

Nome: Curso: N.º:

RESOLVA AS SEGUINTEs QUESTÕES, EXPLICANDO A SUA RESOLUÇÃO E TRANSCREVENDO O CÓDIGO R QUE UTILIZAR

1. (9 pontos) Seja X uma v.a. com f.d.p. $f(x) = \begin{cases} 2x e^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
- (a) Calcule $P(1 < X < 2)$ e assinale esta probabilidade num esboço do gráfico de f (a representar ao lado).
 - (b) Deduza a f.d. F da v.a. X .
 - (c) Prove que a correspondente f.d. inversa é $F^{-1}(y) = \sqrt{-\log(1-y)}$.
 - (d) Calcule os quartis de X e assinale-os de forma clara no gráfico da alínea (a).
 - (e) Enuncie o resultado que permite simular NPA com dada f.d. F e aplique-o a este caso.
 - (f) Determine e identifique a distribuição de $Y = X^2$. Sugira novo processo para simular a v.a. X e exemplifique.
2. (6 pontos) Considere n v.a., X_1, \dots, X_n , mutuamente independentes, com distribuição uniforme no intervalo $[-1, 1]$. Seja $S_n = X_1 + \dots + X_n$. Determine, explicando o raciocínio,
- (a) a f.d.p. conjunta do par (X_1, X_2) , e a partir daí, obtenha $P(X_1 + X_2 > 1)$
 - (b) o valor médio e a variância de S_n no caso $n = 75$
 - (c) um valor aproximado de $P(|S_n| > 1)$, no caso $n = 75$, usando o TLC
 - (d) um valor aproximado de $P(|S_n| > 1)$, no caso $n = 4$
3. (5 pontos) Seja λ uma constante positiva. Considere uma v.a. X com f.d.p. $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
- (a) Deduza a transformada de Laplace de X .
 - (b) Calcule o valor médio de X à custa da transformada de Laplace.
 - (c) “Há duas distribuições discretas que estão relacionadas com esta v.a. X ”. Explique do que se trata.