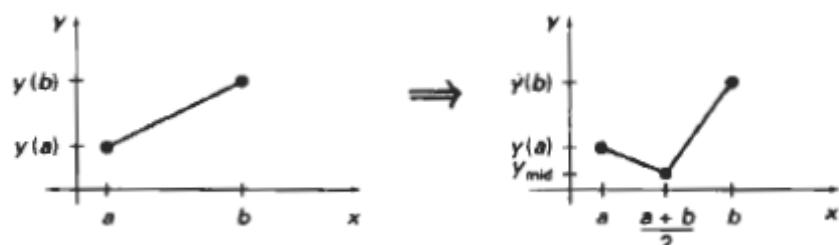
**روش‌های جانشین سازی نقطه میانی تصادفی:** محاسبات حرکت کسری براونی زمان بر هستند، زیار ارزیابی متناسب عوارض زمین روی سطح زمین با سری فوریر محاسبه شده است، که مجموعی از عبارت کسینوس و سینوس می‌باشد. تغییر شکل سریع فوریر (FFT) روش‌هایی هستند که به طور نمونه استفاده می‌شوند، اما این هنوز یک فرآیند آرام برای مولد منظره فشرده‌سازی تصویر می‌باشد. بنابراین، اتفاق سریعتر روش جانشین سازی نقطه میانی، مشابه با روش‌های جانشین سازی تصادفی استفاده شده در ساختار هندسی، پیشرفت داده شده تقریباً در حرکت کسری براونی نشان داده شده برای عوارض زمین و پدیده‌های طبیعی دیگر می‌باشد. این روش‌ها به طور اساسی برای مولد جان بخشی قاب‌ها برای فیلم‌های افسانه علمی شامل عوارض زمین غیر طبیعی و ترکیب سیارات استفاده شده بودند. روش‌های جانشین سازی نقطه میانی الان به طور رایج در بسیاری از کاربردها، شامل جان بخشی آگهی تلویزیونی استفاده می‌شوند. با وجود این روش‌های جانشین سازی تصادفی نقطه میانی سریعتر از محاسبات حرکت کسری براونی هستند، آنها ترکیبات عوارض زمینی واقعی کمتری را تولید می‌کنند. شکل 10-87 روش جانشین سازی نقطه میانی برای تولید راه حرکت تصادفی را در سطح  $xy$  شرح می‌دهد. شروع با بخش خط مستقیم، ما جانشینی ارزش  $y$  را برای موقعیت میانی خط به عنوان میانگین ارزش  $y_{mid}$  نقطه پایانی به اضافه‌ی انحراف تصادفی محاسبه می‌کنیم:  $y_{mid} = \frac{1}{2}[y(a) + y(b) + r]$  برای حرکت براونی تقریبی، ما ارزشی برای  $r$  از یک توزیع گاوشیان با متوسط 0 و واریانس متناسب با  $[b-a]^{2H}$  جایی که  $H=2-D$ ،  $D>1$  بعد فشرده سازی تصویر هست انتخاب می‌کنیم. روش دیگر برای دست‌یابی به یک انحراف تصادفی  $r=sr_B[b-a]$  هست، پارامتر  $s$  به عنوان عامل سطح زبری انتخاب شده است و  $r_B$  به عنوان ارزش تصادفی گاوشیان با متوسط 0 و واریانس 1 می‌باشد. جدول مراجعه می‌تواند برای دست‌یابی به ارزش گاوشیان استفاده شود. فرآیند سپس توسط محاسبه‌ی جابجا شدن ارزش  $y$  برای موقعیت میانی هر نیم خط تقسیم بندی شده تکرار می‌شود. و ما ادامه به

تقسیم بندی تا بخش خط تقسیم بندی شده که کمتر از ارزش حاضر است می‌دهیم. در هر مرحله، ارزش تغییر تصادفی ۲ کاهش می‌یابد، تا زمانی که آن متناسب با عرض  $[b-a]$  از بخش خطی تقسیم شده باشد.

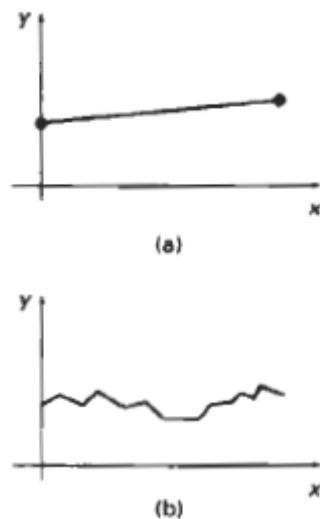
شکل ۱۰-۸۵: تغییر در مدل ترکیبات عوارض زمین با حرکت کسری براونی (تواضع (a) ووس و B.B فری بورت پذیرفته شده از هندسه طبیعت فشرده سازی تصویر توسط بنویت B مندل بورت (نیویورک: W-H من و همکارانش ۱۹۸۳) و (b) و (c) کن ماسگرا و بنویت B، مندل بورت، ریاضی و علم کامپیوتر، دانشگاه یال).



