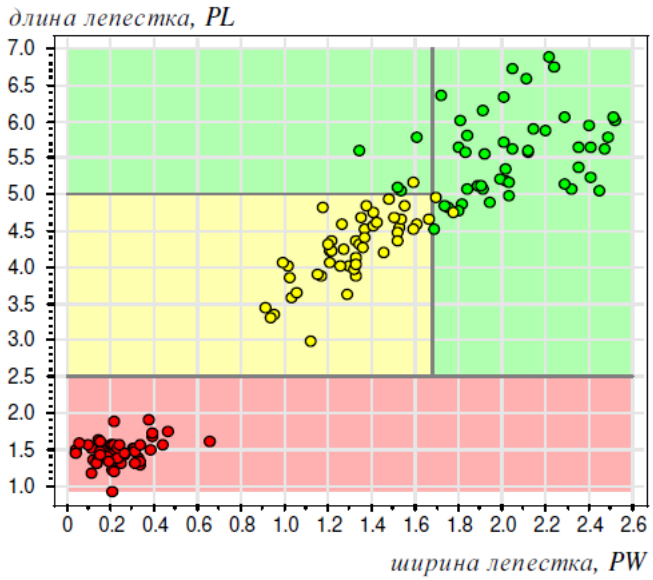
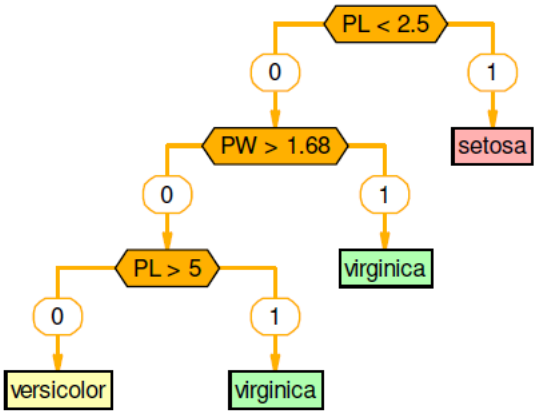
Деревья решений

Алгоритм C4.5

На рисунке изображена задача «ирисы Фишера», предполагающая классификацию на 3 класса, линейными классификаторами ее решить невозможно, нелинейные будут избыточны из-за малого количества признаков. Но с этой задачей справятся деревья решений (decision trees), которые последовательно применяют решающие правила (предикаты).





Задача «ирисы Фишера»

Дерево решений – способ представления правил в иерархической, последовательной структуре, где каждому объекту соответствует единственный узел, дающий решение. В результате формируется покрывающий набор конъюнкций.

Каждый узел дерева содержит признак, ребра – значения признака, листы – метки классов, пример такого дерева показан на рисунке 27 справа. Классы должны быть дискретными. Каждый пример должен однозначно относиться к одному из классов. Справа показаны решающие поверхности, порожденные деревом решений.

C4.5 – алгоритм построения дерева решений, количество потомков у узла не ограничено. Решает только задачи классификации. В нем есть важное требование: количество классов должно быть значительно меньше количества записей в исследуемом наборе данных.

Пусть T – множество примеров, где каждый элемент описывается m атрибутами, C_j - метка класса

Процесс построения дерева будет происходить итеративно сверху вниз.

На первом шаге мы имеем пустое дерево (имеется только корень) и исходное множество T (ассоциированное с корнем). Требуется разбить исходное множество на подмножества. Делается через выбор одного из атрибутов в качестве проверки.

Тогда в результате разбиения получаются n (по числу значений атрибута) подмножеств и, соответственно, создаются n потомков корня, каждому из которых поставлено в соответствие свое подмножество, полученное при разбиении множества T.

В процессе построения любого дерева решений необходимо выбрать критерий разбиения (в случае C4.5 это прирост информации), правило остановки (при небольшой выборке дерево строят до ее исчерпания, при большой – применяют отсечение).

Отсечение ветвей (pruning) - эвристический метод. Идем от листов к корню, помечая по некоторому критерию, например качество классификации, узлы на удаление. Вместо узлов ставится лист с меткой класса с наибольшим количеством исходов в этом поддереве.

Критерий разбиения

Пусть мы имеем проверку X (в качестве проверки может быть выбран любой атрибут), которая принимает n значений $A_1, A_2, \dots, A_n$. Тогда разбиение T по проверке X даст нам подмножества $T_1, T_2, \dots, T_n$, при X равном соответственно $A_1, A_2, \dots, A_n$. $freq(C_j, T)$ – количество примеров из множества T, относящихся к классу C_j.

