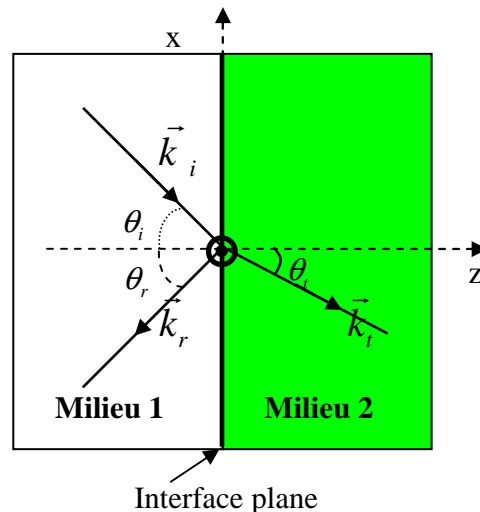


## Chapitre 4 : Ondes et interfaces

### 1. Lois de la réflexion et de la réfraction :

On considère deux milieux notés 1 et 2 de caractéristiques respectives  $(\epsilon_{ca1}, \mu_{c1})$  et  $(\epsilon_{ca2}, \mu_{c2})$ . Les deux milieux sont séparés par une interface plane.



On note  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  les constantes de propagation dans les milieux 1 et 2,  $Z_1$  et  $Z_2$  leur impédance d'onde (on rappelle que si les milieux présentent des pertes, alors les impédances d'ondes sont complexes et présentent une partie imaginaire non nulle).

On suppose qu'une onde plane de vecteur d'onde  $\vec{k}_i$ , issue du milieu 1, est incidente sur l'interface.

On choisit un repère orthonormé Oxyz vérifiant les conditions suivantes :

- L'axe Oz définit la normale à l'interface (pointant vers le milieu 2).
- L'axe Ox est positionné sur l'interface de façon à ce que  $\vec{k}_i$  appartienne au plan (O,x,z).
- L'axe Oy complète le repère.

Au final, le plan Oxy coïncide avec l'interface alors que le plan Oxz, appelé plan d'incidence, contient la normale à l'interface et le vecteur d'onde associé à l'onde incidente.

Les lois de la réflexion et de la réfraction (loi de Snell-Descartes) stipulent que :

- 1<sup>ère</sup> loi de Descartes : les vecteurs d'onde associés aux ondes réfléchie ( $\vec{k}_r$ ) et transmise ( $\vec{k}_t$ ) sont situés dans le plan d'incidence.
- 2<sup>ème</sup> loi de Descartes : l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :  $\theta_r = \theta_i$  et l'angle de réfraction est donné par la relation :  $\Gamma_1 \sin \theta_i = \Gamma_2 \sin \theta_t$

On rappelle que ces lois résultent directement de la continuité d'au moins une composante du champ électromagnétique à l'interface.

Ainsi  $A_i \exp(-\Gamma_i \sin \theta_i x) + A_r \exp(-\Gamma_r \sin \theta_r x) = A_t \exp(-\Gamma_t \sin \theta_t x)$  doit être vraie  $\forall x$ , soit  $\Gamma_i \sin \theta_i = \Gamma_r \sin \theta_r = \Gamma_t \sin \theta_t$

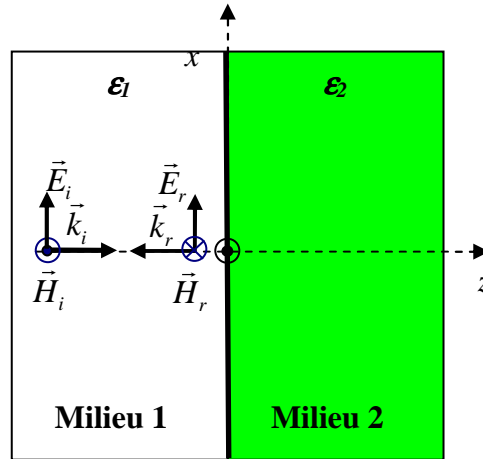
Or,  $\beta_i = \beta_r$ , et  $\alpha_i = \alpha_r$  donc  $\sin \theta_i = \sin \theta_r$ , soit encore  $\theta_i = \theta_r$

De même  $\beta_i \sin \theta_i = \beta_t \sin \theta_t$ , avec  $\beta_i = \beta_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$  et  $\beta_t = \beta_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ .

Soit  $\beta_1 \sin \theta_i = \beta_2 \sin \theta_t$

Si on note  $\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$  et  $n_1 = \sqrt{\epsilon_{r1}}$ , et si  $\mu_1 = \mu_0$ , de même dans le milieu 2, on a alors :  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ , loi bien connue en optique.

## 2. Cas particulier de l'incidence normale



On considère, par simplicité et sans perte de généralité, que le champ est polarisé linéairement selon x. Le champ électrique incident s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_0 \exp(-\Gamma_1 z) \vec{e}_x$$

Le champ magnétique incident s'en déduit en utilisant les propriétés de l'onde plane :

$$\vec{H}_i = \frac{1}{Z_1} (\vec{e}_z \wedge \vec{E}_i) = \frac{E_i}{Z_1} \exp(-\Gamma_1 z) \vec{e}_y$$

Le champ réfléchi vaut:

$$\vec{E}_r = R E_0 \exp(+\Gamma_1 z) \vec{e}_x$$

$$\vec{H}_r = \frac{1}{Z_1} ((-\vec{e}_z) \wedge \vec{E}_r) = \frac{-R\mathcal{E}_0}{Z_1} \exp(+\Gamma_1 z) \vec{e}_y$$

où R représente le coefficient de réflexion.

Dans cette écriture, par convention, on oriente les champs électriques incident et réfléchi dans le même sens ; on considère donc qu'une éventuelle inversion de sens est représentée par un coefficient de réflexion négatif.

Le champ transmis s'écrit de même :

$$\begin{aligned}\vec{E}_t &= T\mathcal{E}_0 \exp(-\Gamma_2 z) \vec{e}_x \\ \vec{H}_t &= \frac{1}{Z_2} (\vec{e}_z \wedge \vec{E}_t) = \frac{T\mathcal{E}_0}{Z_2} \exp(-\Gamma_2 z) \vec{e}_y\end{aligned}$$

où T représente le coefficient de transmission.

Au niveau de l'interface (en  $z=0$ ), la composante tangentielle des champs électrique et magnétique est continue, puisqu'on est à l'interface entre deux diélectriques parfaits. Les composantes des champs selon Ox et Oy sont donc continues au passage entre le milieu 1 et le milieu 2, en  $z = 0$ .

$$\begin{aligned}\vec{E}_i + \vec{E}_r &= \vec{E}_t \\ \vec{H}_i + \vec{H}_r &= \vec{H}_t\end{aligned}$$

$$\text{Soit } \mathcal{E}_0 + R\mathcal{E}_0 = T\mathcal{E}_0 \text{ et } \frac{\mathcal{E}_0}{Z_1} - R \frac{\mathcal{E}_0}{Z_1} = T \frac{\mathcal{E}_0}{Z_2}$$

Finalement, on obtient :

$$\begin{cases} 1 + R = T & (1) \\ \frac{1}{Z_1} - R \frac{1}{Z_1} = T \frac{1}{Z_2} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \text{ conduit à } 1 - R = T \frac{Z_1}{Z_2}. \text{ Soit, avec (1) } 2 = T \left( 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right)$$

$$\text{D'où } T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ et } R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

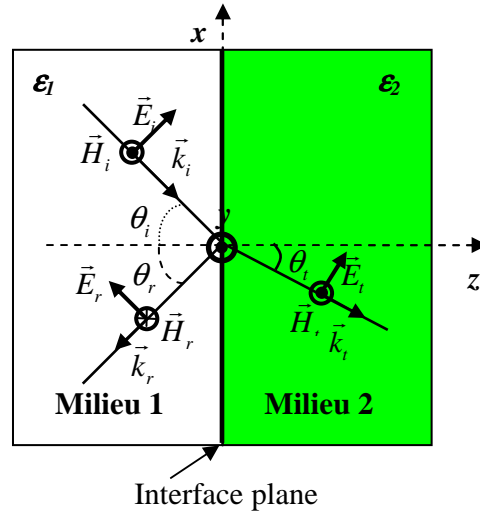
### **3. Cas général de l'incidence oblique : formules de Fresnel**

Dans le cas général de l'incidence oblique, on doit d'emblée distinguer deux situations différentes :

- le cas où le champ électrique appartient au plan d'incidence (polarisation dite parallèle ou TM pour transverse magnétique)
- le cas où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence (polarisation dite perpendiculaire ou TE pour transverse électrique)

Les deux cas ne sont en effet pas équivalents (comme ils l'étaient pour l'incidence normale) et une onde avec une polarisation quelconque peut être vue comme la somme d'une onde polarisée parallèlement et d'une onde polarisée perpendiculairement.