شکل ۱۰-۸۶: مدل منظره با فشرده‌سازی تصویر ابرها و کوهها (متواضع کن ماسگرا و بنویت B مندل بورت، ریاضی و علم کامپیوتر، دانشگاه یال).



شکل ۱۰-۸۷: جانشینی تصادفی نقطه میانی بخش خط مستقیم.



شکل 88-10: تولید راه حرکت تصادفی از بخش خط مستقیم با چهار تکرار فرآیند جانشینی نقطه میانی تصادفی.

شکل 88-10 نشان دهنده‌ی منحنی فشرده سازی تصویر که با این روش بدست می‌آید. ترکیبات عوارض زمین

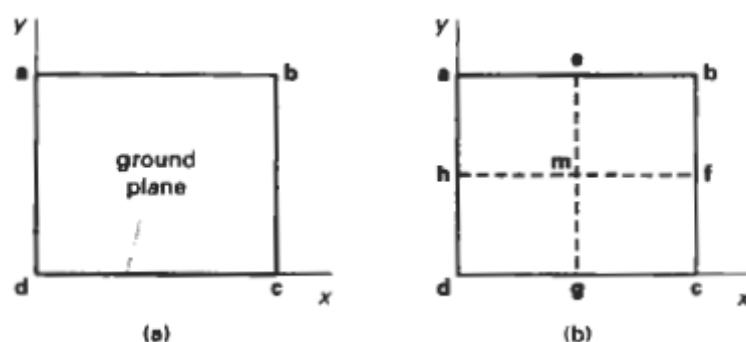
توسط تولید کاربرد فرآیند جانشینی نقطه میانی تصادفی در سطح قائم الزاویه زمین می‌باشد (شکل 89-10).

ما شروع به تعیین ارزش ارتفاع  $Z$  در هر یک از چهارگوشه (d,c,b,a) در شکل 89-10) در سطح زمین می‌کنیم.

پس ما سطح زمین را در قسمت میانی هر لبه برای دست یابی به پنج موقعیت جدید در صفحه تقسیم نبندی

می‌کنیم:  $m, h, g, f, e$  ارتفاع در موقعیت میانی سطح زمین می‌تواند به عنوان میانگین ارتفاع

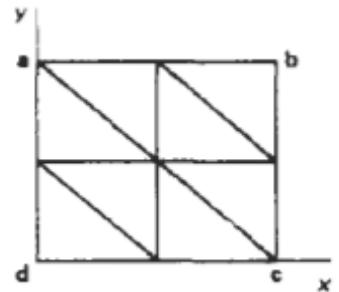
نزدیکترین دو رئوس مثبت یک انحراف تصادفی محاسبه شود.



شکل 89-10: سطح زمین قائم الزاویه (a) به چهار بخش مساوی در صفحه تقسیم می‌شود (b) برای مرحله اول در جانشینی نقطه میانی فرآیند تصادفی برای محاسبه ارزیابی عوارض زمین به کار می‌رود. برای مثال، ارتفاع  $Z$  در موقعیت میانی  $e$  استفاده شده در رئوس  $a$ ,  $b$  محاسبه شده است، و ارتفاع در موقعیت میانی  $f$  برای رئوس استفاده شده شده است:

