

Análise

folha de exercícios 6

2017/2018

1. Calcule o integral, onde R é o retângulo $[0, 2] \times [-1, 0]$,

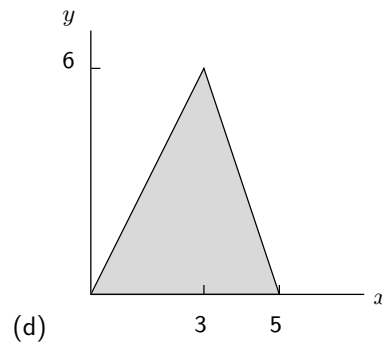
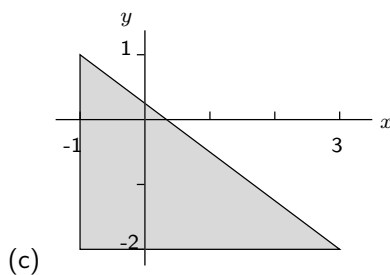
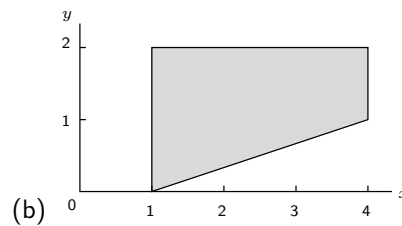
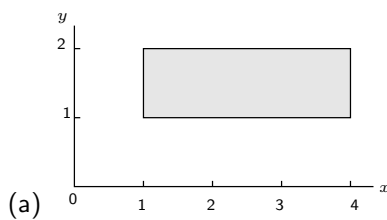
$$\iint_R (x^2 y^2 + x) dA.$$

2. Calcule os seguintes integrais

(a) $\int_0^3 \int_0^4 (4x + y) dx dy;$

(b) $\int_0^3 \int_0^2 6xy dy dx.$

3. Para cada uma das seguintes regiões D escreva $\iint_D f dA$ na forma de dois integrais iterados



4. Seja D o círculo unitário de centro na origem, R a região de D em que $x \geq 0$ e B a região de D na qual $y \leq 0$. Sem efetuar cálculos indique, em cada caso, se o valor do integral é positivo, negativo ou nulo.

(a) $\iint_R dA;$

(b) $\iint_B 5x dA;$

(c) $\iint_D 5x dA;$

(d) $\iint_D \sin y dA.$

5. Para cada um dos integrais, esboce a região de integração e calcule o valor do integral.

(a) $\int_{\pi}^{2\pi} \int_x^{2x} \sin x dy dx;$

(b) $\int_{-2}^0 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 2xy dy dx;$

(c) $\int_1^4 \int_{\sqrt{y}}^y x dx dy.$

6. Determine o volume da região compreendida entre o gráfico de f definida por $f(x, y) = x + y$ e a região plana definida por $0 \leq x \leq y^2, 0 \leq y \leq 3$.

7. A região R encontra-se sob a superfície definida por $f(x, y) = 2e^{-(x-1)^2 - y^2}$ e acima do círculo do plano xy definido por $x^2 + y^2 \leq 4$.

(a) Descreva as linhas de nível de f .

(b) Escreva um integral iterado para o cálculo do volume de R .

8. Um edifício tem 8 metros de largura e 16 metros de comprimento; tem um telhado plano que, num dos cantos, tem 12 metros de altura e em cada um dos cantos adjacentes tem 10 metros de altura. Qual é o volume do edifício?

9. Invertendo a ordem de integração, calcule cada um dos seguintes integrais.

(a) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy;$

(b) $\int_0^1 \int_{e^x}^e \frac{y}{\ln y} dy dx.$

10. Considere o integral

$$I = \int_0^6 \int_{x/3}^2 x \sqrt{y^3 + 1} dy dx.$$

(a) Esboce a região de integração de I .

(b) Calcule I .

11. Calcule o integral, onde P é o paralelepípedo $[0, 1] \times [1, 2] \times [2, 3]$,

$$\iiint_P (xyz) dV.$$

12. Calcule $\iiint_U f dV$ onde $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por

$$f(x, y, z) = x^2 + 5y^2 - z$$

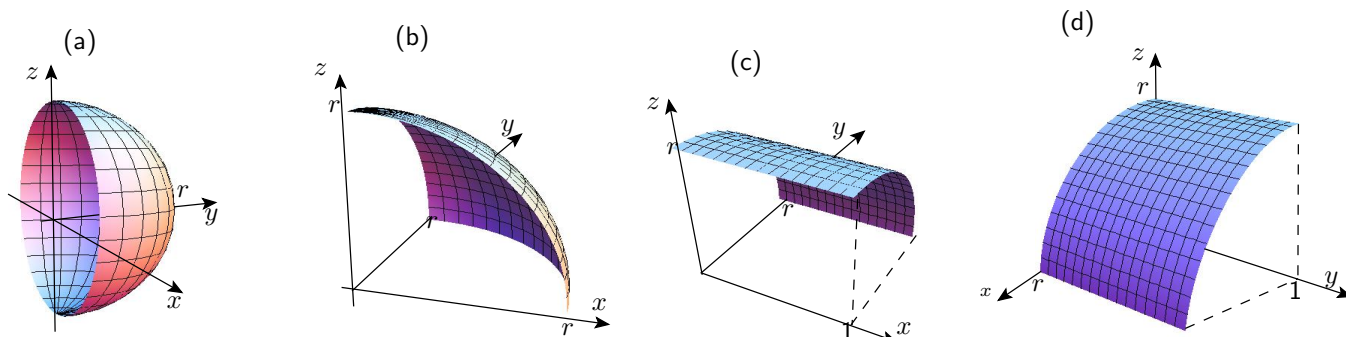
e U é a região paralelepipedica definida por $0 \leq x \leq 2$, $-1 \leq y \leq 1$ e $2 \leq z \leq 3$.

13. Esboce a região de integração de cada um dos seguintes integrais triplos.

(a) $\int_0^1 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y, z) dy dx dz;$

(b) $\int_0^1 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} f(x, y, z) dy dx dz.$

14. Escreva o integral $\iiint_U f dV$ onde U é a região indicada na figura.



15. Recorrendo a um integral triplo calcule o volume do edifício descrito no exercício 8.

16. Calcule o volume da região limitada pelo plano definido por $z = x$, a superfície definida por $z = x^2$ e os planos definidos por $y = 0$ e $y = 3$.

17. Seja U o sólido limitado pela superfície definida por $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e pelo plano definido por $z = 2$. Sem efetuar cálculos, indique se o valor do integral é positivo, negativo ou nulo.

(a) $\iiint_U \sqrt{x^2 + y^2} dV;$

(b) $\iiint_U x dV;$

(c) $\iiint_U z - \sqrt{x^2 + y^2} dV.$