### 3.1. Polarisation parallèle (TM)



Le champ incident s'écrit :  $\vec{E}_i = E_0 \exp(-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}) \begin{vmatrix} \cos \theta_i \\ 0 \\ \sin \theta_i \end{vmatrix}$  et  $\vec{H}_i = \frac{1}{Z_1} \left[ \frac{\vec{k}_i}{\beta_1} \wedge \vec{E}_i \right]$

Avec  $\vec{r} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$  et  $j\vec{k}_i = \begin{vmatrix} -\Gamma_1 \sin \theta_i \\ 0 \\ \Gamma_1 \cos \theta_i \end{vmatrix}$

Soit  $\vec{E}_i = E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_i x + \Gamma_1 \cos \theta_i z)) \begin{vmatrix} \cos \theta_i \\ 0 \\ \sin \theta_i \end{vmatrix}$

Soit encore  $\vec{E}_i = E_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin \theta_i x + \cos \theta_i z)) \begin{vmatrix} \cos \theta_i \\ 0 \\ \sin \theta_i \end{vmatrix}$

Et donc  $\vec{H}_i = \frac{1}{Z_1} \begin{vmatrix} -\sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{vmatrix} \wedge E_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin \theta_i x + \cos \theta_i z)) \begin{vmatrix} \cos \theta_i \\ 0 \\ \sin \theta_i \end{vmatrix}$

Soit  $\vec{H}_i = \frac{1}{Z_1} E_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin \theta_i x + \cos \theta_i z)) \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{Z_1} E_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin \theta_i x + \cos \theta_i z)) \vec{e}_y$

En ce qui concerne le champ réfléchi, on obtient :

$$\vec{E}_r = R\mathcal{E}_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin\theta_r x - \cos\theta_r z)) \begin{vmatrix} \cos\theta_r \\ 0 \\ -\sin\theta_r \end{vmatrix}$$

$$\text{Et } \vec{H}_r = \frac{1}{Z_1} \left[ \frac{\vec{k}_r}{\beta_1} \wedge \vec{E}_r \right] = \frac{-1}{Z_1} R\mathcal{E}_0 \exp(-\Gamma_1(-\sin\theta_r x - \cos\theta_r z)) \vec{e}_y$$

Quant au champ transmis, il s'écrit :

$$\vec{E}_t = T\mathcal{E}_0 \exp(-\Gamma_2(-\sin\theta_t x + \cos\theta_t z)) \begin{vmatrix} \cos\theta_t \\ 0 \\ \sin\theta_t \end{vmatrix}$$

$$\text{Et } \vec{H}_t = \frac{1}{Z_2} T\mathcal{E}_0 \exp(-\Gamma_2(-\sin\theta_t x + \cos\theta_t z)) \vec{e}_y$$

On remarquera que la convention consiste ici à orienter les champs électriques de façon que les composantes tangentielles soient toutes dans le même sens (des coefficients R et T négatifs traduisent donc une inversion de sens).

La continuité des composantes tangentielles des champs au niveau de l'interface ( $z = 0$ ) conduit ici à la continuité de  $\mathcal{E}_x$  et de  $\mathcal{H}_y$  en  $z = 0$ , soit

$$\mathcal{E}_0 \exp(+\Gamma_1 \sin\theta_i x) \cos\theta_i + R\mathcal{E}_0 \exp(+\Gamma_1 \sin\theta_r x) \cos\theta_r = T\mathcal{E}_0 \exp(+\Gamma_2 \sin\theta_t x) \cos\theta_t \text{ et}$$

$$\frac{\mathcal{E}_0}{Z_1} \exp(+\Gamma_1 \sin\theta_i x) - \frac{R}{Z_1} \mathcal{E}_0 \exp(+\Gamma_1 \sin\theta_r x) = T\mathcal{E}_0 \exp(+\Gamma_2 \sin\theta_t x)$$