$$Ze = (Z_a + Z_b)f/2 + r_e \quad Zf = (Z_b - Z_e)f/2 + r_f$$

ارزش‌های تصادفی  $r_f$ ,  $r_e$  می‌توانند از یک توزیع گاشیان با متوسط 0 و واریانس مناسب با صفحه جدا افزایش با قدرت  $H=3-D$  با  $D>2$  بعد فشرده سازی تصویر برای سطح بدست می‌آید. ما همچنین می‌توانیم انحراف تصادفی از محصول عامل زمان سطح زبری زمان‌های صفحه جدا یک جدول ارزش جستجو شده برای ارزش گاشیان با متوسط 0 و واریانس 1 محاسبه کنیم. ارتفاع  $Z_m$  از سطح زمین با موقعیت میانی  $m$  می‌تواند با استفاده از موقعیت  $e$ ,  $f$ ,  $g$  یا  $h$  محاسبه شود. متناظراً، ما می‌توانیم  $Z_m$  را با استفاده از تعیین ارتفاع از چهار گوش سطح زمین محاسبه کنیم:  $Z_m = (Z_a + Z_b + Z_e + Z_d)/4 + r_m$ . این فرآیند برای هر یک از چهار بخش صفحه در هر مرحله تا جداسازی صفحه از ارزش انتخاب شده کوچکتر می‌شود. سطح سه گوش به هم پیوسته می‌تواند به عنوان ارزیابی مولد شکل گیرد. شکل 90-10 نشان دهنده هشت سطح شکل به هم پیوسته در اولین مرحله بخش فرعی می‌باشد. در هر سطح از بازگشت، مثلث‌ها به طور موفق به قسمت‌های کوچکی از سطوح به هم متصل تقسیم بندی می‌شوند. وقتی که فرآیند بخش فرعی کامل می‌شود، اتصالات مطابق با موقعیت منبع روشن منتقل می‌شوند ارزش‌هایی برای پارامترهای دیگر شرح داده شده است و رنگ انتخاب شده و سطح بافت برای عوارض زمین می‌باشد. روش جانشین سازی تصادفی نقطه میانی می‌تواند برای تولید دیگر ترکیب منظره نزدیک عوارض زمین به کار رود. برای مثال، ما می‌توانیم از همان روش‌ها برای دست‌یابی به ترکیب سطح برای امواج آب یا الگوهای ابر روی سطح زمین استفاده کنیم.



شکل ۱۰-۹۰: هشت سطح شکل به هم پیوسته روی سطح زمین در اولین مرحله فرآیند جانشین سازی نقطه میانی تصادفی برای تولید ترکیب عوارض زمین می‌باشد.

**کنترل نقشه برداری عوارض زمین:** یک روش برای کنترل جانشینی قله‌ها و دره‌ها در فشرده‌سازی تصویر عوارض زمین مدل منظره با روش جانشینی نقطه میانی تحمیل محاسبه ارتفاع برای فاصله مشخصی روی نواحی مختلف از سطح زمین می‌باشد. ما می‌توانیم این تنظیمات را روی سطوح کنترل شده روی سطح همانطوری که در شکل ۱۰-۹۱ شرح داده شده است انجام دهیم. سپس ما ارتفاع تصادفی را در هر صفحه موقعیت نقطه میانی در روی سطح زمین که بستگی به اختلاف بین کنترل ارتفاع و میانگین محاسبه ارتفاع برای آن موقعیت محاسبه می‌کنیم. این روش ارتفاع در فاصله از پیش تعیین شده در مورد کنترل سطح ارتفاع نگه داشته می‌شود.



شکل ۱۰-۹۱: سطوح کنترل روی سطح زمین. سطوح کنترل می‌تواند برای مدل موجود ترکیبات عوارض زمین در صخره‌های کوههاف یا بعضی نواحی دیگر، توسط ساخت سطح شکل با استفاده از ارتفاع در حد فاصل نقشه برای یک ناحیه خاص استفاده شود. یا ما می‌توانیم ارتفاعها را برای رئوس کنترل چند ضلعی برای طراحی ترکیب

عوارض زمین خود تنظیم کنیم. همچنین، سطوح کنترل هر شکلی می‌تواند داشته باشد. سطوح به آسانی قابل رسیدگی هستند، اما ما می‌توانیم از سطوح کروی یا شکل‌های منحنی دیگر استفاده کنیم. ما ارزش‌های تصادفی را در توزیع گاشیا جایی که متوسط  $\mu$  و انحراف استاندارد  $Q$  وظیفه کنترل ارتفاع انتخاب می‌کنیم. یک روش برای تنظیم ارزش‌ها  $\mu$  و  $Q$  ساختن هر دوی آنها متناسب با تفاوت بین ارتفاع میانگین محاسبه و کنترل ارتفاع از پیش تعیین شده در هر موقعیت صفحه می‌باشد. برای مثال، برای موقعیت صفحه  $e$  در شکل 10-89 ما متوسط و میانگین استاندارد را به این شکل تنظیم می‌کنیم:

