ELECTROMAGNÉTISME GUIDÉ

Part I

Rappels d'électromagnétique

Introduction

Maxwell : propagation guidé

Préliminaire

Champ électrique	$\overrightarrow{E}(V \cdot m^{-}1)$
Induction électrique	$\overrightarrow{D}(As.m^{-1})$
Dans les milieux linéaires :	$\overrightarrow{D} = \epsilon \cdot \overrightarrow{E}$
Permitivité absolue du milieu ($AsV^{-1}m^{-1}$)	ϵ
Permitivité absolue de l'air ou du vide	ϵ_0
Permittivité relative du milieu	ϵ_r
	$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$
	$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$
Le champ magnétique	$\overrightarrow{H}(A.m^{-1})$
Induction magnétique	$\overrightarrow{B}(Vsm^{-2}$ ou T)
$\overrightarrow{B} = \mu \overrightarrow{H}$ dans les milieux linéaires	
Perméabilité absolue du milieu	μ
Perméabilité absolue du vide ou de l'air	μ_0
	$\mu 4\pi 10^{-7} (VsA^{-1}m^{-1})$
	$\mu_0 \mu_r \mu_0$
Perméabilité relative du milieu	μ_r
La plupart du temps, $\mu_r = 1$ (sauf dans les milieux magnétiques)	
Densité de charges volumiques	$\rho(Cm^{-3})$
Densité de charges surfaciques	$\rho_S(Cm^{-2})$
Densité de courant	$\overrightarrow{j}(Am^{-2})$
	$\overrightarrow{j} = \overrightarrow{j_c} + \overrightarrow{j_d}$ (ondulution + déplacement)
	$\overrightarrow{j_c} = \sigma \overrightarrow{E}$ (loi d'ohm)
	$\overrightarrow{j_d} = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$
	σ = conductivité du milieu $(S.m^{-1})$

<u>Définitions :</u>

homogènes : invariant dans l'espace
isotropes : identique dans toutes les directions − coordonées − de l'espace.

Dans ce cour, on considère :
- Milieux linéaires, homogènes, isotropes.
- Régime harmonique du temps $\hookrightarrow$ notation complexes

Plan du cour

Chap 1 : Intro
Chap 2 : Ondes guidées
chap 3 : Guides métalliques
chap 4 : Guides diélectriques
chap 5 : Cavités électromagnétiques

Rappel des équations de Maxwell en régime harmonique du temps

Conditions de travail

Milieux considérés : $\boxed{\epsilon, \mu, \sigma}$

Les pertes diélectriques : $\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon''$
$\epsilon', \epsilon'' > 0$
$\overrightarrow{\mathcal{D}} = \epsilon_c \overrightarrow{\mathcal{E}}$

$$\begin{aligned} \delta_e &= \text{angle de perte diélectriques} \\ \tan\delta_e &= \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \\ \epsilon_c &= \epsilon_r \epsilon_0 (1 - j\tan\delta_e) \end{aligned}$$

pertes magnétiques : $\boxed{\mu_c = \mu' - j\mu''}$
$\mu', \mu'' > 0$
$\overrightarrow{\mathcal{B}} = \mu_c \overrightarrow{\mathcal{H}}$

angle de pertes magnétiques δ_m
$\tan\delta_m = \frac{\mu''}{\mu'}$
$\mu_c = \mu_r \mu_0 (1 - j\tan\delta_m)$

Pertes par conduction : $\sigma \neq 0$

Pemitivité complexe apparente :

- $\epsilon_{co} = \epsilon_c - j\frac{\sigma}{\omega} = \epsilon' - j(\epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega})$

- δ_{co} = angle de pertes diélectriques apparentes
- $\tan \delta_{co} = \frac{\epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}}{\epsilon'}$

$$\overrightarrow{E}(x,y,z,t) = \Re[\overrightarrow{\mathcal{E}}(x,y,z) \cdot e^{j\omega t}]$$
$$\overrightarrow{H}(x,y,z,t) = \Re[\overrightarrow{\mathcal{H}}(x,y,z) \cdot e^{j\omega t}]$$

En régime permanant, $\rho = 0$

Équation de Maxwell en régime harmonique du temps

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}\overrightarrow{\mathcal{E}} & = -j\omega\mu_c\overrightarrow{\mathcal{H}} & (1) \\ \overrightarrow{rot}\overrightarrow{\mathcal{H}} & = j\omega\epsilon_c\overrightarrow{\mathcal{E}} + \sigma\overrightarrow{\mathcal{E}} & (2) \\ div\overrightarrow{\mathcal{D}} & = 0 & (3) \\ div\overrightarrow{\mathcal{B}} & = 0 & (4) \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot}\overrightarrow{\mathcal{H}} & = j\omega\overrightarrow{\mathcal{E}}(\epsilon_c + \frac{\sigma}{j\omega}) \\ \overrightarrow{rot}\overrightarrow{\mathcal{H}} & = j\omega\epsilon_{co}\overrightarrow{\mathcal{E}} \end{cases} \tag{2}$$

Avec $\overrightarrow{\mathcal{D}} = \epsilon_c\overrightarrow{\mathcal{E}}$ et $\overrightarrow{\mathcal{B}} = \mu_c\overrightarrow{\mathcal{H}}$. De plus $\epsilon_{co} = \epsilon_c - j\frac{\sigma}{\omega}$

Equation de continuité

Interface entre 2 milieux

$$\begin{cases} \overrightarrow{et_2} - \overrightarrow{et_1} & = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{bt_2} - \overrightarrow{bt_1} & = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{dm_2} - \overrightarrow{dm_1} & = \rho_s\overrightarrow{n_{12}} \\ \overrightarrow{n_{12}} \wedge (\overrightarrow{ht_1} - \overrightarrow{ht_1}) & = \overrightarrow{j_s} \end{cases} \tag{3}$$

- indice "t" $\rightarrow$ tangeantiel
- indice "n" $\rightarrow$ normal
- $\overrightarrow{n_{12}}$ = normale unitaire (1) $\rightarrow$ (2)
- ρ_s : peut exister si l'un des deux milieux présente des pertes
- $\overrightarrow{j_s}$ densité surfacique de courant. Peut exister uniquement si l'un des deux milieux est un *conducteur parfait* ($\sigma \rightarrow \infty$).