L'égalité des exposants de propagation conduit aux lois de Descartes déjà données. Sachant de plus que  $\theta_i = \theta_r$ , il reste :

$$\begin{cases} \cos\theta_i + R \cos\theta_i = T \cos\theta_t \\ \frac{1}{Z_1} - \frac{R}{Z_1} = \frac{T}{Z_2} \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} \cos\theta_i (1 + R) = T \cos\theta_t \\ \frac{1}{Z_1} (1 - R) = \frac{T}{Z_2} \end{cases}$$

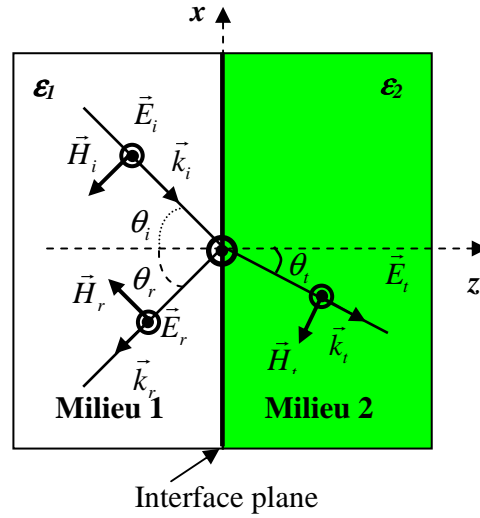
$$\text{Soit : } 2 = T \left( \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} \right) = T \left( \frac{Z_1 \cos\theta_i + Z_2 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i} \right)$$

$$\text{Enfin } T = \frac{2Z_2 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_i + Z_2 \cos\theta_t} \text{ et donc } R = 1 - T \frac{Z_1}{Z_2} = 1 - \frac{2Z_1 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_i + Z_2 \cos\theta_t}$$

$$\text{D'où } R = \frac{Z_2 \cos\theta_t - Z_1 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_i + Z_2 \cos\theta_t}$$

### 3.2. Polarisation perpendiculaire (TE)

Le raisonnement est le même mais les expressions des champs sont différentes.



On a toujours  $j\vec{k}_i = \begin{pmatrix} -\Gamma_1 \sin \theta_i \\ 0 \\ \Gamma_1 \cos \theta_i \end{pmatrix}$ ,  $j\vec{k}_r = \begin{pmatrix} -\Gamma_1 \sin \theta_r \\ 0 \\ -\Gamma_1 \cos \theta_r \end{pmatrix}$  et  $j\vec{k}_t = \begin{pmatrix} -\Gamma_2 \sin \theta_t \\ 0 \\ \Gamma_2 \cos \theta_t \end{pmatrix}$  et  $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Pour le champ incident, on a :

$$\vec{E}_i = E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_i x + \Gamma_1 \cos \theta_i z)) \vec{e}_y$$

$$\text{Comme } \vec{H}_i = \frac{1}{Z_1} \left[ \frac{\vec{k}_i}{\beta_1} \wedge \vec{E}_i \right] = \frac{1}{Z_1} E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_i x + \Gamma_1 \cos \theta_i z)) \begin{pmatrix} -\cos \theta_i \\ 0 \\ -\sin \theta_i \end{pmatrix}$$

De même pour le champ réfléchi, on trouve :

$$\vec{E}_r = R E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_r x - \Gamma_1 \cos \theta_r z)) \vec{e}_y$$

$$\text{Et } \vec{H}_r = \frac{1}{Z_1} R E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_r x - \Gamma_1 \cos \theta_r z)) \begin{pmatrix} +\cos \theta_r \\ 0 \\ -\sin \theta_r \end{pmatrix}$$

Et pour le champ transmis :

$$\vec{E}_t = T E_0 \exp(-(-\Gamma_2 \sin \theta_t x + \Gamma_2 \cos \theta_t z)) \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{Z_2} T E_0 \exp(-(-\Gamma_2 \sin \theta_t x + \Gamma_2 \cos \theta_t z)) \begin{pmatrix} -\cos \theta_t \\ 0 \\ -\sin \theta_t \end{pmatrix}$$

La continuité des composantes tangentielles des champs au niveau de l'interface ( $z = 0$ ) conduit ici à la continuité de  $E_y$  et de  $H_x$  en  $z = 0$ , soit :

$$E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_i x)) + R E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_r x)) = T E_0 \exp(-(-\Gamma_2 \sin \theta_t x))$$