$$\mu_e = ZC_e - (Z_a + Z_b)/2 \quad Q_e = S|\mu_e|$$

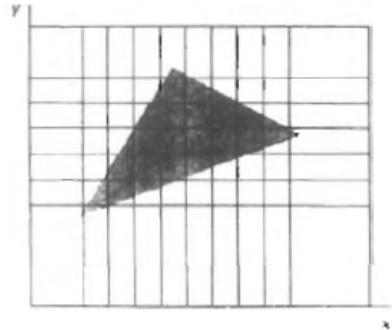
جایی که  $ZC_e$  ارتفاع کنترل برای موقعیت سطح زمین  $e_1$ ،  $0 < e_1 < 1$  عامل معرفی مقیاس گذاری هست. ارزش‌های کوچکتر برای  $S$  ( $S < 0,1$ ) گفته می‌شود) مطابقت محکمتری را برای پوشش عوارض زمین تولید می‌کند، و ارزش‌های بزرگتر از  $S$  نوسان بیشتری را در ارتفاع عوارض زمین ایجاد می‌کنند. برای تعیین ارزش کنترل ارتفاع روی یک سطح کنترل، ما اول سطح پارامترهای  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  را محاسبه می‌کنیم. برای هر موقعیت سطح زمین ( $x$ ,  $y$ ) ارتفاع در سطح شامل کنترل چند ضلعی سپس توسط این روش محاسبه می‌شود:

$$x = (-Ax - By - D)/C$$

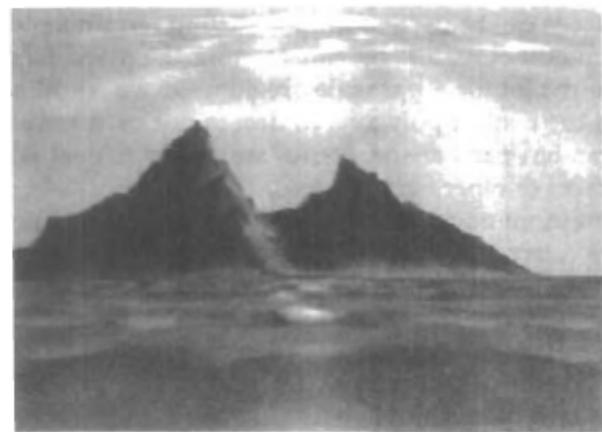
روش‌های افزاینده سپس می‌توانند برای محاسبه کنترل ارتفاع روی موقعیت سطح روی زمین استفاده شوند. برای اجرای کارآمد این محاسبات، ما اول سطح زمین را به شبکه‌های موقعیت  $xy$  همانطور که در شکل 10-92 نشان داده شده است تقسیم بندی می‌کنیم. سپس هر کنترل سطح چند ضلعی پروژه‌ای بر روی سطح زمین می‌باشد. سپس ما می‌توانیم موقعیت صفحه را در نقشه کشی کنترل چند ضلعی با استفاده از فرآنیدهای مشابه برای پر کردن خط پیمایش این نواحی تعیین کنیم. آن، برای هر  $y$  خط پیمایش در شبکه سطح زمین که حد وسط لبه‌های چند ضلعی هستند، ما تقاطع روی خط و تعیین موقعیت صفحه درونی پروژه کنترل چند ضلعی را محاسبه می‌کنیم.

محاسبات برای کنترل ارتفاع در آن سطح موقعیت‌ها می‌تواند تغییرات پله‌ای را به این شکل ایجاد کند:

$$Zc_1 + 1j = ZCij - \Delta x(A/C)_l \quad ZCij + 1 = ZC_{ij} - \Delta y(B/C)$$



شکل 10-92: نقشه کشی کنترل سطح مثلثی در صفحه سطح زمین.



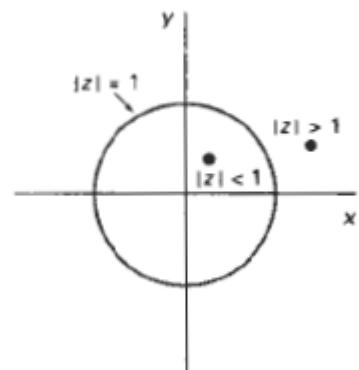
شکل 10-93: مدل منظره مرکب با روش جانشینی نقطه میانی و کنترل سطوح روی سطح زمین. ترکیب سطح برای عوارض زمین، آب و ابرها مدل بودند و به طور جداگانه منتقل شده بودند، سپس برای ایجاد شکل مرکب ترکیب شده بودند. (متواضع اینگل کیات، موسسه تکنولوژی اطلاعات، منتشر شده از سنگاپور). با  $\Delta y$ ,  $\Delta x$  مثل سطح فاصله گذاری در جهات x, y. این طرز عمل وقتی که روش‌های موازی خاصی را دارد برای فرآیند کنترل روی موقعیت سطح به کار می‌رود. شکل 10-93 نشان دهنده‌ی ساختار منظره کنترل سطوح برای ساختار سطوح

عوارض زمین، آب و ابرها روی سطح زمین است انتقال سطح آلگوریتم سپس برای لبه‌های چند ضلعی و فراهم کردن رنگ‌های مناسب سطوح به کار می‌روند.

