

Nome: Curso: N.º:

1. (6 pontos) Considere a experiência aleatória de lançar um dado equilibrado (faces 1 a 6) até sair um ás (face 1).

O espaço de resultados é $\Omega =$

Estes resultados têm probabilidades

A v.a. $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ que representa “o n.º de lançamentos necessários até sair um ás” tem suporte

e a sua distribuição chama-se com parâmetro(s)

Sem recorrer a cálculos, mostre que $P(X > n) = q^n$, especificando o valor de q

.....

.....

Então $P(X > 3) =$ e $P(X > 13 \mid X > 10) =$ (*resultado final*); comente

.....

2. (6 pontos) RESOLVA NO VERSO. Em cada dia, uma acção da empresa E pode descer 1 €, manter-se, ou subir 1 €, com probabilidades 0.39, 0.2 e 0.41, respectivamente. Admita que as alterações diárias são mutuamente independentes.

(a) Recorrendo ao TPT, calcule a probabilidade de ao fim de dois dias a cotação ser igual à inicial (*explique*).

(b) Indique o código R para simular a variação da cotação ao fim de 20 dias.

(c) Por meio de simulação, com $r = 10^5$ réplicas, estime (*inclua sempre o código que usou na resolução*)

i. a probabilidade de que ao fim de 20 dias a acção tenha subido mais do que 5 €

ii. graficamente a f.m.p. da v.a. que representa a “alteração da cotação ao fim de 20 dias”. Comente.

3. (6 pontos) Considere um par aleatório (X, Y) com f.m.p. conjunta representada ao lado

(i) Represente as f.m.p. marginais de X e de Y e identifique-as pelo nome usual.

$X : \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$

$Y : \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$

$X \sim$

$Y \sim$

$x \setminus y$	0	1	2
-1	$\frac{3}{24}$	$\frac{5}{24}$	0
0	0	$\frac{2}{24}$	$\frac{6}{24}$
1	$\frac{3}{24}$	$\frac{5}{24}$	0

(ii) X e Y são independentes? Justifique.

.....

(iii) $E(XY) =$

(iv) $\text{Cov}(X, Y) =$

(v) Comente os resultados obtidos

.....

4. A população portuguesa reparte-se pelos grupos sanguíneos A, B, AB, O, nas percentagens 44%, 10%, 3%, 43% (resp.)

(a) Qual a probabilidade de numa amostra (ao acaso) de 10 portugueses haver 5, 1, 0, 4 naqueles grupos (resp.)?

.....

.....

(b) Discuta a questão da amostragem ser feita com ou sem reposição

.....