Et

$$\frac{1}{Z_1} E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_i x))(-\cos \theta_i) + \frac{1}{Z_1} R E_0 \exp(-(-\Gamma_1 \sin \theta_r x))(+\cos \theta_r) = \frac{1}{Z_2} T E_0 \exp(-(-\Gamma_2 \sin \theta_t x))(-\cos \theta_t)$$

$$\text{Soit } \begin{cases} E_0 + R E_0 = T E_0 \\ \frac{E_0}{Z_1} (-\cos \theta_i) + R \frac{E_0}{Z_1} (\cos \theta_r) = T \frac{E_0}{Z_2} (-\cos \theta_t) \end{cases}$$

$$\text{Or } \theta_i = \theta_r$$

$$\text{Soit encore } \begin{cases} 1 + R = T \\ \frac{1}{Z_1} (-\cos \theta_i) + R \frac{1}{Z_1} (\cos \theta_i) = T \frac{1}{Z_2} (-\cos \theta_t) \end{cases}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} 1 + R = T \\ R - 1 = -T \frac{Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i} \end{cases}$$

$$\text{D'où } T = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_1 \cos \theta_t + Z_2 \cos \theta_i} \text{ et } R = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_1 \cos \theta_t + Z_2 \cos \theta_i}$$

On peut constater que pour  $\theta_i=0$  (incidence normale), alors  $\theta_r=0$  et  $\theta_t=0$ , les formules TE et TM conduisent alors évidemment au même résultat, à savoir :

$$T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{ et } R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

## 4. Quelques cas particuliers

### 4.1. Cas de l'interface entre deux diélectriques sans pertes

Pour deux diélectriques sans pertes, les simplifications suivantes sont applicables :

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0 \text{ et } \epsilon_{\text{cai}} = \epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}. \text{ On notera } n_i = \sqrt{\epsilon_{ri}}.$$

Les lois de Descartes donnent alors  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$

#### 4.1.1. Angle d'incidence critique

A chaque angle d'incidence  $\theta_i$ , correspondra un angle transmis  $\theta_t$ , à condition que  $\sin \theta_t \leq 1$ . Soit encore  $\sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i \leq 1$ .

2 cas se présentent :

Soit  $n_1 \leq n_2$ , et la relation précédente est toujours vérifiée.

Soit  $n_1 \geq n_2$ , et il existe alors un angle limite, appelé angle d'incidence critique, au-delà duquel  $\theta_t$  ne peut pas exister. Cet angle est tel que  $\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_c = 1$ , soit  $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

Pour  $\theta_i \leq \theta_c$ , les phénomènes décrits précédemment se produisent sans discussion. Mais pour  $\theta_i > \theta_c$ , il est nécessaire d'interpréter les phénomènes.

Considérons par exemple l'expression du champ électrique transmis en polarisation TE.

Au delà de  $\theta_c$ , on a :  $\sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i > 1$ .

$$\text{Alors } \cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2} = \pm j \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2 - 1}$$

Or, on avait écrit le champ électrique transmis, dans le cas TE sous la forme :

$$\vec{E}_t = T E_0 \exp(-(-\Gamma_2 \sin \theta_i x + \Gamma_2 \cos \theta_t z)) \vec{e}_y = T E_0 \exp(\Gamma_2 \sin \theta_i x) \exp(-\Gamma_2 \cos \theta_t z) \vec{e}_y$$

$$\text{Soit encore : } \vec{E}_t = T E_0 \exp(j\beta_2 \sin \theta_i x) \exp\left(-j\beta_2 \pm j \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2 - 1} z\right) \vec{e}_y, \text{ puisque}$$

$$\Gamma_2 = j\beta_2.$$

$$\text{Donc } \vec{E}_t = T E_0 \exp(j\beta_2 \sin \theta_i x) \exp\left(\pm \beta_2 \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)^2 - 1} z\right) \vec{e}_y$$

La seule variation de phase est produite dans la direction Ox, c'est donc la direction de propagation. Il y a atténuation dans la direction Oz (le seul signe physiquement acceptable est donc le signe -).

En fait, le champ reste confiné au voisinage de l'interface, le long de laquelle il se propage. On a affaire à une onde de surface.