**مجذور خود فشرده سازی تصاویر:** روش دیگر برای تولید اشیاء فشرده سازی تصاویر تکرار کاربرد و وظیفه تغییر شکل در نقاط فضای پیچیده می‌باشد. در دو بعد شماره پیچیده می‌تواند نشان دهنده‌ی  $Z=x+iy$  ، جایی که  $X$  و  $y$  شماره‌های واقعی هستند و  $-1 = i^2$  است. در سه بعد و چهار بعد فضا نقاط نشان دهنده‌ی قسمت چهار گانه هستند. وظیفه مجذور پیچیده  $f(z) = z^2$  چیزی است که شامل محاسبات  $Z^2$  هست، و ما می‌توانیم از وظایف مجذور خود برای تولید شکل‌های فشرده سازی تصاویر استفاده کنیم. بستگی به انتخاب موقعیت داخلی برای تکرار انتخاب شده است، کاربرد تکراری وظیفه مجذور خود یکی از سه نتایج ممکن را ایجاد خواهد کرد (شکل 10-49). موقعیت تغییر شکل می‌تواند از هم دور شده و به بینهایت برسد – موقعیت تغییر شکل می‌تواند به علم نزدیک شده و به نقطه محدود نهایت برسد، جذب کننده نامیده می‌شود- موقعیت تغییر شکل در مرز بعضی موضوعات باقی بماند. به عنوان مثال، عمل مجذور فشرده نکردن تصاویر  $f(z) = z^2$  در سطح پیچیده نقاط را با رابطه‌ی آنها به دایره واحد (شکل 10-95) تغییر می‌دهد. هر نقطه  $Z$  که حجم آن  $|Z|$  بزرگتر از 1 هست در طول توالی موقعیت که تمایل به بینهایت دارد تغییر می‌یابد.



شکل 4-94: برون دادهای ممکن تغییر شکل مجذور خود ( $f(z)$ ) در سطح پیچیده، بستگی به موقعیت، اولین انتخاب شده موقعیت دارد.



شکل 4-95: یک دایره واحد در سطح پیچیده. فشرده نکردن تصویر کار مجذور پیچیده  $f(z)=z^2$  به آن نقاطی حرکت می‌کند که در داخل دایره اصلی قرار دارد، در حالی که نقاطی در خارج از دایره به فاصله دورتری از دایره حرکت می‌کند.

هر نقطه‌ی اولیه‌ای در دایره در همان دایره باقی می‌ماند. یک نقطه‌ای با  $|z| > 1$  به طرف مبدأ مناسب تغییر شکل می‌یابد.

نقاط در روی دایره  $|z| = 1$  در روی همان دایره باقی می‌مانند. برای بعضی وظایف، مرز بین آن نقاط که به سوی بی نهایت حرکت می‌کنند و آنهایی که تمایل به سوی فشرده سازی تصویر محدود دارند. مرز فشرده شده تصویر جسم مجموعه جولیا گفته می‌شود. به طور کلی ما می‌توانیم در مرزهای فشرده سازی تصویر توسط تست رفتار موقعیت انتخاب شده قرار بگیریم. اگر یک موقعیت انتخاب شده از هم دور شده و به بی نهایت یا به هم نزدیک شده و به جذب نقطه برسد ما می‌توانیم موقعیت نزدیک دیگری را امتحان کنیم. ما این فرآیند را تا زمانی که در نتیجه در موقعیت مرز فشرده سازی تصویر قرار گیریم تکرار می‌کنیم. سپس، تکرار مجذور تغییر شکل، شکل فشرده سازی تصویر را تولید می‌کند. برای تغییر شکل ساده در سطح پیچیده روش سریعتر برای موقعیت واقع شده در منحنی