Comportement à l'infini

Les champs décroissant et tendent vers zéro, quand on s'étend transversalement vers l'infini.

Équation d'onde

- (1) $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{\mathcal{E}} = -j\omega\mu_c\overrightarrow{\mathcal{H}}$
- (2) $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{\mathcal{E}}) = \overrightarrow{rot}(-j\omega\mu_c\overrightarrow{\mathcal{H}})$
- (3) $\overrightarrow{grad} \cdot div\,\overrightarrow{\mathcal{E}} - \overrightarrow{\Delta\mathcal{E}} = -j\omega\mu_c \cdot \overrightarrow{rot}\overrightarrow{\mathcal{H}}$
- (4) $\overrightarrow{\Delta\mathcal{E}} = -j\omega\mu_c \cdot j\omega\epsilon_{co}\overrightarrow{\mathcal{E}}$

$\boxed{\overrightarrow{\Delta\mathcal{E}} + \omega^2\epsilon_{co}\mu_c\overrightarrow{\mathcal{E}} = \overrightarrow{0}}$

De même : $\boxed{\overrightarrow{\Delta\mathcal{H}} + \omega^2\epsilon_{co}\mu_c\overrightarrow{\mathcal{H}} = \overrightarrow{0}}$

Part II

Ondes guidées par un système de transmission rectiligne et uniforme

Introduction

Préliminaires

Direction longitudinale sur O_z (= direction de propagation)

Principaux systèmes de transmission

- ligne bifilaire :
  - Structure ouverte.
  - Deux conducteur parallèles

-cable coaxial + ame + gaine + conducteur externe suffisament fin pour que l'effet de peau entre en jeu.

- guide circulaire
  - uniquement pour les fréquenecs hautes
  - utilisé pour des propagatinos asymétriques circulaires
  - cf schéma 1
- guide métallique rectangulaire
  - idem guide circulaire mais pour les ondes circulaires
  - grandes puissances
  - très robustes
  - non minuaturisable

Étude de la propagation le long de 0z

Préliminaires

On se place dans une section uniforme. L'axe de propagation choisi est l'axe 0z.

$$\overrightarrow{\mathcal{E}} = \overrightarrow{\mathcal{E}_\tau} + \overrightarrow{n}\mathrm{E}_z$$

$$\overrightarrow{\mathcal{H}} = \overrightarrow{\mathcal{H}_\tau} + \overrightarrow{n}\mathrm{H}_z$$

indice τ : transversal

$$\overrightarrow{n} = \overrightarrow{ez}$$

Évolution du cham avec z

Étude dans un milieu de la section transverse

Dans le milieu i, les coordonnées sont (u,v,z). L'équation de propagation est vérifié si $V(u,v,z)$: une des 6 composantes du champ electromagnétique.

$$\Delta\, V(u,v,z) + +\omega^2\epsilon_{co}\mu_c N(u,v,z) = 0(a)$$

$$\begin{aligned} \mu_c &= \mu' - j\mu'' \quad \mu', \mu'' \geq 0 \\ \epsilon_c &= \epsilon' - j\epsilon'' \quad \epsilon', \epsilon'' \geq 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta f(u.v)}{f(u,v)} + \frac{B}{g(z)}\frac{d^2g(z)}{dz^2} + \omega^2\epsilon_{co}\mu_c = 0, \forall u,v,z(b)$$

Les trois membre des gauche dépendent respectivement de (u,v), de z et est constant.

$$\frac{1}{g(z)}\frac{d^2g(z)}{dz^2} = \text{constante} = \rho^2$$

$$\frac{d^2g(z)}{dz^2} = (\pm)kkkkkkkkkkkkkkkkkkkkk$$

$$\begin{cases} H_x(u,v,z) &= h_x(x,y)e^{\pm\rho_1 z} \\ H_y(u,v,z) &= h_y(x,y)e^{\pm\rho_2 z} \\ H_z(u,v,z) &= h_z(x,y)e^{\pm\rho_3 z} \end{cases}$$

or div $\overrightarrow{\mathcal{H}} = \overrightarrow{0}\forall x,y,z \hookrightarrow \rho_1 = \rho_2 = \rho_3$ $\overrightarrow{rot}\overrightarrow{H} = jkkkkkkkkkkkkkkkk$

Extension à l'ensemble des milieux

2 milieux i (ρ_i) et i+1 (ρ_{i+1}) accolés. E_z tangeantiel à l'enterfac entre i et i+1.

Les conditions de continuités sont :

$$E_z(v_0,v_0,z) = E_{z_{i+1}}(u_0,v_0,z)\forall z$$

$$e_{zi}(vo,vo)e^{-i}kkkkkkkkkkkkkk$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \alpha_g + j\beta_g, \alpha_g, \beta_g \leq 0 \\ \alpha_g &= \text{constante de perte (Np}m^-1) \\ \beta_g &= \text{constante de phase (rad.}m^{-1}) \end{aligned}$$