#### 4.1.2. Angle de Brewster

Revenons maintenant à une incidence quelconque. Les expressions des coefficients de réflexion obtenues précédemment sont :

$$R_{TM} = \frac{Z_2 \cos \theta_t - Z_1 \cos \theta_i}{Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t}$$

$$R_{TE} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_1 \cos \theta_t + Z_2 \cos \theta_i}$$

$$\text{Or, } Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{n} = \frac{120\pi}{n}$$



Donc on peut encore écrire  $R_{TM} = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$  et  $R_{TE} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_t + n_1 \cos \theta_i}$

Cherchons à quelle condition la transmission est totale, c'est-à-dire à quelle condition le coefficient de réflexion s'annule. Cela se produira pour un angle appelé angle de Brewster.

Pour l'incidence TM, il faut  $n_1 \cos \theta_t = n_2 \cos \theta_B$ . Or, les relations de Descartes donnent  $n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_t$ .

$$\text{Soit } \cos \theta_t = \frac{n_2}{n_1} \cos \theta_B \text{ et } \sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_B$$

$$\text{D'où } 1 = \left( \frac{n_2}{n_1} \cos \theta_B \right)^2 + \left( \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_B \right)^2$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_B)^2} = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left( \frac{n_1}{n_2} \tan \theta_B \right)^2$$

$$\text{Soit encore } 1 + \tan^2 \theta_B = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left( \frac{n_1}{n_2} \tan \theta_B \right)^2$$

$$\tan^2 \theta_B \left( 1 - \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \right) = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - 1$$

$$\text{D'où } \tan^2 \theta_B = \frac{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - 1}{\left( 1 - \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \right)} = \frac{n_2^2 - n_1^2}{n_1^2} \cdot \frac{n_2^2}{n_2^2 - n_1^2} = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

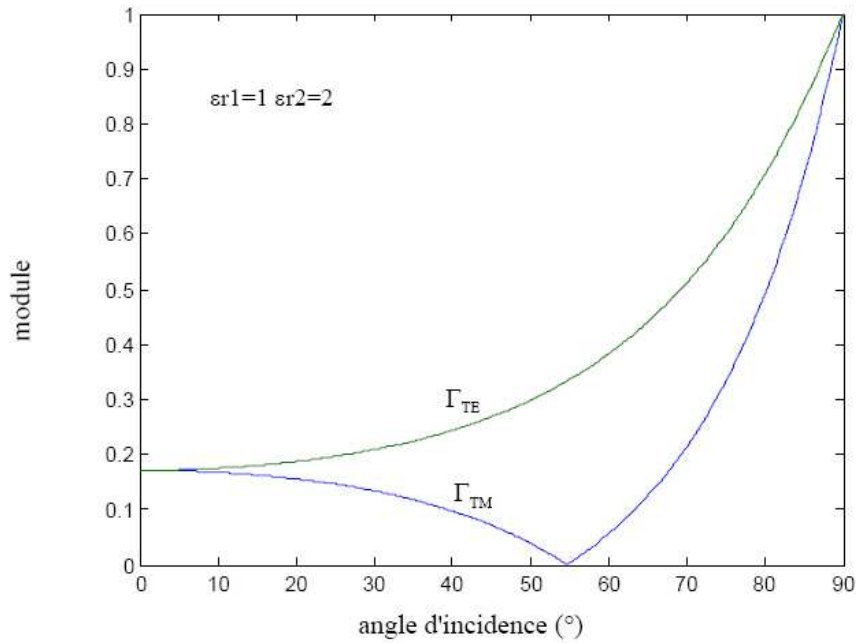
Soit enfin  $\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$ . Cette équation a toujours une solution. L'angle de Brewster existe donc quelles que soient les valeurs de  $n_1$  et  $n_2$ , pour l'incidence TM.

En ce qui concerne l'angle de Brewster pour l'incidence TE, il faut annuler  $R_{TE}$ . Soit  $n_1 \cos \theta_i = n_2 \cos \theta_t$ . Or  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$  de par les lois de Descartes.