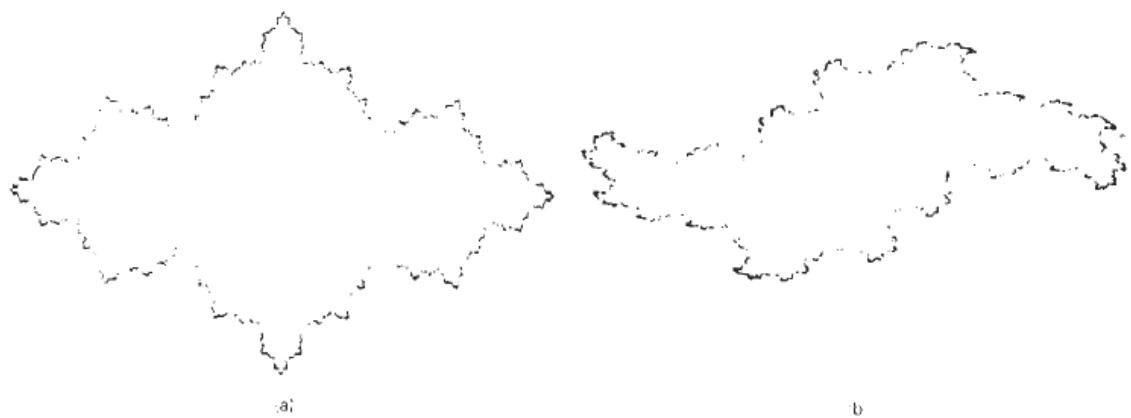
استفاده از وظیفه تغییر شکل معکوس می‌باشد. نقطه اولیه انتخاب شده در داخل یا خارج از منحنی سپس به هم نزدیک شده و به موقعیت فشرده سازی تصویر منحنی می‌رسد. وظیفه‌ای که در فشرده سازی تصویر غنی می‌باشد تغییر شکل مجدور می‌باشد:  $Z' = f(Z) = \lambda Z(1 - Z)$  جایی که  $\lambda$  ارزش پیچیده ثابتی را تعیین می‌کند. برای این وظیفه، ما می‌توانیم از روش معکوس برای قرار گرفتن در منحنی فشرده‌سازی تصویر استفاده کنیم. ما اول شرایط را برای دستیابی به معادله‌ی درجه دوم باز می‌آراییم.  $z' = z^2 - z + o/\lambda$  تغییر شکل معکوس سپس فرمول درجه دوم می‌باشد:  $Z = f^{-1}(z') = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4z'/\lambda} \right)$  با استفاده از عمل حساب پیچیده، ما این معادله را برای  $Z$  قسمت‌های واقعی و فرضی حل می‌کنیم مثل



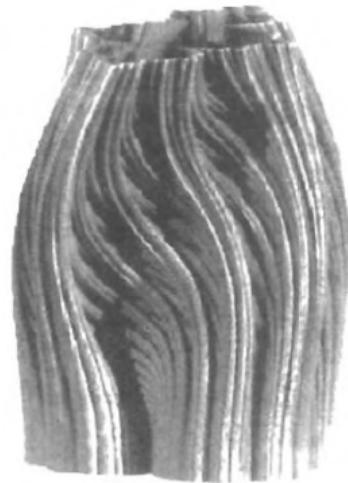
شکل 10-69: واقع شدن در مرز فشرده سازی تصویر با وظیفه معکوس مجدور می‌باشد. ( $z' = f^{-1}(z)$ )

$$x - \operatorname{Re}(Z) = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{|\operatorname{discr}| + \operatorname{Re}(\operatorname{discr})}{2}} \right) \quad y = I_m(z) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{|\operatorname{discr}| - \operatorname{Re}(\operatorname{discr})}{2}}$$

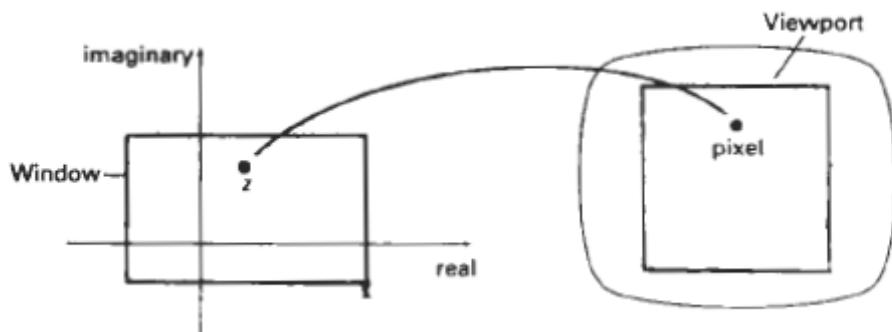
با فرمول درجه دوم مشخص کننده  $\lambda/z' - 1$  می‌باشد. مقدار کمی از ارزش‌های اولیه برای  $x$ ،  $y$  (10 گفته می‌شود) می‌تواند قبیل از اینکه ما شروع به نقشه منجنی فشرده سازی تصویر کنیم محاسبه شده و دور انداخته شود. همچنین از وقتی که این وظیفه دو بازده ممکن تغییر شکل یافته موقعیت  $(y, x)$  هستند، ما می‌توانیم به طور تصادفی هم علامت مثبت و منفی را در هر مرحله از تکرار به درازی  $I_m(\operatorname{discr}) \geq o$  انتخاب می‌کنیم. هر جایی که  $I_m(\operatorname{discr}) < o$  دو موقعیت ممکن دوم و چهارم درجه دوم می‌باشد. در این مورد  $x$ ،  $y$  باید جهات مخالفی داشته باشند. فرآیند زیر اجرایی از وظیفه مجدور، و دو مثال منحنی در نقشه شکل 10-79 می‌دهد.