Оценка среднего количества информации, необходимого для определения класса примера из множества T (энтропия):

$$Info(T) = -\sum_{j=1}^{k} \frac{freq(C_j, T)}{|T|} * \log_2\left(\frac{freq(C_j, T)}{|T|}\right)$$

Оценка среднего количества информации, необходимого для определения класса примера из множества T после разбиения множества T по X (условная энтропия):

$$Info_X(T) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{|T_i|}{|T|} * Info(T_i)\right)$$

Оценка потенциальной информации, получаемой при разбиении множества T на n подмножеств. Необходим для учета атрибутов с уникальными значениями.

$$split_{info(X)} = -\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{|T_i|}{|T|} * \log_2\left(\frac{|T_i|}{|T|}\right)\right)$$

Нормированный прирост информации

$$Gain\_ratio(X) = \frac{Info(T) - Info_X(T)}{split_{info(X)}}$$

Критерий $Gain\_ratio$ считается для всех атрибутов. Выбирается атрибут с максимальным $Gain\_ratio$. Этот атрибут будет являться проверкой в текущем узле дерева, а затем по этому атрибуту производится дальнейшее построение дерева.

Такие же рассуждения можно применить к полученным подмножествам $T_1, T_2, \dots, T_n$ и продолжить рекурсивно процесс построения дерева, до тех пор, пока в узле не окажутся примеры из одного класса. Для примера возьмем таблицу.

Таблица. Пример данных для построения дерева решений

№	Признаки				Класс
	Outlook	Temperature	Humidity	Windy	
1	Sunny	Hot	High	False	N
2	Sunny	Hot	High	True	N
3	Overcast	Hot	High	False	P
4	Rain	Mild	High	False	P
5	Rain	Cool	Normal	False	P

6	Rain	Cool	Normal	True	N
7	Overcast	Cool	Normal	True	P
8	Sunny	Mild	High	False	N
9	Sunny	Cool	Normal	False	P
10	Rain	Mild	Normal	False	P
11	Sunny	Mild	Normal	True	P
12	Overcast	Mild	High	True	P
13	Overcast	Hot	Normal	False	P
14	Rain	Mild	High	True	N

Посчитаем критерий разбиения для всех признаков, чтобы определить какой признак будет помещен в корень дерева. В начале у нас полный набор данных, поэтому энтропия:

$$Info(T) = -\left(\frac{5}{14} * \log_2\left(\frac{5}{14}\right) + \frac{9}{14} * \log_2\left(\frac{9}{14}\right)\right)$$

Для признака Outlook имеем 3 значения, каждое из которых дает свое подмножество T_i:

$$Info_X(T) = \left(\frac{5}{14} * -\left(\frac{3}{5} * \log_2\left(\frac{3}{5}\right) + \frac{2}{5} * \log_2\left(\frac{2}{5}\right)\right)\right) + \left(\frac{4}{14} * -\left(\frac{4}{4} * \log_2\left(\frac{4}{4}\right) + \frac{0}{4} * \log_2\left(\frac{0}{4}\right)\right)\right) + \left(\frac{5}{14} * -\left(\frac{3}{5} * \log_2\left(\frac{3}{5}\right) + \frac{2}{5} * \log_2\left(\frac{2}{5}\right)\right)\right)$$

Точно также считается для оставшихся признаков. Затем выбираем признак с максимальным нормированным приростов информации и помещаем его в корень. Следующим шагом заполняем узлы по значениям признака в корне, но в этот раз множество T будет состоять не из 14 строк, а из такого количества строк, где признак в корне принял то или иное значение.

Задание

1. Для студентов с четным порядковым номером в группе – датасет с классификацией грибов, а нечетным – датасет с данными про оценки студентов инженерного и педагогического факультетов (для данного датасета нужно ввести метрику: студент успешный/неуспешный на основании грейда)
2. Отобрать **случайным** образом sqrt(n) признаков
3. Реализовать без использования сторонних библиотек построение дерева решений (numpy и pandas использовать можно)
4. Провести оценку реализованного алгоритма с использованием Accuracy, precision и recall
5. Построить AUC-ROC и AUC-PR

Для направлений 44.03.04. - Компьютерные технологии в дизайне, 09.03.04. - Компьютерные технологии в дизайне

1. Создать таблицу с данными для игры «Камень-ножницы-бумага»
2. Построить для данного датасета дерево решений
3. Создать визуализацию для дерева решений