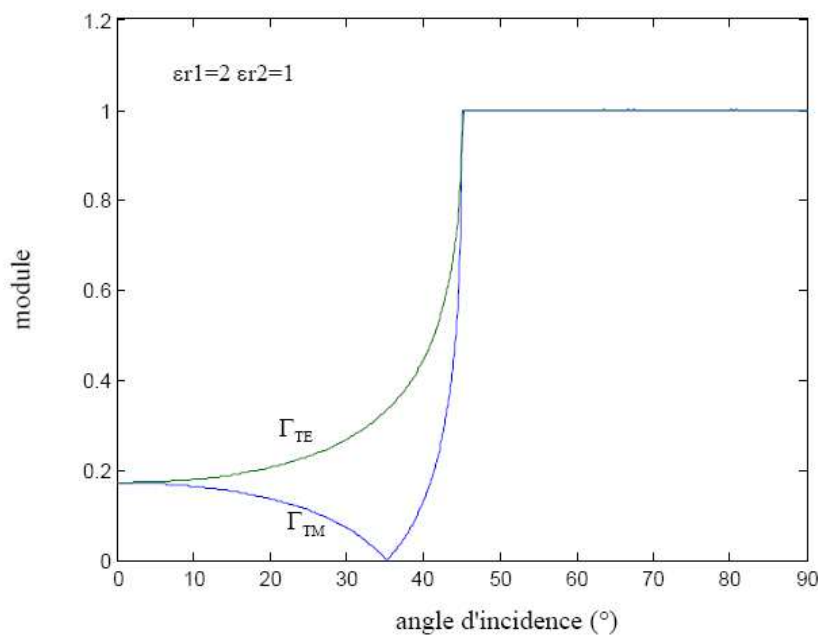
$$\text{Soit } 1 = \left( \frac{n_2}{n_1} \cos \theta_t \right)^2 + \left( \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_t \right)^2 = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2. \text{ Ce qui conduit à } n_1 = n_2. \text{ Donc, si les deux}$$

milieux sont différents, il n'y a pas de possibilité d'annuler le coefficient de réflexion pour une incidence TE.

On retrouve que dans le cas où le milieu 2 a un indice plus grand que le milieu 1, il n'y a pas de possibilité d'avoir une réflexion totale. On reconnaît aussi l'angle de Brewster pour l'incidence TM.



En revanche, si le milieu 2 a un indice plus faible que le milieu 1, on peut avoir une réflexion totale. On reconnaît encore l'angle de Brewster, qui annule la réflexion.



#### 4.2. Cas de l'interface entre un diélectrique et un bon conducteur

On considère que le second milieu est un conducteur de conductivité  $\sigma \gg \epsilon\omega$ . Les expressions établies pour l'interface entre deux diélectriques restent vraies à condition de remplacer  $\epsilon_2$  par :

$$\epsilon_{ca2} = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} \approx -j\frac{\sigma}{\omega}$$

L'impédance d'onde du milieu 2, appelée dans ce cas impédance de surface et notée  $Z_s$ , s'en déduit comme :

$$Z_s = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_{ca2}}} \approx \sqrt{j \frac{\mu \omega}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\mu 2\pi f}{\sigma}} \left( \frac{1+j}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\sqrt{\pi \sigma \mu f}}{\sigma} (1+j)$$

On pose  $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma \mu f}}$  et  $R_s = \frac{1}{\sigma \delta}$

Soit  $Z_s = R_s(1+j)$

Le coefficient de réflexion sous incidence normale est donné par :

$$R = \frac{(1+j)R_s - Z_0}{(1+j)R_s + Z_0}$$

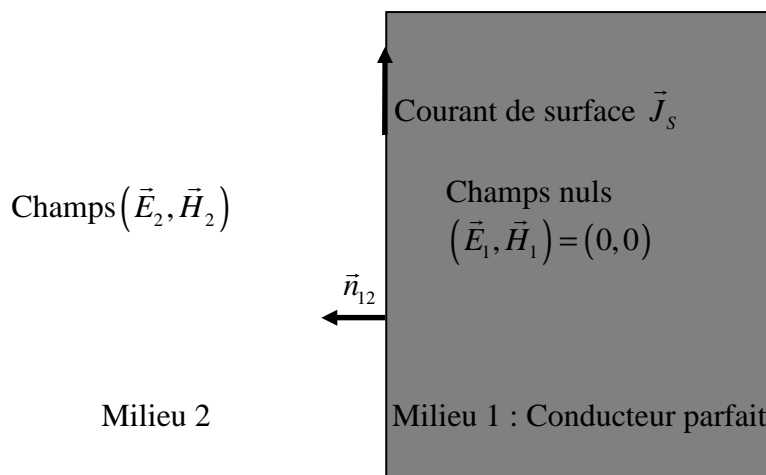
Lorsque le conducteur est très bon,  $R_s$  est pratiquement nulle et  $R$  tend vers  $-1$ .