شکل 10-97: تولید منجني فشرده سازی تصویر با وظيفه معکوس  $f(z) = \lambda z(1-z)$  با فرآيند مجدور: (a). هر منحنی نقشه‌ای با 10000 نقطه می‌باشد. نقشه سه بعدی در متغيرهای  $x, y, z$  از  $\lambda = 3$ , (b)  $\lambda = 2 + i$  وظيفه مجدور خود با  $|f(z)| = 1$ . در شکل 10-98 داده شده است. هر بخش تقاطع ضريب محاسبات از اين نقشه منحنی فشرده سازی تصویر در سطح پیچیده می‌باشد. يك شکل فشرده سازی تصویر مشهور از مجموعه ماندل بورت بدست می‌آيد، که ارزش پیچیده مجموعه  $Z$  که از هم تحت تغيير شکل مجدور از هم دور نمی‌شوند:  $Z_k = Z_{k-1}^2 + Zo$   $k = 1, 2, 3, \dots$   $Z_o = Z$  انتخاب می‌كنيم، سپس ما موقعيت تغيير شکل يافته را محاسبه می‌كنيم  $Z^2 + Z$ . در مرحله بعد، ما اين موقعيت مجدور تغيير شکل يافته و ارزش  $Z$  اصلی را اضافه می‌كنيم. ما اين فرآيند را تا زمانی که ما بتوانيم تعين کنيم آيا تغيير شکل از هم دور شدنی هست يا نه تكرار می‌كنيم. مرز ناحيه همگرائي در سطح پیچیده فشرده‌سازی تصویر می‌باشد.



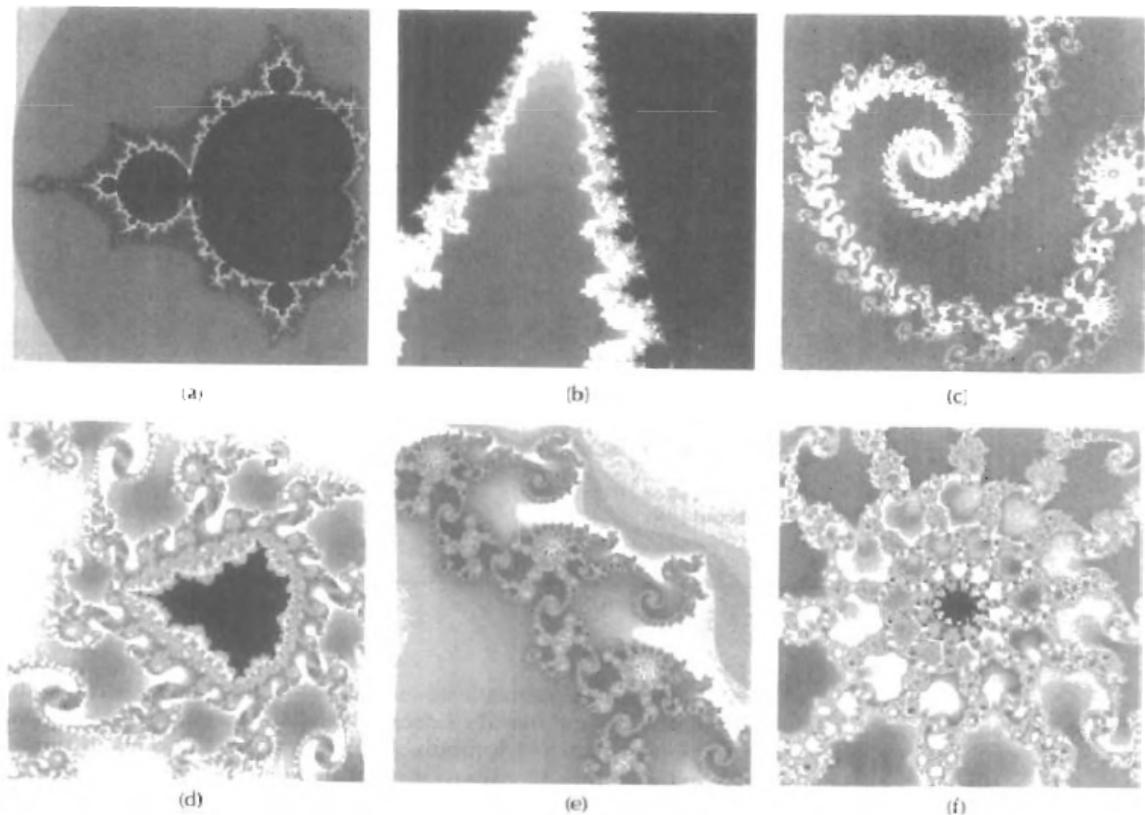
شکل 98-99: وظیفه  $f(z) = \lambda z(z-1)$  نقشه‌ای در سه بعد با ارزش  $\lambda$  نرمال نقشه‌ای در محور عمودی می‌باشد.  
(تواضع آلن نورتون، تحقیق IBM). برای اجرای تغییر شکل 109-10 ما اول یک پنجره‌ای در سطح پیچیده انتخاب می‌کنیم. موقعیت‌ها سپس در این پنجره در موقعیت رنگ کدپیکسل نقشه برداری می‌شوند و در پرده نمایش عکس روی صفحه انتخاب می‌شوند. (شکل 99-10) رنگ‌های پیکسل طبق میزان واگرایی نقطه مشابه در سطح پیچیده زیر تغییر شکل 109-10 انتخاب می‌شوند. اگر حجم شماره پیچیده بزرگتر از ۲ باشد، سپس آن به سرعت واگراییدن زیر عمل مجدد می‌رود. بنابراین، ما می‌توانیم حلقه‌ای را برای تکرار عمل مجدد تنظیم کنیم تا هم حجم شماره پیچیده به بیشتر از 2 تجاوز کرده و یا ما باید به تعداد تکرار خودکار بررسیم تنظیم کنیم.  
بیشترین تعداد تکرار معمولاً به مقداری ارزش بین 100 ، 1000 تنظیم می‌شود، با وجود این ارزش‌های کمتر می‌توانند برای افزایش سرعت محاسبات استفاده شوند. با تنظیمات کمتر برای تکرار محدود، با وجود این، ما تمایل به از دست دادن مقداری جزئیات در مرز (مجموعه جولیا) ناحیه همگرایی داریم، در انتهای حلقه، ما ارزش رنگ را براساس تعداد تکرار اجرا توسط حلقه انتخاب می‌کنیم. برای مثال، ما می‌توانیم پیکسل را رنگ سیاه کنیم اگر تعداد تکرار در ارزش بسیار بالا باشد، و ما می‌توانیم رنگ پیکسل را قرمز کنیم اگر تعداد تکرار نزدیک 0 باشد.



شکل 10-99 موقعیت نقشه برداری در سطح پیچیده موقعیت رنگ کد پیکسل در صفحه مانیتور می‌باشد. ارزش‌های رنگ دیگر می‌توانند مطابق با ارزش تکرار محاسبه در شکل فاصله از 0 تا ارزش بسیار انتخاب شوند. با انتخاب نقشه برداری رنگ‌های مختلف، ما می‌توانیم نمایش متنوعی را نشان داده و برای مجموعه مندل بورت تولید کنیم. یک انتخاب از کد رنگ برای مجموعه در شکل 10-100(a) نشان داده شده است. مجموعه مندل بورت نشان دهنده الگوریتم در فرآیند زیر داده شده است. قسمت اصلی شامل مجموعه منطقه زیر از سطح پیچیده می‌باشد:

$$-1.25 \leq I_m(z) \leq 1.25 , \quad -2.25 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 0.75$$

ما می‌توانیم جزئیات را در طول مرز مجموعه با انتخاب موفق نواحی با پنجره‌های کوچکتر کشف کنیم بنابراین ما می‌توانیم در ارائه نواحی انتخاب شده تمرکز کنیم. شکل 10-100 نشان دهنده ارائه کد رنگ از مجموعه مندل بورت بوده و یک سری از تمرکزات مقداری از ترکیبات مجموعه قابل توجهی را شرح می‌دهد.



شکل 100-100: تمرکز در مجموعه ماندل بورت. شروع با ارائه مجموعه ماندل بورت (a)، ما در نواحی انتخاب شده تمرکز می‌کنیم (f) در طول (b). جعبه سفید طرح نشان دهندهٔ ناحیه پنجره انتخاب شده برای هر تمرکز متوالی می‌باشد. (تواضع برایان اوانس، دانشگاه وندربیلت).