### 4.3. Cas de l'interface entre un diélectrique et un conducteur parfait

Le cas du conducteur parfait, en toute rigueur, ne peut pas être extrapolé à partir du cas bon conducteur car la nature des conditions aux limites est différente. En particulier, la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique n'est plus assurée compte-tenu de la présence de courants de surface. Néanmoins, la nullité de la composante tangentielle du champ électrique sur le conducteur parfait est alors suffisante pour montrer que le coefficient de réflexion est égal à  $-1$  quel que soit l'angle d'incidence (sauf sous incidence rasante  $\theta_i = \pi/2$ ).

#### **Remarque :**

Dans un problème d'électromagnétisme comportant des conducteurs, il est très confortable de pouvoir travailler avec une hypothèse de conducteur parfait. La configuration à considérer est alors celle de la figure suivante.

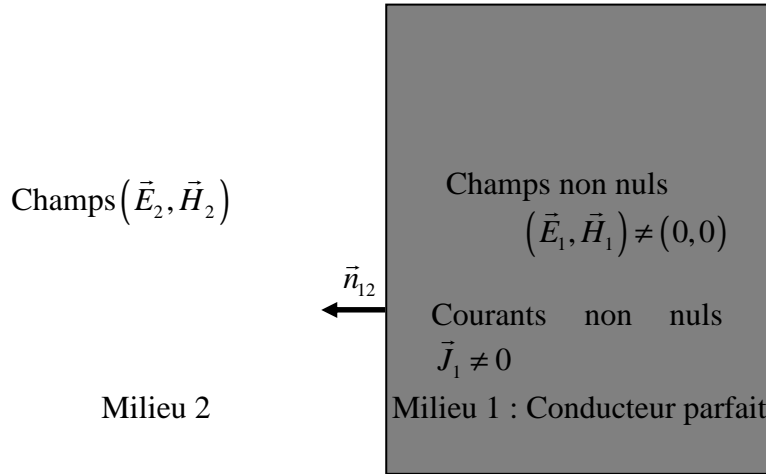


Les conditions aux limites associées sont données par :

$$\vec{\mathcal{E}}_{t2} = \vec{0} \text{ à la surface du conducteur}$$

$$\text{Et } \vec{n}_{12} \wedge \vec{\mathcal{H}}_{t2} = \vec{J}_s$$

Le cas du bon conducteur, mais non parfait, est moins immédiat car il nécessite en théorie la détermination de champs non nuls à l'intérieur du conducteur.



Les conditions qui s'appliquent sont dans ce cas les conditions aux limites classiques:

$$\vec{\mathcal{E}}_{t2} - \vec{\mathcal{E}}_{t1} = \vec{0} \text{ à la surface du conducteur}$$

$$\text{Et } \vec{n}_{12} \wedge (\vec{\mathcal{H}}_{t2} - \vec{\mathcal{H}}_{t1}) = \vec{0}$$

Il n'y a en effet dans ce cas plus de courant de surface mais un courant volumique à décroissance exponentielle (voir effet de peau). En pratique, pour éviter d'avoir à considérer des courants et des champs non nuls à l'intérieur du conducteur, on fait souvent l'hypothèse suivante : le courant volumique dans le conducteur est ramené à sa surface et assimilé à un courant surfacique. Pour ce faire, on intègre le courant volumique sur l'épaisseur du conducteur et on applique la loi d'Ohm :

$$\vec{J}_s(x, y, 0) = \int_0^\infty \vec{J}_1(x, y, z) \exp\left(-\frac{1+j}{\delta} z\right) dz = \frac{\delta}{1+j} \vec{J}_1(x, y, 0) = \frac{\sigma \delta}{1+j} \vec{\mathcal{E}}_1(x, y, 0) = \frac{\vec{\mathcal{E}}_1(x, y, 0)}{Z_s}$$

Finalement, le problème approché correspond aux conditions aux limites suivantes :

$$\vec{n}_{12} \wedge \vec{\mathcal{E}}_2(x, y, 0) - \vec{n}_{12} \wedge \vec{\mathcal{E}}_1(x, y, 0) = \vec{0} \text{ soit } \vec{n}_{12} \wedge \vec{\mathcal{E}}_2(x, y, 0) = Z_s (\vec{n}_{12} \wedge \vec{J}_s)$$

$$\text{Et } \vec{n}_{12} \wedge \vec{\mathcal{H}}_{t2} = \vec{J}_s$$